

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»  
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

## СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ: ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

Рекомендовано редакционно-издательским советом федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» в качестве учебного пособия для обучающихся по основным образовательным программам высшего образования по специальностям 24.05.07 Самолёто- и вертолётостроение; 24.05.01 Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов; 24.03.05, 24.04.05 Двигатели летательных аппаратов; 24.05.02 Проектирование авиационных и ракетных двигателей и направлениям подготовки 24.03.04, 24.04.04 Авиастроение; 25.03.01 Техническая эксплуатация летательных аппаратов и двигателей; 27.03.02 Управление качеством; 15.03.01 Машиностроение; 15.03.03 Прикладная механика; 23.03.01 Технология транспортных процессов; 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств; 13.03.03 Энергетическое машиностроение

САМАРА  
Издательство Самарского университета  
2020

УДК 539.3/.6(075)

ББК 30.121я7

С646

Авторы: ***В.К. Шадрин, В.С. Вакулюк, О.В. Каранаева,  
В.А. Кирничёв, В.Ф. Павлов, В.П. Сазанов***

Рецензенты: д-р физ.-мат. наук, проф. В. П. Р а д ч е н к о,  
канд. техн. наук, доц. В. А. М е х е д а

**С646 Сопротивление материалов: лабораторный практикум:**  
учебное пособие / *В.К. Шадрин, В.С. Вакулюк, О.В. Каранаева  
[и др.]*. – Самара: Издательство Самарского университета,  
2020. – 112 с.

**ISBN 978-5-7883-1507-2**

Рассмотрены методы экспериментального исследования перемещений, деформаций и напряжений в различных деталях авиационных конструкций. Ко всем работам приводятся теоретические обоснования и соответствующие формулы.

Изложены методики проведения работ, даны схемы испытательных установок, протоколы испытаний, контрольные вопросы.

Практикум предназначен для студентов очной, очно-заочной и заочной форм обучения, изучающих дисциплину «Сопротивление материалов».

Подготовлено на кафедре сопротивления материалов Самарского университета.

УДК 539.3/.6(075)

ББК 30.121я7

ISBN 978-5-7883-1507-2

© Самарский университет, 2020

## СОДЕРЖАНИЕ

Общие указания к лабораторным работам.....	4
1. Испытания на растяжение. Основные механические характеристики материалов.....	7
2. Измерение деформаций проволочными тензорезисторами .....	16
3. Исследование деформаций при центральном растяжении.....	23
4. Исследование деформаций и напряжений в статически неопределимой системе при сжатии .....	27
5. Определение напряжений и перемещений при кручении брусьев .....	32
6. Определение деформаций и напряжений при плоском изгибе .....	41
7. Определение перемещений балки с податливым закреплением .....	48
8. Определение остаточных напряжений.....	55
9. Определение перемещений статически неопределимой балки.....	61
10. Определение деформаций и напряжений плоской статически неопределимой рамы.....	66
11. Устойчивость сжатых стержней .....	73
12. Определение деформаций и напряжений при внецентренном растяжении.....	77
13. Определение деформаций, напряжений и перемещений при косом изгибе .....	81
14. Определение деформаций и напряжений при кручении с изгибом.....	87
15. Испытательные машины и измерительные приборы.....	96
Библиографический список.....	109

## ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ К ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ

В курсе «Сопротивление материалов» рассматриваются прочность, жёсткость и устойчивость элементов конструкций, имеющих форму бруса. В расчётах используются различные механические и физические характеристики материалов: предел прочности  $\sigma_b$ , предел текучести  $\sigma_T$ , предел выносливости  $\sigma_{-1}$ , относительное удлинение  $\delta$ , относительное сужение  $\psi$ , модуль продольной упругости  $E$  и другие. Эти характеристики определяются в ходе испытаний стандартных образцов при нормированных условиях. Таким образом, эксперимент служит основанием для всей теории сопротивления материалов. Поэтому важным элементом курса «Сопротивление материалов» являются лабораторные занятия, которые призваны:

- познакомить студентов с методикой испытаний материалов, научить их определять основные механические характеристики, используемые в расчётах на прочность и жёсткость;

- экспериментально проверить справедливость принятых в расчётах гипотез и подтвердить выводы, которые даёт теория сопротивления материалов, что будет способствовать лучшему усвоению теоретического материала;

- познакомить с экспериментальными методами изучения деформированного и напряжённого состояния;

- познакомить с испытательными машинами и приборами, которые применяются для исследования прочности и жёсткости материалов и конструкций.

Лабораторные работы составлены с учётом содержания и объёма лекций. Перед выполнением каждой лабораторной работы студентам необходимо познакомиться с соответствующим теоретическим материалом по лекциям и рекомендуемой литературой.

Лабораторные работы выполняются группами по 2–5 человек. При этом студенты должны:

- усвоить общие сведения, изложенные в инструкции к данной работе и в рекомендуемой литературе, уяснить цель и порядок выполнения работы;

- ознакомиться со схемой машины или установки и измерительной аппаратурой, которые будут использоваться в ходе эксперимента;

- пройти предварительный контроль по работе и получить допуск к её выполнению;

- под руководством преподавателя выполнить эксперимент;

- провести необходимые расчёты (каждый студент выполняет расчёты самостоятельно);

- оформить протокол испытаний;

- отчитаться по проведённой работе.

В процессе выполнения работ необходимо принять меры к уменьшению погрешности измерений и вычислений, причинами которых могут быть: неточность изготовления или установки образцов, погрешности измерительной аппаратуры, случайные ошибки и др. Образцы, используемые при испытании, следует тщательно измерять и при расчётах учитывать не проектные, а действительные размеры. Неточность установки образца можно устранить применением образцов симметричной формы, осреднением результатов показаний двух датчиков, установленных по обе стороны от плоскости симметрии. Чтобы избежать случайных ошибок, опыт повторяется не менее трёх раз. В качестве окончательного результата используется средняя арифметическая величина.

Все расчёты должны проводиться с точностью до третьей-четвёртой значащей цифры. Графики и расчётные схемы рекомендуется выполнять с учётом требований стандартов.

Особое внимание следует обращать на соблюдение правил техники безопасности. При выполнении лабораторных работ в лаборатории «Испытание материалов» студент ОБЯЗАН:

- в начале каждого семестра прослушать вводный инструктаж по технике безопасности и расписаться в журнале инструктажа;

- перед началом каждой лабораторной работы прочитать инструкцию по технике безопасности для данной работы;

- при получении инструмента у дежурного лаборанта убедиться в его исправности;

- перед проведением лабораторной работы совместно с дежурным лаборантом проверить исправность лабораторной установки

или испытательной машины, контурного заземления кнопок «Пуск», «Стоп», системы подвески грузов, ограждений;

– проводить лабораторную работу с разрешения и под руководством преподавателя или дежурного лаборанта;

– после окончания работы сдать инструмент и лабораторную установку дежурному лаборанту, привести рабочее место в порядок.

#### **ЗАПРЕЩАЕТСЯ:**

• проведение лабораторных работ студентами, не прошедшими инструктаж по технике безопасности;

• включение машин и работа на установках без разрешения преподавателя или дежурного лаборанта;

• работа без предусмотренных инструкциями ограждений, вход за ограждения, их съём и установка во время работы.

# 1. ИСПЫТАНИЯ НА РАСТЯЖЕНИЕ. ОСНОВНЫЕ МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МАТЕРИАЛОВ

Цель работы – изучение зависимости между напряжениями и деформациями при растяжении до разрушения и определение основных механических характеристик материалов.

## *Теоретическое обоснование*

При расчёте деталей машин и сооружений необходимо знание механических свойств материалов, характеризующих их прочность и пластичность.

К характеристикам прочности относятся: предел пропорциональности, предел упругости, предел текучести, предел прочности (временное сопротивление).

Предел прочности и предел текучести необходимы для назначения допускаемого напряжения, входящего в условие прочности. Например, при статическом нагружении бруса допускаемое напряжение равно

$$[\sigma] = \frac{\sigma_L}{n}, \quad (1.1)$$

где  $\sigma_L$  – опасное напряжение, в качестве которого для пластичных материалов принимается предел текучести, а для хрупких – предел прочности;

$n$  – коэффициент запаса прочности, устанавливаемый на основании инженерной практики.

Характеристиками пластичности являются относительное остаточное удлинение и относительное остаточное сужение образца после разрыва.

Все перечисленные выше механические характеристики определяются при испытаниях на растяжение, которое является наиболее распространённым методом исследования и контроля механических свойств материалов. Испытания проводятся на разрывных или универсальных испытательных машинах с соблюдением всех требований, указанных в соответствующих стандартах.

## Образец для испытаний

По ГОСТ 1497–84 испытания металлов на растяжение производятся на стандартных цилиндрических и плоских образцах. В настоящей лабораторной работе используются цилиндрические образцы (рис. 1.1). Рабочая часть цилиндрического образца плавно сопрягается с головками для крепления в захватах машины.

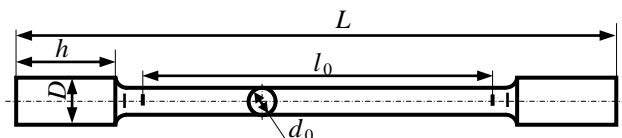


Рис. 1.1. Образец для испытания на растяжение

Перед началом испытаний с помощью штангенциркуля или специального шаблона в пределах рабочей части образца наносятся две неглубокие риски, расстояние между которыми равно расчётной длине  $l_0$ . Погрешность базы  $l_0$  не должна превышать 0,1 мм. Для получения сопоставимых результатов при определении механических характеристик необходимо соблюдать закон подобия, заключающийся в том, что между продольными и поперечными размерами образца должно сохраняться постоянное соотношение. Согласно ГОСТу приняты следующие соотношения между расчётной длиной  $l_0$  и площадью поперечного сечения  $A_0$ :

$$\text{для нормальных образцов } \frac{l_0}{\sqrt{A_0}} = 11,3;$$

$$\text{для укороченных образцов } \frac{l_0}{\sqrt{A_0}} = 5,65.$$

Для образцов круглого поперечного сечения из этих соотношений получаются следующие простые зависимости между расчётной длиной  $l_0$  и начальным диаметром  $d_0$ :

$$\text{для нормальных образцов } l_0 = 10 d_0;$$

$$\text{для укороченных образцов } l_0 = 5 d_0.$$

В соответствии с требованиями ГОСТа диаметр образца измеряется перед началом испытаний в трёх местах (в середине и по краям расчётной длины), в каждом месте – по двум взаимно пер-



пендикулярным направлениям. Измерение производится микрометром с точностью до 0,01 мм. За расчётный принимается наименьший диаметр  $d_0$ . Площадь поперечного сечения образца  $A_0$  вычисляется с точностью до 0,01 мм<sup>2</sup>. Результаты измерений и вычислений заносятся в протокол испытаний (табл. 1.1).

Таблица 1.1. Протокол испытаний на растяжение

№ образца	Материал	$d_0$ , мм	$A_0$ , мм <sup>2</sup>	$l_0$ , мм	$F_T$ , кН	$F_{max}$ , кН	$d_k$ , мм	$A_k$ , мм <sup>2</sup>	$l_k$ , мм	$\sigma_T$ , МПа	$\sigma_B$ , МПа	$\delta$ , %	$\psi$ , %
1													
2													
3													

### Диаграмма растяжения

Подготовленный к испытаниям образец закрепляют в зажимах испытательной машины, в диаграммное устройство закладывают миллиметровую бумагу и производят плавное нагружение образца до разрушения. При этом диаграммное устройство автоматически вычерчивает зависимость между нагрузкой  $F$  и абсолютной де-

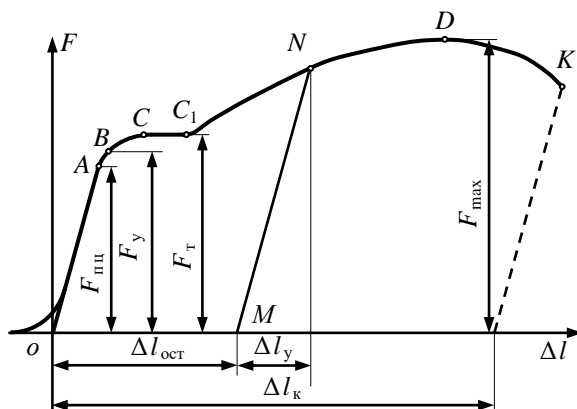


Рис. 1.2. Диаграмма растяжения малоуглеродистой стали

формацией образца  $\Delta l$ . Эта кривая называется диаграммой растяжения. Характер диаграммы растяжения зависит от свойств испытуемого материала. Диаграммы различных материалов могут значительно отличаться друг от друга. На рис. 1.2 показана типичная диаграмма растяжения для отожжённой малоуглеродистой стали, дающая полную картину поведения материала в процессе его испытания.

Начальный криволинейный участок диаграммы является результатом смятия головок образца и устранения различных зазоров в захватах. Этот участок не отражает свойств материала, и его исключают, принимая за начало координат точку  $O$  (точка пересечения продолжения прямолинейного участка диаграммы с осью абсцисс).

Отметим на диаграмме растяжения ряд характерных точек и участков.

Первый участок диаграммы – наклонная прямая  $OA$ . Здесь связь между усилиями и деформациями подчиняется закону Гука. Угол наклона линии  $OA$  определяется модулем упругости материала  $E$ . В точке  $A$ , являющейся границей 1-го участка, нарушается пропорциональность между  $F$  и  $\Delta l$ . Нагрузка  $F_{\text{пн}}$  соответствует пределу пропорциональности. Второй участок –  $AB$ . Точка  $B$  находится в непосредственной близости от точки  $A$ . Нагрузка  $F_v$  соответствует пределу упругости материала. Это наибольшая нагрузка, при которой после разгрузки практически отсутствуют остаточные деформации.

Третий участок диаграммы растяжения изображается кривой  $BCC_1$ . За точкой  $B$  в образце после разгрузки появляются остаточные деформации. Начиная с точки  $C$  абсолютное удлинение возрастает практически без увеличения нагрузки, материал образца «течёт». Горизонтальный участок  $CC_1$  называется площадкой текучести, а нагрузка  $F_T$  соответствует физическому пределу текучести. Конец площадки текучести (точка  $C_1$ ) характеризует момент, когда образец восстанавливает способность сопротивляться нарастанию нагрузки.

Четвёртый участок диаграммы  $C_1D$ , представляющий собой плавную кривую с небольшим подъёмом, называется зоной упрочнения. В конце этого участка в одном из сечений начинает образовываться местное сужение, так называемая «шейка». При этом на-

груза достигает максимальной величины  $F_{\max}$ , соответствующей пределу прочности (временному сопротивлению) материала образца.

Пятый участок диаграммы  $DK$  представляет ниспадающую кривую. Здесь наблюдается уменьшение нагрузки  $F$  вследствие прогрессивно развивающегося утонения образца в зоне шейки. В точке  $K$  (см. рис. 1.2 и 1.3) происходит разрушение образца.

Если нагрузить образец силой, превышающей  $F_y$  (точка  $N$ ) (см. рис. 1.2 и 1.3), а затем разгрузить, то линия разгрузки будет представлять собой прямую  $NM$ , параллельную участку диаграммы  $OA$ . При повторном нагружении диаграмма снова пойдёт по линии  $MN$ , а далее по линии  $NDK$  до разрушения материала. Из этого следует, что при разгрузке и повторном нагружении зависимость между силой и деформацией подчиняется закону Гука с одинаковым модулем упругости  $E$ . Общее удлинение образца при действии силы  $F$  состоит из двух частей: упругого удлинения  $\Delta l_y$  и остаточного или пластического –  $\Delta l_{\text{ост}}$ .

### ***Основные механические характеристики материалов***

На основании диаграммы растяжения строят диаграмму условных напряжений в координатах  $\varepsilon - \sigma$  (относительная деформация – напряжение), где

$$\sigma = \frac{F}{A_0}, \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}. \quad (1.2)$$

Диаграмма  $\sigma - \varepsilon$  (см. рис. 1.3) подобна диаграмме  $F - \Delta l$ , так как при её построении изменяется лишь масштаб осей. Ординаты характерных точек диаграммы  $\sigma - \varepsilon$  определяют основные характеристики прочности материала.

*Предел пропорциональности*  $\sigma_{\text{пц}}$  – наибольшее напряжение, до которого ещё выполняется закон Гука:

$$\sigma_{\text{пц}} = \frac{F_{\text{пц}}}{A_0}. \quad (1.3)$$

Обычно предел пропорциональности определяется как напряжение, при котором тангенс угла наклона касательной к оси ординат увеличивается на 50% от значения в начале кривой растяжения.

*Предел упругости*  $\sigma_y$  – наибольшее напряжение, при котором практически отсутствуют пластические (остаточные) деформации:

$$\sigma_y = \frac{F_y}{A_0}. \quad (1.4)$$

Вначале остаточная деформация (деформация, остающаяся в образце после разгрузки) настолько мала, что её измерение связано с техническими трудностями. Поэтому обычно определяют условный предел упругости  $\sigma_{0,05}$ , представляющий собой напряжение, при котором остаточное относительное удлинение составляет 0,05%.

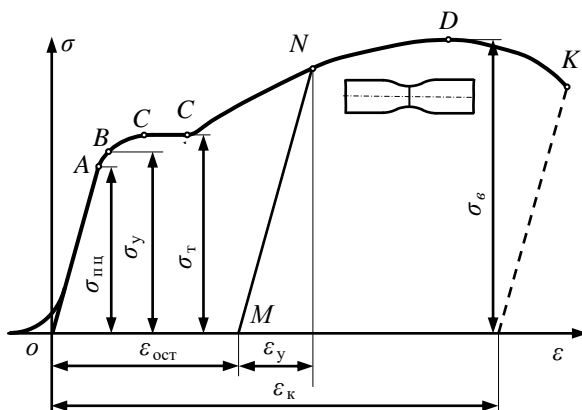


Рис. 1.3. Диаграмма условных напряжений малоуглеродистой стали

Физический предел текучести  $\sigma_T$  – напряжение, при котором образец деформируется без увеличения нагрузки:

$$\sigma_T = \frac{F_T}{A_0}. \quad (1.5)$$

*Предел прочности* или *временное сопротивление*  $\sigma_B$  – условное напряжение, равное частному от деления максимальной нагрузки, которую выдерживает образец до разрушения, на первоначальную площадь поперечного сечения образца:

$$\sigma_{\text{в}} = \frac{F_{\text{max}}}{A_0}. \quad (1.6)$$

Деформационные характеристики материала определяются путём сравнения размеров образца до и после испытания.

*Относительное остаточное удлинение образца после разрыва*  $\delta$  равно отношению приращения расчётной длины образца после разрушения к её исходной величине:

$$\delta = \frac{\Delta l_{\text{к}}}{l_0} \cdot 100\% = \frac{l_{\text{к}} - l_0}{l_0} \cdot 100\%, \quad (1.7)$$

где  $l_{\text{к}}$  – длина расчётной части образца после разрыва.

Для определения  $l_{\text{к}}$  обе части разрушенного образца состыкуют друг с другом и измеряют расстояние между рисками, определяющими границы расчётной длины. Если разрыв происходит на расстоянии двух и менее размеров диаметра рабочей части образца от какой-либо риски, то результаты этого опыта не учитываются и испытание нужно повторить на новом образце.

*Относительное остаточное сужение после разрыва*  $\psi$  есть отношение уменьшения площади поперечного сечения образца в месте разрыва к начальной площади поперечного сечения образца:

$$\psi = \frac{A_0 - A_{\text{к}}}{A_0} \cdot 100\%, \quad (1.8)$$

где  $A_{\text{к}}$  – конечная (минимальная) площадь поперечного сечения образца после разрыва.

Диаметр образца в месте разрыва (диаметр шейки) измеряют в двух взаимно перпендикулярных направлениях, находят среднее значение  $d_{\text{к}}$  и по нему вычисляют  $A_{\text{к}}$ .

Если нагрузить образец выше предела текучести, а затем снять нагрузку, то график разгрузки будет представлять собой прямую  $NM$ , параллельную участку диаграммы  $OA$ . При повторном нагружении (см. рис. 1.3) диаграмма снова пойдёт по линии  $MN$ , а далее по линии  $NDK$  до разрушения материала, следовательно, механические характеристики материала при этом изменятся. Это явление называется наклёпом.

Таким образом, *наклёп* – это явление, при котором повышаются прочностные (кроме  $\sigma_{\text{в}}$ ) и снижаются деформационные характеристики материала за счёт предварительного нагружения образца выше предела текучести.

Диаграммы нагружения многих пластичных материалов не имеют площадки текучести (рис. 1.4). Для таких материалов определяют *условный предел текучести* ( $\sigma_{0,2}$ ), равный напряжению, при котором относительное остаточное удлинение образца составляет 0,2%.

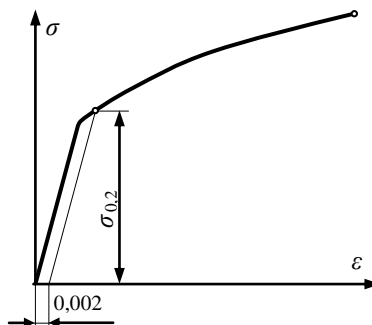


Рис. 1.4. Диаграмма условных напряжений для материала без площадки текучести

### **Порядок выполнения работы**

1. На поверхности рабочей части образца, симметрично относительно его середины, при помощи шаблона или штангенциркуля нанести риски, ограничивающие рабочую длину образца  $l_0$ .

2. Перед началом испытаний при помощи микрометра измерить диаметр  $d_0$  образца в трёх местах (в середине и по краям расчётной длины), в каждом месте – по двум взаимно перпендикулярным направлениям. За расчётный принять наименьший из измеренных диаметров.

3. Вычислить площадь поперечного сечения образца.

4. Установить образец в захваты машины.

5. Нагрузить образец до разрушения. В процессе нагружения наблюдать за стрелкой динамометра и характером деформирования образца.

6. После окончания испытаний снять миллиметровую бумагу с диаграммного устройства и произвести обработку полученной диаграммы растяжения, построить диаграмму условных напряжений, определить механические характеристики материалов: предел текучести  $\sigma_{\text{т}}$ , предел прочности  $\sigma_{\text{в}}$ .

*Примечание: определение предела пропорциональности и предела упругости не проводить, так как для этого требуется более точное измерение деформаций.*

7. Плотно состыковав обе части образца, измерить его длину после разрыва  $l_k$ , минимальный диаметр  $d_k$  и вычислить  $A_k$ .

8. Определить характеристики пластичности  $\delta$  и  $\psi$ .

9. Результаты измерений и вычислений занести в протокол испытаний (см. табл. 1.1).

### ***Содержание отчёта***

1. Эскиз и размеры образца до испытаний.
2. Эскиз и размеры образцов после испытаний.
3. Диаграмма растяжения в координатах  $F - \Delta l$ .
4. Диаграмма условных напряжений в координатах  $\sigma - \varepsilon$ .
5. Расчёты, относящиеся к определению характеристик прочности и пластичности.
6. Протокол испытаний.

### ***Контрольные вопросы***

1. Для чего проводят испытания образцов на растяжение?
2. Каковы соотношения размеров стандартных образцов?
3. Дать определения основных механических характеристик материала – предела пропорциональности, предела упругости, предела текучести, предела прочности, относительного удлинения и относительного сужения.
4. Что принимается за предел текучести материала, не имеющего площадки текучести?
5. Как изменяются основные механические характеристики материала после предварительного нагружения образца выше предела текучести?
6. Как используются основные механические характеристики в расчётах на прочность?

## 2. ИЗМЕРЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ ПРОВОЛОЧНЫМИ ТЕНЗОРЕЗИСТОРАМИ

Цель работы – ознакомление с методами измерения деформаций; тарирование тензометрического прибора с тензорезистором.

### *Теоретическое обоснование*

Экспериментальное определение деформаций (тензометрирование) в деталях машин и элементах сооружений находит широкое применение при проверке точности расчётов, при исследовании распределения деформаций и напряжений в деталях сложной конфигурации, при определении динамических нагрузок и во многих других случаях.

Деформации можно измерять с помощью механических, оптических и электрических датчиков – тензометров, из которых последние получили в настоящее время наибольшее распространение.

Принцип действия электрических тензометров, чувствительным элементом которых является тензорезистор, основан на изменении сопротивления проводника в результате его удлинения или укорочения вместе с деталью. Регистрируя изменение сопротивления тензорезистора, можно определить деформацию детали в месте закрепления тензорезистора. Одним из преимуществ электрических тензорезисторов является малогабаритность, что позволяет устанавливать их в труднодоступных местах и измерять деформации на весьма малых участках поверхности детали. Применяются проволочные, фольговые и полупроводниковые тензорезисторы.

### **Проволочный тензорезистор**

Проволочный тензорезистор (рис. 2.1) представляет собой плоскую спираль 1 из константановой или нихромовой проволоки диаметром 0,015–0,030 мм, наклеенную на бумажную подложку 2. Концы спирали припаиваются к выводам 3 более толстого проводника. Сопротивление тензорезистора  $R$  обычно составляет 50–250 Ом, длина  $l$ , называемая базой, лежит в пределах 2,5–20 мм. Тензорези-



стор наклеивается на исследуемую деталь клеями: БФ-2, ЦИАК-РИН-30, целлулоидным и другими. При деформации тензорезистора вместе с деталью изменяется его сопротивление в силу известного физического закона об изменении сопротивления деформированного проводника:

$$\Delta R = S \cdot R \cdot \varepsilon_x, \quad (2.1)$$

где  $\Delta R$  – изменение сопротивления тензорезистора в результате деформации;

$R$  – сопротивление тензорезистора;

$\varepsilon_x$  – деформация тензорезистора в направлении его главной оси  $x$ ;

$S$  – коэффициент тензочувствительности тензорезистора ( $S \approx 2$ ).

Из-за наличия у спирали криволинейных участков поперечная деформация  $\varepsilon_y$  также вызывает изменение сопротивления тензорезистора, однако оно относительно мало и им пренебрегают. Чем меньше доля криволинейных участков в общем сопротивлении тензорезистора, тем меньше влияние поперечной деформации.

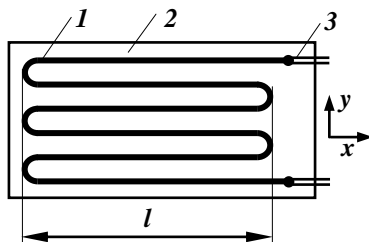


Рис. 2.1. Проволочный тензорезистор

### Фольговый тензорезистор

В настоящее время широко применяются фольговые тензорезисторы, чувствительная решётка  $l$  которых выполняется из очень тонкой (толщиной 0,002–0,010 мм) константановой фольги (рис. 2.2). Основные преимущества фольговых тензорезисторов:

1) малая чувствительность к поперечной деформации благодаря широким перемычкам;

2) хорошая теплоотдача, что позволяет, с одной стороны, несколько расширить диапазон рабочих температур, с другой – увеличить рабочий ток и тем самым повысить чувствительность электрической схемы, в которую включён тензорезистор.

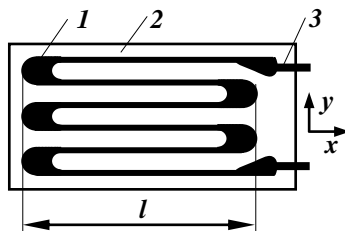


Рис. 2.2. Фольговый тензорезистор

## Полупроводниковый тензорезистор



Рис. 2.3. Полупроводниковый тензорезистор

В последние годы начали применяться германиевые и кремниевые полупроводниковые тензорезисторы. Наибольшее распространение получили кремниевые тензорезисторы, которые выпускаются с базой 7,3 и 2 мм и сопротивлением 55–330 Ом.

Такой тензорезистор представляет собой тонкую и узкую пластинку 1 из монокристалла кремния, вырезанную в определённом кристаллографическом направлении (рис. 2.3). По обоим концам пластинки закреплены короткие выводы из золотой проволоки 2, к концам которых приварены медные проводники 3.

Полупроводниковые тензорезисторы имеют ряд преимуществ:

- 1) высокий коэффициент тензочувствительности, достигающий до 200 и более, что позволяет измерять малые деформации без усиления выходного сигнала;
- 2) отсутствие гистерезиса;
- 3) малая поперечная тензочувствительность, не превышающая 1% от продольной чувствительности.

Недостатком полупроводниковых тензорезисторов является существенная зависимость их удельного сопротивления от кристаллографического направления, примесей и температуры.

### *Электрические схемы с тензорезисторами*

При измерении деформаций с помощью тензорезисторов применяют две электрические схемы: мостовую и потенциометрическую. Наибольшее распространение получила мостовая схема, которая выполняется в двух вариантах: с отсчётом по гальванометру и с отсчётом по нулевому методу.

На рис. 2.4 изображена мостовая схема с отсчётом по гальванометру. Она составлена из четырёх сопротивлений:

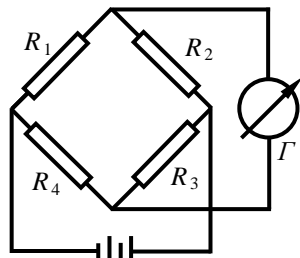


Рис. 2.4. Мостовая схема с отсчётом по гальванометру

рабочего тензорезистора  $R_1$ , компенсационного тензорезистора  $R_2$ , постоянных сопротивлений  $R_3$  и  $R_4$  и гальванометра  $G$ .

Наличие компенсационного тензорезистора в схеме исключает влияние температуры на результаты измерения деформаций. Этот тензорезистор, представляющий собой точную копию рабочего, наклеивается на образец, изготовленный из того же материала, что и исследуемая деталь, и располагается в одинаковых с ней температурных условиях. При изменении температуры сопротивление тензорезисторов  $R_1$  и  $R_2$  меняется на одинаковую величину и балансировка моста не нарушается.

Изменение сопротивления тензорезистора  $R_1$  за счёт деформации детали приводит к появлению разности потенциалов в измерительной диагонали моста. При умеренных деформациях отклонение стрелки гальванометра пропорционально  $\Delta R$  и, следовательно, пропорционально измеряемой деформации. Для увеличения чувствительности схемы сигнал с измерительной диагонали моста может подаваться на электронный усилитель, к которому подключается регистрирующий прибор. Рассмотренная мостовая схема может применяться для измерения как постоянных, так и переменных деформаций. В последнем случае в качестве регистрирующего прибора используется шлейфовый или катодный осциллограф. Недостатком схемы с отсчётом по гальванометру является зависимость показаний прибора от напряжения источника питания.

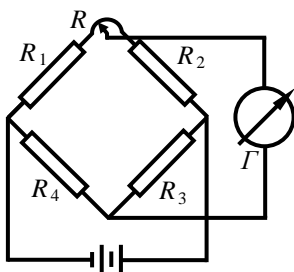


Рис. 2.5. Мостовая схема с отсчётом по нулевому методу

Схема с отсчётом по нулевому методу изображена на рис. 2.5. При нулевом методе измерения в схему моста включается переменное сопротивление – реохорд  $R$ . Измерительная диагональ подключается к мосту через движок реохорда. Изменение сопротивления рабочего тензорезистора  $R_1$ , вызванное деформацией детали, приводит к разбалансировке моста, то есть к появлению тока в измерительной диагонали (в цепи гальванометра). Поворотом движка реохорда мост приводится в равновесие. По углу поворота движка реохорда, на основании предварительной тарировки, можно опре-

делить измеряемую деформацию. Балансировка моста осуществляется либо вручную, либо автоматически. При автоматической балансировке поворот движка реохорда производится электродвигателем, на который подаётся сигнал с диагонали моста через электронный усилитель. В отличие от предыдущего способа измерения показания прибора здесь не будут зависеть от напряжения источника питания моста, что является большим преимуществом нулевого метода измерения. Однако из-за инерционности схемы с отсчётом по нулевому методу, она не может применяться для измерения быстро меняющихся деформаций.

### *Тарировка тензорезистора*

До измерения деформаций электрическую схему с рабочим тензорезистором необходимо протарировать, то есть установить зависимость  $\varepsilon = f(\Delta A)$ , где  $\varepsilon$  – измеряемая деформация,  $\Delta A$  – приращение показания регистрирующего прибора, соответствующее деформации  $\varepsilon$ . Обычно тарировке подвергаются несколько тензорезисторов из партии, в которой все тензорезисторы изготовлены из одной катушки проволоки на одном и том же приспособлении. Чувствительность остальных тензорезисторов в партии принимается равной средней чувствительности испытанных.

Для тарировки чаще всего применяют балку равного сопротивления, схема которой показана на рис. 2.6. Балка 1 нагружается в точке пересечения боковых сторон. В пределах клиновидной части

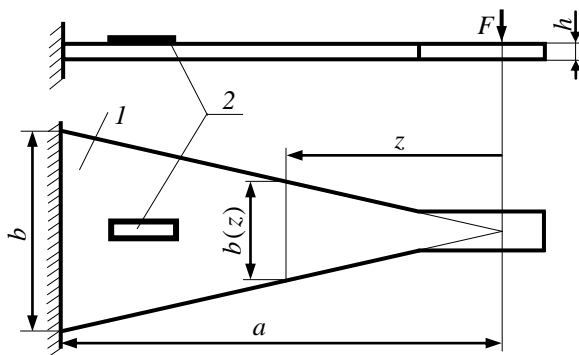


Рис. 2.6. Балка равного сопротивления для тарировки тензорезисторов

балки её деформации по длине остаются постоянными. Эта часть балки и используется для наклейки тензорезистора 2, включённого в мостовую схему. Измеряемую деформацию балки можно вычислить через нагрузку  $F$ , модуль упругости материала балки  $E$  и размеры балки.

Учитывая, что

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}, \quad \sigma = \frac{M}{W}, \quad (2.2)$$

где  $M = F \cdot z$ ,  $W = \frac{b(z) \cdot h^2}{6}$ ,  $b(z) = \frac{b}{a} \cdot z$ , получим зависимость между деформацией и нагрузкой в виде

$$\varepsilon = \frac{6 \cdot a}{b \cdot h^2 \cdot E} \cdot F. \quad (2.3)$$

Для построения тарировочного графика  $\varepsilon = f(\Delta A)$  к балке ступенями прикладывается нагрузка  $F$ , для каждого значения которой по формуле (2.3) вычисляется величина относительной деформации  $\varepsilon$ , а со шкалы прибора снимается соответствующее показание  $A$ . Расчётные и опытные величины заносятся в протокол (см. табл. 2.1).

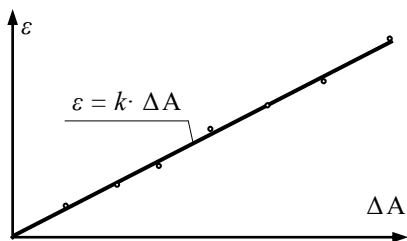


Рис. 2.7. Тарировочный график

Затем строится тарировочный график, который обычно имеет вид прямой линии, проходящей через начало координат (рис. 2.7):

$$\varepsilon = k \cdot \Delta A \dots \dots \dots (2.4)$$

В линейной зависимости (2.4) коэффициент  $k$  представляет собой цену деления шкалы прибора и называется тарировочным коэффициентом.

### **Порядок выполнения работы**

1. Включить измерительный комплекс (прибор) и прогреть его в течение 15 мин.

2. В меню «Сервис» загрузить окно «Лаб. 2», что соответствует включению в измерительную схему прибора тензорезистора, наклеенного на тарировочную балку.

3. Ступенями приложить нагрузку  $F$  и снять показания прибора для каждой ступени. Результаты измерений занести в протокол (табл. 2.1).

4. Построить тарировочный график и вычислить цену деления прибора

$$k = \varepsilon / \Delta A. \quad (2.5)$$

### ***Содержание отчёта***

1. Эскиз тарировочной балки.
2. Принципиальная электрическая схема прибора для определения деформаций.
3. Эскиз проволочного тензорезистора.
4. Протокол тарировки, расчёты, тарировочный график, значение цены деления шкалы прибора.

Таблица 2.1. Протокол тарировки тензорезистора

F, Н							
A, дел							
$\Delta A$ , дел							
$\varepsilon$ , мм/мм							

### ***Контрольные вопросы***

1. Устройство и принцип действия проволочного тензорезистора.
2. Какая зависимость существует между относительной деформацией и изменением сопротивления тензорезисторов?
3. Как компенсируется влияние температуры при измерении деформаций тензорезисторами?
4. В чём заключается разница измерений деформаций по нулевому методу и с отсчётом по гальванометру? Преимущества и недостатки того и другого способов.
5. Почему для тарировки тензорезисторов применяется балка равного сопротивления?

### 3. ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ ЦЕНТРАЛЬНОМ РАСТЯЖЕНИИ

Цель работы – опытное определение продольных и поперечных деформаций бруса при центральном растяжении и сопоставление полученных результатов с расчётными величинами, вычисленными по формулам сопротивления материалов.

#### Объект исследования

В данной работе с помощью проволочных тензорезисторов определяются деформации титановой тяги привода створки регулируемого сопла турбореактивного авиационного двигателя, которая во время эксплуатации испытывает центральное растяжение и сжатие (рис. 3.1).

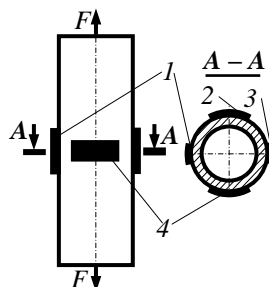


Рис. 3.1. Схема нагружения и наклейки тензорезисторов на тягу

#### Теоретическое обоснование

При центральном растяжении относительная продольная деформация тяги определяется по формуле

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{F}{E \cdot A}, \quad (3.1)$$

где  $\sigma$  – напряжение в поперечном сечении;

$F$  – нагрузка, действующая на тягу;

$A$  – площадь поперечного сечения тяги;

$E$  – модуль продольной упругости материала.

Относительная поперечная деформация вычисляется по формуле

$$\varepsilon_{\text{поп}} = -\mu \cdot \varepsilon, \quad (3.2)$$

где  $\mu$  – коэффициент Пуассона.

#### Экспериментальное исследование деформаций

Тяга закрепляется в захваты разрывной машины и нагружается силой  $F$ . Для определения относительной продольной деформации

$\varepsilon_{\text{оп}}$  на тягу наклеиваются в продольном направлении тензорезисторы 1, 3 (см. рис. 3.1). Они располагаются на противоположных сторонах тяги, что позволяет путём вычисления полусуммы показаний исключить влияние изгибающего момента, возникающего в результате несовпадения линии действия силы  $F$  с осью стержня.

Для определения относительной поперечной,  $(\varepsilon_{\text{поп}})_{\text{оп}}$  деформации на стержень наклеиваются тензорезисторы 2, 4 в поперечном направлении. Поперечная деформация также определяется как полусумма показаний двух тензорезисторов. Все тензорезисторы поочередно включаются в мостовую схему регистрирующего прибора с отсчётом по нулевому методу. Перемещение движка реохорда для балансировки моста осуществляется автоматически, и показания прибора выводятся на экран монитора.

Зная цену деления прибора  $\kappa$ , деформацию можно подсчитать по формуле

$$\varepsilon = \kappa \cdot \Delta A, \quad (3.3)$$

где  $\kappa$  – тарифовочный коэффициент, определённый в работе 2;

$\Delta A$  – приращение показания прибора.

Результаты опытного определения деформаций заносятся в протокол (табл. 3.1).

### ***Порядок выполнения работы***

1. Вычислить расчётные значения продольной  $\varepsilon$  и поперечной  $\varepsilon_{\text{поп}}$  деформаций при заданной нагрузке  $F_{\text{расч}}$  по формулам (3.1) и (3.2).

2. Включить измерительный прибор и прогреть его в течение 15 мин.

3. В меню «Сервис» загрузить окно «Лаб. 3», что соответствует включению в измерительную схему прибора тензорезисторов работы № 3.

4. Приложить предварительную нагрузку  $F_0$  к исследуемой детали и снять показания прибора.

5. Приложить окончательную нагрузку  $F_{\text{к}} = F_0 + F_{\text{расч}}$  и снять новое показание прибора.

6. Опыт проделать не менее 3 раз.



8. Результаты замеров занести в протокол испытаний (табл. 3.1).

9. По результатам замеров вычислить деформации  $\varepsilon_{оп}$ ,  $(\varepsilon_{поп})_{оп}$  по формуле (3.3).

10. Определить расхождение между опытными и расчётными результатами:

$$\delta_{пр} = \frac{|\varepsilon - \varepsilon_{оп}|}{\varepsilon} \cdot 100\%, \quad \delta_{поп} = \frac{|\varepsilon_{поп} - (\varepsilon_{поп})_{оп}|}{\varepsilon_{поп}} \cdot 100\%.$$

### Содержание отчёта

1. Эскиз тяги с тензорезисторами.
2. Расчёты.
3. Протокол испытаний.
4. Выводы о достоверности формул сопротивления материалов.

Таблица 3.1. Протокол испытаний

№ опыта	F, кН	Продольные тензорезисторы					$\varepsilon$	$\varepsilon_{оп}$	$\delta_{пр}$	Поперечные тензорезисторы					$\varepsilon_{поп}$	$(\varepsilon_{поп})_{оп}$	$\delta_{поп}$		
		$A_1$	$\Delta A_1$	$A_3$	$\Delta A_3$	$(\Delta A_1 + \Delta A_3)/2$				$\Delta A_{ср}$	$A_2$	$\Delta A_2$	$A_4$	$\Delta A_4$				$(\Delta A_2 + \Delta A_4)/2$	$\Delta A_{ср}$
		дел								мм/ мм	%	дел						мм/ мм	%
1																			
2																			
3																			

### ***Контрольные вопросы***

1. Как формулируются и записываются законы Гука и Пуассона?
2. Как рассчитываются напряжения в поперечном сечении стержня при центральном растяжении?
3. Как рассчитываются продольная и поперечная деформации стержня при центральном растяжении?
4. Почему для измерения каждой деформации используются два тензорезистора, наклеенные на противоположные стороны сечения?
5. Почему для изготовления авиационных деталей применяются титановые сплавы?

## 4. ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ В СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ СИСТЕМЕ ПРИ СЖАТИИ

Цель работы: опытное определение деформаций и напряжений

в статически неопределимой системе и сопоставление опытных данных с расчётными величинами, найденными по формулам сопротивления материалов.

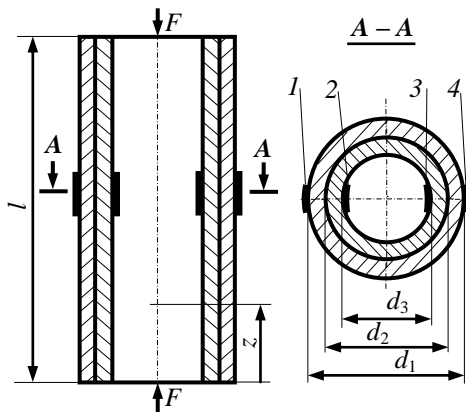


Рис. 4.1. Схема нагружения и наклейки тензорезисторов на трубе

### *Объект исследования*

Испытанию подвергается биметаллическая труба, расчётная схема которой показана на рис. 4.1. С помощью универсальной испытательной машины она нагружается

сжимающими силами  $F$ , направленными по её оси. Материал внешней трубы – сталь X18H10T ( $E_c = 1,9 \cdot 10^5$  МПа,  $\sigma_b = 600$  МПа,  $\sigma_{0,2} = 280$  МПа). Материал внутренней трубы – алюминий-магниевый сплав АМг6 ( $E_a = 0,7 \cdot 10^5$  МПа,  $\sigma_b = 320$  МПа,  $\sigma_{0,2} = 170$  МПа).

Биметаллические трубы применяются в авиационной технике для соединения сваркой трубопроводов из разных материалов.

### *Теоретическое обоснование*

При центральном сжатии биметаллической трубы в ней возникает линейное напряжённое состояние, характеризующееся тем, что все

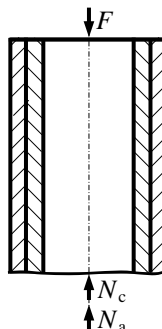


Рис. 4.2. Силы, действующие на часть трубы

внешние и внутренние силы направлены по одной оси. Поэтому если воспользоваться методом сечений и рассмотреть равновесие верхней части трубы (см. рис. 4.2), то из всех уравнений равновесия останется только одно:

$$-F + N_c + N_a = 0, \quad (4.1)$$

где  $N_c$  – результирующая внутренняя сила, приложенная к сечению стальной части;

$N_a$  – результирующая внутренняя сила, приложенная к сечению алюминиевой части.

Одно уравнение равновесия (4.1) содержит две неизвестные величины  $N_c$ ,  $N_a$  и, следовательно, задача один раз статически неопределимая.

Чтобы решить её, необходимо получить ещё одно уравнение. Оно составляется исходя из условия совместности деформаций. В данном случае это условие заключается в том, что обе части трубы имеют одинаковую осевую деформацию, то есть

$$\Delta l_c = \Delta l_a = \Delta l, \quad (4.2)$$

где  $\Delta l_c$ ,  $\Delta l_a$  – абсолютные осевые деформации стальной и алюминиевой частей трубы.

На основании закона Гука имеем:

$$\Delta l_c = \frac{N_c \cdot l}{E_c \cdot A_c}, \quad \Delta l_a = \frac{N_a \cdot l}{E_a \cdot A_a}, \quad (4.3)$$

где  $A_c$ ,  $A_a$  – площади поперечных сечений стальной и алюминиевой частей трубы.

Подставив выражения (4.3) в равенство (4.2), получим

$$\frac{N_a \cdot l}{E_a \cdot A_a} = \frac{N_c \cdot l}{E_c \cdot A_c}. \quad (4.4)$$

Из соотношений (4.1) и (4.4) найдём:

$$N_c = \frac{E_c \cdot A_c}{E_c \cdot A_c + E_a \cdot A_a} \cdot F; \quad (4.5)$$

$$N_a = \frac{E_a \cdot A_a}{E_c \cdot A_c + E_a \cdot A_a} \cdot F. \quad (4.6)$$

Теоретические значения напряжений в биметаллической трубе определяются по формулам:

$$\sigma_c = \frac{N_c}{A_c} = \frac{E_c}{E_c \cdot A_c + E_a \cdot A_a} \cdot F; \quad (4.7)$$

$$\sigma_a = \frac{N_a}{A_a} = \frac{E_a}{E_c \cdot A_c + E_a \cdot A_a} \cdot F. \quad (4.8)$$

### *Экспериментальное определение напряжений*

На внешней и внутренней поверхностях биметаллической трубы наклеиваются в осевом направлении проволочные тензорезисторы, как показано на рис. 4.1. С помощью этих тензорезисторов и тензометрической аппаратуры измеряются осевые деформации в двух парах точек, расположенных на одном диаметре поперечного сечения

$$\varepsilon = k \cdot \Delta A. \quad (4.9)$$

Осевая деформация трубы  $\varepsilon$  определяется как среднеарифметическое показаний всех четырёх тензорезисторов. Такое осреднение позволяет исключить влияние изгибной деформации, обусловленной эксцентриситетом нагрузки. Опытные значения осевых напряжений вычисляются по формулам:

$$\text{в наружной части трубы } (\sigma_c)_{\text{оп}} = E_c \cdot \varepsilon; \quad (4.10)$$

$$\text{во внутренней части трубы } (\sigma_a)_{\text{оп}} = E_a \cdot \varepsilon. \quad (4.11)$$

### *Порядок проведения работы*

1. Включить измерительный прибор и прогреть его в течение 15 мин.

2. Вычислить по формулам (4.7), (4.8) расчётные значения напряжений в биметаллической трубе для заданной нагрузки  $F_{\text{расч}}$ .

3. В меню «Сервис» загрузить окно «Лаб. 4», что соответствует включению в измерительную схему прибора тензорезисторов работы № 4.

4. Приложить предварительную нагрузку  $F_0$  к исследуемой детали и снять показания прибора.

5. Приложить окончательную нагрузку  $F_k = F_0 + F_{\text{расч}}$  и снять новое показание прибора.

6. Повторить пункты 4, 5 не менее 3 раз.

7. В каждом опыте относительную деформацию  $\varepsilon$  определить как среднее арифметическое показаний четырёх тензорезисторов и результаты усреднить.

8. Результаты замеров занести в протокол испытаний (табл. 4.1).

9. По измеренным деформациям с помощью формул (4.10), (4.11) определить опытные значения напряжений в стальной и алюминиевой частях трубы.

10. Определить расхождение между опытными и расчётными результатами:

$$\delta_c = \frac{|\sigma_c - (\sigma_c)_{\text{оп}}|}{\sigma_c} \cdot 100\%, \quad \delta_a = \frac{|\sigma_a - (\sigma_a)_{\text{оп}}|}{\sigma_a} \cdot 100\%.$$

11. Расчётные и опытные данные занести в табл. 4.2.

### ***Содержание отчёта***

1. Схема объекта исследования (см. рис. 4.1, 4.2) с указанием фактических размеров.

2. Расчёты, относящиеся к опытному и расчётному определению напряжений.

3. Выводы о степени соответствия расчётных и опытных результатов.

4. Протокол испытаний и сравнения результатов.

Таблица 4.1. Протокол испытаний

№ опыта	F, кН	A <sub>1</sub>	ΔA <sub>1</sub>	ε <sub>1</sub> , мм/мм	A <sub>2</sub>	ΔA <sub>2</sub>	ε <sub>2</sub> , мм/мм	A <sub>3</sub>	ΔA <sub>3</sub>	ε <sub>3</sub> , мм/мм	A <sub>4</sub>	ΔA <sub>4</sub>	ε <sub>4</sub> , мм/мм	ε, мм/мм	ε <sub>ср</sub> , мм/мм
		дел			дел			дел			дел				
1															
2															
3															

Таблица 4.2. Сравнение расчётных и опытных значений напряжений

ε <sub>ср</sub>	σ <sub>с</sub>	(σ <sub>с</sub> ) <sub>оп</sub>	δ <sub>с</sub>	σ <sub>а</sub>	(σ <sub>а</sub> ) <sub>оп</sub>	δ <sub>а</sub>
	МПа		%	МПа		%

### ***Контрольные вопросы***

1. Почему биметаллическая труба является статически неопределимой системой?
2. Какие уравнения составляются при определении напряжений в статически неопределимых системах?
3. В чём сущность условия совместности деформаций при осевом сжатии биметаллической трубы?
4. Какое напряжённое состояние наблюдается в каждом сечении биметаллической трубы при центральном сжатии?
5. Для каких целей на испытываемую трубу наклеивается несколько тензорезисторов?
6. В какой из части (алюминиевой или стальной) биметаллической трубы напряжения будут больше и почему?

## 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ И ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ПРИ КРУЧЕНИИ БРУСЬЕВ

Цель работы – определение напряжений, перемещений при кручении брусьев круглого и коробчатого сечений опытным путём, а также сопоставление полученных данных с результатами вычислений по формулам сопротивления материалов.

### КРУЧЕНИЕ СТУПЕНЧАТОГО БРУСА КРУГЛОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

#### *Теоретическое обоснование*

В сопротивлении материалов для определения абсолютного угла закручивания бруса переменного круглого сечения применяется формула

$$\varphi = \int_0^l \frac{M_k(z)}{GJ_p} dz, \quad (5.1)$$

где  $M_k(z)$  – крутящий момент в сечении с координатой  $z$ ;

$G$  – модуль упругости при сдвиге, равный  $G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)}$ ;

$E$  – модуль продольной упругости;

$\mu$  – коэффициент Пуассона;

$J_p = \frac{\pi \cdot d^4(z)}{32}$  – полярный момент инерции поперечного сечения.

ния.

Если диаметр изменяется по длине бруса ступенями, а крутящий момент остаётся постоянным, выражение (5.1) приводится к виду

$$\varphi = \frac{M_k}{G} \sum_{i=1}^m \frac{l_i}{J_{p_i}}, \quad (5.2)$$

где  $l_i$ ,  $J_{p_i}$  – длина и полярный момент инерции поперечного сечения ступени  $i$ .



## Экспериментальное определение угла закручивания

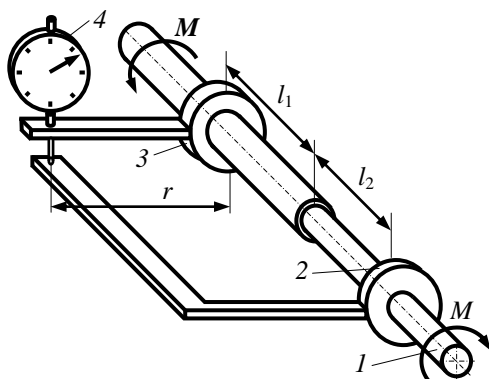


Рис. 5.1. Схема установки для определения угла закручивания бруса круглого сечения

Испытания проводятся на установке, принципиальная схема которой показана на рис. 5.1. Испытуемый образец 1 из стали 60Г закрепляется в захватах установки и нагружается скручивающим моментом, создаваемым червячной парой и маятником-противовесом. Определение абсолютного угла закручивания осуществляется с помощью угломерного устройства, состоящего из двух разрезных втулок 2 и 3, закреплённых на испытуемом образце 1, и индикатора 4. Держатель индикатора жёстко связан со втулкой 3, а другая втулка составляет одно целое с коленчатым рычагом, на плоскую опорную поверхность которого опирается ножка индикатора. При нагружении образца крутящим моментом сечения 2 и 3 повернутся одно по отношению к другому на некоторый угол  $\varphi$  и индикатор 4 зафиксирует взаимное смещение концов рычагов  $\Delta B$ . Угол закручивания образца на длине  $l$  будет определяться отношением

$$\varphi = \frac{\Delta B}{r}, \quad (5.3)$$

где  $r$  – расстояние между ножкой индикатора и осью образца.

### **Порядок выполнения работы**

1. Измерить диаметры образца  $d_1$ ,  $d_2$  и длины  $l_1$ ,  $l_2$ .
2. По заданному преподавателем значению крутящего момента определить расчётное значение угла закручивания с помощью формулы (5.2).
3. Задать на установке предварительную нагрузку и снять показание индикатора 4.
4. Догрузить образец заданным моментом и снять новое показание индикатора. Опыт повторить не менее трёх раз.
5. Вычислить приращения показаний индикатора и найти их среднее значение.
6. Определить по формуле (5.3) опытный угол закручивания  $\varphi_{оп}$ .
7. Полученный результат сопоставить с теоретическим путём вычисления расхождения

$$\delta = \frac{|\varphi_{расч} - \varphi_{оп}|}{\varphi_{расч}} \cdot 100\%.$$

8. Результаты исследования занести в протокол (табл. 5.1).

Таблица 5.1. Протокол испытаний

№ опыта	$M_{к}$ , Н·м	$B$	$\Delta B$	$\Delta B_{ср}$	$\varphi_{оп}$	$\varphi_{расч}$	$\delta$ , %
		мм			рад		
1							
3							

## **КРУЧЕНИЕ ТОНКОСТЕННОГО БРУСА КОРОБЧАТОГО СЕЧЕНИЯ**

### *Теоретическое обоснование*

Конструкция и схема нагружения рассматриваемого стержня показаны на рис. 5.2.

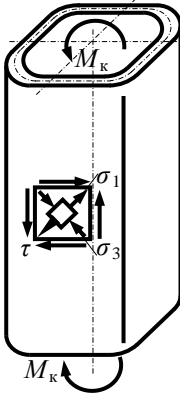


Рис. 5.2. Схема нагружения бруса коробчатого сечения

Известно, что касательные напряжения при кручении тонкостенного бруса с замкнутым профилем определяются по формуле

$$\tau = \frac{M_k}{2 \cdot A^* \cdot \delta}, \quad (5.4)$$

где  $M_k$  – крутящий момент;

$A^*$  – площадь фигуры, ограниченной срединной линией поперечного сечения;

$\delta$  – толщина стенки бруса.

Материал стержня в каждой точке боковой плоской грани испытывает деформацию чистого сдвига (рис. 5.2). При чистом сдвиге главные напряжения равны:  $\sigma_1 = \tau$ ,  $\sigma_2 = 0$ ,  $\sigma_3 = -\tau$ .

Выражения для главных деформаций на основании обобщённого закона Гука запишутся в виде

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E} \cdot [\sigma_1 - \mu \cdot (\sigma_2 + \sigma_3)] = \frac{1 + \mu}{E} \cdot \tau; \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E} \cdot [\sigma_3 - \mu \cdot (\sigma_1 + \sigma_2)] = -\frac{1 + \mu}{E} \cdot \tau. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Отсюда можно получить формулы для определения касательных напряжений через главные деформации  $\varepsilon_1$  или  $\varepsilon_3$ :

$$\tau = \frac{E}{1 + \mu} \cdot \varepsilon_1 = -\frac{E}{1 + \mu} \cdot \varepsilon_3. \quad (5.6)$$

Главные деформации могут быть измерены с помощью рычажных тензометров, установленных в направлении главных напряжений, то есть под углом  $45^\circ$  к оси стержня.

Угол закручивания тонкостенного стержня с замкнутым профилем определяется по формуле

$$\varphi = \frac{M_k \cdot l}{(2 \cdot A^*)^2} \cdot \int_s \frac{ds}{\delta}, \quad (5.7)$$

где  $l$  – длина закручиваемого стержня;  
 $ds$  – дифференциал дуги срединной линии поперечного сечения;  
 $\delta$  – толщина стенки.

При постоянной толщине стенки стержня получим

$$\oint_s \frac{ds}{\delta} = \frac{1}{\delta} \cdot \oint_s ds = \frac{S}{\delta}. \quad (5.8)$$

Здесь через  $S$  обозначена длина срединной линии поперечного сечения стержня. В этом случае зависимость (5.7) примет вид

$$\varphi = \frac{M_{\kappa} \cdot l \cdot S}{4 \cdot G \cdot (A^*)^2 \cdot \delta}. \quad (5.9)$$

### *Экспериментальное определение напряжений и угла закручивания бруса*

Опыт проводится на машине для испытаний на кручение вертикального типа. Брус коробчатого сечения из алюминиевого сплава Д16 с помощью жёстких вставок устанавливается в захватах машины и нагружается крутящим моментом. На поверхности бруса установлены четыре рычажных тензометра для измерения деформаций в различных направлениях (рис. 5.3). Тензометры *I* и *II*, расположенные под углом  $45^\circ$  к оси стержня, служат для измерения главных деформаций  $\varepsilon_1 = \varepsilon_I$  и  $\varepsilon_3 = \varepsilon_{II}$ , необходимых при вычислении опытных значений касательных напряжений по формуле (5.6). Тензометры *III* и *IV* служат для того, чтобы убедиться в отсутствии деформаций в продольном ( $\varepsilon_{III}$ ) и поперечном ( $\varepsilon_{IV}$ ) направлениях. Только при отсутствии этих деформаций в стержне будет иметь место чистый сдвиг, что позволит применить формулу (5.6). Степень отклонения от чистого сдвига оценивается величинами:

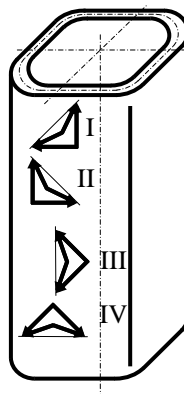


Рис. 5.3. Схема  
установки тензометров

$$\frac{|\varepsilon_{III}|}{\varepsilon_I} \cdot 100\% ;$$

$$\frac{|\varepsilon_{IV}|}{\varepsilon_I} \cdot 100\% ;$$

$$\frac{|\varepsilon_I + \varepsilon_{II}|}{\varepsilon_I} \cdot 100\% .$$

(5.10)

В эти величины входят также ошибки опыта при определении деформаций.

Определение абсолютного угла закручивания осуществляется с помощью угломерного устройства (рис. 5.4), состоящего из двух жёстких рычагов 2 и 3, закреплённых на испытуемом образце 1, и индикатора 4. Держатель индикатора жёстко связан с рычагом 3, а на плоскую опорную поверхность коленчатого рычага 2 опирается ножка индикатора. При нагружении образца закручивающим моментом сечения 2 и 3 повернутся одно по отношению к другому на некоторый угол  $\varphi$  и индикатор 4 зафиксирует взаимное смещение концов рычагов  $\Delta B$ . Угол закручивания образца на длине  $l$  будет определяться отношением

$$\varphi = \frac{\Delta B}{r} ,$$

(5.11)

где  $r$  – расстояние между ножкой индикатора и осью образца.

### **Порядок выполнения работы**

1. По заданной величине  $M_k^{\text{расч}}$  и размерам бруса вычислить теоретические значения  $\tau$  и  $\varphi$ , формулы (5.4) и (5.9).

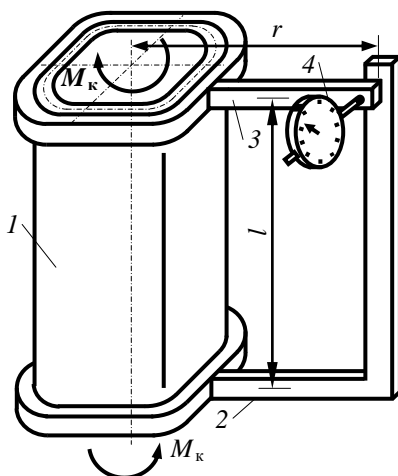


Рис. 5.4. Схема измерения угла поворота

2. Брус нагрузить небольшим предварительным моментом  $M_k^0$ , после чего записать начальные показания тензометров и индикатора.

3. Приложить окончательную нагрузку  $M_k = M_k^0 + M_k^{расч}$  и записать конечные показания тензометров и индикатора: Опыт выполнить не менее трёх раз.

4. Определить приращения показаний тензометров  $\Delta A$ , индикатора  $\Delta B$  и их средние значения  $\Delta A_{ср}$ ,  $\Delta B_{ср}$  по результатам опытов.

5. Вычислить опытные значения деформаций:

$$\varepsilon_{оп} = \frac{\Delta A_{ср}}{K \cdot l_T}, \quad (5.12)$$

где  $K$  – коэффициент увеличения тензометра;

$l_T$  – база тензометра.

6. Найти опытное значение угла закручивания по формуле (5.11).

7. Оценить степень отклонения от чистого сдвига по формулам (5.10).

8. По формуле (5.6) вычислить опытное значение касательного напряжения. Если  $\varepsilon_I \neq |\varepsilon_{II}|$ , то следует принять для расчётов их среднее арифметическое, тогда

$$\tau_{оп} = \frac{E}{1 + \mu} \cdot \frac{\varepsilon_I + |\varepsilon_{II}|}{2}.$$

9. Произвести сопоставление опытных и расчётных значений рассматриваемых величин путём вычисления расхождений:

$$\delta_\tau = \frac{\tau - \tau_{оп}}{\tau} \cdot 100\%; \quad \delta_\varphi = \frac{\varphi - \varphi_{оп}}{\varphi} \cdot 100\%.$$

10. Результаты исследований занести в таблицы 5.2 и 5.3.

### **Содержание отчёта**

*1-я часть – кручение ступенчатого бруса:*

1. Схема угломера с основными размерами.
2. Расчёты, относящиеся к определению теоретических и опытных значений углов закручивания.

3. Протокол испытаний.
4. Выводы о достоверности формул сопротивления материалов.

2-я часть – кручение бруса коробчатого сечения:

1. Поперечное сечение бруса с размерами.
2. Схема установки тензометров и угломера.
3. Расчёты, относящиеся к определению теоретических и опытных значений углов закручивания и напряжений.
4. Протокол испытаний.
5. Выводы о достоверности формул сопротивления материалов.

Таблица 5.2. Определение угла закручивания бруса

№ опыта	$M_{к},$ Н·м	$B$	$\Delta B$	$\Delta B_{ср}$	$\varphi_{оп}$	$\varphi_{расч}$	$\delta, \%$
		мм			рад		
1							
2							
3							

Таблица 5.3. Определение напряжений

№ опыта	$M_{к},$ Н	Показания тензометров				$\Delta A, \text{ мм}$				$\Delta A_{ср}, \text{ мм}$				МПа		Расхождение, %			
		I	II	III	IV	I	II	III	IV	I	II	III	IV	$\tau_{оп}$	$\tau_{расч}$	$\delta_{\tau}$	$\frac{\varepsilon_{III}}{\varepsilon_I}$	$\frac{\varepsilon_{IV}}{\varepsilon_I}$	$\frac{\varepsilon_I + \varepsilon_{II}}{\varepsilon_I}$

### **Контрольные вопросы**

1. Какое напряжённое состояние материала возникает при кручении бруса?

2. Что такое угол закручивания?
3. Что называется полярным моментом инерции сечения и какова его размерность?
4. Что такое крутящий момент?
5. Почему нулевые показания тензометров III и IV подтверждают предположение о наличии чистого сдвига на поверхности бруса?
6. Какая связь существует между касательными и главными напряжениями при чистом сдвиге?



## 6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ПЛОСКОМ ИЗГИБЕ

Цель работы – опытное определение деформаций и напряжений балки при плоском изгибе и сопоставление опытных данных с расчётными значениями, вычисленными по формулам сопротивления материалов.

### Объект исследования

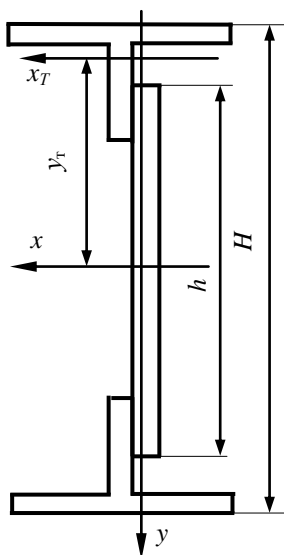


Рис. 6.1. Поперечное сечение балки

Нагружение балки осуществляется на универсальной испытательной машине. Опоры балки находятся на подвижной траверсе, силу на балку передает нож, закреплённый в неподвижной траверсе.

Испытуемая балка представляет собой часть лонжерона хвостового оперения самолёта Ту-154, поперечное сечение которого показано на рис. 6.1. Балка установлена на двух опорах и нагружена сосредоточенной силой в середине пролёта (рис. 6.2). Сечение, в котором измеряются деформации, отстоит от правой опоры на расстоянии  $c$ . Нормальные напряжения определяются в крайних волокнах  $y = \pm \frac{H}{2}$  и на нейтральной оси  $y = 0$ , касательные напряжения – на нейтральной оси.

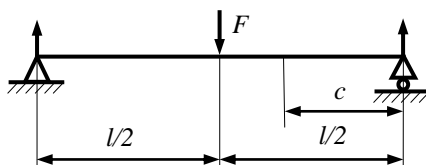


Рис. 6.2. Расчётная схема балки

## *Теоретическое обоснование*

Нормальные напряжения балки при прямом изгибе вычисляют по формуле

$$\sigma = \frac{M}{J_x} y, \quad (6.1)$$

где  $M$  – изгибающий момент в данном сечении балки;

$J_x$  – момент инерции всего поперечного сечения относительно нейтральной оси;

$y$  – ордината точки, в которой определяют напряжение.

Касательные напряжения вычисляют по формуле Журавского

$$\tau = \frac{Q \cdot S_x^{\text{отс}}}{J_x \cdot b(y)}, \quad (6.2)$$

где  $Q$  – поперечная сила в данном сечении балки;

$S_x^{\text{отс}}$  – статический момент отсечённой части поперечного сечения балки относительно нейтральной оси;

$J_x$  – момент инерции всего поперечного сечения относительно нейтральной оси;

$b(y)$  – ширина сечения на уровне точки, в которой вычисляют напряжения.

Значения поперечной силы и статического момента, взятые по абсолютной величине, подставляют в формулу (6.2). Направление (знак) касательного напряжения совпадает с направлением поперечной силы.

Например, эпюры нормальных и касательных напряжений для балки двутаврового поперечного сечения, построенные по формулам (6.1) и (6.2), имеют следующий вид (рис. 6.3).

### *Опытное определение деформаций и напряжений*

Деформации измеряют проволочными или фольговыми тензорезисторами. Схема установки тензорезисторов в исследуемом сечении приведена на рис. 6.4. Для перевода показаний прибора, подключённого к тензорезисторам, в величины относительных ли-

нейных деформаций используют либо тарировочный график, либо цену деления прибора, полученную при проведении лабораторной работы № 2.

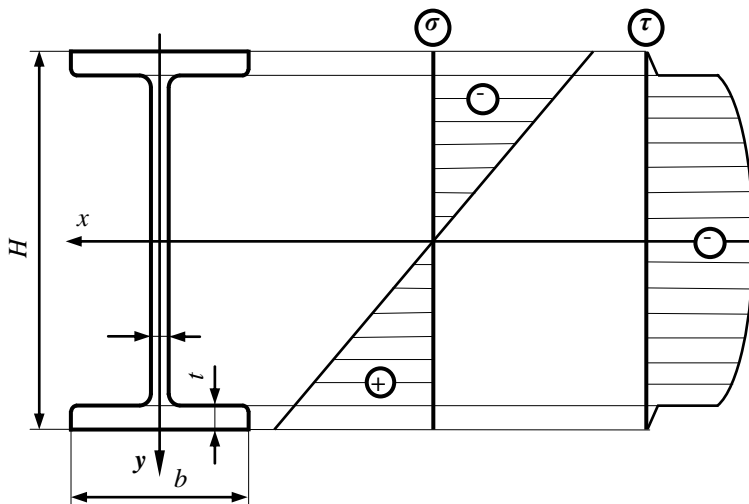


Рис. 6.3. Эпюры напряжений в балке двутаврового поперечного сечения

Опытное определение нормальных напряжений при изгибе проводят на основании закона Гука, в котором используют измеренные величины относительных линейных деформаций. В данной работе напряжения находят в наиболее удалённых от нейтральной оси точках сечения I и II, испытывающих линейное напряжённое состояние, и в точке III на нейтральной оси, испытывающей чистый сдвиг.

В случае линейного напряжённого состояния закон Гука выражается зависимостью

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad (6.3)$$

где  $E$  – модуль продольной упругости материала балки;

$\varepsilon$  – относительная линейная деформация в направлении напряжения  $\sigma$ .

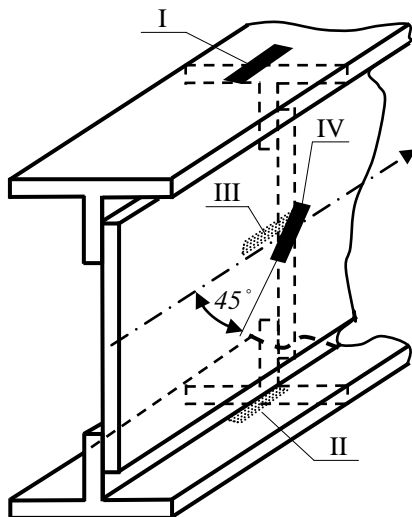


Рис. 6.4. Схема установки тензорезисторов

Следовательно, для точек I, II сечения нормальные напряжения можно определить, измерив линейную деформацию  $\varepsilon$  вдоль оси балки и применив формулу (6.3).

В точках на нейтральной оси материал балки испытывает деформацию чистого сдвига. При этом главные напряжения  $\sigma_1 = \tau_{\text{наиб}}$ ,  $\sigma_3 = -\tau_{\text{наиб}}$  действуют на площадках под углом  $45^\circ$  к оси балки, а  $\sigma_2 = 0$  (рис. 6.5).

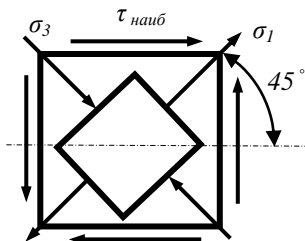


Рис. 6.5. Напряжённое состояние в точках нейтральной оси

Тогда из обобщённого закона Гука следует:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_3}{E} = \frac{1 + \mu}{E} \tau_{\text{наиб}}, \quad (6.4)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{\sigma_3}{E} - \mu \frac{\sigma_1}{E} = -\frac{1 + \mu}{E} \tau_{\text{наиб}}.$$

Из выражений (6.4) можно получить формулу для вычисления опытного значения касательного напряжения

$$\tau_{\text{наиб}} = \frac{E}{1 + \mu} \varepsilon_1 = -\frac{E}{1 + \mu} \varepsilon_3. \quad (6.5)$$

Следовательно, опытное значение касательного напряжения  $\tau_{\text{наиб}}$  в точках на нейтральной оси можно найти, ограничившись измерением линейной деформации по направлению одного из главных напряжений под углом  $45^\circ$  к оси балки.

### **Порядок проведения работы**

1. Для заданной нагрузки  $F$  по формулам (6.1) и (6.2) вычислить расчётные значения нормальных  $\sigma_{\text{расч}}$  и касательных  $\tau_{\text{расч}}$  напряжений в исследуемых точках, предварительно вычислив  $S^{\text{отс}}$  и  $J_x$  сложного поперечного сечения лонжерона.

2. Нагрузить балку небольшой предварительной силой и записать начальные показания прибора, подключённого к тензорезисторам, в протокол испытаний (см. табл. 6.1); догрузить балку заданной силой  $F$  и записать конечные показания.

3. По средним из 3 опытов приращением показаний прибора, переведённых в величины деформаций, с помощью формул (6.3) и (6.5) вычислить опытные значения напряжений  $\sigma_{\text{оп}}$ ,  $\tau_{\text{оп}}$ .

4. Провести сопоставление опытных и расчётных значений напряжений путём вычисления расхождений по формулам:

$$\frac{|\sigma_{\text{расч}} - \sigma_{\text{оп}}|}{|\sigma_{\text{расч}}|} 100\%; \quad \frac{|\tau_{\text{расч}} - \tau_{\text{оп}}|}{|\tau_{\text{расч}}|} 100\%.$$

5. Опытные и расчётные значения напряжений занести в протокол испытаний (см. табл. 6.1) и результатов исследований (см. табл. 6.2).

### Содержание отчёта

1. Расчётная схема балки с эпюрами  $Q$  и  $M$ .
2. Схема расположения тензорезисторов.
3. Поперечное сечение лонжерона с вычислением необходимых геометрических характеристик.
4. Расчёт теоретических и опытных значений напряжений.
5. Протокол испытаний и результатов исследований.
6. Общий вывод.

Таблица 6.1. Протокол испытаний

№ опыта	Нагрузка $F$ , кН	Верхние волокна			Нижние волокна			Средние волокна						
		$A_I$ , дел	$\Delta A_I$ , дел	$\Delta A_{I\text{ ср}}$ , дел	$A_{II}$ , дел	$\Delta A_{II}$ , дел	$\Delta A_{II\text{ ср}}$ , дел	$A_{III}$ , дел	$\Delta A_{III}$ , дел	$\Delta A_{III\text{ ср}}$ , дел	$A_{IV}$ , дел	$\Delta A_{IV}$ , дел	$\Delta A_{IV\text{ ср}}$ , дел	
1														
2														
3														

Таблица 6.2. Результаты исследований

Верхние волокна			Нижние волокна			Средние волокна		
$\sigma_T$ , МПа	$\sigma_{от}$ , МПа	Расхождение, %	$\sigma_T$ , МПа	$\sigma_{от}$ , МПа	Расхождение, %	$\tau_T$ , МПа	$\tau_{от}$ , МПа	Расхождение, %

### ***Контрольные вопросы***

1. В каком случае брус испытывает плоский (прямой) изгиб?
2. По каким формулам вычисляются напряжения в балке?
3. Как определить напряжения в балке опытным путём?
4. Как распределены нормальные и касательные напряжения в поперечном сечении лонжерона (построить эпюры)?
5. Как доказать, что в точках нейтральной оси балки главные напряжения имеют значения  $\sigma_1 = \tau_{\text{наиб}}$ ,  $\sigma_3 = -\tau_{\text{наиб}}$ ?
6. Как расположены главные площадки на уровне нейтральной оси двутавровой балки и в точках, наиболее удалённых от этой оси?

## 7. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ БАЛКИ С ПОДАТЛИВЫМ ЗАКРЕПЛЕНИЕМ

Цель работы – опытное определение прогиба балки с податливым креплением и сопоставление полученной величины перемещений с теоретическим значением, найденным по формулам сопротивления материалов.

### *Объект исследования*

В работе рассматривается прогиб конца трубки обратного клапана гидросистемы самолёта МИГ, вызванный силой  $F$  (рис. 7.1).

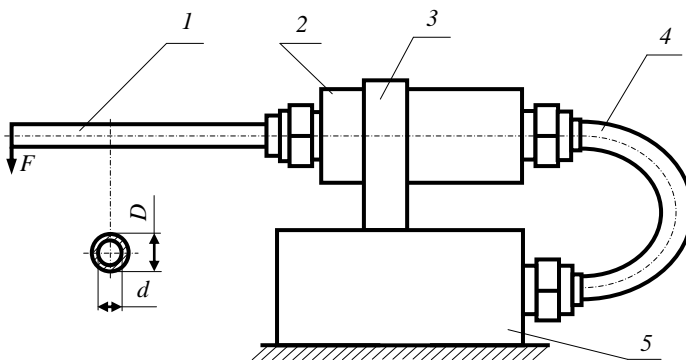


Рис. 7.1. Трубка обратного клапана гидросистемы самолёта МИГ

Трубка 1 присоединена к обратному клапану 2, который с помощью хомутка 3 и трубки подвода гидросмеси 4 крепится к основанию 5, заменяющему лонжерон крыла самолёта. Расчётной схемой трубки 1 является консольная балка с податливо закреплённым правым концом (рис. 7.2).

### *Теоретическое обоснование*

Для определения линейных и угловых перемещений балок при изгибе используют дифференциальное уравнение изогнутой оси балки

$$E \cdot J_x \cdot y'' = M(z). \quad (7.1)$$



В случае консольной балки, нагруженной на свободном конце силой  $F$  (рис. 7.2), уравнение (7.1) запишется в виде

$$E \cdot J_x \cdot y'' = -F \cdot (l - z). \quad (7.2)$$

После интегрирования этого уравнения получим следующие выражения для углов поворота поперечных сечений и прогибов:

$$E \cdot J_x \cdot y' = -F \cdot \left( l \cdot z - \frac{z^2}{2} \right) + C; \quad (7.3)$$

$$E \cdot J_x \cdot y = -F \cdot \left( \frac{l \cdot z^2}{2} - \frac{z^3}{6} \right) + C \cdot z + D. \quad (7.4)$$

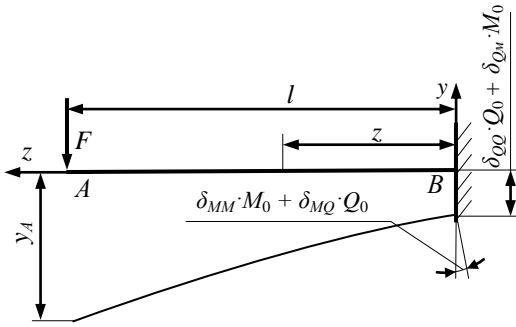


Рис. 7.2. Расчётная схема трубки

Постоянные интегрирования  $C$  и  $D$  находим из граничных условий, которые для рассматриваемой балки состоят в том, что при  $z = 0$   $y' = y'_0$ ,  $y = y_0$ , где  $y'_0$  и  $y_0$  – соответственно угол поворота и прогиб в месте податливого закрепления трубки. Используя эти условия, найдём:

$$C = E J_x y'_0, \quad D = E J_x y_0. \quad (7.5)$$

Для балок с неподатливым закреплением  $y'_0 = 0$ ,  $y_0 = 0$ , в связи с чем равны нулю и постоянные интегрирования  $C$  и  $D$ . Когда закрепление податливо, эти величины отличны от нуля, значения  $y'_0$ ,  $y_0$  необходимо определять через найденные опытным путём податливости закрепления.

Податливость  $\delta$  представляет величину перемещения, вызванного действием единичной нагрузки. При обозначении податливости используют два индекса, например  $\delta_{QQ}$  или  $\delta_{QM}$ . Первый индекс обозначает место и направление перемещения, второй – единичную нагрузку, вызывающую это перемещение. Так,  $\delta_{QM}$

обозначает прогиб (вертикальное перемещение сечения  $B$ ), вызванный действием единичного изгибающего момента.

Закрепление (опора  $B$ ) характеризуется главными и побочными податливостями. Для рассматриваемой опоры (зашемление) главными будут податливости  $\delta_{QQ}$  и  $\delta_{MM}$ , побочными –  $\delta_{QM}$  и  $\delta_{MQ}$  (рис. 7.3), причём на основании теоремы о взаимности перемещений  $\delta_{QM} = \delta_{MQ}$ .

Если учесть, что в опорном сечении рассматриваемой балки действуют поперечная сила  $Q_0$  и изгибающий момент  $M_0$ , то угол поворота и прогиб на опоре можно определить по следующим формулам:

$$y'_0 = \delta_{MM} \cdot M_0 + \delta_{MQ} \cdot Q_0; \quad (7.6)$$

$$y_0 = \delta_{QQ} \cdot Q_0 + \delta_{QM} \cdot M_0. \quad (7.7)$$

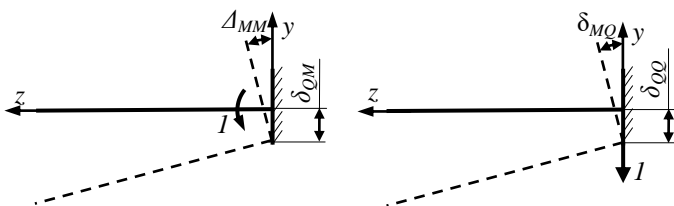


Рис. 7.3. Схема податливостей места закрепления трубки

После подстановки этих выражений в зависимости (7.5), а затем в (7.3) и (7.4), получим формулы для определения перемещений трубки в любом сечении:

$$EJ_x y' = -F \cdot \left( l \cdot z - \frac{z^2}{2} \right) + EJ_x (\delta_{MM} \cdot M_0 + \delta_{MQ} \cdot Q_0), \quad (7.8)$$

$$EJ_x y = -F \cdot \left( \frac{l \cdot z^2}{2} - \frac{z^3}{6} \right) + EJ_x (\delta_{MM} \cdot M_0 + \delta_{MQ} \cdot Q_0) z + \quad (7.9)$$

$$+ EJ_x (\delta_{QQ} \cdot Q_0 + \delta_{QM} \cdot M_0).$$

### ***Опытное определение податливостей и прогиба***

Податливости опор, как правило, определяют опытным путём. В данной работе для этого следует использовать нагружение силой

$F$  в сечениях  $A$  и  $B$  (рис. 7.4). Индикаторы служат для определения:  $1$  и  $2$  – угла поворота опорного сечения,  $3$  – вертикального перемещения опоры,  $4$  – измерения прогиба конца трубки.

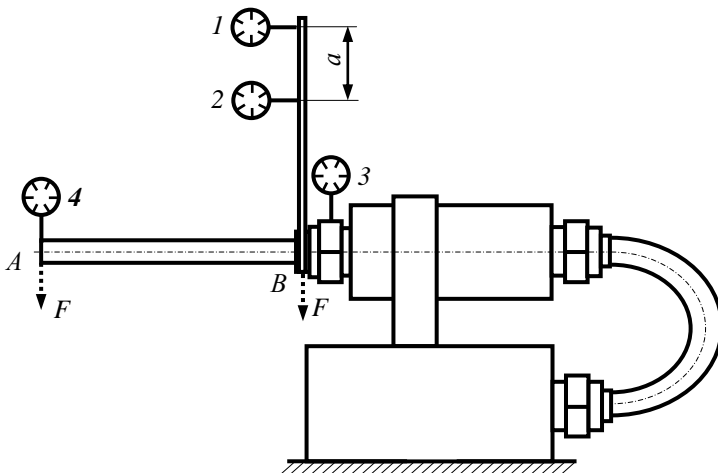


Рис. 7.4. Схема расположения индикаторов для определения прогиба и податливостей закрепления трубки

Если приращения показаний индикаторов при нагружениях силой  $F$  в сечениях  $A$  и  $B$  обозначить через  $\Delta A_i$  и  $\Delta B_i$  соответственно, то главная линейная податливость будет

$$\delta_{QQ} = \frac{\Delta B_3}{F}. \quad (7.10)$$

Поворот опоры  $\frac{\Delta A_1 - \Delta A_2}{a}$  вызван не только изгибающим моментом  $M_o$ , но и поперечной силой  $Q_o$ . Для определения угла поворота только от изгибающего момента  $M_o$ , из указанного выражения, необходимо вычесть поворот от действия поперечной силы  $\frac{\Delta B_1 - \Delta B_2}{a}$ . Тогда главная угловая податливость  $\delta_{MM}$  определяется

$$\delta_{MM} = \frac{(\Delta A_1 - \Delta A_2) - (\Delta B_1 - \Delta B_2)}{F \cdot l \cdot a}. \quad (7.11)$$

На основании аналогичных соображений можно получить формулу для побочной податливости

$$\delta_{QM} = \frac{\Delta A_3 - \Delta B_3}{F \cdot l}. \quad (7.12)$$

Исследуемый прогиб в конце трубки определяем как

$$y_{оп} = \Delta A_4. \quad (7.13)$$

### ***Порядок выполнения работы***

1. Нагрузить трубку заданной силой  $F$  в сечении  $A$ , а затем в сечении  $B$  и определить при этом перемещения  $\Delta A_i$  и  $\Delta B_i$ . Нагружение и считывание показаний с приборов осуществлять в два этапа: сначала дать небольшую предварительную нагрузку  $F_0$ , а затем догрузить конструкцию заданной силой  $F$ .

2. Вычислить главные и побочные податливости по формулам (7.10) – (7.12) и опытный прогиб по формуле (7.13).

Вычислить прогиб конца трубки  $y_{расч}$  по формуле (7.9), подставив в неё  $z = l$ .

3. Сравнить расчётные и опытные значения прогибов путём вычисления расхождения по формуле

$$\frac{|y_{расч} - y_{оп}|}{|y_{расч}|} \cdot 100\%.$$

4. Расчётные и опытные данные занести в протоколы (табл. 7.1, 7.2, 7.3).

### ***Содержание отчёта***

1. Схема установки и расположения индикаторов.
2. Схема перемещений трубки и места её закрепления.
3. Протокол испытаний.
4. Расчёты, относящиеся к определению податливостей и прогиба трубки.
5. Общий вывод.

Таблица 7.1. Протокол испытаний. Нагружение в сечении А

№ опыта	Нагрузка $F$ , Н	Показания индикаторов, мм				Приращения показаний, мм				Средние значения, мм			
		$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$\Delta A_1$	$\Delta A_2$	$\Delta A_3$	$\Delta A_4$	$\Delta A_{1\text{ ср}}$	$\Delta A_{2\text{ ср}}$	$\Delta A_{3\text{ ср}}$	$\Delta A_{4\text{ ср}}$
1													
2													
3													

Таблица 7.2. Протокол испытаний. Нагружение в сечении В

№ опыта	Нагрузка $F$ , Н	Показания индикаторов, мм			Приращения показаний, мм			Средние значения, мм		
		$B_1$	$B_2$	$B_3$	$\Delta B_1$	$\Delta B_2$	$\Delta B_3$	$\Delta B_{1\text{ ср}}$	$\Delta B_{2\text{ ср}}$	$\Delta B_{3\text{ ср}}$
1										
2										
3										

Таблица 7.3. Податливости закрепления

$\delta_{QQ}, \frac{\text{мм}}{\text{Н}}$	$\delta_{QM}, \frac{1}{\text{Н}}$	$\delta_{MM}, \frac{1}{\text{Н} \cdot \text{мм}}$

### ***Контрольные вопросы***

1. Что понимают под податливостью?
2. Какая разница между главными и побочными податливостями?
3. Как вывести формулы (7.6), (7.7), выражающие перемещение трубки в месте закрепления?
4. Как вывести формулы (7.10) – (7.12), используемые для расчёта податливостей?
5. Как доказать, что прогиб  $\delta_{QM}$  и угол поворота  $\delta_{MQ}$  имеют одинаковую размерность?
6. Как иным путём определить побочную податливость  $\delta_{MQ}$ ?
7. Каково влияние податливости закрепления на исследуемый прогиб трубки (в процентах)?

## 8. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Цель работы – ознакомление с теорией измерения остаточных напряжений и опытное определение остаточных напряжений пластины.

### *Объект исследования*

В любой детали ещё до её нагружения действуют так называемые остаточные напряжения, возникающие в результате неравномерных пластических деформаций или объёмных изменений при обработке давлением, резанием, химико-термической обработке, обработке поверхностным пластическим деформированием (ППД).

Остаточные напряжения оказывают значительное влияние на сопротивление усталости: растягивающие – снижают, а сжимающие – повышают предел выносливости детали. В связи с этим при изготовлении деталей, особенно в авиастроении, применяют ППД, например обдувку дробью, после которой в поверхностном слое детали возникают сжимающие остаточные напряжения.

В лабораторной работе определяют остаточные напряжения пластины, образовавшиеся после ППД (обдувки дробью). Исследованию подвергают полоску, вырезанную из пластины, например из лопатки компрессора авиационного газотурбинного двигателя (см. рис. 8.1).

### *Теоретическое обоснование*

При определении остаточных напряжений в детали типа пластины из неё вырезают две полоски 1 и 2 (см. рис. 8.1) во взаимно перпендикулярных направлениях. Оси полосок после вырезки в силу самоуравновешенности остаточных напряжений остаются прямыми. Затем удаляют продольные слои полосок и измеряют возникающие при этом прогибы, которые образуются за счёт освобождения остаточных усилий.

Для установления связи между остаточными напряжениями и прогибами полоски рассмотрим нагружение полоски, эквивалентное удалению слоя толщиной  $a$  (см. рис. 8.2). По торцам зоны уда-

ления слоев действуют остаточные напряжения  $\sigma_x$ , взятые с обратным знаком, так как удаление слоёв эквивалентно разгрузке торцов от остаточных напряжений, то есть нагружению остаточными напряжениями противоположного знака.

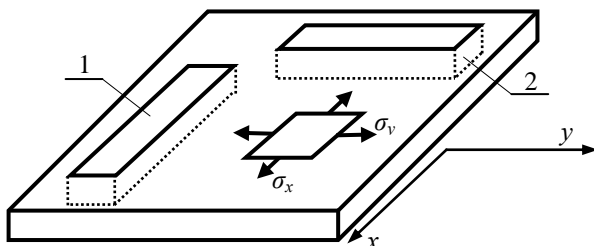


Рис. 8.1. Схема вырезки полосок из пластины

Расчётная схема полоски показана на рис. 8.3. Практическое значение имеют остаточные напряжения в тонком поверхностном слое ( $a = 50\text{--}100$  мкм), в связи с чем выражение для момента пары сил  $M(a)$  можно записать как

$$M(a) = \frac{b \cdot h}{2} \int_0^a \sigma_x(\xi) d\xi. \quad (8.1)$$

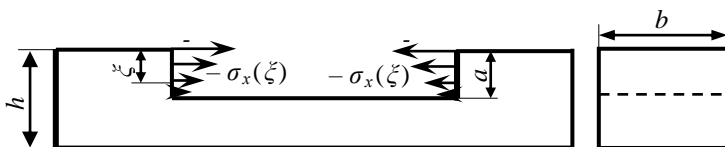


Рис. 8.2. Нагружение полоски, эквивалентное удалению слоя толщиной  $a$

Выражение для прогиба  $f(a)$ , которое можно получить интегрированием дифференциального уравнения изогнутой оси полоски или способом Верещагина, имеет следующий вид:

$$f(a) = \frac{M(a) \cdot l \cdot (l + 2 \cdot c)}{2 \cdot E \cdot J}. \quad (8.2)$$

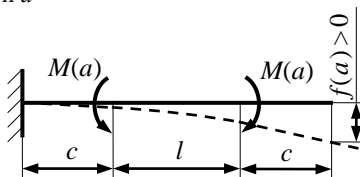


Рис. 8.3. Расчётная схема полоски



При вычислении момента инерции поперечного сечения изменением размеров сечения можно пренебречь и считать, что

$$J = \frac{b \cdot h^3}{12}.$$

Из выражений (8.1) и (8.2) следует, что

$$\int_0^a \sigma_x(\xi) d\xi = \frac{E \cdot h^2}{3 \cdot l \cdot (l + 2 \cdot c)} \cdot f(a). \quad (8.3)$$

Продифференцировав выражение (8.3) по  $a$ , получим:

$$\sigma_x(a) = \frac{E \cdot h^2}{3 \cdot l \cdot (l + 2 \cdot c)} \cdot \frac{df(a)}{da}. \quad (8.4)$$

При удалении слоёв полоски освобождаются не только напряжения  $\sigma_x$ , но также и  $\sigma_y$ . Влияние  $\sigma_y$  на прогиб  $f(a)$  обусловлено поперечной деформацией от этих напряжений, которая связана с продольной деформацией зависимостью  $\varepsilon_{non} = -\mu \cdot \varepsilon$ . В связи с этим в левую часть формулы (8.4) необходимо добавить  $-\mu \sigma_y(a)$ , то есть

$$\sigma_x(a) - \mu \cdot \sigma_y(a) = \frac{E \cdot h^2}{3 \cdot l \cdot (l + 2 \cdot c)} \cdot \frac{df(a)}{da}. \quad (8.5)$$

По результатам исследования второй полоски получим:

$$\sigma_y(a) - \mu \cdot \sigma_x(a) = \frac{E \cdot h^2}{3 \cdot l \cdot (l + 2 \cdot c)} \cdot \frac{df(a)}{da}. \quad (8.6)$$

С помощью двух зависимостей (8.5) и (8.6) определим напряжения  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$ . При  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$ , что наблюдается после обдувки дробью, формула для определения остаточных напряжений пластины принимает следующий вид:

$$\sigma(a) = \frac{E \cdot h^2}{3 \cdot (1 - \mu) \cdot l \cdot (l + 2 \cdot c)} \cdot \frac{df(a)}{da}. \quad (8.7)$$

При использовании формул (8.5) – (8.7) возникает необходимость определять производную опытной функции  $f(a)$ , представленной таблично или графически. Здесь следует воспользоваться известными приближёнными формулами, содержащими приращение функции:

– для внутренних точек

$$\frac{df}{da}(a_i) = \frac{f(a_{i+1}) - f(a_{i-1}))}{a_{i+1} - a_{i-1}}, \quad (8.8)$$

– для крайних точек

$$\frac{df}{da}(0) = \frac{f(a)}{a_i}; \quad \frac{df}{da}(a_n) = \frac{f(a_n) - f(a_{n-1}))}{a_n - a_{n-1}}. \quad (8.9)$$

### **Опытное определение остаточных напряжений пластины**

Для определения остаточных напряжений опытным путём устанавливают зависимость прогибов полоски  $f$  от толщины удалённого слоя  $a$ . Схема установки для удаления слоёв полоски электрохимическим способом и измерения прогибов изображена на рис. 8.4.

Исследуемую полоску  $1$  закрепляют в приспособлении  $12$  и погружают в ванну  $3$  с электролитом  $4$ . Напротив полоски устанавливают свинцовую пластину – катод  $2$ . К образцу и свинцовой пластине через понижающий трансформатор  $7$ , выпрямитель  $6$  и реостат  $5$  подводят постоянный ток, который вызывает анодное растворение поверхности исследуемой полоски, то есть непрерывное удаление слоёв. Возникающие при этом прогибы полоски измеряют с помощью тензостанции  $13$  и балочки  $10$  с наклеенными

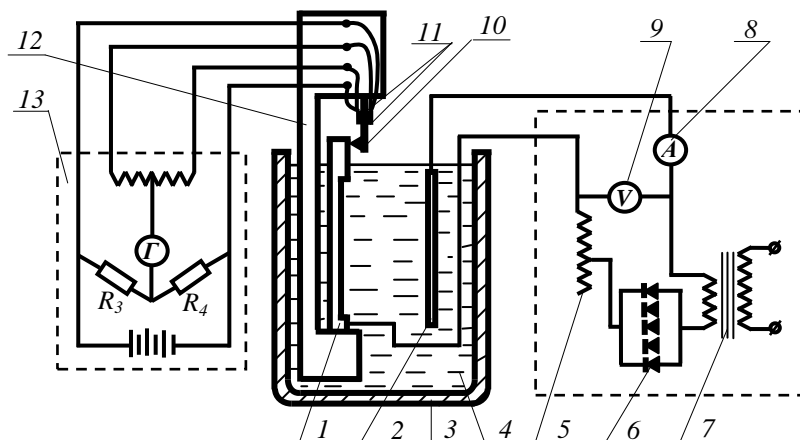


Рис. 8.4. Схема установки для травления полоски

на неё тензорезисторами 11. Контроль процесса травления полоски осуществляется с помощью амперметра 8 и вольтметра 9. Слои полоски можно удалять и химическим способом без тока, если удаётся подобрать достаточно активный травитель.

В связи с тем, что травление происходит практически равномерно, толщину удалённого слоя измеряют лишь после окончания опыта.

### **Порядок проведения работы**

1. Произвести обмер полоски.
2. Поверхности полоски, которые не должны подвергаться травлению, покрыть хлорвиниловым лаком.
3. Установить полоску в приспособлении так, чтобы измерительная балочка опиралась на неё с некоторым натягом.
4. Приспособление поместить в ванну с электролитом и приступить к травлению (удалению слоёв).
5. Через равные промежутки времени  $t$  регистрировать показания прибора, которые, в дальнейшем, перевести в величины прогибов полоски.
6. После окончания травления определить толщину удалённого слоя и скорость удаления слоёв, необходимую для перехода от зависимости  $f(t)$  к  $f(a)$ .
7. Вычислить по формулам (8.7) – (8.9) остаточные напряжения  $\sigma = \sigma(a)$  и построить эпюру этих напряжений.
8. Опытные и расчётные данные занести в протокол (табл. 8.1).

Таблица 8.1. Протокол испытаний и результаты исследования

Время травления	Показания прибора $A$ , дел	Приращение показаний прибора $\Delta A$ , дел	Прогиб образца, мкм	Толщина удалённого слоя $a$ , мкм	$\frac{d f}{d a}$	$\sigma$ , МПа

### ***Содержание отчёта***

1. Эскиз полоски с эквивалентными нагрузками и расчётная схема.
2. Схема установки для удаления слоёв полоски и измерения прогибов.
3. Протокол испытаний и результатов исследования.
4. График прогибов и эпюра остаточных напряжений.
5. Расчёты, связанные с определением остаточных напряжений.
6. Общий вывод.

### ***Контрольные вопросы***

1. Каковы причины образования остаточных напряжений?
2. Как остаточные напряжения влияют на прочность деталей?
3. Почему при выводе формулы для изгибающего момента освободившихся при удалении слоя остаточных сил считают, что все силы имеют одинаковое плечо?
4. Как получить формулу (8.2), связывающую прогиб полоски при удалении слоёв и момент освободившихся остаточных сил?
5. Почему прогиб полоски связан не только с напряжением  $\sigma_x$ , но и с напряжением  $\sigma_y$ ?
6. Как удаляют слои полоски при определении остаточных напряжений?
7. Как измеряют прогибы полоски при удалении слоёв?
8. Как осуществить переход от зависимости прогиб – время к зависимости прогиб – толщина удалённого слоя?

## 9. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ БАЛКИ

*Цель работы* – опытное определение прогиба и угла поворота поперечного сечения статически неопределимой балки и сопоставление полученных результатов с теоретическими значениями, вычисленными по формулам сопротивления материалов.

### *Объект исследования*

Балка изготовлена из двутаврового профиля Пр 125-1 (материал Д16Т), применяемого для изготовления стрингеров стабилизатора хвостового оперения самолёта. Балка *б* одним концом закреплена и в промежуточном сечении имеет ещё одну опору *7* (рис. 9.1), которую можно считать шарнирно-подвижной. Нагружение балки осуществляется сменными грузами *8*, укладываемыми на подвеску *5*, которая установлена на свободном конце балки.

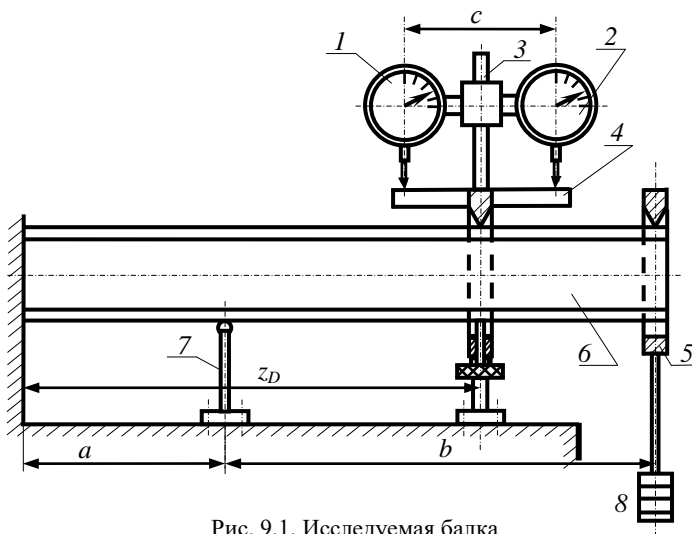


Рис. 9.1. Исследуемая балка

## Теоретическое обоснование

Перемещения балки при плоском изгибе характеризуются двумя величинами: прогибом  $y$  и углом поворота поперечного сечения  $\theta$  (рис. 9.2).

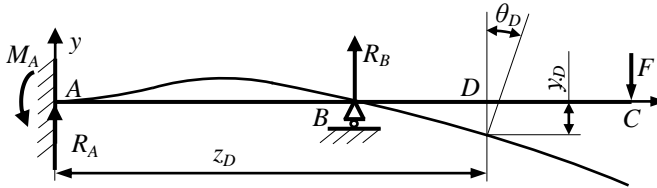


Рис. 9.2. Схема перемещений балки

Поскольку рассматриваемая балка является один раз статически неопределимой, то отысканию перемещений должно предшествовать раскрытие её статической неопределимости методом сил.

При этом для заданной расчётной схемы (рис. 9.3, а) выбирают основную систему (рис. 9.3, б) (за лишнее неизвестное принята реакция на правой опоре  $R_B = X_1$ ), строят эквивалентную систему (рис. 9.3, в) и записывают каноническое уравнение метода сил

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{1F} = 0, \quad (9.1)$$

где  $\delta_{11}$  – перемещение от действия единичной силы, заменяющей  $X_1$ , приложенной к основной системе в сечении  $B$  (рис. 9.4),

$\Delta_{1F}$  – перемещение сечения  $B$  от действия заданной силы  $F$ , приложенной в основной системе (рис. 9.5).

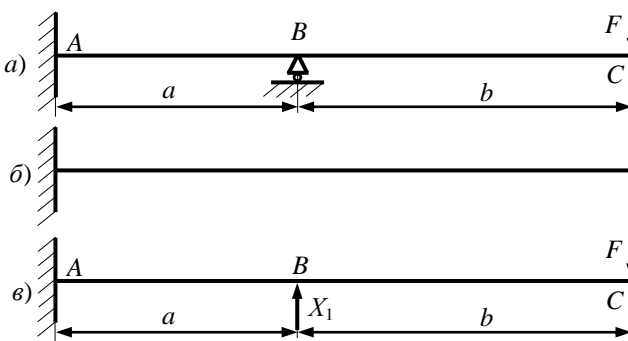


Рис. 9.3. Расчётная схема балки (а), основная (б) и эквивалентная (в) системы

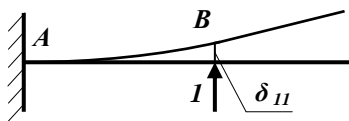


Рис. 9.4. Нагружение основной системы единичной силой

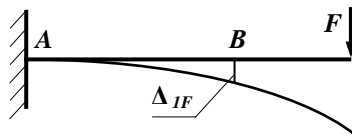


Рис. 9.5. Нагружение основной системы заданной силой

Для вычисления  $\delta_{11}$  и  $\Delta_{1F}$  можно применить формулу Верещагина:

$$\Delta = \frac{\sum \Omega_i \cdot (\bar{M}_c)_i}{E \cdot J}, \quad (9.2)$$

где  $\Omega_i$  – площадь эпюры моментов от заданной силы;

$(\bar{M}_c)_i$  – ордината эпюры моментов от единичной нагрузки, расположенная под центром тяжести эпюры  $\Omega_i$ .

Искомые перемещения балки  $y$ ,  $\theta$  определяются также с помощью формулы (9.2), при этом используется расслоенная эпюра изгибающих моментов в эквивалентной системе и эпюры моментов от соответствующих единичных нагрузок основной системы в сечении  $D$ .

### ***Опытное определение прогиба и угла поворота поперечного сечения***

Для определения опытного прогиба  $y$  и угла поворота  $\theta$  в сечении  $D$  на заданном расстоянии  $z_D$  от защемления устанавливается устройство, состоящее из индикаторной стойки 3 (см. рис. 9.1), на которой закреплены индикаторы часового типа 1, 2 и планки 4, установленной на балке 6. После нагружения балки силой  $F$  показания индикаторов изменятся на величину  $\Delta A_i$ . Искомые перемещения вычисляются по формулам:

$$y_{\text{оп}} = \frac{\Delta A_{2\text{cp}} + \Delta A_{1\text{cp}}}{2}, \quad \theta_{\text{оп}} = \frac{\Delta A_{2\text{cp}} - \Delta A_{1\text{cp}}}{c}. \quad (9.3)$$

## **Порядок выполнения работы**

1. Вычислить перемещения  $\delta_{11}$ ,  $\Delta_{1F}$  и определить лишнее неизвестное  $X_1$  по формуле (9.1), используя заданное значение силы  $F$ .

2. Вычислить перемещения  $y_{\text{расч}}$  и  $\theta_{\text{расч}}$  в заданном сечении балки по формуле (9.2), используя основную и эквивалентную системы. При этом единичные силовые факторы направить так, чтобы знаки расчётных и опытных перемещений были одинаковыми.

3. Установить угломер и индикаторную стойку с индикаторами в заданном сечении балки  $D$ .

4. Нагрузить балку и записать возникающие при этом показания индикаторов  $\Delta A_i$ . Нагружение и снятие показаний с приборов осуществлять в два этапа: сначала дать небольшую предварительную нагрузку  $F_0$ , а потом догрузить балку заданной силой  $F$ .

5. Вычислить  $\Delta A_{i \text{ ср}}$ .

6. Вычислить опытные значения перемещений  $y_{\text{оп}}$  и  $\theta_{\text{оп}}$  по формулам (9.3).

7. Сравнить расчётные и опытные значения прогибов и углов поворота, путём вычисления расхождений по формулам:

$$\frac{|y_{\text{расч}} - y_{\text{оп}}|}{|y_{\text{расч}}|} \cdot 100\%, \quad \frac{|\theta_{\text{расч}} - \theta_{\text{оп}}|}{|\theta_{\text{расч}}|} \cdot 100\%.$$

8. Расчётные и опытные данные занести в протокол испытаний и результатов исследований (табл. 9.1).

## **Содержание отчёта**

1. Схема установки.
2. Расчётная схема балки с обозначением исследуемых перемещений.
3. Рисунки и расчёты, относящиеся к раскрытию статической неопределимости.
4. Рисунки и расчёты, относящиеся к определению перемещений.
5. Протокол испытаний и результатов исследований.
6. Общий вывод.



Таблица 9.1. Протокол испытаний и результатов исследований

№ опыта	Абсцисса сечения $z_{D,MM}$	Нагрузка $F$ , Н	Показания индикаторов, мм						Прогиб, мм			Угол поворо- та, рад						
			$A_1$	$\Delta A_1$	$\Delta A_{1\text{ ср}}$	$A_2$	$\Delta A_2$	$\Delta A_{2\text{ ср}}$	$y_{\text{расч}}$	$y_{\text{оп}}$	Расхожд., %	$\theta_{\text{расч}}$	$\theta_{\text{оп}}$	Расхожд., %				
1																		
2																		
3																		

### **Контрольные вопросы**

1. В каком случае брус испытывает прямой (плоский) изгиб?
2. Какие величины определяют перемещения балки при изгибе?
3. Какие балки относятся к статически неопределимым?
4. Что называют основной и эквивалентной системами?
5. Каков физический смысл канонического уравнения метода сил и входящих в него величин?
6. Где и в каком направлении прикладывается единичная нагрузка при раскрытии статической неопределимости методом сил?
7. Как устроен и работает индикатор часового типа?

## 10. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ ПЛОСКОЙ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ РАМЫ

*Цель работы* – опытное определение деформаций и напряжений плоской статически неопределимой рамы и сопоставление их с результатами, полученными по формулам сопротивления материалов.

### *Объект исследования*

В лабораторной работе с помощью тензорезисторов определяют деформации и напряжения проставочного кольца авиационного турбореактивного двухконтурного двигателя (рис. 10.1). Кольцо *1* установлено на опоре *2* и нагружено в нижнем сечении грузом *3*. На наружной поверхности кольца в окружном направлении наклеены четыре тензорезистора *4* для измерения деформаций.

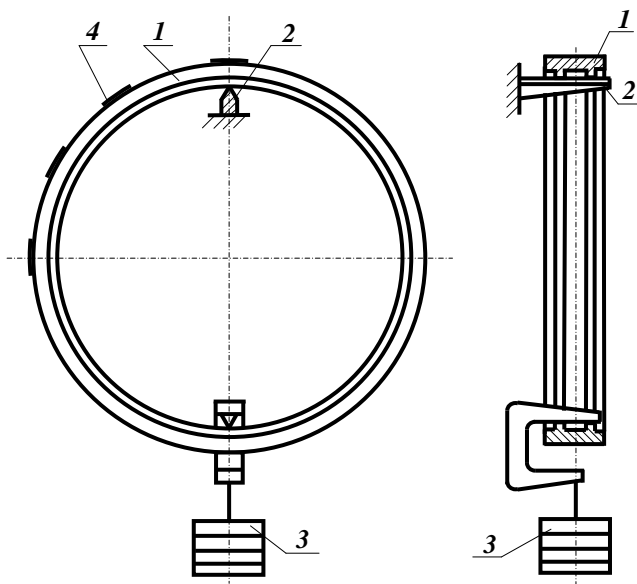


Рис. 10.1. Проставочное кольцо

### Теоретическое обоснование

На рис. 10.2, *а* изображена расчётная схема кольца, нагруженного растягивающей силой  $F$  и реакцией опоры  $R = F$ . На рис. 10.2, *б* показана эквивалентная система, в соответствии с которой рассматриваемое кольцо является три раза статически неопределимой плоской рамой. Канонические уравнения метода сил, с помощью которых определяют неизвестные усилия  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$ , имеют в данном случае следующий вид:

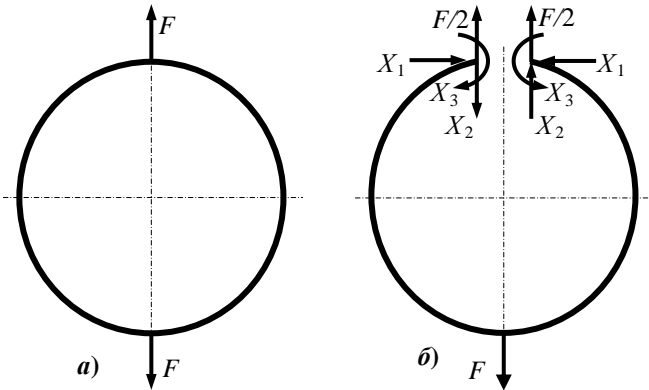


Рис. 10.2. Расчётная схема кольца (*а*) и эквивалентная система (*б*)

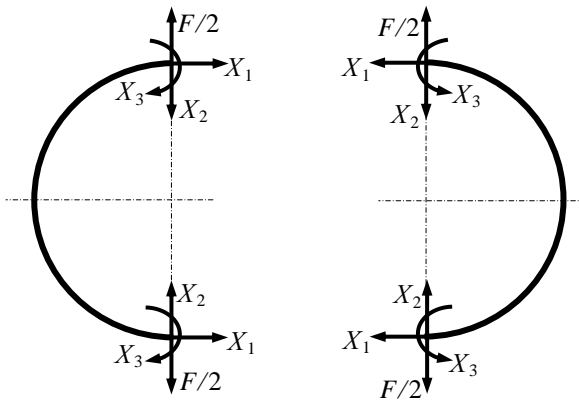


Рис. 10.3. Нагружение половин кольца

$$\begin{aligned}
\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \delta_{13} \cdot X_3 + \Delta_{1F} &= 0, \\
\delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \delta_{23} \cdot X_3 + \Delta_{2F} &= 0, \\
\delta_{31} \cdot X_1 + \delta_{32} \cdot X_2 + \delta_{33} \cdot X_3 + \Delta_{3F} &= 0.
\end{aligned} \tag{10.1}$$

С учётом симметрии, уравнения (10.1) можно упростить. Из условий равновесия половины кольца (см. рис. 10.3) следует, что  $X_1 = 0$ . В силу симметрии, обе половины кольца, изображённые на рис. 10.3, должны находиться в одинаковых условиях нагружения, то есть, например, верхние силы  $X_2$  для обеих половин должны иметь одинаковое направление (см. рис. 10.2, б). В то же время по закону взаимодействия половин кольца эти силы должны иметь противоположное направление, как это показано на рис. 10.3. Выполнение указанных двух условий возможно лишь при  $X_2 = 0$ . Следовательно, только одно неизвестное  $X_3$  отличается от нуля, а система (10.1) примет следующий вид:

$$\begin{aligned}
\delta_{13} \cdot X_3 + \Delta_{1F} &= 0, \\
\delta_{23} \cdot X_3 + \Delta_{2F} &= 0, \\
\delta_{33} \cdot X_3 + \Delta_{3F} &= 0.
\end{aligned} \tag{10.2}$$

Каждое из этих уравнений, если коэффициенты отличны от нуля, можно использовать для определения  $X_3$ .

Коэффициенты и свободные члены канонических уравнений метода сил вычисляются с помощью интеграла Мора по формулам:

$$\delta_{33} = \int_L \frac{\bar{M}_3 \cdot \bar{M}_3}{E \cdot J_y} dS; \quad \Delta_{3F} = \int_L \frac{M_F \cdot \bar{M}_3}{E \cdot J_y} dS, \tag{10.3}$$

где  $M_F$  – уравнение для изгибающих моментов при нагружении основной системы внешними силами;

$\bar{M}_3$  – уравнение для изгибающих моментов при нагружении основной системы единичными парами сил.

На рис. 10.4 показаны нагружения основной системы силами для определения  $\bar{M}_1$ ,  $\bar{M}_2$ ,  $\bar{M}_3$ ,  $M_F$ .

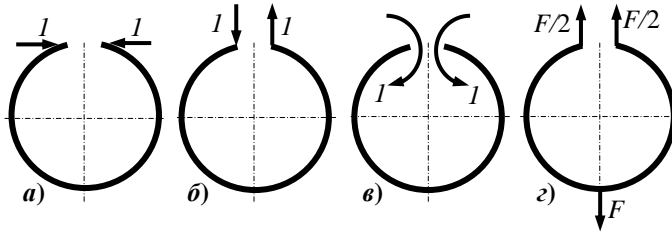


Рис. 10.4. Нагрузки основной системы для раскрытия статической неопределенности

После того, как вычислены коэффициенты и свободные члены канонических уравнений и раскрыта статическая неопределенность, то есть найдено значение  $X_3$ , определяют изгибающий момент  $M$  и нормальную силу  $N$  в сечениях, где установлены тензорезисторы, используя при этом эквивалентную систему (см. рис. 10.2, б). Нормальные напряжения кольца вычисляют по формуле

$$\sigma_{расч} = \frac{M}{J_y} x + \frac{N}{A}, \quad (10.4)$$

где  $x$  – координата наружной поверхности кольца, на которой приклеены тензорезисторы (рис. 10.5). Ось  $x$  следует направить в сторону сжатых волокон.

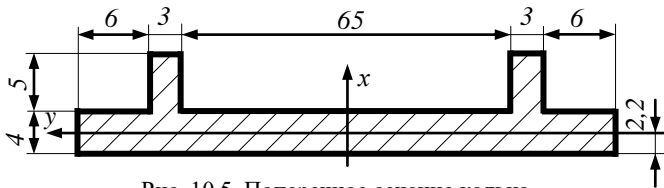


Рис. 10.5. Поперечное сечение кольца

### ***Опытное определение деформаций и напряжений кольца***

С помощью тензорезисторов, наклеенных на наружную поверхность кольца, определяют окружные деформации  $\varepsilon$  в заданных сечениях. При этом, для перехода от показаний измерительного

прибора к деформациям, используют результаты тарировки прибора с тензорезистором или паспортную цену деления прибора с поправкой на фактическую характеристику тензорезистора –  $\varepsilon = \kappa \cdot \Delta A$ . Заданные растягивающие силы  $F$  создают навешиванием в нижнем сечении кольца сменных грузов.

Для перехода от деформаций к напряжениям используют закон Гука:

$$\sigma_{\text{оп}} = E \cdot \varepsilon, \quad (10.5)$$

где  $E$  – модуль продольной упругости материала стержня,  
 $\varepsilon$  – относительная продольная деформация.

### ***Порядок проведения работы***

1. Вычислить расчётные значения напряжений  $\sigma_{\text{расч}}$  по формуле (10.4), предварительно раскрыв статическую неопределимость кольца.

2. Нагрузить кольцо предварительной нагрузкой  $F_0$  и произвести отчёты по прибору, подключённому к тензорезисторам.

3. Увеличить нагрузку на заданную величину  $F$  и вновь произвести отсчёт по прибору.

4. Пункты 2, 3 повторить не менее трёх раз.

5. По приращению показаний прибора  $\Delta A$  определить деформацию внешней поверхности кольца в исследуемых сечениях.

6. Вычислить опытные значения напряжений  $\sigma_{\text{оп}}$  по формуле (10.5).

7. Сопоставить опытные и расчётные значения напряжений путём вычисления расхождений по формуле

$$\frac{|\sigma_{\text{расч}} - \sigma_{\text{оп}}|}{|\sigma_{\text{расч}}|} 100\%.$$

7. Опытные и расчётные данные занести в протоколы (табл. 10.1 и 10.2).

## Содержание отчёта

1. Расчётная схема кольца с указанием использованных данных.
2. Поперечное сечение кольца с указанием размеров.
3. Расчёты и эпюры, связанные с раскрытием статической неопределимости и определением напряжений.
4. Протоколы испытаний и результатов исследований.
5. Общий вывод.

Таблица 10.1. Протокол испытаний

№ опыта	F, Н	Показания прибора, дел				Приращения показаний прибора, дел								
		A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	ΔA <sub>1</sub>	ΔA <sub>1</sub> ср	ΔA <sub>2</sub>	ΔA <sub>2</sub> ср	ΔA <sub>3</sub>	ΔA <sub>3</sub> ср	ΔA <sub>4</sub>	ΔA <sub>4</sub> ср	
1														
2														
3														

Таблица 10.2. Протокол результатов исследований  
(напряжения, МПа)

Сечение 1			Сечение 2			Сечение 3			Сечение 4		
σ <sub>расч</sub>	σ <sub>оп</sub>	Расхож- дение, %	σ <sub>расч</sub>	σ <sub>оп</sub>	Расхож- дение, %	σ <sub>расч</sub>	σ <sub>оп</sub>	Расхож- дение, %	σ <sub>расч</sub>	σ <sub>оп</sub>	Расхож- дение, %

## Контрольные вопросы

1. Какие стержневые системы относят к плоским, плоско-пространственным и пространственным рамам?
2. Как определить степень статической неопределимости рамы?

3. Что называют основной и эквивалентной системами?
4. Как записываются канонические уравнения метода сил?
5. Какой физический смысл имеют коэффициенты и свободные члены канонических уравнений?
6. Какой физический смысл имеет каждое каноническое уравнение?
7. Любые ли неизвестные можно принять за лишние?
8. Как можно осуществить генеральную проверку результатов раскрытия статической неопределимости рамы?



## 11. УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

*Цель работы* – изучение явления потери устойчивости сжатыми стержнями, опытное определение критических сил и сопоставление их с результатами, полученными по формулам сопротивления материалов.

### *Объект исследования*

Испытанию подвергаются стержни из авиационного алюминиевого профиля, схемы нагружения которых показаны на рис. 11.1.

Установка, изображённая на рис. 11.1, *а*, включает испытуемый стержень 4, установленный в вертикальном положении, нижний конец которого закреплён упорами 5. Нагружение осуществляется сменными грузами 1, прикладываемыми к верхней части стержня через наконечник 2. Для предотвращения разрушения стержня после потери устойчивости в установке предусмотрено ограничивающее устройство 3.

Во второй установке (см. рис. 11.1, *б*) испытуемый стержень 2 является подкосом кронштейна, нагружаемого винтовым домкратом 3 через пружинный динамометр 4 в сечении *В* горизонтального бруса большой жёсткости 1.

### *Теоретическое обоснование*

При сжатии достаточно длинного стержня можно наблюдать внезапное выпучивание, то есть быстрое нарастание перемещений в направлении, перпендикулярном оси стержня. Наименьшую силу, при которой возникает выпучивание или, иначе говоря, потеря устойчивости, называют критической и обозначают  $F_{кр}$ .

При  $F < F_{кр}$  устойчивой является прямолинейная форма равновесия стержня, так как упругие силы сопротивления, возникающие в искривлённом стержне, превышают сжимающие силы  $F$ . При  $F = F_{кр}$  сжимающие силы сравниваются с упругими силами сопротивления искривлённого стержня и происходит потеря устойчивости.

Для вычисления критической силы применяют формулу Эйлера:

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{\min}}{(\mu \cdot l)^2}, \quad (11.1)$$

где  $E$  – модуль продольной упругости материала стержня;

$J_{\min}$  – минимальный главный центральный момент инерции

поперечного сечения стержня;

$\mu$  – коэффициент приведения длины стержня к случаю Эйлера;

$l$  – длина стержня.

Формула Эйлера применима до напряжения, равного пределу пропорциональности  $\sigma_{\text{пц}}$  материала стержня, то есть при

$\sigma_{кр} = \frac{F_{кр}}{A} \leq \sigma_{\text{пц}}$ . Это условие выполняется для достаточно длинных стержней, у которых

$$\lambda \geq \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E}{\sigma_{\text{пц}}}}, \quad (11.2)$$

где  $\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}}$  – гибкость стержня;

$i_{\min}$  – минимальный главный центральный радиус инерции поперечного сечения стержня.

### ***Опытное определение критических сил***

На установке, изображённой на рис. 11.1, *а* определяют критическую силу стержня 4 с защемлённым нижним концом 5 методом проб. Поэтапно увеличивают с помощью грузов 1 сжимающую силу и, каждый раз, отводят стержень до упора 3, а затем освобождают. Критической будет та сила, начиная с которой стержень, после освобождения и затухания колебаний, не возвращается в исходное положение, а остаётся на упоре в изогнутом состоянии.

На установке, изображённой на рис. 11.1, *б*, определяют критическую силу стержня 2 с шарнирно закреплёнными концами. Нагружение бруса 1 осуществляют домкратом 3, величину нагрузки фиксируют на динамометре 4. При достижении критической силы наблюдается увеличение прогибов стержня 2 при неизмен-

ной нагрузке  $F_{кр}$ . По критической нагрузке  $F_{кр}$  бруса, используя метод сечений, находят критическую силу  $N_{кр}$  стержня 2.

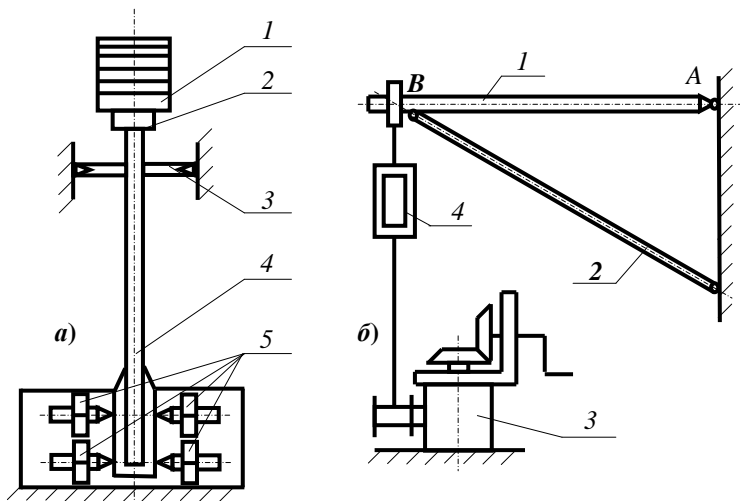


Рис. 11.1. Установки для изучения потери устойчивости

### Порядок проведения работы

1. Установить продольные и поперечные размеры испытуемых стержней, геометрические характеристики поперечных сечений.

2. Вычислить гибкость стержней по формуле (11.2) и убедиться в возможности применения формулы Эйлера.

3. Вычислить по формуле (11.1) расчётные значения критических сил  $F_{кр}^{расч}$ ,  $N_{кр}^{расч}$ .

4. Путём нагружения установить опытные значения критических сил  $F_{кр}^{оп}$ . Для стержня 2 (рис. 11.1, б), используя метод сечений, определить также  $N_{кр}^{оп}$ .

5. Сопоставить опытные и расчётные значения критических сил путём вычисления расхождений по формулам:

$$\frac{|F_{кр}^{расч} - F_{кр}^{оп}|}{|F_{кр}^{расч}|} \cdot 100\%; \quad \frac{|N_{кр}^{расч} - N_{кр}^{оп}|}{|N_{кр}^{расч}|} \cdot 100\% .$$

6. Опытные и расчётные данные занести в протокол (табл. 11.1).

Таблица 11.1. Протокол испытаний и результатов исследований

Тип установки	Геометрические характеристики стержня			Гибкость стержня, $\lambda$	$\sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E}{\sigma_{\text{крит}}}}$	Расчётное значение критической силы, $N$	№ опыта	Опытное значение критической силы, $N$	Среднее значение критической силы, $N$	Расхождение, %
	$l$ , см	$J_{\text{мин}}$ , см <sup>4</sup>	$i_{\text{мин}}$ , см							
а							1			
							2			
							3			
б							1			
							2			
							3			

### Содержание отчёта

1. Расчётные схемы и поперечные сечения испытуемых стержней с указанием размеров.
2. Расчёты, относящиеся к определению опытных и теоретических значений критических сил.
3. Протокол испытаний и результатов исследований.
4. Общий вывод.

### Контрольные вопросы

1. В чём заключается явление потери устойчивости сжатым стержнем?
2. Какую величину сжимающей силы называют критической?
3. Для всех ли стержней можно применять формулу Эйлера?
4. Как учитывают условия закрепления стержня при определении критической силы?
5. Какая форма поперечного сечения сжатого стержня является рациональной с точки зрения устойчивости?

## 12. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ВНЕЦЕНТРОМ РАСТЯЖЕНИИ

Цель работы – опытное определение деформаций и напряжений в стержне при внецентренном растяжении и сопоставление опытных данных с расчётными значениями, найденными по формулам сопротивления материалов.

### *Объект исследования*

Исследуемый стержень (рис. 12.1) представляет собой часть стрингера центроплана самолёта Ту-154. Материал стрингера – алюминиевый сплав Д16Т. Стержень нагружен силами  $F$ , приложенными в плоскости симметрии и проходящими через середину толщины стенки. Нагружение осуществляется на универсальной испытательной машине. Деформации и напряжения определяются в точках I, II и III (рис. 12.2).

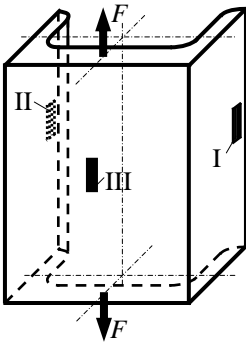


Рис. 12.1. Исследуемый стержень-стрингер. Схема нагружения и наклейки тензорезисторов

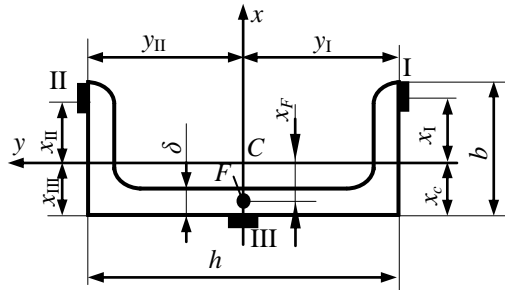


Рис. 12.2. Поперечное сечение стрингера

### *Теоретическое обоснование*

Нормальные напряжения в стержне при внецентренном растяжении определяют по формуле

$$\sigma = F \cdot \left( \frac{1}{A} + \frac{x_F \cdot x}{J_y} + \frac{y_F \cdot y}{J_x} \right), \quad (12.1)$$

где  $F$  – растягивающая сила;

$A$  – площадь поперечного сечения стержня;

$J_x, J_y$  – главные центральные моменты инерции поперечного сечения стержня;

$x_F, y_F$  – координаты точки приложения силы  $F$  в главных центральных осях инерции поперечного сечения;

$x, y$  – координаты точки поперечного сечения, в которой определяется напряжение.

### ***Опытное определение деформаций и напряжений***

Опытные значения деформаций определяют с помощью тензорезисторов I, II и III, наклеенных на поверхность стержня в заданных точках (см. рис. 12.1, 12.2). Для пересчёта показаний измерительного прибора, подключённого к тензорезисторам, в деформации используют результаты тарировки (см. лаб. работу № 2) или паспортную цену деления прибора с соответствующей поправкой на фактическое значение коэффициента тензочувствительности тензорезистора.

Для определения напряжений по известным деформациям используется закон Гука. При внецентренном растяжении в любой точке стержня имеет место линейное напряжённое состояние. В этом случае закон Гука выражается зависимостью

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad (12.2)$$

где  $E$  – модуль продольной упругости материала стержня,

$\varepsilon$  – относительная продольная деформация.

### ***Порядок проведения работы***

1. Для заданной нагрузки  $F_{\text{расч}}$  по формуле (12.1) вычислить расчётные значения напряжения  $\sigma_{\text{расч}}$  в исследуемых точках. Геометрические характеристики и координаты точек, входящие в формулу (12.1), следует взять из соответствующего стандарта на авиационный алюминиевый профиль.

2. Нагрузить стержень предварительной нагрузкой  $F_0$  и произвести отсчёты по прибору, подключённому к тензорезисторам.

3. Увеличить нагрузку на заданную величину  $F_{\text{расч}}$  и вновь произвести отсчёты по прибору.

4. Подсчитать приращения показаний прибора  $\Delta A$  и по средним значениям из трёх опытов вычислить опытные значения деформаций  $\varepsilon_{\text{оп}}$  в исследуемых точках.

5. Вычислить опытные значения напряжений  $\sigma_{\text{оп}}$  по формуле (12.2).

6. Сопоставить расчётные и опытные значения напряжений путём вычисления расхождений по формуле

$$\frac{|\sigma_{\text{рас}} - \sigma_{\text{оп}}|}{|\sigma_{\text{рас}}|} \cdot 100\%.$$

7. Опытные и расчётные величины занести в протокол испытаний и напряжений (табл. 12.1 и 12.2).

### Содержание отчёта

1. Расчётная схема стержня.
2. Поперечное сечение стержня с необходимыми размерами.
3. Расчёты, связанные с определением напряжений и деформаций.
4. Протоколы испытаний и результатов определения напряжений.
5. Общие выводы.

Таблица 12.1. Протокол испытаний

Номер опыта	$F$ , кН	Показания прибора, дел			Приращение показания прибора, дел					
		$A_1$	$A_2$	$A_3$	$\Delta A_1$	$\Delta A_{1\text{ср}}$	$\Delta A_2$	$\Delta A_{2\text{ср}}$	$\Delta A_3$	$\Delta A_{3\text{ср}}$
1										
2										
3										

Таблица 12.2. Напряжения, МПа

Точка I			Точка II			Точка III		
$\sigma_{\text{расч}}$	$\sigma_{\text{оп}}$	Расхождение, %	$\sigma_{\text{расч}}$	$\sigma_{\text{оп}}$	Расхождение, %	$\sigma_{\text{расч}}$	$\sigma_{\text{оп}}$	Расхождение, %

### ***Контрольные вопросы***

1. В каком случае стержень испытывает внецентренное растяжение?
2. На какие простые деформации можно разложить внецентренное растяжение?
3. Какие напряжения возникают в поперечных сечениях стержня при внецентренном растяжении?
4. Как распределены напряжения в поперечном сечении стержня при внецентренном растяжении?
5. Как определить положение нейтральной оси поперечного сечения стержня при внецентренном растяжении?
6. Что называется ядром сечения и как его построить?
7. Можно ли применять формулу (12.1) для стержней любой длины при внецентренном сжатии?
8. Как определить напряжения в стержне опытным путём?



### 13. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ, НАПРЯЖЕНИЙ И ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ПРИ КОСОМ ИЗГИБЕ

Цель работы – опытное определение деформаций, напряжений и перемещений балки при косом изгибе и сопоставление опытных данных с расчётными значениями, найденными по формулам сопротивления материалов.

#### *Объект исследования*

Исследуемая балка (рис. 13.1) представляет собой часть стрингера центроплана самолёта Ту-154. Материал стрингера – алюминиевый сплав Д16Т, поперечное сечение – двутавр (см. рис. 13.2). Балка закреплена одним концом и нагружена на свободном конце силой  $F$ . Балка может поворачиваться относительно продольной оси. Величину угла  $\varphi$  между вертикалью и главной центральной осью  $y$  устанавливают по круговой шкале  $I$ .

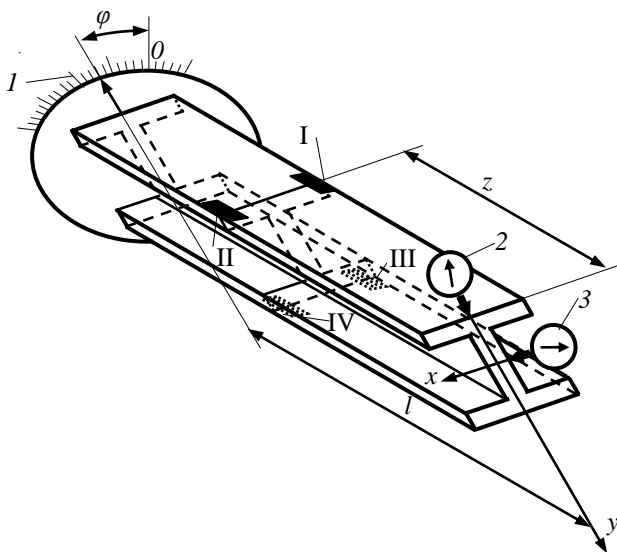


Рис. 13.1. Исследуемая балка-стрингер. Схема нагружения и наклейки тензорезисторов

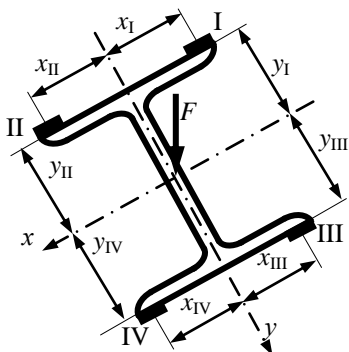


Рис. 13.2. Поперечное сечение стрингера

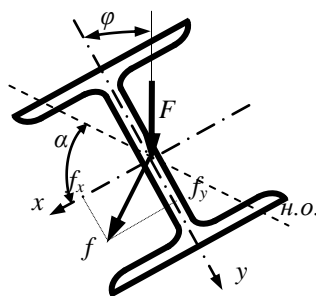


Рис. 13.3. Схема перемещений балки при косом изгибе

Деформации и напряжения определяют в точках I, II, III, IV сечения, отстоящего на расстоянии  $z$  от свободного конца балки. Кроме того, определяют перемещения свободного конца балки.

### *Теоретическое обоснование*

Нормальные напряжения балки при косом изгибе вычисляются по формуле

$$\sigma = \pm M \cdot \left( \frac{x \cdot \sin \varphi}{J_y} + \frac{y \cdot \cos \varphi}{J_x} \right), \quad (13.1)$$

где  $M$  – изгибающий момент в рассматриваемом сечении, взятый по абсолютной величине. Знак перед  $M$  должен совпадать со знаком напряжений в 1-м квадранте сечения;

$x, y$  – координаты точки, в которой вычисляется напряжение. Направление осей следует выбрать таким, чтобы плоскость изгибающего момента проходила через первый квадрант;

$J_x, J_y$  – главные центральные моменты инерции поперечного сечения балки.

Составляющие полного перемещения свободного конца консольной балки вдоль осей  $x, y$  определяются по формулам:

$$f_x = \frac{F \cdot l^3 \cdot \sin \varphi}{3 E \cdot J_y}; \quad f_y = \frac{F \cdot l^3 \cdot \cos \varphi}{3 E \cdot J_x}. \quad (13.2)$$

Полное перемещение находится как геометрическая сумма составляющих:

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}. \quad (13.3)$$

Направление полного перемещения перпендикулярно нейтральной оси сечения, положение которой определяется углом  $\alpha$  (см. рис. 13.3). Угол  $\alpha$  определяют по формуле

$$\alpha = \arctg \left( \frac{J_x}{J_y} \cdot \operatorname{tg} \varphi \right). \quad (13.4)$$

### ***Опытное определение деформаций, напряжений и перемещений***

Опытные значения деформаций  $\varepsilon$  определяются с помощью тензорезисторов, наклеенных на поверхность балки в заданных точках (см. рис. 13.1, 13.2). Для пересчёта показаний измерительного прибора, подключённого к тензорезисторам, в деформации используются результаты тарировки (см. лаб. работу № 2) или паспортная цена деления прибора с соответствующей поправкой на фактическое значение коэффициента тензочувствительности тензорезистора.

Для определения напряжений по известным деформациям  $\varepsilon$  используется закон Гука. В исследуемых точках балки имеет место линейное напряжённое состояние. В этом случае закон Гука выражается зависимостью

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad (13.5)$$

где  $E$  – модуль продольной упругости материала балки,

$\varepsilon$  – относительная продольная деформация.

Опытные значения составляющих полного прогиба на свободном конце балки определяются с помощью индикаторов часового типа 2, 3 (см. рис. 13.1). Опытное значение угла  $\alpha$  определяют по формуле

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{f_x}{f_y}. \quad (13.6)$$

### ***Порядок проведения работы***

1. Для заданных значений  $F$ ,  $z$  и  $\varphi$  по формуле (13.1) вычислить теоретические значения напряжений  $\sigma_{\text{расч}}$ . Характеристики и координаты точек, входящие в формулу (13.1), следует взять из соответствующего стандарта на авиационный алюминиевый профиль.

2. По формулам (13.2) определить расчётные значения составляющих полного прогиба  $f_{x \text{ расч}}$ ,  $f_{y \text{ расч}}$ . Затем по формуле (13.3) подсчитать полный прогиб  $f_{\text{расч}}$ .

4. Вычислить по формуле (13.4) расчётные значения угла  $\varphi_{\text{расч}}$ , определяющего положение нейтральной оси сечения.

5. Используя шкалу 1 (см. рис. 13.1), повернуть балку на заданный угол  $\varphi$ . Нагрузить балку предварительной нагрузкой  $F_0$  и записать начальные показания индикаторов и прибора, подключённого к тензорезисторам.

6. Увеличить нагрузку на заданную величину  $F_{\text{расч}}$  и вновь записать показания прибора и индикаторов.

7. Вычислить приращения показаний прибора  $\Delta A$  и по средним значениям из трёх опытов вычислить опытные деформации  $\varepsilon_{\text{оп}}$  в исследуемых точках.

8. Вычислить опытные значения напряжений  $\sigma_{\text{оп}}$  по формуле (13.5).

9. Подсчитать опытные значения составляющих  $f_{x \text{ оп}}$ ,  $f_{y \text{ оп}}$  и полного прогиба как осреднённые значения приращений показаний индикаторов  $\Delta V_x$  и  $\Delta V_y$ . По формуле (13.3) вычислить полный прогиб  $f_{\text{оп}}$ .

10. Вычислить опытное значение угла  $\alpha_{\text{оп}}$  по формуле (13.6).

11. Сопоставить теоретические и опытные значения найденных величин путём вычисления расхождений по формулам:

$$\frac{|\sigma_{\text{расч}} - \sigma_{\text{оп}}|}{|\sigma_{\text{расч}}|} \cdot 100\%; \quad \frac{|f_{\text{расч}} - f_{\text{оп}}|}{|f_{\text{расч}}|} \cdot 100\%; \quad \frac{|\alpha_{\text{расч}} - \alpha_{\text{оп}}|}{|\alpha_{\text{расч}}|} \cdot 100\%.$$

12. Опытные и расчётные величины занести в протокол испытаний и таблицу результатов исследований (табл. 13.1, 13.2).

### *Содержание отчёта*

1. Схема балки.
2. Поперечное сечение с необходимыми размерами.
3. Схема перемещений концевого сечения балки.
4. Расчёты, связанные с определением деформаций, напряжений и перемещений.
5. Протокол испытаний и результатов определения напряжений и перемещений.
6. Общие выводы.

Таблица 13.1. Протокол испытаний

Номер опыта	F, кН	Показания прибора, дел				Приращения показаний прибора, дел				Показания индикаторов, мм		Приращение показаний индикаторов, мм							
		A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	ΔA <sub>1</sub>	ΔA <sub>1cp</sub>	ΔA <sub>2</sub>	ΔA <sub>2cp</sub>	ΔA <sub>3</sub>	ΔA <sub>3cp</sub>	ΔA <sub>4</sub>	ΔA <sub>4cp</sub>	B <sub>x</sub>	B <sub>y</sub>	ΔB <sub>x</sub>	$f_{x \text{ оп}} = \Delta B_{x \text{ cp}}$	ΔB <sub>y</sub>	$f_{y \text{ оп}} = \Delta B_{y \text{ cp}}$
1																			
2																			
3																			

Таблица 13.2. Результаты исследований

Напряжения, МПа												Перемещения, мм			Угол, рад		
Точка I			Точка II			Точка III			Точка IV								
$\sigma_{\text{расч}}$	$\sigma_{\text{оп}}$	Расхожд., %	$\sigma_{\text{расч}}$	$\sigma_{\text{оп}}$	Расхожд., %	$\sigma_{\text{расч}}$	$\sigma_{\text{оп}}$	Расхожд., %	$\sigma_{\text{расч}}$	$\sigma_{\text{оп}}$	Расхожд., %	$f_{\text{расч}}$	$f_{\text{оп}}$	Расхожд., %	$\alpha_{\text{расч}}$	$\alpha_{\text{оп}}$	Расхожд., %

### ***Контрольные вопросы***

1. В каком случае балка испытывает прямой (плоский) изгиб?
2. В каком случае балка испытывает косой изгиб?
3. На какие простые деформации можно разложить косой изгиб?
4. Какие напряжения возникают в поперечных сечениях балки при косом изгибе?
5. Как распределены нормальные напряжения в поперечном сечении балки при косом изгибе?
6. Как определить положение нейтральной оси поперечного сечения балки при косом изгибе?
7. Как связаны между собой положения нейтральной оси поперечного сечения и вектора полного перемещения?
8. Какие балки испытывают прямой изгиб при нагружении в любой осевой плоскости?

## 14. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ КРУЧЕНИИ С ИЗГИБОМ

Цель работы – опытное определение деформаций и напряжений в валу при кручении с изгибом с помощью розетки тензорезисторов и сопоставление опытных данных с расчётными значениями, найденными по формулам сопротивления материалов.

### *Объект исследования*

Объект исследования представляет собой вал авиационного двигателя НК-4, испытывающий кручение с изгибом (рис. 14.1). Один конец вала 1 закреплён в основании 2, на другом конце установлен рычаг 3, через который осуществляется нагружение силой, направленной вертикально вверх. Сила создаётся с помощью винтовой пары 4 вращением штурвала 5. Величина силы определяется по деформации динамометра 6, регистрируемой индикаторами часового типа 7.

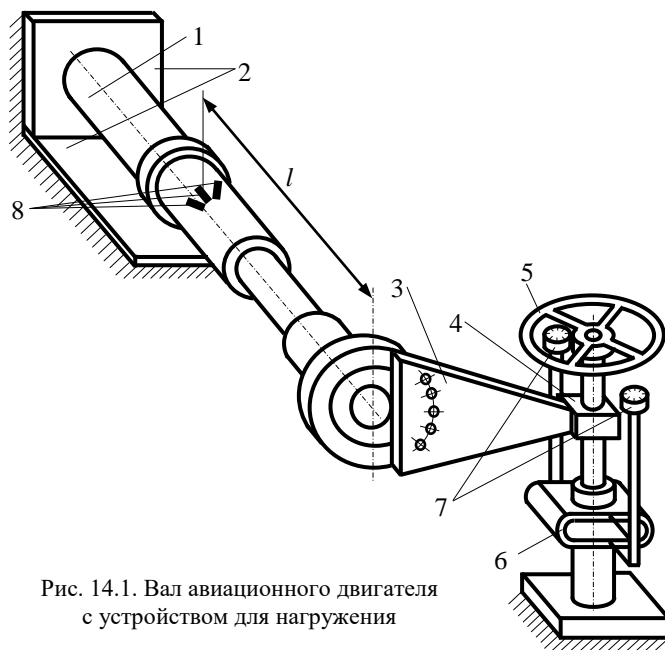


Рис. 14.1. Вал авиационного двигателя с устройством для нагружения

Деформации и напряжения определяются в верхней точке сечения, отстоящего от свободного конца вала на расстоянии  $l$ , с помощью розетки тензорезисторов 8.

### *Теоретическое обоснование*

Расчётная схема вала и напряжённое состояние в исследуемой точке представлены на рис. 14.2.

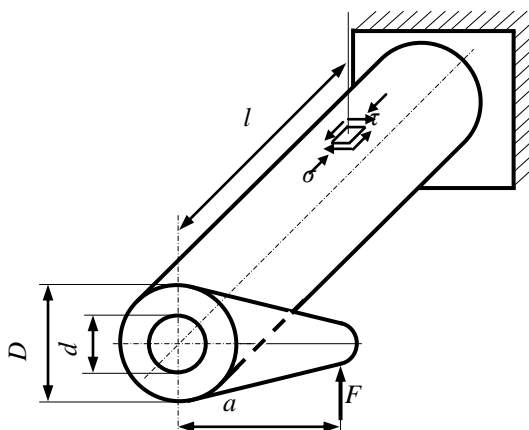


Рис. 14.2. Расчётная схема вала

Нормальное напряжение определяется по формуле

$$\sigma = -\frac{M_u}{W_u}, \quad (14.1)$$

касательное – по формуле

$$\tau = \frac{M_\kappa}{W_p}, \quad (14.2)$$

где  $M_u = F \cdot l$  – изгибающий момент в исследуемом сечении;

$$W_u = \frac{\pi \cdot D^3}{32} \cdot \left( 1 - \frac{d^4}{D^4} \right) \text{ – момент сопротивления поперечного}$$

сечения вала при изгибе;

$D$  – наружный диаметр вала;



$d$  – внутренний диаметр вала;

$M_k = F \cdot a$  – крутящий момент в сечении;

$$W_p = \frac{\pi \cdot D^3}{16} \cdot \left(1 - \frac{d^4}{D^4}\right) \text{ – момент сопротивления поперечного}$$

сечения вала при кручении.

Главные напряжения и положение главных площадок определяются по формулам

$$\sigma_{I,II} = \frac{1}{2} \left[ (\sigma_\alpha + \sigma_\beta) \pm \sqrt{(\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2 + 4\tau_\alpha^2} \right], \quad (14.3)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = -\frac{\tau_\alpha}{\sigma_\alpha - \sigma_{II}}.$$

Приняв, что грань элемента  $\alpha$  совпадает с поперечным сечением и, следовательно,  $\sigma_\alpha = -\sigma$ ,  $\tau_\alpha = \tau$ ,  $\sigma_\beta = 0$ ,  $\tau_\beta = -\tau$ , получим

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{\tau}{\frac{1}{2} \left( \sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \right)}. \quad (14.4)$$

Значения главных напряжений  $\sigma_I$ ,  $\sigma_{II}$  и угла  $\alpha_0$  между напряжениями  $\sigma_\alpha$  и  $\sigma_I$  можно получить также с помощью круга Мора (рис. 14.3).

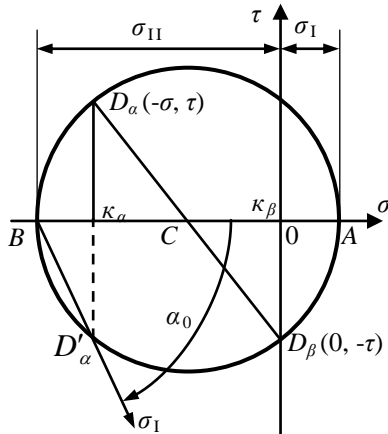


Рис. 14.3. Круг Мора

## Опытное определение деформаций и напряжений

Деформации измеряются фольговыми тензорезисторами. Для вычисления деформаций  $\varepsilon_{\text{оп}}$  по показаниям измерительного прибора, подключённого к тензорезисторам, используются результаты тарировки прибора с тензорезисторами (см. лаб. работу № 2) или паспортная цена деления прибора с соответствующей поправкой на фактический коэффициент чувствительности тензорезистора.

Напряжения определяются по вычисленным деформациям с помощью закона Гука. В исследуемой точке имеет место плоское напряжённое состояние. В этом случае закон Гука в главных осях выражается зависимостями:

$$\varepsilon_I = \frac{1}{E} (\sigma_I - \mu \sigma_{II}), \quad \varepsilon_{II} = \frac{1}{E} (\sigma_{II} - \mu \sigma_I). \quad (14.5)$$

Откуда

$$\sigma_I = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_I + \mu \varepsilon_{II}), \quad \sigma_{II} = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_{II} + \mu \varepsilon_I). \quad (14.6)$$

Непосредственное измерение  $\varepsilon_I$ ,  $\varepsilon_{II}$  невозможно, так как заранее неизвестно направление главных площадок напряжённого и деформированного состояний. Поэтому выразим главные деформации через деформации, измеренные в произвольных осях  $x$ ,  $y$ . Для этого воспользуемся формулами поворота от главных площадок:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_I \cdot \cos^2 \alpha + \sigma_{II} \cdot \sin^2 \alpha, \\ \sigma_y &= \sigma_{II} \cdot \cos^2 \alpha + \sigma_I \cdot \sin^2 \alpha, \end{aligned} \quad (14.7)$$

$$\tau_{xy} = \frac{\sigma_I - \sigma_{II}}{2} \sin 2\alpha.$$

Подставим выражения (14.6) в формулы (14.7):

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1 - \mu^2} [(\varepsilon_I + \mu \varepsilon_{II}) \cos^2 \alpha + (\varepsilon_{II} + \mu \varepsilon_I) \sin^2 \alpha], \\ \sigma_y &= \frac{E}{1 - \mu^2} [(\varepsilon_{II} + \mu \varepsilon_I) \cos^2 \alpha + (\varepsilon_I + \mu \varepsilon_{II}) \sin^2 \alpha], \\ \tau_{xy} &= \frac{E}{2(1 - \mu^2)} (\varepsilon_I + \mu \varepsilon_{II} - \varepsilon_{II} - \mu \varepsilon_I) \sin 2\alpha. \end{aligned} \quad (14.8)$$

Левые части выражений (14.8) выразим с помощью закона Гука, записанного в произвольных осях:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_x + \mu \varepsilon_y), \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_y + \mu \varepsilon_x), \\ \tau_{xy} &= G \gamma_{xy}.\end{aligned}\tag{14.9}$$

Приравняем правые части выражений (14.8) и (14.9). После преобразований получим:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \varepsilon_I \cdot \cos^2 \alpha + \varepsilon_{II} \cdot \sin^2 \alpha, \\ \varepsilon_y &= \varepsilon_{II} \cdot \cos^2 \alpha + \varepsilon_I \cdot \sin^2 \alpha, \\ \gamma_{xy} &= (\varepsilon_I - \varepsilon_{II}) \sin 2\alpha.\end{aligned}\tag{14.10}$$

Формулы (14.10) аналогичны формулам (14.7) для напряжений на произвольных площадках. На этом основании по аналогии с формулами для главных напряжений:

$$\begin{aligned}\sigma_{I,II} &= \frac{1}{2} \left[ (\sigma_x + \sigma_y) \pm \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \right], \\ \operatorname{tg} \alpha_0 &= -\frac{\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_{II}}\end{aligned}\tag{14.11}$$

Запишем формулы для главных деформаций:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{I,II} &= \frac{1}{2} \left[ (\varepsilon_x + \varepsilon_y) \pm \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2} \right], \\ \operatorname{tg} \alpha_0 &= -\frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_{II}}.\end{aligned}\tag{14.12}$$

В формулы (14.12) входит деформация сдвига  $\gamma_{xy}$ , которую тензорезисторами непосредственно измерить нельзя. Её можно определить, если для измерения деформаций использовать розетку из трёх тензорезисторов. Направление тензорезисторов в розетке может быть любым, наиболее распространены розетки, у которых углы между тензорезисторами составляют  $45^\circ$ , так как подсчёт  $\gamma_{xy}$  и, следовательно,  $\varepsilon_I$ ,  $\varepsilon_{II}$ ,  $\alpha_0$  в этом случае упрощаются. Схема уста-

новки розетки тензорезисторов в исследуемой точке вала приведена на рис. 14.4. Выразим  $\gamma_{xy}$  через деформации  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ ,  $\varepsilon_u$ . С этой целью найдём  $\varepsilon_u$ , используя первую зависимость (14.10), заменив в соответствии с рис. 14.4 угол  $\alpha$  на  $\alpha + 45^\circ$ :

$$\varepsilon_u = \varepsilon_I \cdot \cos^2(\alpha + 45^\circ) + \varepsilon_{II} \cdot \sin^2(\alpha + 45^\circ).$$

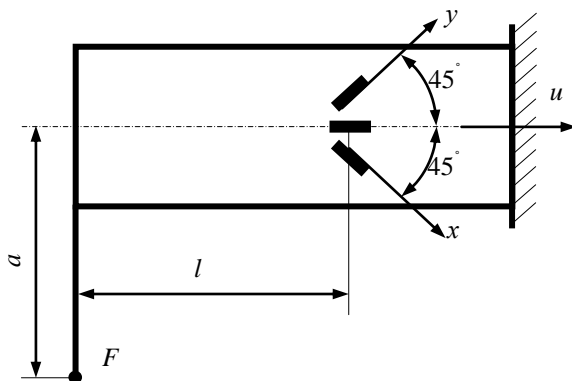


Рис. 14.4. Схема наклейки розетки тензорезисторов

После преобразований будем иметь

$$\varepsilon_u = \frac{\varepsilon_I + \varepsilon_{II}}{2} - \frac{\varepsilon_I - \varepsilon_{II}}{2} \sin 2\alpha. \quad (14.13)$$

В соответствии с формулой (14.12)

$$\varepsilon_I + \varepsilon_{II} = \varepsilon_x + \varepsilon_y. \quad (14.14)$$

Из третьей формулы (14.10)

$$\varepsilon_I - \varepsilon_{II} = \frac{\gamma_{xy}}{\sin 2\alpha}. \quad (14.15)$$

После подстановки выражений (14.14), (14.15) в формулу (14.13) и преобразований получим

$$\gamma_{xy} = \varepsilon_x + \varepsilon_y - 2\varepsilon_u. \quad (14.16)$$

С учётом выражения (14.16) формулы (14.12) приобретают следующий вид:

$$\varepsilon_{I,II} = \frac{1}{2} \left[ (\varepsilon_x + \varepsilon_y) \pm \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_x + \varepsilon_y - 2\varepsilon_u)} \right];$$

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y - 2\varepsilon_u}{2(\varepsilon_x - \varepsilon_u)}.$$
(14.17)

### **Порядок проведения работы**

1. Для заданных  $F$  и  $l$  по формулам (14.3) подсчитать расчётные значения главных напряжений  $\sigma_{I \text{ расч}}$ ,  $\sigma_{II \text{ расч}}$  и угла  $\alpha_{0 \text{ расч}}$ , вычислив предварительно по формулам (14.1) и (14.2) нормальные и касательные напряжения в исследуемой точке вала.

2. Нагрузить вал предварительной силой  $F_0$  и снять показания прибора, подключённого к розетке тензорезисторов.

3. Увеличить силу на заданную величину  $F$  и вновь снять показания прибора.

4. По средним из трёх опытов приращением показаний прибора, пересчитанных в величины деформаций, с помощью формул (14.17) вычислить опытные значения главных деформаций  $\varepsilon_{I \text{ оп}}$ ,  $\varepsilon_{II \text{ оп}}$  и угла  $\alpha_{0 \text{ оп}}$ .

5. Вычислить по формулам (14.6) опытные значения главных напряжений  $\sigma_{I \text{ оп}}$ ,  $\sigma_{II \text{ оп}}$ .

6. Сопоставить опытные и расчётные значения главных напряжений и угла  $\alpha_0$  путём вычисления расхождений по формулам:

$$\frac{|\sigma_{I \text{ расч}} - \sigma_{I \text{ оп}}|}{|\sigma_{I \text{ расч}}|} \cdot 100\%; \quad \frac{|\sigma_{II \text{ расч}} - \sigma_{II \text{ оп}}|}{|\sigma_{II \text{ расч}}|} \cdot 100\%; \quad \frac{|\alpha_{0 \text{ расч}} - (\alpha_{0 \text{ оп}} + 45^\circ)|}{|\alpha_{0 \text{ расч}}|} \cdot 100\%.$$

7. В последней формуле следует учитывать, что  $\alpha_{0 \text{ расч}}$  и  $\alpha_{0 \text{ оп}}$  отсчитываются от разных осей, угол между которыми составляет  $45^\circ$ .

8. Опытные и теоретические значения искомых величин занести в протокол и результатов исследований (см. табл. 14.1 и 14.2).

### **Содержание отчёта**

1. Расчётная схема вала с необходимыми размерами.
2. Схема установки розетки тензорезисторов.

3. Расчёты, связанные с определением расчётных значений главных напряжений и угла  $\alpha_0$  аналитическим и графическим (круг Мора) методами.

4. Расчёты, связанные с определением опытных значений главных напряжений и угла  $\alpha_0$ .

5. Протокол испытаний и результатов исследований.

6. Общие выводы.

Таблица 14.1. Протокол тензометрирования

Номер опыта	F, кН	Показания прибора, дел			Приращения показания прибора, дел					
		A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	$\Delta A_1$	$\Delta A_{1\text{ ср}}$	$\Delta A_2$	$\Delta A_{2\text{ ср}}$	$\Delta A_3$	$\Delta A_{3\text{ ср}}$

Таблица 14.2. Результаты исследований

Напряжения, МПа					Угол, радиан			
$\sigma_{I\text{ рас}}$	$\sigma_{I\text{ оп}}$	Расхождение, %	$\sigma_{II\text{ рас}}$	$\sigma_{II\text{ оп}}$	Расхождение, %	$\alpha_{0\text{ рас}}$	$\alpha_{0\text{ оп}}$	Расхождение, %

### ***Контрольные вопросы***

1. Какое напряжённое состояние возникает в материале вала, испытывающего кручение с изгибом?

2. Почему в формуле (14.1) применяется знак «минус», а в формуле (14.2) – знак «плюс»?

3. Каков порядок определения значений  $\sigma_I, \sigma_{II}$  с помощью круга Мора?
4. Какими компонентами определяются деформированное и напряжённое состояния на поверхности детали?
5. Почему розетка содержит три тензорезистора?
6. Каков порядок определения напряжений в точке при помощи розетки тензорезисторов?
7. Почему при сравнении расчётного и опытного значений угла  $\alpha_0$  в формулу вводится угол  $45^\circ$ ?

## 15. ИСПЫТАТЕЛЬНЫЕ МАШИНЫ И ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ

### *Универсальная испытательная машина ЦНИИМАШ-10*

Данная машина предназначена для статических испытаний на растяжение, сжатие, изгиб и сдвиг силой до 10 т (100 кН). На ней могут проводиться и другие виды испытаний при наличии специальных приспособлений.

Схема универсальной испытательной машины ЦНИИМАШ-10 гидравлического действия изображена на рис. 15.1. Масляный насос высокого давления 1 приводится в действие при помощи электродвигателя. По трубопроводу 2 масло подаётся в рабочий цилиндр 2 и давит на поршень 8. Поршень, поднимаясь вверх, перемещает перекладину 9 и связанную с ней при помощи двух тяг подвижную траверсу 12, на которой закреплены нижняя опора 11 и верхний захват 13. Рама машины состоит из чугунного осно-

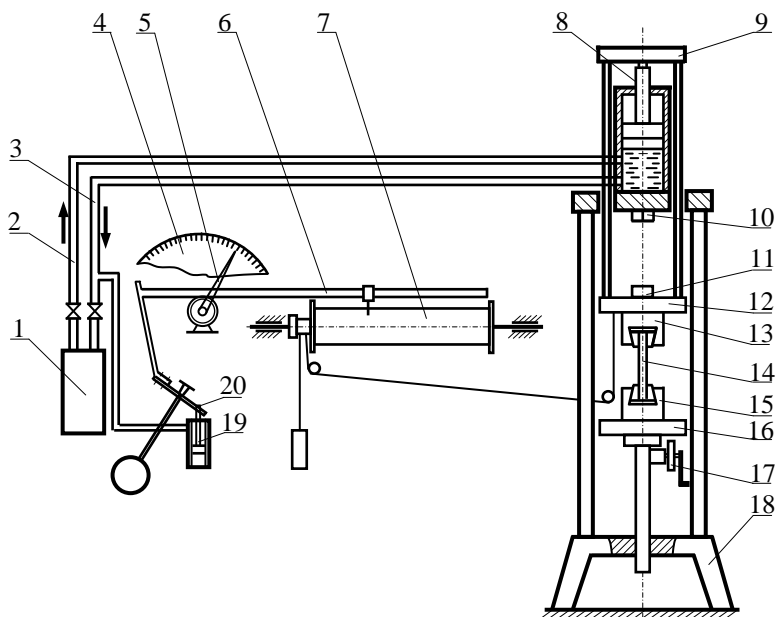


Рис. 15.1. Универсальная испытательная машина ЦНИИМАШ-10



вания 18, в котором заделаны две колонны, жёстко связанные наверху перекладиной. На перекладине укреплены рабочий цилиндр и верхняя опора 10. При рабочем ходе расстояние между опорами 10, 11 уменьшается, поэтому между ними проводится испытание на сжатие и другие испытания, требующие сближения опор.

Захваты 13, 15 предназначены для испытания образца 14 на растяжение, так как при рабочем ходе расстояние между ними увеличивается. Один конец образца вставляется в верхний захват 13, закреплённый на подвижной траверсе 12, и зажимается клиновым замком. С помощью механизма подачи 17 нижний захват 15 с опорой 16 подводится к нижнему концу образца и также зажимается клиновым замком.

Для измерения растягивающей или сжимающей нагрузки применяется маятниковый динамометр. Рабочий цилиндр соединён трубопроводом 3 с цилиндром динамометра. Поршень этого цилиндра при помощи тяги 19 соединён с кривошипом 20 тяжёлого маятника. В процессе нагружения пропорционально нагрузке растут давление масла и момент силы тяги относительно оси маятника, который уравнивается моментом силы тяжести маятника. При небольших углах отклонения маятника во время испытаний эти углы пропорциональны растягивающей или сжимающей нагрузке.

При повороте маятника прикреплённый к нему толкатель перемещает рейку 6. С рейкой при помощи зубчатой передачи связана стрелка динамометра 5, показывающая на шкале 4 величину нагрузки.

Для записи диаграммы растяжения – графика зависимости между нагрузкой  $F$  и абсолютным удлинением  $\Delta l$  – применяется записывающее устройство. К рейке 6 прикрепляется карандаш, кончик которого опирается на бумагу, навёрнутую на барабан 7. При нагружении карандаш перемещается вдоль оси цилиндра, фиксируя величину нагрузки. Абсолютное удлинение образца  $\Delta l$ , равное перемещению подвижной траверсы, фиксируется поворотом барабана, приводимого в движение нитью, один конец которой прикреплён к подвижному захвату, а другой посредством блоков перекинут через шкив барабана и нагружен гирей. При вращении барабана и одновременном перемещении карандаша на бумаге вычерчивается кривая, ординаты которой пропорциональны нагруз-

ке, абсциссы – абсолютному удлинению образца. Масштаб удлинений равен отношению диаметра барабана к диаметру шкива и составляет для данной машины 5:1 или 2:1 в зависимости от того, через какой шкив переброшена нить. Масштаб нагрузки определяется отношением величины максимальной нагрузки, зафиксированной по шкале динамометра, к соответствующей ординате на диаграмме  $F - \Delta l$ .

### *Универсальная испытательная машина УМ-5А*

Машина УМ-5А с максимальным усилием 5 т (50 кН) предназначена для статических испытаний на растяжение. При наличии специальных приспособлений на ней могут проводиться также испытания на сжатие, изгиб и срез. Эта машина, схема которой представлена на рис. 15.2, имеет механический привод, работающий от

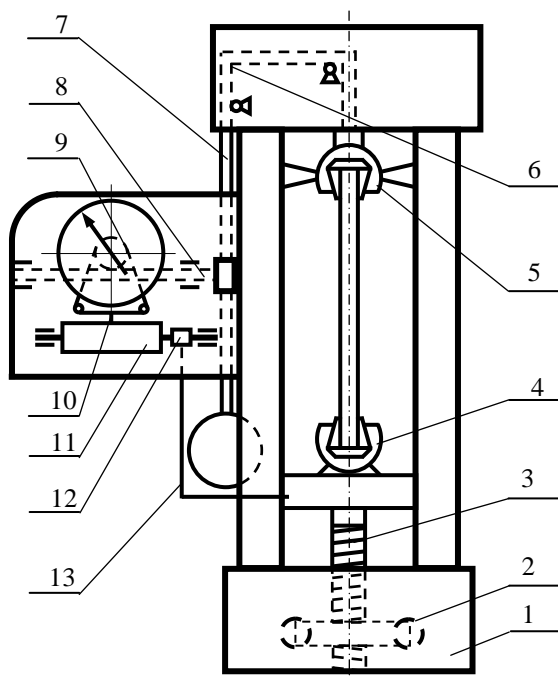


Рис. 15.2. Универсальная испытательная машина УМ-5А

руки или от электродвигателя. Вращение передаётся на червячную пару 2, смонтированную в станине 1. В ступицу червячного колеса ввинчивается ходовой винт 3, на котором закреплён нижний захват 4 машины. При опускании захвата 4 происходит растяжение образца. Усилие, возникшее в образце, передаётся через верхний захват 5 рычагу 6 маятникового силоизмерителя 7. Растягивающее усилие создаётся весом отклонённого маятника. Отклонение маятника передаётся через рейку 8 зубчатому колесу 9, соединённому со стрелкой силоизмерителя. Зубчатое колесо 9 имеет блок, на котором намотана гибкая нить, предназначенная для перемещения карандаша 10. Перемещение карандаша вдоль оси барабана 11 пропорционально нагрузке  $F$ . Рейка 13, соединённая с подвижным захватом машины 4, при помощи зубчатого колеса 12 вращает диаграммный барабан 11, угол поворота которого пропорционален удлинению образца. При растяжении образца карандаш вычерчивает график зависимости нагрузки  $F$  от абсолютного удлинения образца  $\Delta l$ .

### **Испытательная машина фирмы «Лозенгаузен»**

Данная машина с максимальным усилием 5т (50 кН) предназначена для статических испытаний на растяжение. Испытания на сжатие, срез или изгиб могут проводиться на машине только при наличии специальных приспособлений.

Схема машины представлена на рис. 15.3. Машина состоит из станины 1, опорных колонн 2 и верхней не-

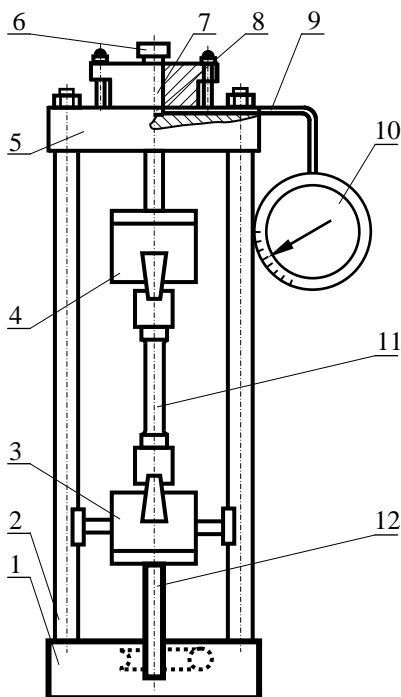


Рис. 15.3. Испытательная машина фирмы «Лозенгаузен»

подвижной траверсы 5, на которых смонтированы механизм нагружения и силоизмерительное устройство. С помощью червячной пары в ступицу червячного колеса ввинчивается ходовой винт 12, перемещающий нижний захват 3. Верхний захват 4 с помощью тят соединён с верхней траверсой 6, которая опирается на поршень 7. Поршень действует на мембрану 8, закрывающую полость, заполненную глицерином. В процессе нагружения под мембраной в жидкости возникает давление, пропорциональное нагрузке. Польшть с жидкостью соединена при помощи трубопровода 9 с манометром 10, который показывает величину нагрузки, действующей на образец 11.

### ***Машина для испытаний на кручение КМ-50-1***

Машина КМ-50-1 предназначена для испытаний на кручение прямолинейных образцов при статическом действии момента, максимальная величина которого составляет 50 кГм (500 Нм).

Схема машины изображена на рис.15.4. Машина состоит из чугунной станины 1, на которой установлены две колонны, соединённые верхней неподвижной перекладной 8. Чугунная станина одновременно служит корпусом привода. Нагружение производится вручную или при помощи электродвигателя 2 через червячную пару 3. К ступице 4 червячного колеса прикреплён нижний захват 5, передающий момент образцу 6. С образца момент передаётся верхнему неподвижному захвату 7, который через горизонтальный кривошип 9 соединён тягой 10 с втулкой-кривошипом 11 маятника 12. Момент силы тяги уравнивается моментом силы тяжести маятника 12, благодаря чему момент на образце пропорционален углу поворота маятника. На оси маятника закреплён рычаг 13, который перемещает рейку 14, приводящую в движение шестерню 15 и стрелку динамометра. Перемещение рейки и стрелки пропорционально углу поворота маятника и, следовательно, пропорционально крутящему моменту.

Для записи графика зависимости между крутящим моментом и углом закручивания на рейке укреплен карандаш 16, опирающийся на поверхность барабана 17. Поворот нижнего подвижного захвата, равный углу закручивания, передаётся при помощи зубчатой передачи барабану. В процессе нагружения карандаш вычерчивает

кривую, ординаты точек которой пропорциональны крутящему моменту  $M$ , а абсциссы пропорциональны углу закручивания  $\varphi$ . Масштаб момента можно найти как отношение показания динамометра к соответствующей ординате, а масштаб угла закручивания равен передаточному числу зубчатой передачи.

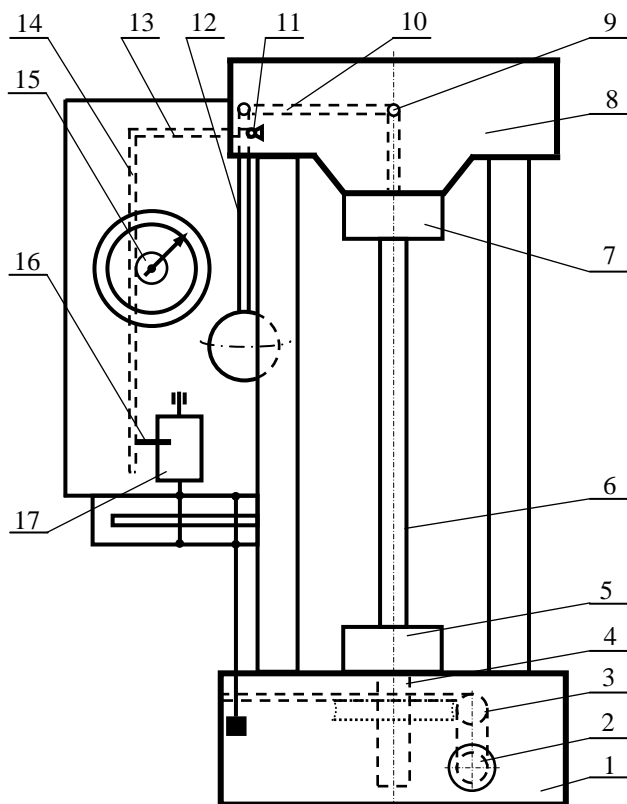


Рис. 15.4. Машина для испытаний на кручение КМ-50-1

## *Машина для испытаний на усталость при чистом изгибе МУИ-6000*

Машина МУИ-6000 предназначена для испытаний на усталость при чистом изгибе вращающегося образца.

Технические характеристики: нагрузка на образец 10–100 кГ (100–1 000 Н); наибольший изгибающий момент 500 кг·см (50 Нм); частота нагружения 100 Гц; образцы цилиндрические с головками диаметром 12, 17 мм или специальные.

Конструкция машины показана на рис. 15.5. Все механизмы смонтированы на литой чугунной станине. Исследуемый образец 11 закрепляется в шпindelных бабках 8. На корпусах бабок находятся цапфы 10, через которые с помощью серёг 9 передаются силы от механизма нагружения. Левая бабка опирается на стойки 6 через подшипники 7, правая – на стойки 16 через подвижные подшипники 15. В корпусе каждой бабки помещается шпindelь 12, имеющий внутри конусную цангу 13. В цанге зажимается головка исследуемого образца. Зажим цанги производится путём поворота

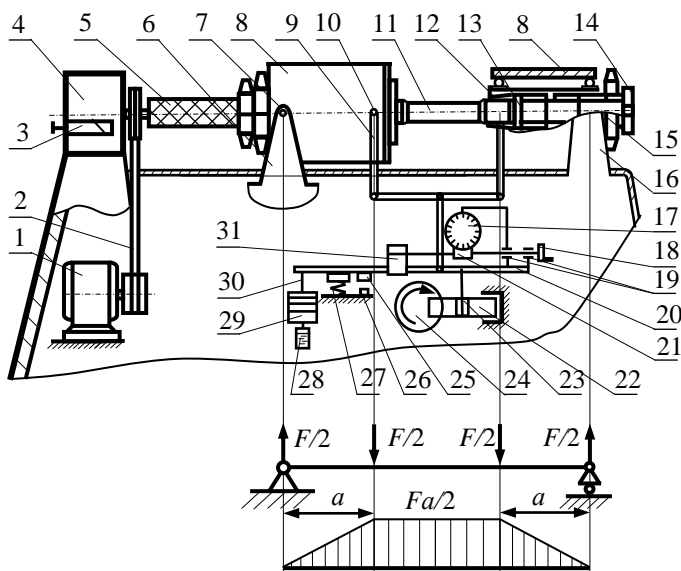


Рис. 15.5. Машина для испытаний  
на усталость при чистом изгибе МУИ-6000

гайки 14. Вращение левого шпинделя и, следовательно, образца осуществляется электродвигателем 1 через клиноремённую передачу 2 и гибкий валик 5. Число оборотов (циклов) фиксируется счётчиком 3, закреплённым на корпусе червячного редуктора 4 с передаточным отношением 1:100.

Механизм нагружения обеспечивает создание необходимого изгибающего момента на образце в процессе испытаний. Схема нагружения и эпюра изгибающего момента показаны в нижней части рис. 15.5. Механизм нагружения состоит из грузового рычага 20, шарнирно связанного с серьгами 9, через которые передаётся нагрузка на шпиндельные бабки. На рычаге 20 закреплены два подшипника скольжения 19, в которых вращается гладкий конец винта 23. При вращении этого винта маховиком 18 груз 31 перемещается по рычагу 20 и одновременно через червячную пару 21 обеспечивается поворот шкалы нагрузок 17, которая указывает нагрузку на серьги, создаваемую только подвижным грузом 31. Эта нагрузка изменяется в пределах 10–20 кг (100–500 Н). Нагрузку более 20 кг (200 Н) можно создать с помощью сменных грузов 29 на подвеске 30. Приложение нагрузки производится путём вращения маховика 24, который через червячную пару 22 опускает винт 23, связанный с грузовым рычагом машины. При разрушении образца рычаг опускается на амортизатор 27 и одновременно действует упором 25 на микропереключатель 26. Последний выключает электродвигатель после разрушения образца. Успокоитель 27 поглощает вибрации грузового рычага при работе машины.

### **Стрелочный индикатор**

Стрелочный индикатор предназначен для непосредственного измерения линейных перемещений, схема его представлена на рис. 15.6.

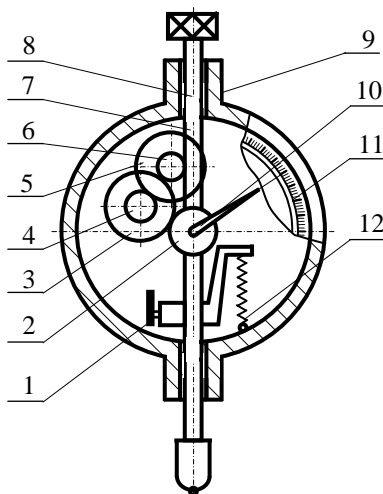


Рис. 15.6. Стрелочный индикатор

Основанием прибора является корпус 9, внутри которого в диаметральной плоскости помещается мерительный стержень 8 с нарезанными зубьями, образующими зубчатую рейку 7. При поступательном движении мерительного стержня зубья рейки приводят во вращение систему зубчатых колес (2, 3, 4, 5, 6). На оси последнего зубчатого колеса 2 закреплена указательная стрелка 10, передвигающаяся по круговому циферблату 11. Передаточные числа системы зубчатых колёс подобраны таким образом, что при перемещении мерительного стержня на 0,01 мм стрелка передвигается на одно деление кругового циферблата, разбитого на 100 частей. Следовательно, при перемещении мерительного стержня на 1 мм указательная стрелка описывает полный круг.

На оси зубчатых колес 5 и 6 укреплена малая стрелка (на рис. 15.6 не показана). Малая стрелка совершает один оборот при перемещении мерительного стержня на 1,0 мм. Циферблат малой стрелки разбит на 10 делений; цена одного деления 1,0 мм. Таким образом, стрелочный индикатор измеряет линейные перемещения до 10 мм с точностью 0,01 мм. Выпускаются также индикаторы с ценой деления 0,001 мм.

Для согласования движения большой и малой стрелок прибора мерительный стержень перемещают до тех пор, пока малая стрелка не остановится на каком-либо делении своего циферблата. Затем поворачивают подвижный круговой циферблат до совпадения его нулевого деления с концом указательной стрелки, после чего отпускают мерительный стержень. Рамка 1 служит для предотвращения проворачивания мерительного стержня. К рамке крепится пружина 12, оттягивающая мерительный стержень в крайнее положение.

### **Рычажный тензометр**

Рычажный тензометр (рис. 15.7) предназначен для измерения линейных деформаций. Такой тензометр обычно имеет базу 20 мм (у некоторых моделей 10 мм). Присоединением специального удлинителя база может быть увеличена до нужных размеров в пределах 50–1 000 мм.

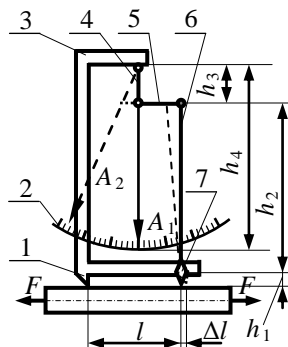


Рис. 15.7. Рычажный тензометр



Прибор прикрепляется к испытываемой детали при помощи трубки, которая на рисунке не показана. Расстояние между нижним ребром призмы 7 и острием ножа 1 является базой прибора. Жёсткая рамка прибора 3 вместе с призмой 7 составляет часть прибора, воспринимающую деформацию. Частью прибора, увеличивающей перемещение, являются рычаг 6, жёстко соединённый с призмой 7, и стрелка 4, шарнирно прикреплённая к раме. По шкале 2 производятся отсчёты.

При изменении длины  $l$  (базы прибора) на величину  $\Delta l$  произойдёт поворот призмы 7 вокруг её верхнего ребра. Вместе с призмой на тот же угол повернётся рычаг 6 и при помощи тяги 5 отклонит стрелку 4. Вследствие поворота стрелки 4 нижний конец её переместится по шкале 2 из положения  $A_1$  в положение  $A_2$ . Разность отсчётов  $\Delta A$  по шкале пропорциональна удлинению  $\Delta l$ . Коэффициент увеличения  $K$  зависит от соотношения плеч рычагов 6 к 4 и определяется выражением

$$K = \frac{\Delta A}{\Delta l} = \frac{h_2 \cdot h_4}{h_1 \cdot h_3}.$$

Обычно коэффициент увеличения рычажного тензометра составляет 1000–1 200, его величина для каждого прибора указывается в паспорте.

Зная коэффициент увеличения прибора, по разности отсчётов можно определить абсолютное удлинение

$$\Delta l = \frac{\Delta A}{K}, \quad \text{а затем и относительное удлинение } \varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\Delta A}{K \cdot l}.$$

### ***Тензометрический комплекс ТК – 50***

Тензометрический комплекс ТК – 50 предназначен для измерения деформаций материалов тензометрическим методом с использованием тензорезисторов сопротивлением порядка 200 Ом. Комплекс может применяться при лабораторных и производственных испытаниях несущих конструкций в строительной, машиностроительной, авиационной и других областях.

Технические характеристики прибора:

- число каналов – 32;
- точность измерения деформации –  $1 \times 10^{-6}$ ;

- первичные преобразователи – тензорезисторы  $R = 200 \div 2 \text{ Ом}$ ;
- время считывания одного канала – 0,5 сек;
- база измерения – 10–20 мм;
- предел допускаемой основной погрешности измерения – не более  $\pm 5\%$ ;
- балансировка и температурная компенсация тензорезисторов – автоматическая;
- совместимость с программой EXEL.

### *Устройство и принцип работы*

Входная часть прибора состоит из измерительного моста, одно плечо которого находится внутри прибора, другое плечо состоит из компенсационного тензорезистора, подключённого к «+» источника питания моста, и измерительных тензорезисторов, которые подключаются к измерительному мосту посредством электронной коммутации. Перед началом измерений индивидуально для каждого измерительного тензорезистора проводят балансировку измерительного моста путём подачи напряжения смещения на внутреннюю точку измерительной диагонали моста. Напряжение смещения вырабатывается цифро-аналоговым преобразователем (ЦАП) по алгоритму последовательного приближения к нулю напряжения в измерительной диагонали моста. Коды ЦАП после балансировки для каждого измерительного тензорезистора запоминаются в памяти управляющей программы для использования в последующих измерениях. Напряжение, полученное на измерительной диагонали моста, подаётся на дифференциальные входы прецизионного инструментального усилителя, к выходу которого подключён аналого-цифровой преобразователь (АЦП). Выход инструментального усилителя смещён до уровня +2,5 вольта, что является условным «нулём», от которого при последующих измерениях получают значения «+» и «-» напряжения в измерительной диагонали моста. Прибор связан с управляющим компьютером через параллельный интерфейс «CENTRONICS». Для подключения прибора к компьютеру используется специально изготовленный кабель, который подключается к разъёму LPT1 компьютера.

Градуировка прибора осуществляется путём сравнения величины заданной деформации с результатами измерения ТК 50. Деформация задаётся путём чистого изгиба металлической (сплав алюминия или углеродистая сталь) полосы толщиной  $5 \pm 0,01$  мм, на которую наклеены по два тензорезистора в сжатой и растянутой зоне. Фактическая деформация в зоне чистого изгиба определяется по формуле

$$\varepsilon_{\phi} = \frac{4hf}{L^2},$$

где:  $h$  – толщина пластины (5 мм);  $f$  – прогиб пластины, через 0,2 мм (до 1 мм);  $L$  – расстояние между опорами (200 мм).

Градуировочный коэффициент равен:

$$c = \frac{\varepsilon_{\phi}}{\varepsilon_{\text{изм}}}.$$

При изготовлении прибора  $c = 1 \cdot 10^{-6}$ .

### ***Порядок выполнения работы***

1. Включить прибор ТК – 50 и прогреть в течение 10–15 минут.
2. Включить компьютер и запустить программу в режиме MS DOS.
3. Войти в меню «Сервис». На экране появятся окна с набором выполняемых работ. Нажать на кнопку «Таб» – определение подключённых датчиков (ENTER) (по умолчанию все датчики подключены). Далее следует нажать клавишу ENTER и на вопрос ДАТЧИК № (номер датчика) подключён?  $Y/N$  нажать соответствующую клавишу:  $Y$  – если датчик подключён,  $N$  – если датчик не подключён. Номера датчиков перечисляются от 1 до 32. Затем нажать на «ENTER» (результаты измерений) и записать их.
4. В меню «Сервис» нажать в окно выполняемой работы и подождать его загрузки.
5. Нажать на «ПРОБЕЛ» – балансировка датчиков и ждать пока она закончится. Балансировка производится при отсутствии нагрузки на испытуемых деталях. После успешного завершения ба-

лансировки (расбаланс не должен превышать 10) следует приступить непосредственно к измерениям.

6. Ввод информации и начало измерения осуществляется нажатием кнопки «ENTER». Перед началом измерений следует на запрос программы о вводе имени файла результатов измерений ввести имя файла, например: 122.txt, то есть группа № 122 точка txt. После этого на экране появится информация о номере ступени и результатах измерений по каждому датчику. Первая ступень измерения соответствует нулевой нагрузке на образец после балансировки. После каждой ступени, перед измерениями, необходимо делать выдержку в соответствии с программой в течение 5–10 мин. В конце выдержки проводят измерение деформации путём нажатия кнопки «ENTER». Количество ступеней может быть до 32.

7. После окончания испытаний подаётся команда на выход из программы кнопкой ESC.

8. После проведения испытаний прибор необходимо выключить.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Афанасьев А.М., Марьин В.А. Лабораторный практикум по сопротивлению материалов. – М.: Наука, 1975. – 285 с.
2. Беляев Н.М. Лабораторные работы по сопротивлению материалов. – М.: Госиздат, 1954. – 186 с.
3. Лабораторные работы по сопротивлению материалов на универсальном стенде. – М.: МАИ, 1989. – 41 с.
4. Расчёты на прочность в машиностроении: В 3 т. / под ред. *С.Д. Пономарева* – М.: Машгиз, т. 1, 1956. – 884 с.; т. 2, 1958. – 975 с.; т. 3, 1959. – 1118 с.
5. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. – М.: МГТУ им. Баумана, 2010. – 512 с.
6. Расчётно-проектировочные и курсовые работы по сопротивлению материалов: учебное пособие / В.К. Шадрин, В.С. Вакулюк, О.В. Каранаева [и др.]. – Самара: Изд-во Самарского ун-та, 2017. – 136 с.
7. Расчёты на прочность и устойчивость: учеб. пособие / Ю.Н. Сургутанова, В.К. Шадрин, В.С. Вакулюк [и др.]. – Самара: Изд-во Самарского ун-та, 2017 – 112 с.
8. Сопротивление материалов: учеб. пособие. Ч. 1 / С.И. Иванов, В.Ф. Павлов, В.А. Кирпичёв [и др.]. – Самара: Изд-во Самарского университета, 2019. – 152 с.
9. Сопротивление материалов: учеб. пособие. Ч. 2 / С.И. Иванов, В.Ф. Павлов, В.А. Кирпичёв [и др.]. – Самара: Изд-во Самарского университета, 2019. – 164 с.

10. Писаренко, Г.С. Справочник по сопротивлению материалов / Г.С. Писаренко, А.П. Яковлев, В.В. Матвеев. – Киев: Дельта, 2008. – 816 с.

11. Сопротивление материалов – механика материалов и конструкций: учебник / В.С. Жернаков. – Уфа: УГАТУ, 2012. – 495 с.

12. Сопротивление материалов. Ситуационные задачи. Дидактические материалы для разбора конкретных ситуаций: учебно-метод. пособие / Р.Ч. Гафаров. – Уфа: УГАТУ, 2015. – 99 с.

Учебное издание

*Шадрин Валентин Карпович  
Вакулюк Владимир Степанович  
Каранаева Оксана Валериевна  
Кирпичёв Виктор Алексеевич  
Павлов Валентин Фёдорович  
Сазанов Вячеслав Петрович*

**СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ:  
ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ**

*Учебное пособие*

Редактор *А.С. Никитина*  
Компьютерная верстка *А.С. Никитиной*

Подписано в печать 13.07.20. Формат 60х84 1/16.

Бумага офсетная. Печ. л. 7,0.

Тираж 25 экз. Заказ . Арт. – 40(Р1У)/2020.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»  
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)  
443086, САМАРА, МОСКОВСКОЕ ШОССЕ, 34.

---

Издательство Самарского университета.  
443086, Самара, Московское шоссе, 34.

