МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ «САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)» (СГАУ)

Разработка методики применения высокопроизводительных параллельных вычислений при решении ресурсоёмких задач по моделированию нестационарных рабочих процессов насосных агрегатов

Электронные методические указания

Работа выполнена по мероприятию блока 2 «Развитие и повышение эффективности научно-инновационной деятельности» и блока 3 «Развитие информационной научно-образовательной среды и инфраструктуры» Программы развития СГАУ на 2009 – 2018 годы по проекту «Разработка технологии и методического обеспечения для создания виртуального жидкостного ракетного двигателя (ЖРД)» Соглашение № 2/11 от 03 июня

CAMAPA 2013

УДК 621.454.2

P 177

Составители: Гафуров Салимжан Азатович, Блюмин Кирилл Владимирович Крючков Александр Николаевич

Рецезент: Угланов Д.А., к.т.н., доцент кафедры теплотехника.

Разработка методики применения высокопроизводительных параллельных вычислений при решении ресурсоёмких задач по моделированию нестационарных рабочих процессов насосных агрегатов [Электронный ресурс]: электрон. метод. указания / М-во образ. и науки России, Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С. П. Королева (нац. исслед. ун-т); сост.: С.А.Гафуров, К.В. Блюмин, А.Н.Крючков. - Электрон. текстовые и граф. дан. (8,1 Мбайт). -Самара, 2013. - 1 эл. опт. диск (CD-ROM).

В пособии приведены электронные методические указания по дисциплине «Теория и расчет лопаточных машин».

Целью методических указаний является закрепление практических навыков студентов при моделировании рабочего процесса шнекоцентробежного насоса с помощью технологии высокопроизводительных параллельных вычислений.

Пособие предназначено для студентов, обучающихся по специальностям 160302.65 «Ракетные двигатели» (6 и 7 семестры) и 160700.65 «Проектирование авиационных и ракетных двигателей» (6 семестр), бакалавров, обучающихся по направлению 151000.62 «Технологические машины и оборудование» (7 и 8 семестры).

Разработано на кафедре автоматических систем энергетических установок.

© Самарский государственный аэрокосмический университет, 2013

СОДЕРЖАНИЕ

1.1 Разработка алгоритма выполнения задач по моделированию нестационарных рабочих процессов лопаточных насосных агрегатов....... 10

1.3 Построение геометрической 3d модели расчетной области ШЦН.... 12

1.4 Построение сеточной модели расчетной области в ICEM CFD...... 12

1.6 Описание процесса выполнения высокопроизводительных параллельных вычислений при решении задачи по моделированию нестационарных рабочих процессов лопаточных насосных агрегатов........27

1 ОПИСАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ МОДЕЛИРОВАНИЯ РАБОЧИХ ПРОЦЕССОВ ЛОПАТОЧНЫХ НАСОСНЫХ АГРЕГАТОВ

В последнее время для изучения рабочих процессов различных агрегатов и получения их характеристик, а также для получения картины распределения рабочих параметров по тракту агрегата широкое применение получили программные продукты на основе методов вычислительной гидродинамики (CFD методы), чему способствовали как развитие численных алгоритмов, так и компьютерных мощностей.

Объектом исследования в данном разделе является авиационный топливный шнекоцентробежный насос (рисунок 1). Он имеет достаточно сложную конструкцию, что обуславливает и множество причин, вызывающих нестационарность процессов в системе. Подробное описание данного насосного агрегата, принцип и особенности его работы приведено в работах [1, 2].



Рисунок 1 - Внешний вид топливного ШЩН

Из-за относительного движения систем питающий трубопровод - шнек, шнек - центробежное колесо а также центробежное колесо - спиральная камера возникает нестационарное взаимодействие между этими компонентами, приводящее к возникновению пульсаций давления, которые являются причиной возникновения нестационарных сил. Эти нестационарные силы приводят к повышению вибрации элементов насоса и генерируют гидравлический шум. На данный момент времени, литературный обзор не даёт результатов о нестационарных пульсациях давления и нестационарном нагружении ротора ШЦН при попадании свободного воздуха на вход в питающую магистраль насосного агрегата. При этом проектирование ШЦН достигло того уровня, при котором только детальное представление течения потока в нём даёт возможность повысить его энергетические и кавитационные характеристики. Поэтому для адекватного описания рабочих процессов ШЦН необходимо проведение нестационарного моделирования.

Набор уравнений, который описывает изменение количества движения, тепло- и массообмен известен как уравнения Навье-Стокса. Уравнения, описывающие другие явления, например, кавитацию и турбулентность, также могут быть решены совместно с уравнениями Навье-Стокса. Аналитическое решение уравнений Навье-Стокса существует только для простейших моделей течения жидкости при идеальных условиях. Для получения решения течения реальных потоков, должно быть введено численное приближение уравнений с помощью алгебраических приближений, которые могут быть решены с помощью CFD (Computational Fluid Dynamics) кодов. На сегодняшний момент времени существует несколько численных методов решения, которые используются в CFD кодах. Наиболее распространённым является метод конечных объёмов.

Все известные на данный момент коммерческие CFD коды решают нестационарные уравнения Навье-Стокса в форме сохранения:

1. уравнения переноса

1.1. уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla (\rho U) = 0 \tag{1}$$

где ρ - плотность жидкости; t - шаг дискретизации; ∇ - оператор Набла; U - скорость потока.

Уравнение (1) эквивалентно уравнению (2):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + U grad\rho + \rho div U = 0 \tag{2}$$

Слагаемое $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ описывает локальное изменение во времени массовой плотности среды. Слагаемое *Ugrad* ρ характеризует изменение плотности, происходящее вследствие конвективного переноса (молекулярная и вихревая диффузия) жидкой частицы в пространстве с неодинаковой плотностью. Слагаемое $\rho div U$ - является дивергентным членом уравнения.

Таким образом, сумма локального и конвективного изменений плотности является её полным изменением во времени и оно обусловлено растяжением или сжатием частицы. Очевидно, что если divU > 0, то растяжение сопровождается уменьшением плотности $\frac{\partial \rho}{\partial t} < 0$ и наоборот, если divU < 0, то сжатие сопровождается увеличением плотности и $\frac{\partial \rho}{\partial t} > 0$.

Таким образом, равенство нулю уравнений (1) и (2) соответствует закону сохранения массы;

1.2. уравнение сохранения количества движения (уравнение сохранения импульса)

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial \mathbf{t}} + \nabla(\rho U \otimes U) = -\nabla P + \nabla \tau + S_M, \qquad (3)$$

где P – статическое давление потока в рассматриваемой точке; \otimes - бинарный оператор; S_M – источник количества движения; τ - тензор напряжений, определяемый из закона Стокса, выражающий связь между напряжениями и деформациями системы:

$$\tau = \mu \left(\nabla U + (\nabla U)^{T} - \frac{2}{3} \delta \nabla \cdot U \right);$$
⁽⁴⁾

где μ - вязкость жидкости; δ - символ Кронекера (тензорная единица);

Течение в агрегатах может являться многофазным, которое может сопровождаться поступлением свободного газа, интенсифицирующего кавитационные процессы. В этом случае уравнения примут вид:

- уравнение неразрывности для каждой фазы смеси

$$\frac{\partial(r_{\alpha}\rho_{\alpha})}{\partial t} + \frac{\partial(r_{\alpha}\rho_{\alpha}u^{i})}{\partial x^{i}} = \dot{S}_{\alpha}$$
⁽⁵⁾

- уравнение сохранения количества движения:

$$\frac{\partial(\rho_m u^i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_m u^j u^i)}{\partial x^i} = -\frac{\partial P}{\partial x^i} + \frac{\partial(\tau^{ij})}{\partial x^j} + \rho_m r_\alpha g^i, \qquad (6)$$

где r_a , u^i , ρ_a , \dot{S}_a - соответственно объёмная доля фазы α , компоненты скорости в декартовой системе координат, плотность компонента и источниковый член фазы α ; g^i - ускорение свободного падения; τ^{ij} - тензор напряжений, соответствующий сдвиговым деформациям слоя жидкости, который находится из закона Стокса, который в данном случае примет вид:

$$\tau^{ij} = \mu_m \left(\frac{\partial u^i}{\partial x^j} + \frac{\partial u^j}{\partial x^i} \right), \tag{7}$$

где $\rho_{\rm m}$ и $\mu_{\rm m}$ - плотность и динамическая вязкость смеси соответственно.

Предполагается, что источник массы \dot{S}_{α} возникает из межфазного переноса и таким образом удовлетворяет условию:

$$\sum_{\alpha=1}^{N} \dot{S}_{\alpha} = 0 \tag{8}$$

Также накладывается условие, что фазы смеси заполняют весь рассматриваемый объём смеси:

$$\sum_{\alpha=1}^{N} r_{\alpha} = 1 \tag{9}$$

Выражения (5), (6) и (9) совместно образуют замкнутую систему уравнений, включающих (*N*+4) известных уравнений и (*N*+4) неизвестных. Здесь *N* – количество фаз;

1.3. уравнение полной энергии системы:

$$\frac{\partial(\rho\rho_{tot})}{\partial t} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} + \nabla(\rho \cdot U \cdot h_{tot}) = \nabla(\lambda \nabla T) + \nabla(U \cdot \tau) + U \cdot S_M + S_E$$
(10)

где h_{tot} - полная энтальпия:

$$h_{tot} = h + \frac{1}{2}U^2, (11)$$

где h = f(T, p) - статическая энтальпия; λ - теплопроводность; T - температура; S_E - источник энергии.

Компонент $\nabla(U \cdot \tau)$ в уравнении (10) выражает работу под действием внешних сил – работу сил вязкости, и отражает внутренний нагрев из-за наличия вязкости. Компонент $U \cdot S_M$ выражает работу под действие внешнего источника количества движения;

2. уравнения состояния:

уравнения переноса, описанные выше, должны быть дополнены уравнениями состояния для плотности и энтальпии с целью образования замкнутой системы уравнений. В общем случае эти уравнения имеют вид:

$$\rho = f(P, T) \tag{12}$$

$$dh = \frac{\partial h}{\partial t} \Big|_{P} dT + \frac{\partial h}{\partial P} \Big|_{T} dp = C_{P} dT + \frac{\partial h}{\partial P} \Big|_{T} dP$$
(13)

где С_Р - изобарная теплоёмкость:

$$C_p = f(P,T) \tag{14}$$

Выделяют особый класс течений жидкости несжимаемые течения, в которых плотность среды постоянна $\rho = const$. Данный случай является предельным и соответствует бесконечно малому числу Маха $M = \frac{U}{C}$, где C – скорость звука в жидкости. Постоянство плотности обуславливает постоянство температуры и неизменности состава компонентов жидкости.

В несжимаемой жидкости давление играет особую роль. Как показано в [3], численная эффективность расчётных процедур в большой степени обусловлена затратами времени на расчёт поля давления.

2.1. уравнение тепловой энергии

Уравнение кинетической энергии:

$$K = \frac{1}{2}U^2 \tag{15}$$

Уравнение механической энергии получается путём скалярного произведения скорости *U* на уравнение количества движения:

$$\frac{\partial(\rho_m \cdot K)}{\partial t} + \nabla(\rho_m \cdot U \cdot K) = -U \cdot \nabla P + U \cdot (\nabla \tau) + U \cdot S_M$$
⁽¹⁶⁾

В результате вычитания данного уравнения из уравнения полной энергии получается выражение для тепловой энергии:

$$\frac{\partial(\rho \cdot h)}{\partial t} - \frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla(\rho \cdot U \cdot h) = \nabla(\lambda \nabla T) + U \cdot \nabla p + \frac{\tau}{\nabla U + S_E}$$
(17)

Компонент $\frac{\tau}{\nabla U + S_E}$ всегда положителен и называется вязким рассеива-

нием. Он описывает внутренний нагрев жидкости вследствие наличия вязкости.

1.1 Разработка алгоритма выполнения задач по моделированию нестационарных рабочих процессов лопаточных насосных агрегатов

Алгоритм решения задачи по моделированию нестационарных рабочих процессов насосных агрегатов приведен на рисунке 2.



Рисунок 2 – Технологическая последовательность решения задачи те-

чения жидкости в ШЦН

1.2 Построение геометрической 3D модели основных узлов шнекоцентробежного насоса

Одной из главных особенностей данного блока является точный учет и построение геометрии шнека, рабочего колеса, улитки, учет различных отверстий в полотне диска центробежного насоса, геометрии питающих трубопроводов, перетечек между ступенями, мероприятий, направленных на снижение осевой и радиальной составляющих силы, действующей на ротор ШЦН. Основные особенности конструкции ШЦН отражены на рисунке 3.



Рисунок 3 – Особенности конструкции шнеко-центробежного насоса

1.3 Построение геометрической 3d модели расчетной области ШЦН

Геометрическую модель расчетной области ШЩН можно получить путем булевых операций с исходной геометрией насосного агрегата. Однако для более точного моделирования физических процессов ШЩН в некоторых CFD кодах, например в ANSYS CFX, с точки зрения задания граничных условий необходимо учесть, что длина питающих входных трубопроводов а также длина выходного участка должны быть не менее 5-7 диаметров входа в насосный агрегат.

1.4 Построение сеточной модели расчетной области в ICEM CFD

Расчетную сеточную модель расчетной области проточной части насосного агрегата необходимо создать в универсальном сеточном генераторе ICEM CFD.

В ICEM CFD доступны любые типы элементов: гексаэдры, тетраэдры, призмы и пирамиды. Реализован экспорт сетки в большинство известных решателей.

Алгоритм построения расчетной сеточной модели приведен на рисунке 4.

Импортирование геометрической модели в ICEM CFD можно произвести тремя способами:

• напрямую из CAD программы (Pro/ENGINEER, SolidWorks, NX, Catia) через прямой CAD-интерфейс;

• импортирование из CAD программ (с помощью расширений *.sat, *.iges, *.x_t, *.stp и т.п.);

• импортирование через Workbench/Design Modeler.



Рисунок 4 – Алгоритм построения сеточной модели

Первые два метода являются наиболее распространенными при решении практических задач. Однако импортирование моделей, созданных в среде Workbench с помощью Design Modeler, может быть полезно при решении задач оптимизации, а также связанных задач.

Прямой CAD-интерфейс (рисунок 5) позволяет прямо в CAD-системе выбирать компоненты для разбиения, определять граничные условия, определять параметры сетки. При этом отсутствуют типичные проблемы при передаче данных. При данном подходе осуществляется параметрическая связь с CAD-системой (параметры сохраняются в CAD-модели, уменьшается время задания параметров).



Рисунок 5 – САД-интерфейс

Импорт геометрической модели из САD программы производится с помощью команды File – Import Geometry (рисунок 6).



Рисунок 6 – Импортирование CAD модели

После импорта геометрии необходимо проанализировать ее состав и целостность. Геометрия в ICEM представляется в виде набора точек, линий и поверхностей. Понятие твердого тела (solid) не используется. По умолчанию после импорта геометрии образуется набор поверхностей. Дополнительно для корректного построения сетки необходимы также линии и точки в проблемных местах.

Для генерации сетки ICEM CFD использует метод Octree, который работает с тремя типами геометрических объектов: точкой, линией и поверхностью. В каждую точку помещается узел элемента, на линии создается как минимум два узла (на концах), на поверхности - три. Такой подход позволяет ICEM генерировать сетку при серьезных дефектах исходной геометрии (нестыковки поверхностей, «дырки» и пр.). Присвоение поверхностям однозначных имен для последующего задания граничных условий. Для указания имени необходимо выбрать из дерева модели следующую команду: Models – Parts - Create Part (рисунок 7).



Рисунок 7 – Операция создания частей

Затем мышью выделяем нужную нам поверхность. Таким образом, вся геометрическая модель разбивается на части (рисунок 8).



Рисунок 8 – Результат разделения геометрии на части

После присвоения имен поверхностям необходимо удалить имеющиеся линии и точки, заранее объединенные в отдельную часть, с помощью описанного выше подхода. Это необходимо для очистки модели от «лишних» линий и точек, приводящих к трудностям при построении сетки. Далее необходимо провести операцию распознавания линий и точек на основе поверхностной модели с помощью команды меню Geometry – Repair Geometry – Build Diagnostic Topology (рисунок 9).



Рисунок 9 - Построение топологии геометрического объекта

После этого на поверхности модели появятся кривые (рисунок 10).



Рисунок 10 – Построение топологии геометрического объекта

Сеточные модели делятся на два больших класса: структурированные и неструктурированные. В тех случаях, когда объектом исследования является ШЦН, построение структурированной модели является очень трудоемкой за-

дачей. Поэтому в этих случаях часто прибегают к неструктурированным сеточным моделям.

Наиболее просто и наглядно задать параметры сеточной модели можно с помощью команды меню Mesh – Part Mesh Setup (рисунок 11).

Part Mesh Setup			-							12.41	10.00		x
part 🛆	prism	hexa-core	max size	height	height ratio	num layers	tetra size ratio	tetra width	min size limit	max deviation	int wall	split wall	<u>^</u>
ROTOR_CASE1	v		0	0.05	1.35	7	0	0	0				-
ROTOR_CASE2	v			0.05			0	0	0	0			- 1
ROTOR_CASE2_INNER			0	0.02	1.2	5	0	0	0	0			- 1
ROTOR_FLUID.1													
ROTOR_HUB	v		0	0.05	1.35		0	0	0				
ROTOR_IMPELLER_BLADE	v			0.05	1.35	7	0	0	0	0			
ROTOR_IMPELLER_DISK			0	0.02	1.2	5	0	0	0	0			
ROTOR_IMPELLER_LE	▼			0.05	1.35	7	0	0	0				
ROTOR_IMPELLER_TE	v			0.05	1.35	7	0	0	0	0			
ROTOR_INDUCER_BLADE1			0	0.05	1.35	7	0	0	0	0			
ROTOR_INDUCER_BLADE2	Image:		0	0.05	1.35	7	0	0	0	0			
ROTOR_INDUCER_FILLET				0.05	1.35		0	0	0				
ROTOR_INDUCER_LE			0	0.05	1.35	7	0	0	0				
ROTOR_INDUCER_TE				0.05	1.35	7	0	0	0				
ROTOR_INLET			0	0	0	0	0	0	0	0			_
ROTOR_OUTLET			0	0	0	0	0	0	0	0			
ROTOR_TUBE	V		0	0.05	1.3	7	0	0	0				<u> </u>
₹)	<u>}</u>
✓ Show size params using sca	ale factor												
Apply inflation parameters to	o curves												
E Remove inflation parameter	s from curv	es											
Highlighted parts have at least o	one blank fi	eld because not	all entities in th	nat part have	identical parame	ters.							
					A	pply Dis	miss						

Рисунок 12 – Задание параметров сеточной модели

При моделировании течений в ШЦН важно промоделировать пристеночный слой. Это можно сделать путем указания числа слоев в столбце «num layers» (рисунок 13).

После того, как параметры сетки настроены, необходимо ее сгенерировать с помощью команды меню Mesh – Compute Mesh (рисунок 14). При этом возможно создать несколько вариантов сетки: построение поверхностной, объемной и призматической сеток.

ompute Mesh	
Compute	
🗞 🚯 í	
Volume Mesh	
Mesh Type Tetra/Mixed	•
Tetra/Mixed Mesh	
Mesh Method Robust (Octree)	•
Create Prism Layers	
Create Hexa-Core	
Input	
Select Geometry All	•
Use Existing Mesh Parts	_
Select	
Compute OK Dismiss	

Рисунок 13 – Генерирование объемной сетки

При решении задачи численного моделирования рабочих процессов ШЦН достаточно сразу создать объемную сетку. Здесь также возможно применения несколько типов сеток:

- Tetra/Mixed;
- Hexa-Core;
- Hex-Dominant;
- Cartesian.

Для того чтобы был построен призматический пристеночный слой необходимо при генерации сетки активировать функцию создания призматических слоев (рисунок 13).

Сетка, построенная различными способами в ICEM-CFD, показана на рисунке 14.











Рисунок 14 – Различные виды сеток: a – Tetra; б - Tetra/Prism; в - Hexa-Core; г - Hexa-Dominant

График затрат сил на создание сеточной модели представлен на рисун-

ке



Рисунок 15 – Зависимость затрачиваемых усилий от типа элемента

Применительно к задачам, решаемым с помощью численного подхода, эта кривая выглядит следующим образом (рисунок 16).



Рисунок 16 – Зависимость затрачиваемых усилий от типа расчета

Проверка и улучшение качества сеточной модели проводится встроенными функциями ICEM CFD сглаживания, автоматическими средствами «лечения» сетки, а также средства слияния, дробления, перемещения, создания/удаления элементов, и измельчения/укрупнения сетки.

Оптимизация расчетной модели по различным критериям - заключительный этап создания сетки. Команда оптимизации с помощью операции сглаживания вызывается из экранного меню следующим способом: Edit Mesh - Smooth Elements Globally.

После этого выбираем нужный критерий, например Aspect (тип элемента), Volume (объем ячеек) или Min angle (минимальный угол элемента), указываем количество итераций и значение критерия (Up to quality) (рисунок 17).

Quality			
Smoothing itera	ations 15		
Up to q	uality 0.5		
Cri	tetion Aspe	ct ratio	1
Smooth Mea	h Type		
	Smooth	Freeze	Float
TETRA_4	()	C	C
TPI 2	œ	C	C
im_5			
Advanced 0	ptions		
Advanced 0	Iptions e subsets		
Advanced 0	I ptions e subsets ts only		
Advanced 0	Iptions e subsets ts only moothing		

Рисунок 17 – Сглаживание сетки

На рисунке 18 приведена гистограмма качества сетки по минимальному углу сетки.



Рисунок 18 – Выбор области элементов и их подсветка

Одним из главных параметров качества сетки является параметр y^+ . По этому параметру можно оценивать касательные напряжения в пристеночном слое. Y^+ - пропорционально расстоянию от первого узла сетки до стенки. Y+ вычисляется по формуле:

$$y^{+} = \frac{\sqrt{\frac{\tau_{\omega}}{\rho}}\Delta n}{v},$$
(18)

где τ_{ω} - напряжение трения на стенке;

 ρ - плотность жидкости;

 Δn - расстояние между стенкой и до стенки;

v - вязкость жидкости.

Значение Y⁺ должно лежать в пределах (1...10)U(30....100) для различных моделей турбулентности.

Далее полученную сетку мы можем экспортировать в нужный нам решатель (ICEM CFD предлагает на выбор около 100 решателей). В меню Output выбираем тип решателя: Select Solve. (рисунок 19). В нашем случае в качестве решателя необходимо выбрать CFX-5.

Select a solver.	
CFX-5	
ABAQUS ACRI	
ACUSOLVE ADINA	
ALPHA-FLOW ANSYS	
AcFlux Airflo3d	
Attila	
Okau	Cancel

Рисунок 19 – Выбор решателя

Затем используем команду экранного меню Write input. Указываем имя сохраняемого файла (Output file) и при необходимости масштабируем сетку (Scaling) (рисунок 20).

Please	e edit the following CFX-5 #
Boco file:	C://cemWork/trojnik/trojnik.cfx5.fbc
Output file:	Arojnik, msh
Scaling	C Yes @ No
	tū
	1,0
	1.0
ASCII or BINARY file.	· ASCII · BINARY
Single or Double Precsion:	🏵 Single 🦵 Double
CFX-5 Version:	C Pre-5.5 C 5.5 or later
Done	Cancel

Рисунок 20 – Внешний вид окна сохранения файла

1.5 Настройка решения задачи по моделированию нестационарных рабочих процессов лопаточных насосных агрегатов в коммерческом коде AN-SYS CFX.

Импортирование сеточных моделей в программном комплексе ANSYS CFX описано на рисунке 21.



Рисунок 21 – Импортирование сеточной модели в ANSYS CFX

Программный комплекс CFX включает в себя такие модули как CFX-Pre, CFX-Solver, CFX-Post.

Внешний вид CFX-Pre показан на рисунке 22.



Рисунок 22 – Внешний вид CFX-Pre

В ANSYS-CFX существует возможность проведения стационарных и нестационарных расчетов. Стоит отметить, что практически все течения в природе являются нестационарными. Стационарный расчет стоит проводить на первоначальных этапах решения задачи, т.к. на его проведение требуется меньше машинного времени, а также анализ и обработка его результатов значительно проще, чем для нестационарного типа расчета.

Переключение между типами расчета показано на рисунке 23.



Рисунок 23 – Редактирование типа расчета

Далее в закладке Analysis Time необходимо указать тип расчета (рисунок 24).

Outline	Analysis Type		
Details of A	nalysis Type	in Flow Analysis 1	
Basic Se	ttings		
Extern	al Solver Couplin	ig	
Option		None	
Analysi	s Type		
Option		Steady State 🛛 🗸 🗸	
·		Steady State	
		Transient	

Рисунок 24 – Выбор типа расчета

При проведении нестационарного расчета необходимо указать полное время расчета, величину шага по времени, начальное время расчета и количество итераций (рисунок 25).

0	Outline	Analysis Typ	e	
De	tails of A	nalysis Type	in Flow Analysis 1	
Γ	Basic Se	ttings		
ſ	Externa	al Solver Coupli	ng	Ξ
	Option		None	
	Analysi	s Туре		
	Option		Transient 🛛 🗸	
	Time D	uration		Ξ
	Option		Total Time 🔽	
	Total Ti	me	10 [s]	
	Time S	teps		Ξ
	Option		Timesteps 🔽	
	Timeste	eps	0.1 [s]	
	-Initial	Time		Ξ
	Option		Automatic with Value	
	Time		0 [s]	
14				

Рисунок 25 – Задание параметров нестационарного расчета

При задании свойств нестационарного расчета в качестве времени расчета Time Duration можно задавать следующие значения:

- 1. Полное время расчета Total time;
- 2. Время расчета текущего запуска расчета- Time per run;
- 3. Максимальное количество шагов по времени Maximum

Number of Timesteps;

4. Количество шагов по времени текущего запуска расчета -

Number of Timesteps per Run.

Выбор того или иного значения Time Duration зависит от конкретных условий задачи и степени ее проработки.

В опциях Time Steps можно задавать следующие значения:

- 1. Timesteps / Timesteps for the run;
- 2. Adaptive.

Параметр шага по времени Adaptive позволяет динамически изменять шаг по времени в определенных пределах, зависящих от критерия сходимости или числа Куранта.

Число Куранта находится по формуле:

Число Куранта =
$$\frac{C \kappa o p o c \tau b x \Delta t}{P a 3 M o p 3 лемента}$$
 (19)

Величина шага по времени Time Step очень важна при проведении нестационарных расчетов (см. рисунок 26).



Рисунок 26 – Влияние шага по времени на точность решения

Из рисунка 26 видно, что в случае «а» шаг по времени слишком велик для описания нестационарных процессов. Уменьшение шага по времени дает большую точность при решении задач.

1.6 Описание процесса выполнения высокопроизводительных параллельных вычислений при решении задачи по моделированию нестационарных рабочих процессов лопаточных насосных агрегатов.

В процессе разработки методики применения высокопроизводительных параллельных вычислений при решении ресурсоёмких задач по моделированию нестационарных рабочих процессов насосных агрегатов решались следующие задачи: - проведение компьютерных исследований с использование различного количества расчётных узлов суперкомпьютера (СК) С.П. Королёв;

 определение критериев для оценки эффективности использования вычислительных ресурсов СК в процессе решения нестационарных рабочих процессов в насосных агрегатах.

Описанные выше действия выполняются на локальном компьютере пользователя.

Далее с помощью программы WinSCP [4] переносим на сервер СК файлы, необходимые для расчёта (в случае ANSYS CFX файл с расширением *.def). Далее создаём управляющие файлы с командами для СК. После этого производится решение задачи, а по её окончании для анализа полученного решения копирование полученного файла на локальный компьютер пользователя.

Влияние компьютерной производительности на скорость выполнения расчета за одной и тоже время показано на рисунке 27.



Рисунок 27 – Влияние компьютерной производительности на скорость выполнения расчета

Очевидно, что главными критериями при проведении расчётов на СК является затраченное время - Т. При этом время состоит из нескольких составляющих:

$$T=T_{K1}+T_P+T_{K2},$$

где T_{K1} – время, затраченное на пересылку файлов с локального компьютера пользователя на СК;

Т_Р –машинное время расчета;

T_{K2} – время, затраченное на пересылку файлов, с СК на локальный компьютер для последующей обработки результатов расчёта.

3D модель проточной части ШЩН представлена на рисунке 28. Построение проточной части ШЩН велось с помощью булевых операций в среде SolidWorks. В модели учитываются основные коструктивные особенности ШЩН.



Рисунок 28 – Внешний вид расчетной модели

Длина входного участка в насос составляет. L \approx 6D. Длина входных участков сливных магистралей составляет L \approx 3D. Такие соотношения длин и диаметров взяты для адекватного описания течения на границах граничных условий.

Сеточная модель проточной части шнеко-центробежного насоса строилась в программном пакете ANSYS ICEM CFD.

Для подтверждения напорных характеристик рассматриваемого ШЩН проводился его расчет в стационарной постановке. В данном случае целесообразно использовать неструктурную сеточную модель вследствие меньших затрат времени, необходимого на ее создание. При построении сеточной модели используются как гексо, так и тетра элементы.

Для построения сеток питающего трубопровода (рисунок 29, а, б), области входных радиальных рёбер (рисунок 31, а, б) а также области шнека (рисунок 32, а, б) использовалась блочная структурированная сетка. Для построения сливных каналов (рисунок 30, а, б); центробежного колеса (рисунок 33, а, б, в); улитки (рисунок 34) и области заднего подшипника скольжения (рисунок 35 а, б, в) - использовалась неструктурированная тетра и гекса сетка с использованием призматических слоёв. В качестве инструментов для построения расчётных сеток использовались пакеты ANSYS ICEM CFD и AU-TOGRID 5.



Рисунок 29 - Сеточная модель входного трубопровода. Количество элементов 1 404 259:

а – внешний вид сеточной модели; б – увеличенный вид входной обла-



сти трубопровода

Рисунок 30 - Сеточная модель сливных каналов. Количество элементов 1253808:

а – внешний вид сеточной модели; б – увеличенный вид пристеночной



Рисунок 31 - Сеточная модель расчётной области радиальных рёбер. Количество элементов 860160:

 а – внешний вид сеточной модели; б – увеличенный вид области радиального ребра



a



Рисунок 32 - Сеточная модель шнека. Количество элементов 929466: а – внешний вид сеточной модели; б – увеличенный вид входной области трубопровода



Рисунок 33 - Сеточная модель центробежного колеса. Количество элементов 3115676



Рисунок 34 - Сеточная модель улитки. Количество элементов 1881808



Рисунок 35 - Сеточная модель радиально-упорного подшипника скольжения. Количество элементов 3115676

Для разрешения пограничного слоя на границе твёрдого и жидкого тел, были построены пристеночные слои (в случае неструктурированных сеток для этого использовались призматическая сетка). Расчёт толщины первой ячейки проводился в следующей последовательности:

1. Определение числа Рейнольдса

$$\operatorname{Re} = \frac{\rho \cdot U \cdot D}{\mu},\tag{20}$$

где *D* – характерный размер сечения в различных сечениях проточной части насоса.

2. Определение коэффициента внутреннего трения в пограничном слое

$$C_f = \frac{0.078}{\text{Re}^{1/4}} \tag{21}$$

3. Определение касательного напряжения на стенках

$$\tau_w = \frac{1}{2} C_f \rho \cdot U^2 \tag{22}$$

4. Определение скорости, касательной к стенке

$$U_{\tau} = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \tag{23}$$

5. Исходя из необходимого значения у⁺ из выражения

$$y_p = \frac{y_p^+ V}{U\tau},\tag{24}$$

определяется толщина первого слоя ур.

В уравнении (24) и - кинематическая вязкость

Part Mesh Setup											x		
part 🛆	prism	hexa-core	max size	height	height ratio	num layers	tetra size ratio	tetra width	min size limit	max deviation	int wall	split wall	
FLUID_ULITKA			1					1					
GEO			0						0	0.2			
GE02SMALL			0.5	0	0	0			0	0.2			
SURFACES			1	0.05	1.35	9	0	0	0	0.2			
VOLUTE_FLUID													
VOLUTE_INLET			3	0	0	0	0	0	0	0			
VOLUTE_OUT			0	0	0	0	0	0	0	0			
VOLUTE_WALL			0	0.05	1.35	9	0	0	0	0.5			_
4													► I
🔽 Show size params using so	ale factor:												
Apply inflation parameters t	o curves												
🔲 🗆 Remove inflation paramete	Remove inflation parameters from curves												
Highlighted parts have at least	Highlighted parts have at least one blank field because not all entities in that part have identical parameters.												
					A	Apply Dis	miss						

Рисунок 36 - Задание параметров сеточной модели улитки

Очень часто насосный агрегат топливной системы ГТД работает на трёхкомпонентной жидкости. При этом относительное количество каждого из компонентов оценивается с помощью величины объёмного содержания. Сумма фракций каждого компонента должна быть равна единице.

$$r_K + r_V + r_A = 1 \tag{37}$$

где *г*_к - объёмная доля керосина;

*r*_v - объёмная доля паровой фазы керосина;

*г*_{*A}</sub> - объёмная доля нерастворённого воздуха.*</sub>

Свойства керосина приведены на рисунке 37.

Dutline Material: kero tals of kerosineliquid	sineliquid	
Basic Settings Mater	ial Properties	
option	General Material	
Thermodynamic Propert	tes	
Equation of State		
Option	Value 👻	
Molar Mass	167.3 [kg kmol^-1]	
Density	780 [kg m^-3]	
Specific Heat Cap	acity	
Option	Value 👻	
Specific Heat Capacity	2090 [J kg^-1 K^-1]	
Specific Heat Type	Constant Pressure 👻	
Reference State		œ
Transport Properties		
V Dynamic Viscosity		
Option	Value 👻	
Dynamic Viscosity	0.0024 [Pa s]	
7 Thermal Conduction	ity	
Option	Value 👻	
Thermal Conductivity	0.149 [W m^-1 K^-1]	
Radiation Properties		Ð
Buoyancy Propertie	5	Đ

Рисунок 37 – Свойства керосина, задаваемые при создании материала

Вид расчётной области с обозначением поверхностей для задания граничных условий приведён на Рисунке 38. Граничные условия, применяемые для моделирования попадания воздуха в питающий трубопровод ШЦС, приведены в таблице 1.





Pe-	N,	Р _{вхШЦ}	Р _{выхШЦ}	G _{bx} ,	D6,	D7,	D8,	D9,	D10	D12	Q
жим	00/M	С,	_с , атм	кг/с	кг/с	кг/с	кг/с	кг/с	•	,	в,
	ИН	атм							кг/с	кг/с	%
287	6433	19	11.5	4,071	0,12	0,04	0,63	0,032	0,02	0,30	0
207	0-33	1,7	11,5	1	6	3	0	5	1	3	U
288	6441	10	115	4,071	0,12	0,04	0,63	0,032	0,02	0,30	4,
200	0441	1,7	11,5	1	6	3	0	5	1	3	0
280	6470	1 0	115	4,071	0,12	0,04	0,63	0,032	0,02	0,30	5,
209	0470	1,7	11,5	1	6	3	0	5	1	3	3
200	6420	1.0	11.2	4,755	0,14	0,04	0,63	0,032	0,02	0,30	6,
290	0420	1,7	11,2	6	9	3	0	5	1	3	5

Таблица 1	- []	раничные	условия
-----------	-------------	----------	---------

Для проведения нестационарных расчетов приняты следующие граничные условия: вместо фиксированного массового расхода на входе принято полное абсолютное давление, а на выходе задано статическое давление в определённой точке сетки.

Нестационарный расчёт течения многокомпонентной жидкости базировался на стационарном расчёте двухфазного течения, который в свою очередь базировался на стационарном расчёте однокомпонентной жидкости. Таким образом, задача нестационарного течения многокомпонентной жидкости решается в три этапа, что позволяет достичь хорошей сходимости и устойчивости расчёта.

При проведении нестационарного расчёта частота дискретизации (временной шаг дискретизации) рассчитывался на основе лопастных частот колебаний рабочей жидкости, обусловленных вращением ротора ШЦС. Лопастные частоты определялись из выражения:

$$f = \frac{N_p}{60} \cdot z \cdot i \tag{38}$$

где z - число лопаток колеса;

i – порядковый номер лопастной частоты.

Выбранный шаг дискретизации достаточен для получения необходимой дискретизации по времени. Количество итераций на каждом временном шаге принято равным Средние значения невязок (RMS) – 5-й порядок точности. Значения всех параметров были неизменными для всех условий моделирования.

Остальным поверхностям по умолчанию ANSYS CFX присваивает граничные условия Wall. Однако, стенкам ротора, которые не совершают вращательного движения, (рисунок 39, а) необходимо в свойствах граничных условий необходимо указать условие неподвижности «counter rotating wall» (рисунок 39, б).



Рисунок 39– неподвижные стенки ротора (а) и свойства граничных условий стенок ротора (б)

Таким образом, заданы все необходимые данные для проведения численного моделирования рабочих процессов в проточной части ШЦН ГТД.

1.7 Решение задачи по моделированию нестационарных рабочих процессов насосных агрегатов с помощью суперкомпьютера

Как было указано выше, для передачи файлов с локального компьютера пользователя на СК, используется программа WinSCP. Подробнее об установке, настройке и принципах работы WinSCP можно узнать в [5] Окно программы представлено на рисунке 40. Оно состоит из двух окон, в первом приведены файлы и директории расположенные на компьютере, во втором окно с рабочими папками на сервере СК. В этих папках находятся файлы необходимые для запуска задачи на расчёт.



Рисунок 40 – Рабочее окно WinSCP

Управление задачами осуществляется через Console с помощью специальных текстовых команд (рисунок 41).

😼 Console		State of the local division of the local div					-		×
Enter command pestat -u zub	nilin						Execu	te Clos	e)
Do not execute commands that requ	uire user-input or da	ita transfer							
Current directory: /home/zubrili	n/Kolomzarov/68.	8mln_64						Help	ρ
/home/zubrilin/Kolomzarov/	68.8mln_64	qstat -a							-
mgt1:									
Job ID Userr	name Queue	Jobname	SessID	NDS	TSK	Memory	Reg'd Time S	Elap 5 Time	
	lin ongue	26 gidr4 TEC	20452		256		96-00-00	56-26-25	
E6204 mgt1 toror	tou batab	30_gidi4_b23	20000	10	200		54:00:00	10-24-56	
56410 mgt1 iven	aug angua	izd89 20mln cold	592	32	256		96:00:00	26-29-27	
56411.mgt1 dport	firev aneve	e06f 4x0 400W	27189	32	256		96:00:00	2 12:27:49	
56412.mgtl dport	firev ansvs	e06f ke15 4x0 40		32	256		96:00:00 ()	
56413.mgtl dport	firev ansvs	e06f rsm 4x0 400		32	256		96:00:00	。)	
56457.mgt1 batur	cin ansvs	GG combheatflux	15869	8	64		24:00:00	2 04:49:24	
56464.mgtl dporf	firev ansys	e06f ke15 4x0 30		32	256		96:00:00 (2	=
56473.mgt1 makar	ansys	LES old	7629		72		48:00:00	03:31:08	
56478.mgt1 makaz	ansys	LES 1 5					48:00:00 (2	
56480.mgt1 zubri	ilin ansys	mesh_5_128_kestr		16	128		12:00:00 (2	
56481.mgt1 batur	rin ansys	GG_combheatflux-	20039		64		24:00:00	R 00:48:41	
56482.mgt1 zubri	ilin ansys	mesh_68.8_64_kes			64		20:00:00 (
56483.mgt1 zubri	ilin ansys	mesh_68.8_128_ke		16	128		20:00:00 (2	
56484.mgt1 catal	Lyst ansys	trb		8	64		10:00:00 (2	
/home/zubrilin/Kolomzarov/	68.8mln_64	pestat -u zubrilin							
Select only user zubrilin									
node state load pmen	n nepu mem	resi usrs tasks j	obids/us	sers					
n18 excl 8 11985	8 80646	4857 1/1 8 5	6353 zub	orilin					
n26 excl 8 11985	8 80646	4833 1/1 8 8	6353 ZUE	orilin					
n2/ exc1 8 11985	0 00040	4860 1/1 8 8	6353 Zur	orilin					
n30 exc1 8 11985	8 80646	4888 1/1 8 5	6353 Zui	orilin					
n36 excl 8 11985	8 54909	4855 1/1 8 5	6353 zuk	rilin					
n39 excl 8 11985	8 54909	4794 1/1 8 5	6353 zuk	orilin					
n42 exc1 8 11985	8 54909	4840 1/1 8 5	6353 zub	orilin					
n57 excl 8 11985	8 54909	4859 1/1 8 5	6353 zub	orilin					
n58 excl 8 11985	8 54909	4861 1/1 8 5	6353 zub	orilin					
n62 excl 8 11985	8 54909	4819 1/1 8 5	6353 zub	orilin					
n64 excl 8.1 11985	8 54909	4897 1/1 8 5	6353 zub	orilin					
n66 excl 8.1 11985	8 54909	4902 1/1 8 5	6353 zub	orilin					
n114 excl 8 11985	5 8 54909	4827 1/1 8	56353 zı	ubrilin					-
4									

Рисунок 42 – Рабочее окно Console

Линейная система уравнений, решаемая в ANSYS CFX на CK с использованием алгебраической многосеточной методологии Algebraic Coupled Multigrid, разработанной Raw [6]. Данная методология использует неявную связанную схему решения линеаризованной системы уравнений. При этом время решения задачи находится в линейной зависимости от объёма расчётной сетки.

При решении описанной системы уравнений на каждом временном шагу решатель ANSYS CFX производит:

1. генерацию коэффициентов. Нелинейные уравнения линеаризуются и группируются в матрицу;

2. непосредственно решение уравнений. Для обеспечения скорости сходимости решения начальная сетка в процессе решения бьётся на серию более грубых сеток.

1.8 Результаты решения ресурсоёмких задач по моделированию нестационарных рабочих процессов насосных агрегатов с использованием высокопроизводительных параллельных вычислений.

При оценке результатов решения ресурсоёмких задач по моделированию нестационарных рабочих процессов насосных агрегатов с использованием высокопроизводительных параллельных вычислений, основное внимание уделялось отслеживанию динамики осевой силы, действующей на ротор ШЦН. На рисунках 43 –46 показаны результаты численного расчёта колебания осевой силы на исследуемых режимах.



Рисунок 43- Осциллограммы осевой силы, действующей на ротор ШЦС. 0% воздуха. Режим 287



Рисунок 44 - Осциллограммы осевой силы, действующей на ротор

ШЦС. 4% нерастворённого воздуха. Режим 288



Рисунок 45 - Осциллограммы осевой силы, действующей на ротор

ШЦС. 5,3% нерастворённого воздуха. Режим 289



Рисунок 46 - Осциллограммы осевой силы, действующей на ротор ШЦС. 6,5% нерастворённого воздуха. Режим 290

В ходе решения задачи, была найдена:

• зависимость расчётного времени одной итерации от количества ядер (расчётных узлов) на котором считается задача. Полученные результаты приведены в таблице 2;

• зависимость количества необходимой оперативной памяти для обработки результатов от количества элементов сеточной модели всего насосного агрегата (таблица 3).

		Время	одной итс	ерации, с	ек			
Кол-во	элем-	8 v3-	32 v3-	64 v3-	128 v3-	256 v3-	512	102
в,млн		ПОВ		па			уз-	4
		nob	Jiu	514	100	100	ЛОВ	узла
5		25	12	7	2,5	1,5	0,8	0,6
10		-	19	10,4	4,7	2,1	1,2	1,0
30		-	-	27	14,5	7,5	3,9	2,5

Таблица 2 – Результаты исследования

Таблица 3 – Количество необходимой оперативной памяти для обработки результатов

Количество элементов, млн	5	10	30
Объём оперативной памяти, Гб	9,3	17,2	50

2 РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАЧ ПО МО-ДЕЛИРОВАНИЮ НЕСТАЦИОНАРНЫХ РАБОЧИХ ПРОЦЕССОВ ШЕСТЕРЁННЫХ НАСОСНЫХ АГРЕГАТОВ

На рисунке 47 приведена общая схема совместного использования САD- и САЕ-систем применительно к задаче проектирования какого-либо объекта. Разрабатываемые в САD-системе конструкторские решения подвергаются исследованиям с помощью САЕ-систем. По результатам исследований могут изменяться конструкция или рабочие параметры объекта. При необходимости выполняются повторные исследования и т. д., до получения приемлемого результата.



Рисунок 47 - Схема совместного использования САD - и САЕ - систем

Шестеренный насос (ШН) относится к насосам объемного типа. В данном разделе рассмотрен шестеренный насос с внешним зацеплением. В этом случае ведущая шестерня находится в постоянном зацеплении с ведомой и приводит ее во вращение (рисунок 48).



Рисунок 48 – Схема шестеренного насоса

Алгоритм виртуального моделирования рабочего процесса шестеренного насоса представлен на рисунках 49. Перед началом численного расчета необходимо определить его тип. Определение типа основывается на том, что именно необходимо рассчитать: течение между зубьями насоса, течении на выходе из него, определить влияние конструктивных параметров насосного агрегата на рабочие характеристики, определить наличие кавитации, и проч. Таким образом, существует несколько подходов к расчету шестеренных насосов – двухмерный 2D и трехмерный 3D анализы. Также существует промежуточный 2,5D анализ, но его в данной работе рассматривать не будем. Обычно 2D расчет проводят тогда, когда необходимо провести предварительные, оценочные расчеты. Наибольшей достоверностью за счет более точного учета конструктивных параметров шестеренного насоса обладают полноценные 3D расчеты.

Как правило, входной информацией для проведения численного расчета шестеренного агрегата является двухмерный чертеж. На основе него строятся необходимые трехмерные модели элементов насоса, а далее расчетные области. В данном случае под расчетной областью понимаются области, где протекает жидкость. После этого построенная расчетная область в одном из форматов *.stp, *.x_t, *.x_b, *.igs и т.д. передается в программусеткопостроитель (например, ANSYS ICEM CFD, Gambit). Построение сеточной модели в модуле ANSYS ICEM CFD подробно рассмотрен в предыдущем разделе.



Рисунок 49 – Алгоритм решения задачи моделирования рабочего процесса в шестеренном насосе

Численный расчет рабочих процессов ШН проводится в коммерческом САЕ-пакете FLUENT. Последовательность подготовки задачи для ее решения во FLUENT приведен на рисунке 50. В данном пакете существует особенность, когда перед выполнением основных функций необходимо проверить геометрические размеры и правильность установки единиц измерения. Для проведения расчета шестеренного насоса необходимо выбрать Transient вид анализа. После чего задаются уравнения, используемые для решения задачи а также свойства рабочих тел и граничные условия. В пакете FLUENT существует несколько видов задания движения поверхностей. В нашем случае необходимым условием является задание движения шестерен. Важным этапом является задание свойств параметров решателя и выбор схемы решения. После проведения данных процедур проводится решение и обработка его результатов.



Рисунок 50 - Алгоритм решения задачи моделирования рабочего процесса в шестеренном насосе

2.1 Настройка решения задачи по моделированию нестационарных рабочих процессов шестерённых насосных агрегатов в коммерческом коде AN-SYS FLUENT

Решение численной модели осуществляется в коммерческом CAEпакете ANSYS FLUENT.

Принципиальная схема шестеренного насоса в двухмерной постановке приведена на рисунке 51.



Рисунок 51 – Принципиальная схема шестеренного насоса

Запустите программу. В результате этого на экране появится окно, изображенное на рисунке 52.

Dimension 20 30 Display Options Display Mesh. Embed Graph Workbanch C	After Reading ics Windows iolor Scheme	Optime Double Precision Use Job Scheduler Use Remote Linux Nodes Pacensing Optime Said Parallel Local Machinel Number of Processes 6 0
General Options	Parallel Settings	Scheduler Environment
14.0.0 Working Directory (D:/Greer pump/ FLUENT Rook Pa (C:VPROGRA**T/ Use Journal F	r afn ANSYSI'''1\v140\illue Sie	u Pre/Post Drily

Рисунок 52 – Начальное окно ANSYS FLUENT

В этом окне необходимо выбрать рабочую директорию, например, *D:\Gear pump*. Также необходимо задать размерность решаемой задачи *Dimension* – 2D или 3D (двухмерная и трехмерная задачи соответственно). Алгоритм решения будем рассматривать на примере двухмерной задачи. В этом же окне нужно выбрать количество ядер процессора компьютера, которые будут использоваться при решении. Также здесь можно настроить параметры параллельного режима во вкладке *Parallel Settings*.

Далее откроется рабочее окно программы, изображенное на рисунке 53.



Рисунок 53 – Рабочее окно программы ANSYS FLUENT

После проведения всех описанных выше предварительных операций, необходимо произвести импортирование сеточной модели шестеренного насоса с помощью команды верхнего меню $File \rightarrow Read \rightarrow Mesh$. Процесс построения сеточной модели расчётной области детально описан выше.

Для импортирования сеточной модели необходимо выбрать заранее построенную сеточную модель расчетной области шестеренного насоса в формате *.msh. Далее на экране появится следующее изображение (рисунок 54).

ien Setue	General	1: Mesh •	
and a	Neth	Constant of the second s	ANSYS
todels taterials hoses Will Your Conditions	Scale Check Report Quality		
Soundary Conditions	Solver		
Nexh Shrier Taces Synamic Mesh Johnence Values Johnen Methods Johnen Controls Kenters Johnen Shritekaston Solution Shritekaston	Type Velocity formulation Pressure-Based Density-Based Time Stoody Transent Transent Construction Assymmetric		
Run Calculation suits	Corevery Lands.		
		Test .	
		Nea .	Ore 10, 2015 Avery 9 Fuller Market State

Рисунок 54 – Рабочее окно программы после импортирования сеточной модели шестеренного насоса

После импортирования сеточной модели проведем проверку геометрических параметров модели. Для этого с помощью команды *Mesh*→*Scale* перейдем в пункт настройки единиц измерения (рисунок 55).

Jomain Extents		Scaling
Xmin (m) -65,45329 Ymin (m) -39,24984	Xmax (m) 85.09914 Ymax (m) 105.25	Convert Units Specify Scaling Factors Mesh Was Created In Select
/iew Length Unit In m cm in ft		Scaling Factors X 1 Y 1 Scale Unscale

Рисунок 55 – Пункт настройки единиц измерения

Для параметра *Mesh Was Created* необходимо указать единицы измерения, в которых строилась сеточная модель расчетной области, после чего следует нажать на *Scale*.

При проведении численного моделирования различают два типа расчетов - *Transient* или *Steady*. Transient тип анализа используют тогда, когда необходимо отследить изменение какого-либо параметра с течением времени. Выполнение такого типа расчета, как правило, требует большего количества машинного времени. В большинстве случаев *Steady* расчет проводится для предварительного анализа. В данном случае будем проводить Transient расчет, для этого нужно поставить галочку в соответствующем поле меню *General*, которое можно найти, выполнив *Define* \rightarrow *General* (рисунок 56).



Рисунок 56- Настройка параметров в меню General

Далее необходимо указать уравнения, которые будут использоваться при решении задачи. Для этого необходимо выполнить команду верхнего меню *Define→Models*. Рассмотрим некоторые из них:

• мультифазную модель нужно включать, при решении задач с присутствием кавитации либо при многокомпонентной рабочей жидкости;

• уравнение энергии нужно учитывать при решении задач, в которых присутствует передача тепла.

• в моделях вязкости есть описание моделей турбулентности (рисунок 57). Во FLUENT существует несколько классов моделей турбулентности (k-epsilon, k-omega, Reynolds Stress и т.д.). Подробное описание моделей турбулентности можно найти в справочнике *Fluent*.

Drvisd Imise Drvisd Imise Spalart-Almaras (1 eqn) 0.09 Sk-sension (2 eqn) Imise Transition k4/ energa (3 eqn) Imise Transition k4/ energa (3 eqn) Imise Revolds Strates (5 eqn) Imise Standard Imise Own F-guilbring Wall Functions Imise Options Imise Options Imise		Model Constants	
Near-Wall Treatment Turbulent Viscosity Image: Standard Wall Functions none Scalable Wall Functions Prandtl Numbers Non-Equilitym Wall Functions The Prandtl Number Options TOR Prandtl Number Curvature Correction Tor Prandtl Number	Invisid Invisid Spalart-Allmaras (1 eqn) Spalart-Allmaras (1 eqn) (s-epsilon (2 eqn) (ransition k4-omega (3 eqn) Transition SST (4 eqn) Reynolds Stress (5 eqn) Scale-Adoptive Sinulation (SAS) k-epsilon Model Standard RNG Radiable	Cmu	
	Near-Wall Treatment Standard Wall Functions Scalable Wall Functions Inon-Equilibrium Wall Functions Inhanced Wall Treatment User-Defined Wall Functions Options Curvature Correction	Turbulent Viscosity none Prandtl Numbers Ttc: Prandtl Number TDR Prandtl Number TDR Prandtl Number none	*

Рисунок 57 – Меню списка моделей течения

В окне выбора модели турбулентности можно настроить модель турбулентности по своему усмотрению, что является чрезвычайно важным при проведении исследовательских работ.

После настройки необходимых уравнений можно перейти к заданию типа и свойств рабочей жидкости. Это можно сделать выполнив команду *De*-*fine→Materials*. Окно задания рабочей жидкости и ее свойств показано на ри-сунке 58.

lame air		Material Type fluid	Order Materials by
Chemical Formula		ELIENT Ek id Materiale	Chemical Formula
		air	FLUENT Database
		Mbture	User-Defined Database
		none	
roperties			
Density (kg/m3)	constant	Edt	
	1.225		
Viscosity (kg/m-s)	constant	▼ Edt	
	1.7894e-05		
		1	

Рисунок 58 – Меню создания и редактирования рабочей жидкости

Если в качестве рабочего тела используется вода, то окно редактирования примет вид, изображенный на рисунке 59.



Рисунок 59- Меню выбора рабочего тела

Далее выполнив команду *Define* \rightarrow *Cell Zone Conditions*, для всех расчетных доменов модели шестеренного насоса нужно указать тип рабочего тела на fluid (рисунок 60).



Рисунок 60 – Меню задания типа рабочего тела

Важнейшим пунктом алгоритма решения задачи течения в шестеренном насосе является задание граничных условий. Граничные условия можно задать в меню *Define* \rightarrow *Boundary Conditions* (рисунок 61).

В этом меню для адекватного решения задачи необходимо задать граничные условия для входа и выхода из шестеренного насоса. Для этого на входе в насос можно задать либо массовый расход (рисунок 62, а), либо скорость (рисунок 62, б), либо полное давление (рисунок 62, в).

<u>File M</u> esh D <u>e</u> fine <u>S</u> o	Ive Adapt Surface Display Report Parallel	<u>V</u> ie
Problem Setup General Models Materials Phases Cell Zane Conditions Sanadary (conditions Sanadary (conditions Solution Chicases Dynamic Mech Reference Values Solution Solution Methods Solution Chicases Monitors Solution Chicases Monitors Solution Chicases Monitors Solution Chicases Monitors	Boundary Conditions Zone Concentration Conce	
Results Graphics and Animations Plots Reports	E Type ID mixture Interior 13 Edit Copy Profiles Parameters Operating Conditions Display Mesh Periodic Conditions	

Рисунок 61 – Меню задания граничных условий

Во всех перечисленных случаях следует обратить внимание на направление течения потока рабочего тела. Для этого, например, в случае задания давления на входе в насосный агрегат следует задать перепад давления на границе входа путем задания величины *Initial Gauge Pressure*. В этом случае оно должно быть меньше величины, указанной в поле *Gauge Total Pressure*. Также следует задать направление потока относительно поверхности, к которой применяется граничное условие (компоненты скорости Vx, Vy).

Mass-Flow Inlet	Velocity Inlet	Pressure Inlet	
Zone Name	Zone Menne		
pressure_inter.1	pressure_inlet.1	pressure_inlet.1	
Momentum Thermal Radiation Species DPM Multiphase UDS			
Reference Frame Absolute	Momentum Thermal Radiation Species DPM Multipha	UDS Momentum Thermal	Radiation Species DPM Multiphase UDS
Mass Flow Specification Method Mass Flow Rate	Velocity Specification Method Magnitude, Normal	Boundary	Reference Frame Absolute
Mass How Kate (60/5) 1 constant	Reference Frame Absolute	Gauge Tota	Pressure (pascal)
Supersonic/Initial Gauge Pressure (pascal) 0 constant	Velocity Magnitude (m/s)	constant Supersonic/Initial Gauge	Pressure (pascal)
Direction Specification Method Direction Vector	Supersonic/Initial Gauge Pressure (pascal)	constant Direction Sc	ecification Method Mermel to Revendence
Y-Component of Flow Direction	Turbulence	Turbulence	Normal to boundary
Turbulence	Specification Method K and Epsilon	Spe	ification Method K and Epsilon
Specification Method K and Epsilon	Turbulent Kinetic Energy (m2/s2)	constant Turbulent Kineti	Energy (m2/s2)
Turbulent Kinetic Energy (m2/s2) 1 constant	Turbulent Dissipation Rate (m2/s3)	Turbulent Dissipat	on Rate (m2/s3)
Turbulent Dissipation Rate (m2/s3) 1 constant			-
	OK Cancel H		OK Cancel Help
UK Cance hep			
	-		
а	б		В

Рисунок 62 – Меню задания граничного условия на входе

а – задание массового расхода; б – задание скорости потока; в – задание

статического давления

Для задания параметров турбулентности можно следующие методы: k and epsilon; Intensity and Length Scale; Intensity and Viscosity Ratio; Intensity and Hydraulic Diameter. Наиболее простым способом является задание интенсивности и гидравлический диаметр. Для этого следует в списке Specification method меню настройки граничных условий для входа и выхода выбрать *Intensity and Hydraulic Diameter*. При неизвестном уровне интенсивности начальной турбулентности потока рекомендуется задавать ее на уровне 5%. Гидравлический диаметр соответствует проходному диаметру питающего трубопровода.

Для задания выхода из насоса также существует несколько видов граничных условий: статическое давление на выходе (рисунок 63, а) и массовый расход (рисунок 63, б).

Pressure Inlet	-		×
one Name		r	
pressure_inlet.1			
Momentum Thermal Radiation Specie	es DPM Multiphase	UDS	1
Reference Frame	Absolute		•
Gauge Total Pressure (pascal)	100000	constant	•
Supersonic/Initial Gauge Pressure (pascal)		constant	
Disasting Cassification Mathem		constant	
Direction specification Method	Direction Vector		-
X-Component of Flow Direction	1	constant	
Y-Component of Flow Direction	0	constant	•
Turbulence			
Specification Method	K and Epsilon		•
Turbulent Kinetic Energy (m2/s2)	1	constant	•
Turbulent Dissipation Rate (m2/s3)	1	constant	
	-	constant	
		_	
Of	Cancel Help		
	а		
	u		

Рисунок 63– Меню задания граничного условия на выходе а – статическое давление; б – массовый расход.

Если сеточная модель расчетной области построена правильно, то к областям, выделенным на рисунке 64 должно автоматически применено граничное условие *Interior*, которое означает проницаемость этих областей.



Рисунок 64 – Области с граничным условием Interior

Для задания движения необходимо поставить галочку в поле Dynamic Mesh. После чего указать метод деформации сетки: Smoothing и/или Layering, и/или Remeshing. Подробное описание данных методов можно найти в справочнике Fluent. Для моделирования течения в шестеренном насосе необходимо использовать одновременно два метода деформации сетки – Smoothing и Remeshing. После этого необходимо настроить параметры этих двух методов в разделе Setting меню Dynamic Mesh. Для метода Smoothing необходимо настроить параметры Spring Constant Factor, Boundary Node Relaxation, Convergence Tolerance и Number of Iterations (рисунок 65, а). Для метода Remeshing необходимо настроить значения Minimum Length Scale, Maximum Length Scale, Maximum Cell Skewness исходя из значений соответственно минимальной и максимальной длин ячейки сетки, а также максимальной скошенности элементов сетки (рисунок 65, б).



Рисунок 65 - Меню настройки параметров методов деформации сетки

Настроить параметры *Remeshing* метода можно нажав кнопку меню *Mesh Scale Info*, которая даст необходимую информацию о перечисленных параметрах. При этом значение минимальной длинны деформации - *Minimum Length Scale* меню настройки параметров *Remeshing* метода нужно указать больше, чем значение *Minimum Length Scale* меню *Mesh Scale Info*. Значение *Maximum Length Scale* меню настройки *Remeshing* метода нужно указать несколько ниже, чем соответствующее значение меню *Mesh Scale Info*. Значением же максимальной скошенности элементов - *Maximum Cell Skewness* нужно выбрать то, которое указано в поле *Maximum Cell Skewness* меню *Mesh Scale Info*. Все это делается для того, чтобы в процессе перестройки (деформации) сеточной модели не возникало ошибок в решателе FLUENT.

Далее необходимо задать условия движения шестерен с помощью заранее написанной пользовательской функции – UDF. В ней прописывается центры и направления вращения шестерен а также угловая скорость или частота вращения. Для работы с UDF необходим установленный компилятор C++. Загрузка UDF производится в меню *Dynamic Mesh*, которое можно найти выполнив команду *Define* \rightarrow *Dynamic Mesh*.



Рисунок 66 – Меню задания движения сетки

Для компилирования UDF файла необходимо зайти в меню *Compiled* UDF (рисунок 67), выполнив команду *Define* \rightarrow User Defined \rightarrow Functions \rightarrow Compiled. Далее необходимо указать в подменю Source files место расположения UDF файла, нажав на Add. Затем необходимо скомпилировать файл, для чего следует нажать на кнопку Build. Процесс компиляции будет отражаться в консоле программы. После успешной компиляции следует нажать на кнопку Load.



Рисунок 67 – Меню компиляции UDF файла

После успешной компиляции UDF файла можно приступить к созданию областей, которые будут двигаться (шестерни) а также областей, сеточные модели которых в процессе моделирования перестраиваются вследствие деформации, причиной которой является движение областей. Для создания движущихся и деформируемых областей необходимо нажать на кнопку *Create/Edit* меню *Dynamic Mesh*. После этого откроется меню, изображенное на рисунке 68.

one Names	Dynamic Mesh Zones
lefault-interior	▼
pe Stationary Rigid Body Deforming User-Defined System Coupling	
Motion Attributes Geometry Defini	on Meshing Options
Motion Attributes Geometry Defini	on Meshing Options
Motion Attributes Geometry Defini Motion UDF/Profile gear_1::libudf	on Meshing Options
Motion Attributes Geometry Defini Motion UDF/Profile gear_1::libudf Center of Gravity Location	on Meshing Options
Motion Attributes Geometry Defini Geometry Defini Geome	on Meshing Options Center of Gravity Orientation Theta_Z (deg)

Рисунок 68 – Меню создания движущихся и деформируемых областей

Далее в списке *Zone Names* необходимо выбрать профиль одной из шестерен (рисунок 69) и применить к ней условие движения из списка *Motion UDF/Profile*, созданного на основе скомпилированного UDF файла. После этого нужно нажать на кнопку *Create*. Далее тоже самое нужно сделать для второго профиля шестерни. Также для каждой из шестерен в поле *Center of Gravity Location* необходимо задать их центр вращения. Таким образом, мы задали движение шестерен.



Рисунок 69 – Контура профиль зубьев шестерни

Далее нужно указать области сеточной модели, которые будут подвергаться деформированию и, как следствие, в которых будет перестраиваться сетка. В 2D постановке для этого достаточно указать область колодцев шестерен (рисунок 70).



Рисунок 70 – Область течения жидкости в колодцах шестерен

После проведения описанных операций по определению движения областей можно проверить их правильность. Для этого в меню *Dynamic Mesh* необходимо нажать на кнопку *Display Zone Motion*. Временной шаг в поле *Time Step* можно указать равным $5 \cdot 10^{-6}$ с, количество шагов *Number of Steps* – 100.

Движение областей и перестраивание сеточной модели можно просмотреть с помощью *меню Preview Mesh Motion*. Для этого необходимо в меню *Dynamic Mesh* следует нажать на соответствующую кнопку, после чего откроется окно, изображенное на рисунке 71.

Mesh Motion	×
Time Current Mesh Time (s) 0.000116 Time Step Size (s) 0.00001 Number of Time Steps 10	Options Display Mesh Save Picture Enable Autosave Display Frequency 1
Preview Apply Clo	Help

Рисунок 71 – Окно меню настройки просмотра движения сетки

В поле значения величины шага по времени, *Time Step Size*, следует ввести величину порядка $5 \cdot 10^{-6}$ с., количество шагов следует поставить равным 10...50. Данные величины выбираются из соображений обеспечения правильности перестраивания сетки в процессе. Если временной шаг выбран большим, то в процессе перестройки сетки будут возникать ее большие деформации, что в свою очередь будет приводить к созданию ячеек сетки с нулевым объемом. Все это приводит к развалу решения.

Если настройки решения выполнены правильно, то далее можно переходить к настройкам метода решения. Подробное описание различных методов решения можно найти в справке FLUENT. Выбор схемы решения задачи производится в меню *Solution Methods*, которое можно найти выполнив команду *Solve* \rightarrow *Method*. Для решения задач течения в шестеренном насосе достаточно использовать *SIMPLE* (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked*) схему решения, что означает полунеявный метод для связываемых давлением уравнений. Все остальные параметры пространственной дискретизации *Spatial Discretization* для проведения начальных расчетов можно оставить по умолчанию. Для повышения точности последующих расчетов, например, для расчета изменения давления можно использовать второй порядок точности вычислений.

Для настройки параметров автосохранения следует открыть меню *Calculation Activities* из меню Solve. Здесь в поле *Autosave Every* (*Time Steps*) следует задать количество шагов, через которое будет выполняться сохранение результатов расчета.

Настройка параметров, контроль которых позволит судить о точности и качестве расчета, производится в меню *Monitors* (рисунок 72)



Рисунок 72 – Окно меню Monitors

Целесообразно в поле *Surface Monitors* задавать мониторинг некоторых параметров, например, полного давления на входе и/или выходе из шестеренного насоса, массового расхода и т.п. Для этого необходимо нажать на кнопку *Create*, после чего откроется окно меню настройки параметров мониторинга (рисунок 73). Здесь необходимо задать:

- тип расчета величины *Report Type*;
- переменную для мониторинга *Field Variable*;
- поверхности, на которых будут контролироваться выбранные для

мониторинга переменные;

- путь и имя файла для сохранения результатов мониторинга
- порядковый номер окна для вывода на экран значений монито-

ринга – *Window*. Следует отметить, что первое окно используется для отображения результатов получившихся невязок;

• параметры отображения результатов - *Get Data Every*.

	report type	
static_pressure	Mass-Weighted Average	
intions	Field Variable	
Print to Concella	Pressure	-
V Plot	Static Pressure	-
Window	Surfaces	
2 Curves Axes	default-interior default-interior:015	<u>^</u>
Write	default-interior:016	
File Name	gear_1	
D://Gear pump/surf-mon-1.out	interior_in	
	interior_out	E
X Axis	pressure_inlet.1	
Time Step	wall	
Cat Data Evenu	wall:012	
Get Data Every	wall:014	
1 Iteration		-

Рисунок 73 - Окно меню настройки параметров мониторинга

По завершению настройки всех параметров следует нажать на кнопку Ok.

Далее необходимо провести начальную инициализацию для получения начального поля течений. Для этого необходимо выполнить команду *Solve* → *Initialization*. После чего откроется окно меню *Solution Initialization* (pucyhok 74). Существует два способа инициализации – гибридная (*Hybrid Initialization*) и стандартная (*Standard Initialization*). Подробнее о них можно прочитать в справке FLUENT. При использовании *Standard Initialization* начальное поле течений получается на основе заданных значений физических

параметров (граничные условия) на той поверхности, которая указывается в поле *Compute From*.



Рисунок 74 – Окно меню Solution Initialization

При использовании *Hybrid Initialization* поле течений рассчитывается автоматически на основе всех заданных значений граничных условий.

2.2 Решение задачи по моделированию нестационарных рабочих процессов насосных агрегатов с помощью суперкомпьютера

Для решения поставленной задачи на СК, необходимо:

• скопировать файлы данных ANSYS FLUENT (файл с расширением *.cas, *.dat);

• создать в созданной на СК директории файлы с расширением *.in, *.pbs.

Файл с расширением *.in содержит основную информацию о настройках непосредственно самого решения и его структура может быть следующей:

file/read-case-data transient_80-40atm_DES.cas.gz – команда для считывания настроек, содержащаяся в файлах с расширением *.cas, *.dat solve/dual-time-iterate 146880 20 – установка общего времени решения задачи и количества итераций, выполняемых на одном шаге.

file/write-case-data transient_80-40atm_DES.cas.gz – команда для сохранения решения под заданным именем.

Отметим, что количество шагов, используемых для достижения требуемой точности выполнения расчета, - *Number of Time Steps*, следует выбирать на основе частоты оборотов шестерен.

Более подробную информацию о командах, которые можно задавать при решении задач по моделирования рабочих процессов с помощью СК можно получить в [7]

2.3 Результаты решения ресурсоёмких задач по моделированию нестационарных рабочих процессов насосных агрегатов с использованием высокопроизводительных параллельных вычислений

Скопированные результаты решения задачи на локальный компьютер пользователя, можно посмотреть как в самом FLUENT, так и в модуль AN-SYS CFX-Post.

Рассмотрим обработку результатов расчета с помощью встроенных инструментов FLUENT. Для вывода результатов расчета во FLUENT можно воспользоваться меню *Graphics and Animations*. Данное меню можно найти в верхнем меню *Display*. Для просмотра результатов распределения, например, полного давления по какому-либо сечению шестеренного насоса необходимо в меню *Graphics* выбрать *Contours*. После чего нажать на кнопку *Set up*. Далее откроется окно настройки вывода результатов. В нем в списке *Contours of* нужно выбрать интересующую физическую величину, а в списке *Surfaces* – поверхности, на которых будет показано распределение выбранной физической величины. После чего рабочее окно программы примем вид, изображенный на рисунке 75 – 76.

GEAR PUM Parallel Fi	UENT@Calculator (2d, pbns, dynamesh, rke, tran	see	
e Men ogene 3	Ste Bash State Dipay Report Para	er Xee Beb	
Pediatrologi Sonori Mana Martin Cabura Cabur	Capitor and Annual Annu	2 Carbor of Izenhames - 1.728-05 1.728-05 1.578-05 1.587-05 1.587-05 1.587-05 1.587-05 1.587-05 1.587-05 1.338-05 1.338-05 1.227-05 1.227-05 1.168-05 1.068-05 1.088-05 3.388-04 8.788-04 7.088-04 7.088-04 7.088-04 6.548-04	reference in the second
		Contours of Total Pressure (pascal) (Time=6.0009e-01) reserved Take is 57 foors an pressure-motifs 11, marcs 4.53mbie # 2.4980-# 3.4151-# 3.4151-# 5.4072-# 3.4680-# 3.4080-# 5.4072-# 3.4680-# 3.4151-# 3.4151-# 3.4151-# 3.4151-# 3.4080-# 3.4151-#	Oct 08, 2012 ANSYS FLUENT 14.0 (2d, pbns, dynamesh, rke, transient)

Рисунок 75 – Рабочее окно FLUENT при отображении результатов рас-

чета статического давления в продольной плоскости ШН



Рисунок 76 – Рабочее окно FLUENT при отображении результатов расчета скорости в продольной плоскости ШН

При этом результаты расчёта, а именно зависимость расчётного времени одной итерации от количества; зависимость количества необходимой оперативной памяти для обработки результатов от количества элементов сеточной модели всего насосного агрегата - коррелируются с результатами, представленными в предыдущем разделе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гафуров, С.А. Влияние конструкции входного участка шнекоцентробежной ступени комбинированного насоса на его вибрационное и пульсационное состояния / С.А. Гафуров, Л.В. Родионов, А.Н. Крючков, Г.М. Макарьянц, Е.В. Шахматов // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва (национального исследовательского университет), 2011. - № 2(33). - С. 155-163.

2. Гафуров, С.А. СFD моделирование попадания воздуха в питающий трубопровод топливной системы / С.А. Гафуров, Л.В. Родионов // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва (национального исследовательского университет), 2012. - №3 (34). - Ч. 2. - С. 57-62

3. Белоусов, А. И. Гидрогазодинамическое проектирование турбонасосных агрегатов двигателей летательных аппаратов [Текст] / А. И. Белоусов, И. П. Косицын / Куйбышев : КуАИ, 1974. – 135 с.

- 4. Электронный pecypc : <u>http://winscp.net/eng/docs/lang:ru</u>
- 5. Электронный pecypc : <u>http://hpc.ssau.ru</u>

6. **Raw, M.** Robustness of coupled algebraic multigrid for Navier-Stokes equations [Text] / M. Raw // AIAA. - 1996. - Paper 96-0297

:

7. Электронныйpecypchttp://www.ansys.com/Products/Simulation+Technology/Fluid+Dynamics/Fluid+Dynamics+Products/ANSYS+Fluent