

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

И.В.ПОТАПОВ

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВИДОВ ТРАНСПОРТА

Рекомендовано редакционно-издательским советом федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» в качестве учебно-методического пособия для студентов, обучающихся по основной образовательной программе высшего образования по направлению подготовки 23.03.01 Технология транспортных процессов

© Самарский университет, 2018

ISBN 978-5-7883-1300-9

САМАРА
Издательство Самарского университета
2018

УДК 656(075)
ББК 65.37я7
П640

Рецензенты: д-р экон. наук, проф. М. И. Гераськин;
канд. физ.-мат. наук Е. Н. Огородников

Потапов, Иван Валентинович

П640 **Взаимодействие видов транспорта:** учеб.-метод. пособие / *И.В. Потапов.* – Электрон. текст. дан. (2,1 Мб) Самара: Изд-во Самарского университета, 2018. – 1 опт. компакт-диск (CD-ROM). – Систем. требования: ПК Pentium, Adobe Acrobat Reader. – Загл. с титул. экрана.

ISBN 978-5-7883-1300-9

Электронное пособие включает в себя две части. Первая часть представляет собой методические указания по выполнению лабораторных работ, связанных с решением задач взаимодействия видов транспорта при смешанных перевозках. При этом подробно рассматривается математическая постановка задачи, а также рассматривается решение задачи с использованием табличного процессора Microsoft Excel (средство «Поиск решения»).

Вторая часть пособия содержит методические указания по выполнению курсового проекта по дисциплине «Взаимодействие видов транспорта при смешанных перевозках», подробно рассматривается пример выполнения такого проекта.

В приложении приводится пример оформления пояснительной записки к этому проекту.

Содержание пособия отвечает требованиям рабочей программы по дисциплине «Взаимодействие видов транспорта при смешанных перевозках», которая изучается студентами, обучающимися по направлению подготовки бакалавров 23.03.01 Технология транспортных процессов.

Пособие подготовлено на кафедре организации и управления перевозками на транспорте Самарского университета.

УДК 656(075)
ББК 65.37я7

Редактор А.В. Ярославцева
Компьютерная вёрстка А.В. Ярославцевой

Подписано для тиражирования 23.11.2018.

Объем издания 2,1 Мб.

Количество носителей 1 диск.

Тираж 10 дисков.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С. П. КОРОЛЕВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
443086, Самара, Московское шоссе, 34.

Изд-во Самарского университета.
443086, Самара, Московское шоссе, 34.

Оглавление

ЧАСТЬ 1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ	5
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1	5
1.1 Математическая постановка задачи	6
1.2 Формирование модели	7
1.3 Решение задачи	10
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2	20
2.1 Математическая постановка задачи	20
2.2 Решение задачи	22
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3	22
3.1 Математическая постановка задачи	22
3.2 Решение задачи	24
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4	25
4.1 Математическая постановка задачи	25
4.2 Решение задачи	27
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5	27
5.1 Математическая постановка задачи	28
5.2 Решение задачи	30
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 6	30
6.1 Математическая постановка задачи	31
6.2 Формирование модели	34
6.3 Решение задачи	38

ЧАСТЬ 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОГО ПРОЕКТА по дисциплине	
«Взаимодействие видов транспорта при смешанных перевозках»	42
1 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ	42
2 ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРАТЧАЙШЕГО МАРШРУТА	44
3 ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТОИМОСТИ ПЕРЕВОЗКИ	46
4 ПРИМЕР ФОРМУЛИРОВКИ ЗАДАЧИ	48
5 ФОРМИРОВАНИЕ МОДЕЛИ	50
6 РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ	54
ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ ПОЯСНИТЕЛЬНОЙ	
ЗАПИСКИ К КУРСОВОМУ ПРОЕКТУ по дисциплине «Взаимодействие	
видов транспорта при смешанных перевозках»	58
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	60
ПРИЛОЖЕНИЕ	61
ПРИМЕР ОФОРМЛЕНИЯ ПОЯСНИТЕЛЬНОЙ ЗАПИСКИ	
К КУРСОВОМУ ПРОЕКТУ	61

ЧАСТЬ 1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Лабораторный практикум включает в себя решение задач, связанные со взаимодействием различных видов транспорта при смешанных перевозках. Все они относятся к задачам линейного программирования.

Подобные задачи возникают в случаях, когда необходимо оптимальным образом распределить ограниченные ресурсы между конкурирующими потребностями.

Решение каждой задачи включает в себя три этапа:

1) формирование математической модели задачи, включающей в себя описание целевой функций (критерия), необходимых условий решения задачи, а также ограничений, накладываемых на задачу;

2) реализация математической модели на ПЭВМ в виде таблицы Microsoft Office Excel;

3) нахождение с использованием средства «Поиск решения» этого пакета значений переменных, обеспечивающих минимум целевой функции при выполнении заданных ограничений.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1

В транспортном узле имеется 5 причалов для перевалки 120, 450, 430, 200, 590 т однородного груза, соответственно. Имеется 3 пункта назначения, куда автотранспорт доставляет 511, 524, 745 т груза. Заданы расстояния перевозки от каждого причала до каждого пункта назначения:

	Пункты		
Причалы	23	34	121
	30	42	129
	37	21	137
	41	25	141
	46	58	145

Составить такой план перевозок, чтобы во все пункты назначения заданное количество груза было доставлено, а общий *грузооборот автотранспорта был минимален*. Выписать целевую функцию и ограничения. Определить суммарный грузооборот.

1.1 Математическая постановка задачи

Переменные для описания задачи:

$I = 5$ – количество причалов;

$J = 3$ – количество пунктов назначения;

A_i – запас груза на i -ом причале, $t, i = 1...5$;

B_j – заявка на груз для j -го пункта назначения, $t, j = 1...3$;

L_{ij} – расстояние перевозки от i -го причала до j -го пункта назначения, км, $i = 1...5, j = 1...3$;

X_{ij} – количество груза, перевозимого от i -го причала до j -го пункта назначения, т, $i = 1...5, j = 1...3$.

Значения переменных A_i, B_j, L_{ij} заданы и входят в состав исходных данных; проектные переменные X_{ij} определяется в ходе решения задачи линейного программирования.

Целевая функция (суммарный грузооборот автотранспорта) записывается следующим образом:

$$\Gamma = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^3 L_{ij} X_{ij} \rightarrow \min. \quad (1)$$

Суммарный запас груза должен быть не меньше суммы заявок. Необходимым условием решения данной задачи является следующее:

$$\sum_{i=1}^5 A_i \geq \sum_{j=1}^3 B_j \quad (2)$$

Ограничения, накладываемые на задачу, формализуются в следующем виде:

1) общее количество груза, перевозимого в каждый пункт назначения, должно быть равно заявке этого пункта:

$$\sum_{i=1}^5 X_{ij} = B_j, \quad j = 1... 3; \quad (3)$$

2) общее количество груза, отправляемого от каждого причала, не должно превышать имеющийся запас груза на этом причале:

$$\sum_{j=1}^3 X_{ij} \leq A_i, \quad i = 1... 5. \quad (4)$$

Сформулированная задача является многопараметрической задачей линейного программирования минимизации критерия (1) с учетом выполнения условия (2) и ограничений (3) и (4).

Проверим выполнение необходимого условия (2) решения задачи: суммарный запас груза должен быть не меньше суммы заявок.

Суммарный запас груза:

$$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 = 120 + 450 + 430 + 200 + 590 = 1790 \text{ т.}$$

Сумма заявок:

$$B_1 + B_2 + B_3 = 511 + 524 + 745 = 1780 \text{ т.}$$

Условие (2) выполняется: суммарный запас груза превышает сумму заявок на $1790 - 1780 = 10$ т.

Целевая функция (1.1) записывается следующим образом:

$$\Gamma = 23 X_{11} + 34 X_{12} + 121 X_{13} + 30 X_{21} + 42 X_{22} + 129 X_{23} + 37 X_{31} + 21 X_{32} + 137 X_{33} + 41 X_{41} + 25 X_{42} + 141 X_{43} + 46 X_{51} + 58 X_{52} + 145 X_{53} \rightarrow \min.$$

Ограничения (3) на объем перевозок в каждый пункт записывается следующим образом:

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} + X_{51} = 511;$$

$$X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} + X_{52} = 524;$$

$$X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} + X_{53} = 745.$$

Ограничения (4) на общее количество груза, отправляемого от каждого причала, записывается следующим образом:

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} \leq 120;$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} \leq 450;$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} \leq 430;$$

$$X_{41} + X_{42} + X_{43} \leq 200;$$

$$X_{51} + X_{52} + X_{53} \leq 590.$$

1.2 Формирование модели

Решение задачи линейного программирования осуществляется с использованием средства «Поиск решения» пакета MS Excel.

Необходимо реализовать сформированную модель решения задачи минимизации грузооборота в табличном процессоре Microsoft Excel (рис.1).

Для большей наглядности необходимое условие решения задачи (2) сформулировано следующим образом: разность между суммарным запасом груза и суммой заявок должна быть неотрицательна:

$$\sum_{i=1}^5 A_i - \sum_{j=1}^3 B_j \geq 0.$$

Ограничение (3) сформулировано следующим образом: разность между заявкой j -го пункта назначения и общим количеством груза, перевозимого в этот пункт, должна быть равна нулю:

$$B_j - \sum_{i=1}^5 X_{ij} = 0, j = 1 \dots 3.$$

Ограничение (4) сформулировано следующим образом: остаток груза на i -ом причале (разность между имеющимся запасом груза на i -ом причале и общим количеством груза, отправляемого от этого причала), должен быть неотрицателен:

$$A_i - \sum_{j=1}^3 X_{ij} \geq 0, i = 1 \dots 5.$$

На рис. 1 ячейки с исходными данными выделены **Жирным шрифтом**.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2	1.0	Лабораторная работа 1					ст. Иванов И.И.		гр.999	
3		Доставка груза от причалов к пунктам назначения								
4			Пункты назначения							
5			j	1	2	3	Запасы			
6			i	Расстояния L_{ij}			A_i			
7		Причалы	1	23	34	121	120			
8			2	30	42	129	450			
9			3	37	21	137	430			
10			4	41	25	141	200	Итого		
11			5	46	58	145	590	1 790		
12		Заявки B_j	511	524	745		Условие			
13					Итого	1 780		10		
14							Итого по причалу			
15				Перевезено X_{ij}						
16			1	2	3	4	9	111		
17			2	4	5	6	15	435		
18			3	6	7	8	21	409		
19			4	8	9	10	27	173		
20			5	10	10	12	32	558		
21		Итого по пункту		30	34	40				
22		Огран. 1		-481	-490	-705				
23				Грузооборот $X_{ij} * L_{ij}$						
24			1	46	102	484				
25			2	120	210	774				
26			3	222	147	1 096				
27			4	328	225	1 410		ЦФ		
28			5	460	580	1 740		7 944		

Рис. 1. Вид таблицы MS Excel решения задачи 1

Проектные переменные, значения которых должны быть определены в результате решения задачи, выделены *курсивом и заливкой*. При формировании таблицы в эти ячейки D14:F18 заносятся «пробные» значения, позволяющие проверить правильность работы модели. После выполнения процедуры поиска решения эти ячейки будут заполнены значениями искомым переменных.

Исходные данные размещаются в следующих ячейках:

запас груза на *i*-ом причале (A_i) – G6:G10;

заявка на груз в *j*-ом пункте назначения (B_j) – D11:F11;

расстояние между *i*-ым причалом и *j*-ым пунктом назначения (L_{ij}) – D6:F10.

Искомые параметры (проектные переменные) – количество груза, перевозимого с *i*-го причала в *j*-ый пункт назначения (X_{ij}), размещаются в ячейках D14:F18.

Вычисляемые параметры размещаются в следующих ячейках:

суммарный запас груза на всех причалах ($\sum_{i=1}^5 A_i$) – H10 (сумма ячеек G6:G10);

сумма заявок во всех пунктах назначения ($\sum_{j=1}^3 B_j$) – F12 (сумма ячеек D11:F11);

необходимое условие решения задачи ($\sum_{i=1}^5 A_i - \sum_{j=1}^3 B_j$) – H12 (разность ячеек H10 и F12) – должно быть не отрицательным;

грузооборот при перевозке груза с *i*-го причала в *j*-ый пункт назначения ($X_{ij} \cdot L_{ij}$) – D23:F27 (Расстояние D6:F10 * Груз D14:F18);

суммарное количество груза, отправляемого с *i*-го причала ($\sum_{j=1}^3 X_{ij}$) – G14:G18 (суммы ячеек D14:F14, D15:F15, ...);

суммарное количество груза, доставленного в *j*-ый пункт назначения ($\sum_{i=1}^5 X_{ij}$) – D19:F19 (суммы ячеек D14:D18, E14:E18, ...).

Целевая функция (суммарный грузооборот) $\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^3 L_{ij} X_{ij}$ размещается в ячейке H27 (сумма ячеек D23:F27).

Ограничения размещаются в следующих ячейках:

1) на заданное количество груза по каждому пункту ($B_j - \sum_{i=1}^5 X_{ij}$) – D20:F20 (разность D11:F11 и D19:F19 – должна быть нулевой);

2) на имеющиеся запасы по каждому причалу ($A_i - \sum_{j=1}^3 X_{ij}$) – H14:H18 (разность G6:F10 и G14:G18 – должна быть не отрицательной).

1.3 Решение задачи

Для решения задачи минимизации суммарного грузооборота авто-транспорта используется средство «Поиск решения».

Открытие диалогового окна *Поиск решения* (рис.2) осуществляется следующим образом: закладка *Данные* → *Поиск решения*

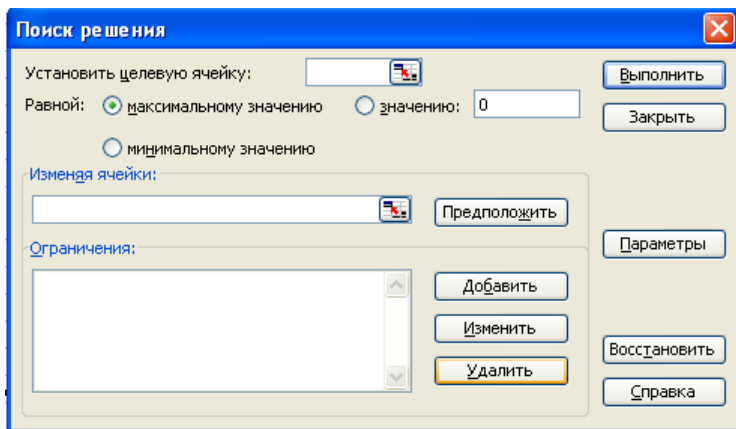


Рис. 2. Диалоговое окно *Поиск решения*

В случае, если пункт *Поиск решения* отсутствует, его следует подключить следующим образом:

Кнопка *Office* → *Параметры Excel* → *Надстройки* → *Перейти...* → *Поиск решения*

1.3.1 Указание целевой ячейки (в рассматриваемой задаче \$H\$27), в которой вычисляется значение целевой функции, осуществляется одним из двух способов.

А) В поле *Установить целевую ячейку* указать адрес этой ячейки (рис. 3).

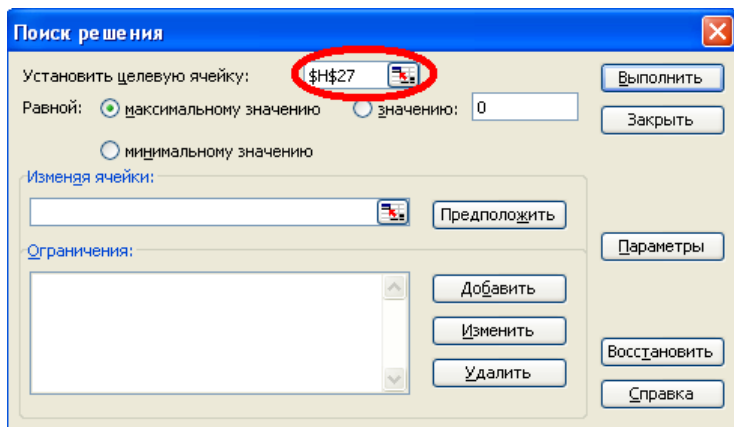


Рис. 3. Вид диалогового окна *Поиск решения* после указания целевой ячейки

Б) Выбрать целевую ячейку, в которой вычисляется значение целевой функции:

1) нажать кнопку в правой части поля *Установить целевую ячейку* (рис. 4), в результате чего диалоговое окно *Поиск решения* принимает вид, показанный на рис. 5.

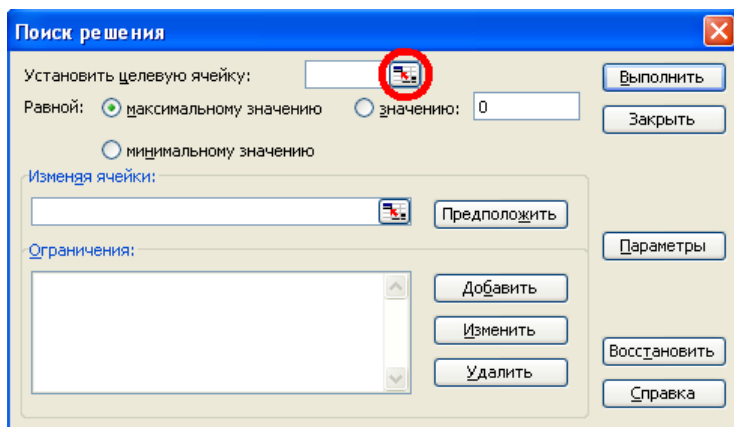


Рис. 4. Кнопка для задания целевой ячейки в диалоговом окне *Поиск решения*



Рис. 5. Вид диалогового окна *Поиск решения* перед указанием целевой ячейки

- 2) щелкнуть по ячейке H27; диалоговое окно *Поиск решения* принимает вид, показанный на рис. 6;
- 3) нажать кнопку в правой части окна; диалоговое окно *Поиск решения* принимает вид, показанный на рис. 3.



Рис. 6. Вид диалогового окна *Поиск решения* после выбора целевой ячейки

1.3.2 Задание минимизации целевой функции

Осуществляется следующим образом: включить переключатель *минимальному значению* (рис. 7).

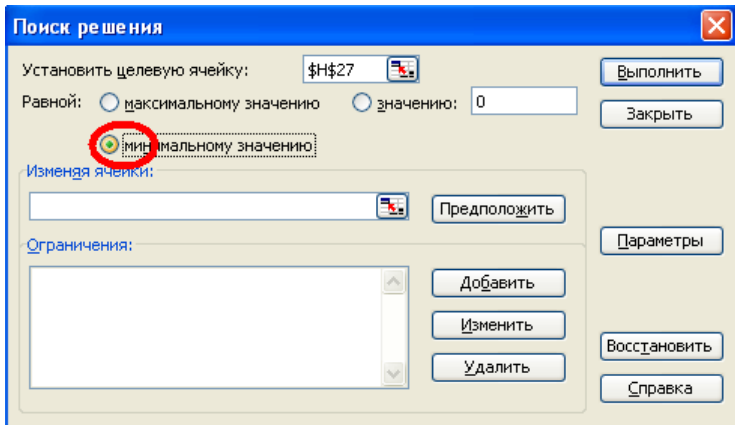


Рис. 7. Вид диалогового окна *Поиск решения* после задания минимизации целевой функции

1.3.3 Задание параметров поиска решения

Открыть диалоговое окно *Параметры поиска решения*: кнопка *Параметры* (рис. 8).

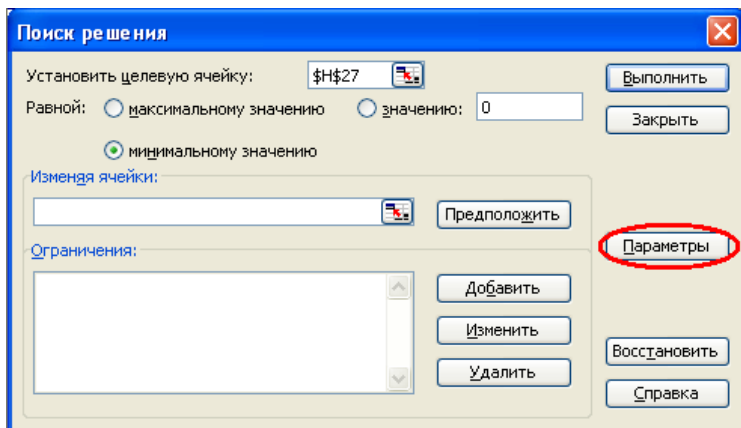


Рис. 8. Кнопка открытия диалогового окна *Параметры поиска решения*

В диалоговом окне *Параметры поиска решения* включить флажки *Линейная модель* и *Неотрицательные значения* (рис. 9).

Вернуться в диалоговое окно *Поиск решения*: кнопка *OK*.

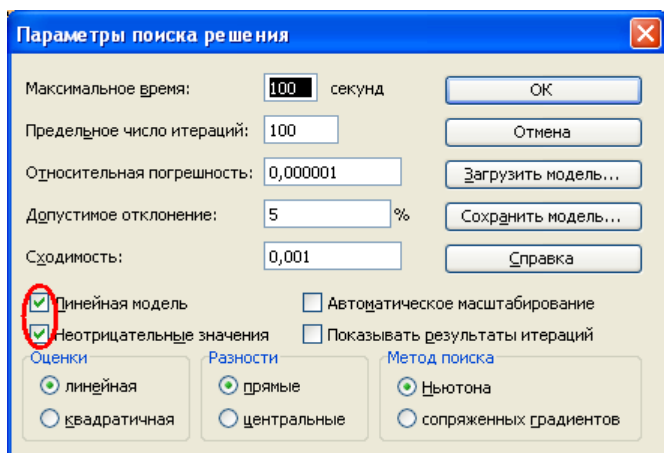


Рис. 9. Диалоговое окно *Параметры поиска решения*

1.3.4 Задание ячеек, в которых находятся искомые значения (проектные переменные).

Нажать кнопку в правой части поля *Изменяя ячейки* (рис. 10); окно примет вид, показанный на рис. 11.

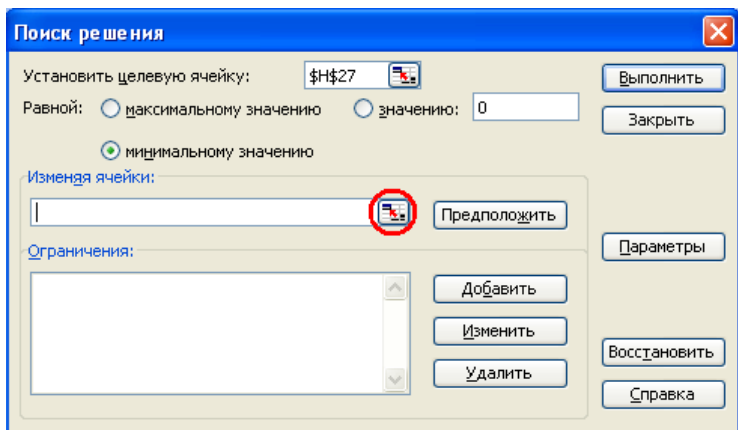


Рис. 10. Кнопка для указания ячеек, в которых находятся искомые значения (проектные переменные)



Рис. 11. Вид диалогового окна *Поиск решения* перед указанием ячеек, в которых находятся искомые значения (проектные переменные)

Выделить блок клеток, в которых находятся искомые параметры (проектные переменные) – в рассматриваемой задаче D14:F18; диалоговое окно *Поиск решения* принимает вид, показанный на рис. 12.

Нажать кнопку в правой части окна; диалоговое окно *Поиск решения* принимает вид, показанный на рис. 13.



Рис. 12. Вид диалогового окна *Поиск решения* после указания ячеек, в которых находятся проектные переменные

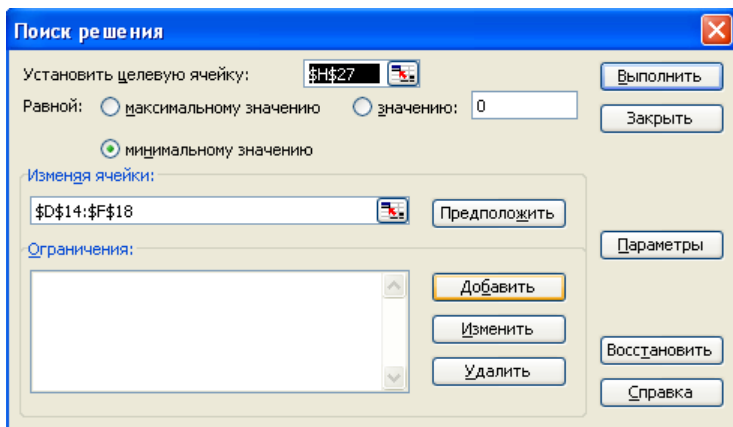


Рис. 13. Вид диалогового окна *Поиск решения* после указания целевой ячейки, минимизации и ячеек, в которых находятся проектные переменные

1.3.5 Решение задачи без учета ограничений

Запустить поиск решения задачи: клавиша **Enter**.

После появления диалогового окна *Результаты поиска решения* (рис. 14) сохранить найденное решение: клавиша **Enter**.

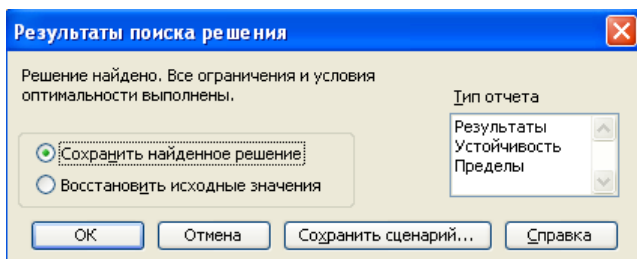


Рис. 14. Диалоговое окно *Результаты поиска решения*

Убедиться, что значения проектных переменных (количество груза, перевезенного с каждого причала в каждый пункт назначения) в ячейках D14:F18 и значение целевой функции в ячейке H27 равны нулю.

1.3.6 Добавление ограничений на заданное количество груза в каждом пункте назначения

Открыть диалоговое окно *Поиск решения*: меню **Сервис** → **Поиск решения...**

Открыть диалоговое окно *Добавление ограничения*: кнопка *Добавить* (рис. 15).

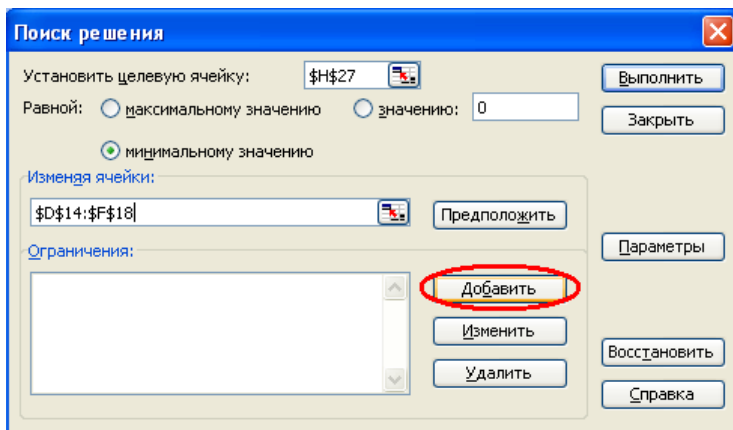


Рис. 15. Кнопка открытия диалогового окна *Добавление ограничения*

В диалоговом окне *Добавление ограничения* нажать кнопку в правой части поля *Ссылка на ячейку*: (рис. 16); диалоговое окно *Добавление ограничения* принимает вид, показанный на рис. 17.

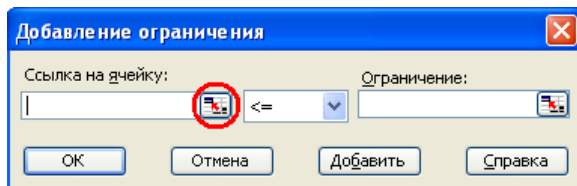


Рис. 16. Диалоговое окно *Добавление ограничения*



Рис. 17. Вид диалогового окна *Добавление ограничений* перед указанием ограничений

Выделить блок клеток, в которых находятся ограничения на заданное количество груза в пунктах назначения (в рассматриваемой задаче D20:F20); диалоговое окно *Добавление ограничений* принимает вид, показанный на рис. 18.

Нажать кнопку в правой части окна; диалоговое окно *Добавление ограничений* принимает вид, показанный на рис. 19.



Рис. 18. Вид диалогового окна *Добавление ограничений* после указания ограничений

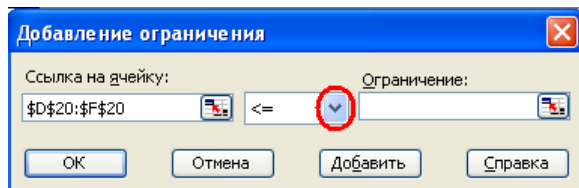


Рис. 19. Вид диалогового окна *Добавление ограничений* перед выбором операции сравнения

Для указания операции сравнения нажать кнопку выпадающего списка в центральном поле диалогового окна *Добавление ограничений*; выбрать из выпадающего списка символ «равно» (=).

Ввести в поле **Ограничение** значение 0 (нуль); диалоговое окно *Добавление ограничений* принимает вид, показанный на рис.20.

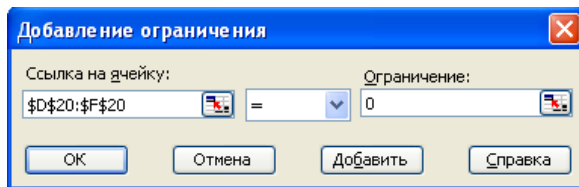


Рис. 20. Заполненное диалоговое окно *Добавление ограничений*

Закрывать диалоговое окно *Добавление ограничений* следующим образом: клавиша **Enter**; диалоговое окно *Поиск решения* принимает вид, показанный на рис. 21.

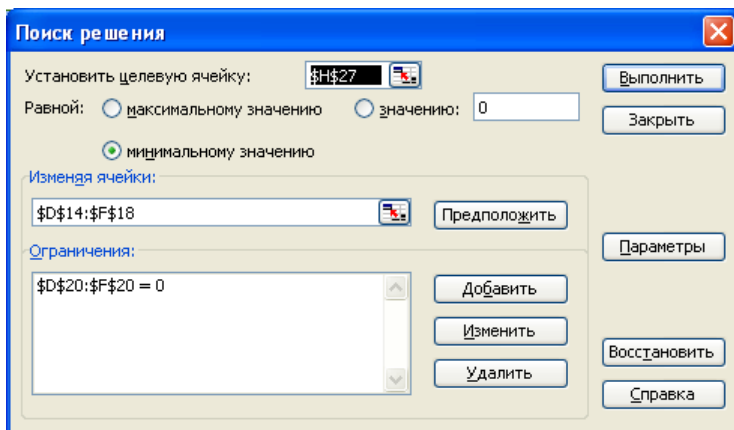


Рис. 21. Вид диалогового окна *Поиск решения* после указания целевой ячейки, минимизации, ячеек, в которых находятся проектные переменные, первого ограничения

1.3.7 Решение задачи с учетом ограничений на заданное количество груза по каждому пункту

Запустить поиск решения задачи: клавиша **Enter**.

После появления диалогового окна *Результаты поиска решения* (рис. 14) сохранить найденное решение: клавиша **Enter**.

Убедиться, что значения разностей между заявками на груз и количеством груза, перевезенного в каждый пункт назначения (ячейки D20:F20), равны нулю, т.е. все заявки на груз удовлетворены.

Обратить внимание на то, что остатки груза (ячейки H14:H18) на первом и третьем причалах являются отрицательными; в то же время на остальных причалах запасы груза не использованы.

1.3.8 Добавление ограничений на заданные запасы грузов на каждом причале (в рассматриваемой задаче $H14:H18 \geq 0$) осуществляется аналогично пп. 3.6.1-3.6.8; диалоговое окно *Поиск решения* принимает вид, показанный на рис. 22.

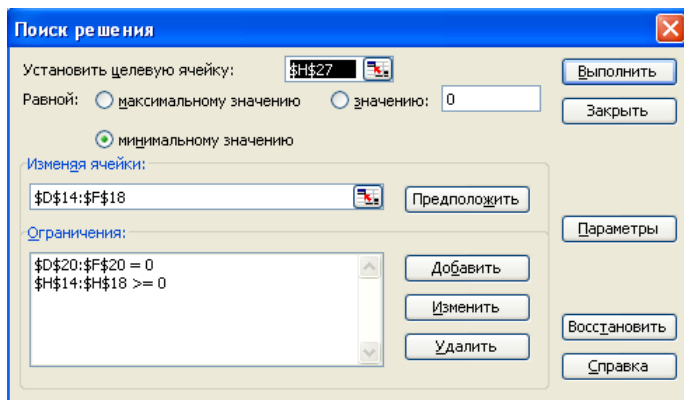


Рис. 22. Вид диалогового окна *Поиск решения* после указания целевой ячейки, минимизации, ячеек, в которых находятся проектные переменные, и двух ограничений

1.3.9 Решение задачи с учетом всех ограничений

Запустить поиск решения задачи: клавиша **Enter**.

После появления диалогового окна *Результаты поиска решения* (рис. 14) сохранить найденное решение: клавиша **Enter**.

Убедиться, что значения разностей между заявками на груз и количеством груза, перевезенного в каждый пункт назначения (ячейки D20:F20), равны нулю, т.е. все заявки на груз удовлетворены.

Убедиться, что остатки (ячейки H14:H18) на всех причалах, кроме пятого, равны нулю (т.е. все запасы грузов с причалов отправлены), на пятом причале осталось 10 т груза.

Значения переменных X_{ij} , полученные в результате решения задачи:

$i \setminus j$	1	2	3	Всего
1			120	120
2	405		45	450
3		430		430
4	106	94		200
5			580	580
Всего	511	524	745	

Значение целевой функции составило 132 301 ткм.

В первый пункт груз доставляется со второго (405 т) и четвертого (106 т) причалов, во второй пункт – с третьего (430 т) и четвертого (94 т) причалов, в третий – с первого (120 т), второго (45 т) и пятого (580 т) причалов.

На пятом причале осталось 10 т груза.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2

В транспортном узле производится перевалка с одного вида транспорта на другой грузов 3 типов массой 98, 428, 568 т. Перевалка возможна по 2 вариантам; максимальный количество груза, которое может быть перевалено: 800 и 1254 т. Заданы стоимости перевалки одной тонны каждого типа груза по каждому варианту:

	Варианты	
Грузы	34	132
	41	140
	57	156

Выбрать такое распределение грузов по вариантам перевалки, чтобы все грузы были перевалены, а общая **стоимость работ была минимальна**. Выписать целевую функцию и ограничения. Определить суммарную стоимость работ.

2.1 Математическая постановка задачи

Переменные для описания задачи:

$I = 3$ – количество типов грузов;

$J = 2$ – количество вариантов перевалки;

A_j – количество груза, которое может быть перевалено по j -му варианту, $j = 1 \dots 2$;

V_i – количество груза i -го типа, $i = 1 \dots 3$;

C_{ij} – стоимость перевалки единицы груза i -го типа по j -му варианту, ден.ед., $i = 1 \dots 3, j = 1 \dots 2$;

X_{ij} – количество груза i -го типа, переваливаемого по j -му варианту, $i = 1 \dots 3, j = 1 \dots 2$.

Переменные A_i, V_j, C_{ij} считаются известными и входят в состав исходных данных; проектные переменные X_{ij} определяется в ходе решения задачи линейного программирования.

Целевая функция (суммарная стоимость перевалки) записывается следующим образом:

$$S = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 C_{ij} X_{ij} \rightarrow \min. \quad (5)$$

Суммарное количество груза, которое необходимо перевалить, должно быть не больше суммарного количества груза, которое может быть перевалено. Необходимое условие решения данной задачи:

$$\sum_{i=1}^3 B_i \leq \sum_{j=1}^2 A_j. \quad (6)$$

Ограничения, накладываемые на задачу, формализуются в следующем виде:

1) груз i -го типа должен быть перевален полностью:

$$\sum_{j=1}^2 X_{ij} = B_i, \quad i = 1 \dots 3; \quad (7)$$

2) суммарное количество груза всех типов, переваливаемого по j -му варианту, не должно превышать количество груза, которое может быть перевалено по этому варианту:

$$\sum_{i=1}^3 X_{ij} \leq A_j, \quad j = 1 \dots 2. \quad (8)$$

Сформулированная задача является многопараметрической задачей линейного программирования минимизации критерия (5) с учетом выполнения условия (6) и ограничений (7) и (8).

Проверим выполнение необходимого условия (6) решения задачи.

Суммарное количество груза, которое может быть перевалено по всем вариантам:

$$A_1 + A_2 = 800 + 1254 = 2054 \text{ т.}$$

Суммарное количество груза, которое необходимо перевалить:

$$B_1 + B_2 + B_3 = 98 + 428 + 568 = 1094 \text{ т.}$$

Условие (6) выполняется: суммарное количество груза, которое может быть перевалено, превышает суммарное количество груза, которое необходимо перевалить, на $2054 - 1094 = 960$ т.

Целевая функция (5) записывается следующим образом:

$$S = 34X_{11} + 132X_{12} + 41X_{21} + 140X_{22} + 57X_{31} + 156X_{32} \rightarrow \min.$$

Ограничения (7) на перевалку груза каждого типа записывается следующим образом:

$$X_{11} + X_{12} = 98;$$

$$X_{21} + X_{22} = 428;$$

$$X_{31} + X_{32} = 568.$$

Ограничения (8) на суммарное количество груза, переваливаемого по каждому варианту, записывается следующим образом:

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} \leq 800;$$

$$X_{12} + X_{22} + X_{32} \leq 1254.$$

2.2 Решение задачи

Решение задачи линейного программирования осуществляется с использованием средства «Поиск решения» пакета MS Excel.

Значения переменных X_{ij} , полученные в результате решения задачи:

$i \setminus j$	1	2	Всего
1		98	98
2	428		428
3	372	196	568
Всего	800	294	

Значение целевой функции составило 82 264 ден.ед.

Груз первого типа переваливается по второму варианту (98 т), груз второго типа – по первому варианту (428 т), груз третьего типа – по первому (372 т) и второму (196 т) вариантам. Возможность перевалки по второму типу не использована на 960 т.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3

В 2 пункта назначения доставляется 337 и 123 т *однородного* груза. При этом используется подвижной состав 3 видов суммарным тоннажом 200, 150 и 120 т. Заданы стоимости доставки единицы груза каждым видом транспорта в каждый пункт:

	Пункты назначения	
		112
Виды подвижного состава	152	202
	252	222

Требуется выбрать такое распределение тоннажа подвижного состава по пунктам, чтобы все грузы были доставлены, а общая *стоимость перевозки была минимальна*. Выписать целевую функцию и ограничения. Определить суммарную стоимость перевозки.

3.1 Математическая постановка задачи

Переменные для описания задачи:

$I = 3$ – количество видов подвижного состава;

$J = 2$ – количество пунктов;

A_i – суммарный тоннаж подвижного состава i -го вида, $t, i = 1...3$;

B_j – заданный объем перевозок в j -ый пункт, $t, j = 1...2$;

C_{ij} – стоимость доставки единицы груза подвижным составом i -го вида в j -ый пункт, ден.ед/т, $i = 1...3, j = 1...2$;

X_{ij} – объем перевозок подвижным составом i -го вида в j -ый пункт, $i = 1...3, j = 1...2$.

Значения переменных A_i, B_j, C_{ij} заданы и входят в состав исходных данных; проектные переменные X_{ij} определяется в ходе решения задачи линейного программирования.

Целевая функция (суммарная стоимость перевозки) записывается следующим образом:

$$S = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 C_{ij} X_{ij} \rightarrow \min. \quad (9)$$

Суммарный тоннаж подвижного состава всех видов транспорта должен быть не меньше заданного объема перевозок. Необходимое условие решения данной задачи:

$$\sum_{i=1}^3 A_i \geq \sum_{j=1}^2 B_j \quad (10)$$

Ограничения, накладываемые на задачу, формализуются в следующем виде:

1) суммарный объем груза, доставляемого подвижным составом всех видов в j -ый пункт, должен быть равен заданному объему перевозок в этот пункт:

$$\sum_{i=1}^3 X_{ij} = B_j, \quad j = 1...2; \quad (11)$$

2) суммарный объем груза, перевозимого во все пункты подвижным составом i -го вида, не должен превышать имеющийся тоннаж подвижного состава этого вида:

$$\sum_{j=1}^2 X_{ij} \leq A_i, \quad i = 1... 3. \quad (12)$$

Сформулированная задача является многопараметрической задачей линейного программирования минимизации критерия (9) с учетом выполнения условия (10) и ограничений (11) и (12).

Проверим выполнение необходимого условия (10) решения задачи: суммарный тоннаж подвижного состава всех видов должен быть не меньше заданного объема перевозок.

Суммарный тоннаж подвижного состава всех видов:

$$A_1 + A_2 + A_3 = 200 + 150 + 120 = 470 \text{ т.}$$

Суммарный объем перевозок:

$$B_1 + B_2 = 337 + 123 = 460 \text{ т.}$$

Условие (10) выполняется: суммарный тоннаж подвижного состава всех видов превышает заданный объем перевозок на $470 - 460 = 10$ т.

Целевая функция (9) записывается следующим образом:

$$S = 112X_{11} + 182X_{12} + 152X_{21} + 202X_{22} + 252X_{31} + 222X_{32} \rightarrow \min.$$

Ограничения (11) на объем перевозок в каждый пункт записывается следующим образом:

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} = 337;$$

$$X_{12} + X_{22} + X_{32} = 123.$$

Ограничения (12) на тоннаж подвижного состава каждого вида записывается следующим образом:

$$X_{11} + X_{12} \leq 200;$$

$$X_{21} + X_{22} \leq 150;$$

$$X_{31} + X_{32} \leq 120.$$

3.2 Решение задачи

Решение задачи линейного программирования осуществляется с использованием средства «Поиск решения» пакета MS Excel. Значения переменных X_{ij} , полученные в результате решения задачи:

$i \setminus j$	1	2	Всего
1	200		200
2	137	13	150
3		110	110
Всего	337	123	

Значение целевой функции составило 70 270 ден.ед.

В первый пункт груз доставляется первым (200 т) видом подвижного состава, во второй пункт – первым (137 т) и вторым (13 т) видами, в третий – вторым (110 т) видом. Не использовано 10 т тоннажа подвижного состава третьего вида.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4

Для доставки 2 типов грузов массой 224, 301 т каждый используются 7 вагонов (грузоподъемность 61 т, стоимость перевозки 56 ед.), 5 платформ (грузоподъемностью 31 т, стоимость перевозки 28 ед.) и 3 автомобиля (7 т, 6 ед.).

Выбрать такое распределение грузов по видам подвижного состава, чтобы заданный объем перевозок был выполнен, а общая **стоимость перевозки была минимальна**. Выписать целевую функцию и ограничения. Определить суммарную стоимость перевозки.

4.1 Математическая постановка задачи

Переменные для описания задачи:

$I = 3$ – количество видов подвижного состава;

$J = 2$ – количество типов груза;

A_i – количество единиц подвижного состава i -го вида, $i = 1 \dots 3$;

P_i – грузоподъемность единицы подвижного состава i -го вида, т, $i = 1 \dots 3$;

C_i – стоимость выполнения рейса единицы подвижного состава i -го вида, ден.ед./ед, $i = 1 \dots 3$;

V_j – заданный объем перевозок груза j -го типа, т, $j = 1 \dots 2$;

X_{ij} – количество единиц подвижного состава i -го вида, доставляющего груз j -го типа (целочисленная переменная), $i = 1 \dots 3$, $j = 1 \dots 2$.

Переменные A_i , P_i , V_j , C_{ij} считаются известными и входят в состав исходных данных; проектные переменные X_{ij} определяется в ходе решения целочисленной задачи линейного программирования.

Целевая функция (суммарная стоимость перевозки) записывается следующим образом:

$$S = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 C_i X_{ij} \rightarrow \min. \quad (13)$$

Суммарная грузоподъемность подвижного состава всех видов должна быть не меньше заданного объема перевозок. Необходимое условие решения данной задачи:

$$\sum_{i=1}^3 P_i A_i \geq \sum_{j=1}^2 V_j. \quad (14)$$

Ограничения, накладываемые на задачу, формализуются в следующем виде:

1) суммарная грузоподъемность подвижного состава всех видов, используемых для перевозки груза j -го типа, должна быть не меньше заданного объема перевозок грузов этого типа:

$$\sum_{i=1}^3 P_i X_{ij} \geq B_j, \quad j = 1 \dots 2; \quad (15)$$

2) суммарное количество единиц подвижного состава i -го вида, используемых для перевозки грузов всех типов, не должно превышать их наличия:

$$\sum_{j=1}^2 X_{ij} \leq A_i, \quad i = 1 \dots 3. \quad (16)$$

Сформулированная задача является многопараметрической задачей линейного **целочисленного** программирования минимизации критерия (13) с учетом выполнения условия (14) и ограничений (15) и (16).

Проверим выполнение необходимого условия (14) решения задачи: суммарная грузоподъемность подвижного состава всех видов должна быть не меньше заданного объема перевозок.

Суммарная грузоподъемность:

$$P_1 A_1 + P_2 A_2 + P_3 A_3 = 61 \cdot 7 + 5 \cdot 31 + 3 \cdot 7 = 603 \text{ т.}$$

Суммарный заданный объем перевозок:

$$B_1 + B_2 = 224 + 301 = 525 \text{ т.}$$

Условие (14) выполняется: суммарная грузоподъемность подвижного состава всех видов превышает заданный объем перевозок на $603 - 525 = 78$ т.

Целевая функция (13) записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} C &= 56 X_{11} + 56 X_{12} + 28 X_{21} + 28 X_{22} + 6 X_{31} + 6 X_{32} = \\ &= 56(X_{11} + X_{12}) + 28(X_{21} + X_{22}) + 6(X_{31} + X_{32}) \rightarrow \min. \end{aligned}$$

Ограничения (14) на объем перевозок каждого типа груза записывается следующим образом:

$$61 X_{11} + 31 X_{21} + 7 X_{31} \geq 224;$$

$$61 X_{12} + 31 X_{22} + 7 X_{32} \geq 301.$$

Ограничение (15) на количество используемых единиц подвижного состава каждого вида записывается следующим образом:

$$X_{11} + X_{12} \leq 7;$$

$$X_{21} + X_{22} \leq 5;$$

$$X_{31} + X_{32} \leq 3.$$

4.2 Решение задачи

Решение задачи целочисленного линейного программирования осуществляется с использованием средства «Поиск решения» пакета MS Excel.

Значения переменных X_{ij} , полученные в результате решения задачи:

	Вагоны	Платформы	Авто
j \ i	1	2	3
1	3	1	2
2	3	4	

Значение целевой функции составило 488 ден.ед.

Для доставки груза первого типа используется 3 вагона, 1 платформа, 2 автомобиля; суммарный тоннаж составил

$$3 \cdot 61 + 1 \cdot 31 + 2 \cdot 7 = 228 \text{ т}$$

и превысил объем перевозимого груза на 4 т.

Для доставки груза второго типа используется 3 вагона и 4 платформы; суммарный тоннаж составил

$$3 \cdot 61 + 4 \cdot 31 = 307 \text{ т}$$

и превысил объем перевозимого груза на 6 т.

Не использованы 1 вагон и 1 автомобиль.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5

В транспортном узле имеются ПРМ трех видов (1, 2 и 3 шт.), которые используются для обработки грузов 2 типов массой 109 и 140 т.

Заданы

производительность ПРМ каждого вида при обработке каждого типа груза (т/сут):

	Грузы	
	49	77
ПРМ	42	82
	29	62

стоимость обработки одной тонны каждого типа груза каждым видом ПРМ (ден.ед./т):

	Грузы	
	ПРМ	20
19		18
20		27

Выбрать такую расстановку ПРМ по типам грузов, чтобы заданный объем обработки был выполнен, а общая **стоимость обработки была минимальна**. Выписать целевую функцию и ограничения. Определить суммарную стоимость обработки.

5.1 Математическая постановка задачи

Переменные для описания задачи:

$I = 3$ – количество видов ПРМ;

$J = 2$ – количество типов груза;

A_i – количество ПРМ i -го вида, $i = 1 \dots 3$;

B_j – заданный объем обработки груза j -го типа, $j = 1, 2$;

P_{ij} – производительность ПРМ i -го вида при обработке груза j -го типа, т/сут., $i = 1 \dots 3, j = 1, 2$;

C_{ij} – стоимость обработки одной тонны груза j -го типа с использованием ПРМ i -го вида, ден.ед./т, $i = 1 \dots 3, j = 1, 2$;

X_{ij} – количество ПРМ i -го вида, используемых при обработке груза j -го типа (целочисленная переменная), $i = 1 \dots 3, j = 1 \dots 2$.

Переменные A_i, P_{ij}, B_j, C_{ij} считаются известными и входят в состав исходных данных; проектные переменные X_{ij} определяется в ходе решения целочисленной задачи линейного программирования.

Целевая функция (суммарная стоимость обработки) записывается следующим образом:

$$S = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 C_{ij} P_{ij} X_{ij} \rightarrow \min. \quad (17)$$

Суммарная производительность ПРМ всех видов должна быть не меньше заданного объема грузопереработки. Условие *гарантированного* решения задачи (в предположении, что все грузы обрабатываются ПРМ с *минимальной* производительностью):

$$\sum_{i=1}^3 \min_j (P_{ij}) A_i \geq \sum_{j=1}^2 B_j. \quad (18)$$

Ограничения, накладываемые на задачу, формализуются в следующем виде:

1) суммарная производительность ПРМ всех видов, обрабатывающих груз каждого типа, должна быть не меньше заданного объема обработки груза этого типа:

$$\sum_{i=1}^3 P_{ij} X_{ij} \geq B_j, \quad j = 1 \dots 2; \quad (19)$$

2) суммарное количество ПРМ i -го вида, используемых на обработке грузов всех типов, не должно превышать их наличия:

$$\sum_{j=1}^2 X_{ij} \leq A_i, \quad i = 1 \dots 3. \quad (20)$$

Сформулированная задача является многопараметрической задачей линейного **целочисленного** программирования минимизации критерия (17) с учетом выполнения условия (18) и ограничений (19) и (20).

Проверим выполнение условия (18) *гарантированного* решения задачи.

Суммарная производительность ПРМ всех видов в предположении, что все грузы обрабатываются ПРМ с *минимальной* производительностью:

$$\begin{aligned} & \min \{P_{11}, P_{12}\} \cdot A_1 + \min \{P_{21}, P_{22}\} \cdot A_2 + \min \{P_{31}, P_{32}\} \cdot A_3 = \\ & = \min \{49, 77\} \cdot 1 + \min \{42, 82\} \cdot 2 + \min \{29, 62\} \cdot 3 = \\ & = 49 \cdot 1 + 42 \cdot 2 + 29 \cdot 3 = 220 \text{ т.} \end{aligned}$$

Суммарный объем обрабатываемого груза:

$$B_1 + B_2 = 109 + 140 = 249 \text{ т.}$$

Условие (18) *гарантированного* решения задачи в предположении, что все грузы обрабатываются ПРМ с *минимальной* производительностью, не выполняется.

Целевая функция (17) записывается следующим образом:

$$S = 49 \cdot 20 X_{11} + 77 \cdot 18 X_{12} + 42 \cdot 19 X_{21} + 82 \cdot 18 X_{22} + 29 \cdot 20 X_{31} + 62 \cdot 27 X_{32} \rightarrow \min.$$

Ограничения (19) на количество груза, обрабатываемое ПРМ всех видов, записывается следующим образом:

$$49 X_{11} + 42 X_{21} + 29 X_{31} \geq 109;$$

$$77 X_{12} + 82 X_{22} + 62 X_{32} \geq 140.$$

Ограничение (20) на количество используемых ПРМ каждого вида записывается следующим образом:

$$X_{11} + X_{12} \leq 1;$$

$$X_{21} + X_{22} \leq 2;$$

$$X_{31} + X_{32} \leq 3.$$

5.2 Решение задачи

Решение задачи целочисленного линейного программирования осуществляется с использованием средства «Поиск решения» пакета MS Excel.

Значения переменных X_{ij} , полученные в результате решения задачи:

$i \setminus j$	1	2
1		1
2	1	1
3	3	

Значение целевой функции составило 5400 ден.ед.

Для обработки груза первого типа используются 1 ПРМ второго вида и 3 ПРМ третьего вида; для обработки груза второго типа используются 1 ПРМ первого вида и 1 ПРМ второго вида. Все ПРМ используются полностью.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 6

Имеются 4 пункта отправления однородного груза с заданными запасами 150, 150, 150, 90 т. Имеются 8 пунктов назначения с заданными заявками на его получение 12, 23, 89, 158, 96, 56, 21 и 65 т. Имеются 3 пункта взаимодействия видов транспорта с заданными значениям перерабатывающих способностей по перевалке 100, 200 и 300 т.

Заданы стоимости перевозки первым видом транспорта одной тонны груза от каждого пункта отправления до каждого пункта взаимодействия (ден.ед./т):

	Пункты взаимодействия		
Пункты от- правления	7	30	46
	8	32	47
	9	33	48
	10	35	50

стоимости перевозки вторым видом транспорта одной тонны груза от каждого пункта взаимодействия до каждого пункта назначения (ден.ед./т):

Пункты назначения	Пункты взаимодействия		
	154	376	597
	296	500	704
	407	429	451
	439	486	534
	518	453	387
	692	553	411
	779	577	375
	720	570	419

Составить такой план перевозок, чтобы во все пункты назначения заданное количество груза было доставлено, а общая *стоимость перевозок была минимальна*. Выписать целевую функцию и ограничения. Определить суммарную стоимость перевозки.

6.1 Математическая постановка задачи

Переменные для описания задачи:

$K = 4$ – количество пунктов отправления;

$I = 3$ – количество пунктов взаимодействия;

$J = 8$ – количество пунктов назначения;

A_k – запас груза в k -ом пункте отправления, $t, k = 1 \dots 4$;

B_j – заявка на груз в j -ом пункте назначения, $t, j = 1 \dots 8$;

D_i – перерабатывающая способность i -го пункта взаимодействия, $t, i = 1 \dots 3$;

C_{ki}^A – стоимость перевозки одной тонны груза первым видом транспорта из k -го пункта отправления в i -ый пункт взаимодействия, ден.ед./т, $k = 1 \dots 4, i = 1 \dots 3$;

C_{ij}^B – стоимость перевозки одной тонны груза вторым видом транспорта из i -го пункта взаимодействия в j -ый пункт назначения, ден.ед./т, $i = 1 \dots 3, j = 1 \dots 8$;

X_{ki} – количество груза, перевозимого первым видом транспорта из k -го пункта отправления в i -ый пункт взаимодействия, $t, k = 1 \dots 4, i = 1 \dots 3$;

Y_{ij} – количество груза, перевозимого вторым видом транспорта из i -го пункта взаимодействия в j -ый пункт назначения, т, $i = 1 \dots 3$, $j = 1 \dots 8$.

Переменные A_i , B_j , D_i , C_{ki}^A , C_{ij}^B считаются известными и входят в состав исходных данных; проектные переменные X_{ki} , Y_{ij} определяется в ходе решения задачи линейного программирования.

Целевая функция (суммарная стоимость перевозок) записывается следующим образом:

$$C = \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^4 C_{ki}^A X_{ki} + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^8 C_{ij}^B Y_{ij} \rightarrow \min. \quad (21)$$

Суммарный запас груза в пунктах отправления должен быть не меньше суммы заявок пунктов назначения.

Суммарная перерабатывающая способность пунктов взаимодействия должны быть не меньше суммы заявок пунктов назначения.

Необходимыми условиями решения данной задачи являются:

$$\sum_{k=1}^4 A_k \geq \sum_{j=1}^8 B_j, \quad \sum_{i=1}^3 D_i \geq \sum_{j=1}^8 B_j. \quad (22)$$

Ограничения, накладываемые на задачу, формализуются в следующем виде:

1) суммарное количество груза, перевозимого в каждый пункт назначения, должно быть равно заявке этого пункта:

$$\sum_{i=1}^3 Y_{ij} = B_j, \quad j = 1 \dots 8; \quad (23)$$

2) суммарное количество груза, отправляемого из каждого пункта взаимодействия, должно быть равно суммарному количеству груза, прибывающему в этот пункт:

$$\sum_{j=1}^8 Y_{ij} = \sum_{k=1}^4 X_{ki}, \quad i = 1 \dots 3; \quad (24)$$

3) суммарное количество груза, прибывающего в каждый пункт взаимодействия, не может превышать перерабатывающей способности этого пункта:

$$\sum_{k=1}^4 X_{ki} \leq D_i, \quad i = 1 \dots 3; \quad (25)$$

4) суммарное количество груза, отправляемого из каждого пункта, не может превышать запас груза в этом пункте:

$$\sum_{i=1}^3 X_{ki} \leq A_k, \quad k = 1 \dots 4. \quad (26)$$

Сформулированная задача является многопараметрической задачей линейного программирования минимизации критерия (21) с учетом выполнения условий (22) и ограничений (23), (24), (25), (26).

Проверим выполнение необходимых условий (23) решения задачи: суммарный запас груза должен быть не меньше суммы заявок; суммарная перерабатывающая способность пунктов взаимодействия должны быть не меньше суммы заявок пунктов назначения.

Суммарный запас груза:

$$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = 150 + 150 + 150 + 90 = 540 \text{ т.}$$

Сумма заявок:

$$B_1 + B_2 + B_3 + B_4 + B_5 + B_6 + B_7 + B_8 = 12 + 23 + 89 + 158 + 96 + 56 + 21 + 65 = 520 \text{ т.}$$

Суммарная перерабатывающая способность пунктов взаимодействия:

$$D_1 + D_2 + D_3 = 100 + 200 + 230 = 530 \text{ т.}$$

Условия (22) выполняются:

суммарный запас груза превышает сумму заявок пунктов назначения на $540 - 520 = 20$ т;

суммарная перерабатывающая способность пунктов взаимодействия превышает сумму заявок пунктов назначения на $530 - 520 = 10$ т.

Целевая функция (21) записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} C = & 7 X_{11} + 30 X_{12} + 46 X_{13} + 8 X_{21} + 32 X_{22} + 47 X_{23} + \\ & + 9 X_{31} + 33 X_{32} + 48 X_{33} + 10 X_{41} + 35 X_{42} + 50 X_{43} + \\ & + 154 Y_{11} + 296 Y_{12} + 407 Y_{13} + 439 Y_{14} + 518 Y_{15} + 692 Y_{16} + \\ & + 779 Y_{17} + 720 Y_{18} + 376 Y_{21} + 500 Y_{22} + 429 Y_{23} + 486 Y_{24} + 453 Y_{25} \\ & + 553 Y_{26} + 577 Y_{27} + 570 Y_{28} + 597 Y_{31} + 704 Y_{32} + 451 Y_{33} + 534 Y_{34} + \\ & + 387 Y_{35} + 411 Y_{36} + 375 Y_{37} + 419 Y_{38} \rightarrow \min. \end{aligned}$$

Ограничения (23) на суммарное количество груза, доставляемого в каждый пункт назначения, записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} Y_{11} + Y_{21} + Y_{31} &= 12; \\ Y_{12} + Y_{22} + Y_{32} &= 23; \\ Y_{13} + Y_{23} + Y_{33} &= 89; \\ Y_{14} + Y_{24} + Y_{34} &= 158; \\ Y_{15} + Y_{25} + Y_{35} &= 96; \\ Y_{16} + Y_{26} + Y_{36} &= 56; \\ Y_{17} + Y_{27} + Y_{37} &= 21; \\ Y_{18} + Y_{28} + Y_{38} &= 65. \end{aligned}$$

Ограничение (24) на суммарное количество груза, убывающего из пункта взаимодействия, записывается следующим образом:

$$Y_{11} + Y_{12} + Y_{13} + Y_{14} + Y_{15} + Y_{16} + Y_{17} + Y_{18} = X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41};$$

$$Y_{21} + Y_{22} + Y_{23} + Y_{24} + Y_{25} + Y_{26} + Y_{27} + Y_{28} = X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42};$$

$$Y_{31} + Y_{32} + Y_{33} + Y_{34} + Y_{35} + Y_{36} + Y_{37} + Y_{38} = X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43}.$$

Ограничение (25) на суммарное количество груза, прибывающего в пункт взаимодействия, записывается следующим образом:

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} \leq 100;$$

$$X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} \leq 200;$$

$$X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} \leq 230.$$

Ограничения (26) на суммарное количество груза, убывающего из пункта отправления, записывается следующим образом:

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} \leq 150;$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} \leq 150;$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} \leq 150;$$

$$X_{41} + X_{42} + X_{43} \leq 90.$$

6.2 Формирование модели

Решение задачи линейного программирования осуществляется с использованием средства «Поиск решения» пакета MS Excel.

Необходимо реализовать сформированную модель решения задачи минимизации грузооборота в табличном процессоре Microsoft Excel (рис.23).

Для большей наглядности необходимые условия решения задачи (22) сформулированы следующим образом: разность между суммарным запасом груза в пунктах отправления и суммой заявок пунктов назначения должна быть не отрицательна; разность между суммарной перерабатывающей способностью пунктов взаимодействия и суммой заявок пунктов назначения должна быть не отрицательна:

$$\sum_{k=1}^4 A_k - \sum_{j=1}^8 B_j \geq 0, \quad \sum_{i=1}^3 D_i - \sum_{j=1}^8 B_j \geq 0.$$

Ограничение (23) сформулировано следующим образом: разность между заявкой j -го пункта назначения и суммарным количеством груза, перевозимого в этот пункт должна быть равна нулю:

$$B_j - \sum_{i=1}^3 Y_{ij} = 0, \quad j = 1 \dots 8.$$

Ограничение (24) сформулировано следующим образом: разность между суммарным количеством груза, отправляемого из i -го пункта взаимодействия, и суммарным количеством груза, прибывающего в этот пункт, должна быть равна нулю:

$$\sum_{j=1}^8 Y_{ij} - \sum_{k=1}^4 X_{ki} = 0, \quad i = 1 \dots 3.$$

Ограничение (25) сформулировано следующим образом: разность между перерабатывающей способностью i -го пункта взаимодействия и суммарным количеством груза, прибывающего в этот пункт, должна быть неотрицательна:

$$D_i - \sum_{k=1}^4 X_{ki} \geq 0, \quad i = 1 \dots 3.$$

Ограничение (26) сформулировано следующим образом: остаток груза в k -ом пункте отправления (разность между имеющимся запасом груза в этом пункте и общим количеством груза, отправляемого из этого пункта), должен быть неотрицателен:

$$A_k - \sum_{i=1}^3 X_{ki} \geq 0, \quad k = 1 \dots 4.$$

На рис. 23 ячейки с исходными данными выделены **Жирным шрифтом**.

Проектные переменные, значения которых должны быть определены в результате решения задачи, выделены *курсивом и заливкой*. При формировании таблицы в эти ячейки заносятся «пробные» значения, позволяющие проверить правильность работы модели. После выполнения процедуры поиска решения эти ячейки будут заполнены значениями искомым переменных.

Исходные данные размещаются в следующих ячейках:

запас груза в k -ом пункте отправления (A_k) – G6:G9;

заявка на груз в j -ом пункте назначения (B_j) – G13:G20;

перерабатывающая способность i -го пункта взаимодействия (D_i) – D10:F10;

стоимость перевозки одной тонны груза из k -го пункта отправления в i -ый пункт взаимодействия первым видом транспорта (C^A_{ki}) – P6:R9;

стоимость перевозки одной тонны груза из i -го пункта взаимодействия в j -ый пункт назначения вторым видом транспорта (C^B_{ij}) – P13:R20.

Искомые параметры (проектные переменные) размещаются в следующих ячейках:

количество груза, перевозимого из k-го пункта отправления в i-ый пункт взаимодействия первым видом транспорта (X_{ki}) – J6:L9;

количество груза, перевозимого из i-го пункта взаимодействия в j-ый пункт назначения вторым видом транспорта (Y_{ij}) – J13:L20.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	
1		Лабораторная работа 6 ст. Иванов И.И. гр.999																		
2	6.0 Распределение перевозок в узлах с перевалкой																			
3		Перевалки			Запасы			Перевалки			Перевалки									
4		i	1	2	3	А _k			1	2	3	С _{пер.ч}	1	2	3					
5		k	Себестоим. С ^А _{ki}			А _k			Перевезено X _{ki}			С _{пер.ч}	Загрязн. X _{ki} * С ^А _{ki}							
6	Отправлен	1	7	30	46	150			2	9	15	26	124	14	270	690				
7		2	8	32	47	150			3	8	12	23	127	24	256	564				
8		3	9	33	48	150			4	7	11	22	128	36	231	528				
9		4	10	35	50	90			5	6	10	21	69	50	210	500		3 373		
10	Итого	Итого	100	200	230	540			14	30	48									
11	Перераб. D _i	Итого			530				С _{пер.з}	86	170	182								
12	Назначен	j	Себестоим. С ^В _{ij}			В _j			Перевезено Y _{ij}			С _{пер.ч}	Загрязн. Y _{ij} * С ^В _{ij}							
13		1	154	376	597	12			11			11	-1	1 694	0	0				
14		2	296	500	704	23			12			12	-11	3 552	0	0				
15		3	407	429	451	89				14	15	29	-60	0	6 006	6 765				
16		4	439	486	534	158			21	32		53	-105	9 219	15 552	0				
17		5	518	453	387	96				9	33	42	-54	0	4 077	12 771				
18		6	692	553	411	56			2	3	4	9	-47	1 384	1 659	1 644				
19		7	779	577	375	21			1	2	3	6	-15	779	1 154	1 125				
20	8	720	570	419	65			520	8	7	6	21	-44	5 760	3 990	2 514		79 645		
21									55	67	61									
22						Условие А	20	С _{пер.з}	41	37	13									
23						Условие Б	10								ЦФ	83 018				

Рис. 23. Вид таблицы MS Excel решения задачи

Вычисляемые параметры размещаются в следующих ячейках:

суммарный запас груза во всех пунктах отправления ($\sum_{k=1}^4 A_k$) – Н9 (сумма ячеек G6:G9);

сумма заявок во всех пунктах назначения ($\sum_{j=1}^8 B_j$) – Н20 (сумма ячеек G13:G20);

суммарная перерабатывающая способность пунктов взаимодействия ($\sum_{i=1}^3 D_i$) – F11 (сумма ячеек D10:F10);

необходимые условия решения задачи

$\sum_{k=1}^4 A_k - \sum_{j=1}^8 B_j - Н22$ (разность ячеек Н9 и Н20) – должно быть не отрицательным;

$$\sum_{i=1}^3 D_i - \sum_{j=1}^8 B_j - H23 \text{ (разность ячеек F11 и H20) – должно быть не отрицательным;}$$

затраты на перевозку из k -го пункта отправления в i -ый пункт взаимодействия первым видом транспорта ($C^A_{ki}X_{ki}$) – P6:R9;

затраты на перевозку из i -го пункта взаимодействия в j -ый пункт назначения вторым видом транспорта ($C^B_{ij}Y_{ij}$) – P13:R20;

суммарные затраты на перевозку из пунктов отправления в пункты взаимодействия первым видом транспорта ($\sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^4 C^A_{ki}X_{ki}$) – S9 (сумма ячеек P6:R9);

суммарные затраты на перевозку из пунктов взаимодействия в пункты назначения вторым видом транспорта ($\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^8 C^B_{ij}Y_{ij}$) – S20 (сумма ячеек P13:R20);

суммарное количество груза, отправляемого из k -го пункта отправления ($\sum_{i=1}^3 X_{ki}$) – M6:M9 (суммы ячеек J6:L6, J7:L7, ...);

суммарное количество груза, прибывающего в i -ый пункт взаимодействия ($\sum_{k=1}^4 X_{ki}$) – J10:L10 (суммы ячеек J6:J9, K6:K9, ...);

суммарное количество груза, отправляемого из i -го пункта взаимодействия ($\sum_{j=1}^8 Y_{ij}$) – J21:L21 (суммы ячеек J13:J20, K13:K20, ...);

суммарное количество груза, доставленного в j -ый пункт назначения ($\sum_{i=1}^3 Y_{ij}$) – M13:M20 (суммы ячеек J13:L13, J14:L14, ...).

Целевая функция (суммарная стоимость перевозок)

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^4 C^A_{ki}X_{ki} + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^8 C^B_{ij}Y_{ij} \text{ размещается в ячейке S22 (сумма ячеек S9, S20).}$$

Ограничения размещаются в следующих ячейках:

1) на суммарное количество груза, доставляемого в каждый пункт назначения ($B_j - \sum_{i=1}^3 Y_{ij}$) – N13:N20 (разность G13:G20 и M13:M20

должна быть нулевой);

2) на суммарное количество груза, убывающего из пункта взаимодействия ($\sum_{j=1}^8 Y_{ij} - \sum_{k=1}^4 X_{ki}$) – J22:L22 (разность J21:L21 и J10:L10 должна

быть нулевой);

3) на суммарное количество груза, прибывающего в пункт взаимодействия ($D_i - \sum_{k=1}^4 X_{ki}$) – J11:L11 (разность D10:F10 и J10:L10 должна

быть нулевой);

4) на суммарное количество груза, убывающего из пункта отправления ($A_k - \sum_{i=1}^3 X_{ki}$) – N6:N9 (разность G6:G9 и M6:M9 должна быть

неотрицательной).

6.3 Решение задачи

Для решения задачи минимизации суммарной стоимости перевозки используется средство «Поиск решения» пакета MS Excel.

Необходимо указать целевую ячейку; задать минимизацию целевой функции; задать параметры поиска решения: *Линейная модель* и *Неотрицательные значения*; указать ячейки, в которых находятся искомые значения; решить задачу без учета ограничений.

Убедиться, что значения проектных переменных (количество груза, отправляемого из каждого пункта отправления в каждый пункт взаимодействия, и количество груза, отправляемого из каждого пункта взаимодействия в каждый пункт назначения) и значение целевой функции равны нулю.

1) Добавить ограничения на суммарное количество груза, доставляемого в каждый пункт назначения; решить задачу с учетом этого ограничения.

Убедиться, что значения разностей между заявкой на груз каждого пункта назначения, и количеством доставленного в этот пункт груза, равны нулю, т.е. все заявки удовлетворены.

Обратить внимание на то, что в пункты назначения с первого по четвертый груз доставляется из первого пункта взаимодействия, в

остальные – из третьего пункта взаимодействия, из второго пункта взаимодействия груз никуда не доставляется; при этом в пункты взаимодействия из пунктов отправления груз не доставляется.

2) Добавить ограничения на суммарное количество груза, убывающего из пункта взаимодействия; решить задачу с учетом двух ограничений.

Убедиться, что значения разностей между заявкой на груз каждого пункта назначения, и количеством доставленного в этот пункт груза, равны нулю, т.е. все заявки удовлетворены.

Убедиться, что значения разностей между суммарным количеством груза, отправляемого из каждого пункта взаимодействия, и суммарным количеством груза, прибывающего в этот пункт, равны нулю; т.е. количество груза, убывающего из каждого пункта взаимодействия, равно количеству груза, прибывающего в этот пункт.

Обратить внимание на то, что значения разностей между перерабатывающими способностями первого и третьего пунктов взаимодействия и суммарным количеством груза, прибывающего в эти пункты, отрицательны, т.е. в этих пунктах перевалено грузов больше, чем позволяют перерабатывающие способности этих пунктов; в то же время перерабатывающие мощности второго пункта взаимодействия не использованы.

Обратить внимание на то, что остаток груза в первом пункте отправления отрицателен; в то же время запасы груза второго и третьего пунктов отправления не использованы.

3) Добавить ограничения на суммарное количество груза, прибывающего в пункт взаимодействия; решить задачу с учетом трех ограничений.

Убедиться, что значения разностей между заявкой на груз каждого пункта назначения, и количеством доставленного в этот пункт груза, равны нулю, т.е. все заявки удовлетворены.

Убедиться, что значения разностей между суммарным количеством груза, отправляемого из каждого пункта взаимодействия, и суммарным количеством груза, прибывающего в этот пункт, равны нулю; т.е. количество груза, убывающего из каждого пункта взаимодействия, равно количеству груза, прибывающего в этот пункт.

Убедиться, что значения разностей между перерабатывающими способностями первого и третьего пунктов взаимодействия и суммарным количеством груза, прибывающего в эти пункты, равны нулю; перерабатывающая способность второго пункта взаимодействия использованы неполностью.

Обратить внимание на то, что остаток груза в первом пункте отправления отрицателен; в то же время запасы груза второго и третьего пунктов отправления не использованы.

4) Добавить ограничения на суммарное количество груза, убывающего из пункта отправления; решить задачу с учетом всех ограничений; диалоговое окно *Поиск решения* принимает вид, показанный на рис. 24.

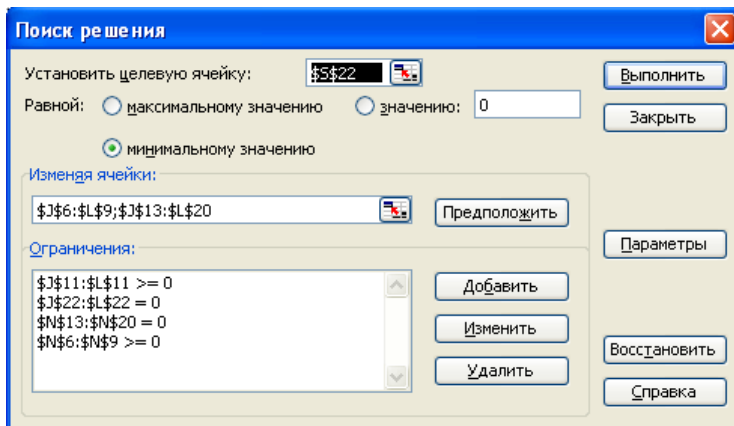


Рис. 24. Вид диалогового окна *Поиск решения* после указания целевой ячейки, минимизации, ячеек, в которых находятся проектные переменные, и всех ограничений

Убедиться, что значения разностей между заявкой на груз каждого пункта назначения, и количеством доставленного в этот пункт груза, равны нулю, т.е. все заявки удовлетворены.

Убедиться, что значения разностей между суммарным количеством груза, отправляемого из каждого пункта взаимодействия, и суммарным количеством груза, прибывающего в этот пункт, равны нулю; т.е. количество груза, убывающего из каждого пункта взаимодействия, равно количеству груза, прибывающего в этот пункт.

Убедиться, что значения разностей между перерабатывающими способностями первого и третьего пунктов взаимодействия и суммарным количеством груза, прибывающего в эти пункты, равны нулю; перерабатывающая способность второго пункта взаимодействия использованы неполностью.

Убедиться, что остатки груза в пунктах отправления с первого по третий равны нулю; в четвертом пункте отправления остался неиспользованный запас груза.

Значения переменных X_{ki} (т), полученные в результате решения задачи:

$k \setminus i$	1	2	3	Всего
1		150		150
2	30	40	80	150
3			150	150
4	70			70
Всего	100	190	230	

Значения переменных Y_{ij} (т), полученные в результате решения задачи:

$j \setminus i$	1	2	3	Всего
1	12			12
2	23			23
3		89		89
4	65	93		158
5		8	88	96
6			56	56
7			21	21
8			65	65
Всего	100	190	230	

ЧАСТЬ 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОГО ПРОЕКТА по дисциплине «Взаимодействие видов транспорта при смешанных перевозках»

В курсовом проекте рассматривается задача распределения однородного груза по нескольким видам транспорта при его перевозке, которая формулируется следующим образом.

Имеется несколько пунктов отправления однородного груза с заданными объемами его запасов.

Имеется несколько пунктов назначения с заданными заявками на его получение.

Для доставки груза может быть использовано два вида транспорта.

Имеется несколько пунктов взаимодействия видов транспорта с заданными перерабатывающими мощностями, где возможна перевалка груза с первого вида транспорта на второй.

Груз может доставляться из пунктов отправления в пункты назначения по следующим двум схемам.

1. Используется один (первый) вид транспорта, при этом доставка груза осуществляется прямым сообщением из пункта отправления в пункт назначения.

2. Последовательно используются два вида транспорта, при этом груз доставляется первым видом транспорта из пункта отправления в пункт взаимодействия, где он переваливается на второй вид транспорта, и далее доставляется в пункт назначения.

Требуется составить такой план перевозок, чтобы во все пункты назначения заданное количество груза было доставлено, а общая себестоимость перевозок была минимальна.

Для решения задачи должны быть известны:

а) стоимость перевозки одной тонны груза первым видом транспорта из каждого пункта отправления в каждый пункт взаимодействия с учетом стоимости перевалки, и стоимость перевозки одной тонны груза из каждого пункта отправления в каждый пункт назначения,

б) стоимость перевозки одной тонны груза вторым видом транспорта из каждого пункта взаимодействия в каждый пункта назначения.

1 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Введем переменные для описания задачи:

K – количество пунктов отправления;
 I – количество пунктов взаимодействия;
 J – количество пунктов назначения;
 A_k – запас груза в k -м пункте отправления, $t, k \in \{1, K\}$;
 D_i – перерабатывающая способность i -го пункта взаимодействия,
 $t, i \in \{1, I\}$;

V_j – заявка на груз для j -го пункта назначения, $t, j \in \{1, J\}$;

C_{ki}^A – стоимость перевозки одной тонны груза первым видом транспорта из k -го пункта отправления в i -й пункт взаимодействия с учетом затрат на перевалку, ден.ед./т, $k \in \{1, K\}, i \in \{1, I\}$;

C_{ij}^B – стоимость перевозки одной тонны вторым видом транспорта из i -го пункта взаимодействия в j -й пункт назначения, ден.ед./т, $i \in \{1, I\}, j \in \{1, J\}$;

C_{kj}^B – стоимость перевозки одной тонны первым видом транспорта в прямом сообщении из k -го пункта отправления в j -й пункт назначения, ден.ед./т, $k \in \{1, K\}, j \in \{1, J\}$;

X_{ki} – количество груза, перевозимого первым видом транспорта из k -го пункта отправления в i -й пункт взаимодействия, $t, k \in \{1, K\}, i \in \{1, I\}$;

Y_{ij} – количество груза, перевозимого вторым видом транспорта из i -го пункта взаимодействия в j -й пункт назначения, $t, i \in \{1, I\}, j \in \{1, J\}$.

Z_{kj} – количество груза, перевозимого первым видом транспорта в прямом сообщении из k -го пункта отправления в j -й пункт назначения, $t, k \in \{1, K\}, j \in \{1, J\}$.

Переменные $A_k, V_j, D_i, C_{ki}^A, C_{ij}^B, C_{kj}^B$ должны быть известны до начала решения задачи; проектные переменные X_{ki}, Y_{ij}, Z_{kj} определяется в ходе решения задачи линейного программирования.

Целевая функция (суммарная себестоимость перевозок) записывается следующим образом:

$$C = \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K C_{ki}^A X_{ki} + \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J C_{ij}^B Y_{ij} + \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^J C_{kj}^B Z_{kj} \rightarrow \min. \quad (27)$$

Суммарный запас груза в пунктах отправки должен быть не меньше суммы заявок пунктов назначения. Необходимым условием решения данной задачи является следующее:

$$\sum_{i=1}^I A_k \geq \sum_{j=1}^J V_j. \quad (28)$$

Ограничения, накладываемые на задачу, формализуются в следующем виде:

1) суммарное количество груза, прибывающего в j -й пункт назначения из пунктов взаимодействия и из пунктов отправления прямым сообщением, должно быть равно заявке этого пункта:

$$\sum_{i=1}^J Y_{ij} + \sum_{k=1}^K Z_{kj} = B_j, \quad j \in \{1, J\}; \quad (29)$$

2) суммарное количество груза, отправляемого из i -го пункта взаимодействия, должно быть равно суммарному количеству груза, прибывающего в этот пункт:

$$\sum_{j=1}^J Y_{ij} = \sum_{k=1}^K X_{ki}, \quad i \in \{1, I\}; \quad (30)$$

3) суммарное количество груза, прибывающего в i -й пункт взаимодействия, не может превышать перерабатывающей способности этого пункта:

$$\sum_{k=1}^K X_{ki} \leq D_i, \quad i \in \{1, I\}; \quad (31)$$

4) суммарное количество груза, отправляемого из k -ого пункта отправления в пункты взаимодействия и в пункты назначения прямым сообщением, не может превышать запас груза в этом пункте:

$$\sum_{i=1}^I X_{ki} + \sum_{j=1}^J Z_{kj} \leq A_k, \quad k \in \{1, K\}. \quad (32)$$

Сформулированная задача является многопараметрической задачей линейного программирования минимизации критерия (27) с учетом выполнения условия (28) и ограничений (29), (30), (31), (32).

В курсовом проекте значения переменных A_k , B_j , D_i приведены в задании и входят в состав исходных данных.

Значения переменных C_{ki}^A , C_{ij}^B , C_{kj}^B необходимо определить до решения задачи линейного программирования.

2 ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРАТЧАЙШЕГО МАРШРУТА

Осуществляется с использованием метода последовательных приближений, в соответствии с которым определяются кратчайшие маршруты из каждого узла в конечный узел.

В приведенной в задании матрице расстояний между пунктами удаляются все строки и столбцы, кроме соответствующих первым четырем пунктам отправления A_k ($k = 1 \dots 4$), промежуточным пунктам E_s ($s = 1 \dots 9$) и последним двум пунктам взаимодействия D_i ($i = I-1, I$). Вводится сквозная нумерация узлов (от 1 до 15).

Определение маршрута начинается с последнего пункта взаимодействия.

Нулевое приближение соответствует определению маршрутов в конечный узел из узлов без посещения промежуточных пунктов. Для каждого узла, который непосредственно связан с конечным узлом (т.е. имеется прямой маршрут), длина кратчайшего маршрута принимается равной расстоянию между каждым из этих узлов и конечным узлом, приведенному в матрице расстояний.

Первое приближение соответствует маршрутам из узлов в конечный узел, проходящих через не более, чем один промежуточный узел.

Для их определения просматриваются все узлы, которые примыкают к узлам, выбранным на нулевом приближении. В качестве длины возможного маршрута из каждого этого узла принимается сумма следующих расстояний: расстояния между этим узлом и узлом, выбранным на предыдущем приближении, и длины маршрута из этого узла в конечный узел на нулевом приближении.

Если возможных маршрутов оказывается несколько, то в качестве длины маршрута из этого узла в конечный узел принимается длина кратчайшего маршрута.

Второе приближение соответствует маршрутам в конечный узел, проходящих не более, чем через два промежуточных узла.

Для их определения просматриваются все узлы, которые примыкают к узлам, выбранным на первом приближении. В качестве длины возможного маршрута из каждого этого узла принимается сумма следующих расстояний: расстояния между этим узлом и узлом, выбранным на первом приближении, и длины маршрута из этого узла в конечный узел на первом приближении.

Если возможных маршрутов оказывается несколько, то в качестве длины маршрута из этого узла в конечный узел принимается минимальная длина маршрута.

Таким образом, на каждом последующем приближении просматриваются все узлы, которые примыкают к узлам, выбранным на предыдущем приближении. В качестве длины возможного маршрута из каждого этого узла принимается сумма следующих расстояний: расстояния между этим узлом и узлом, выбранным на предыдущем приближении, и длины маршрута из этого узла в конечный узел на предыдущем приближении.

Если возможных маршрутов оказывается несколько, то в качестве длины маршрута из этого узла в конечный узел принимается минимальная длина маршрута.

Рассмотрение приближений завершается, когда результаты очередного приближения не улучшают результаты, полученные на предыдущем приближении.

Подробно алгоритм расчетов приведен в П.3 Приложения.

3 ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТОИМОСТИ ПЕРЕВОЗКИ

В общем случае стоимость перевозки одной тонны груза из одного пункта в другой определяется следующим образом:

$$C = a + b \cdot L + d, \quad (33)$$

где a – ставка себестоимости начальной операции, ден.ед./т; b – ставка себестоимости движенческой операции, ден.ед./ткм; d – ставка себестоимости конечной операции, ден.ед./т; L – расстояние перевозки, т.

В рассматриваемой задаче при доставке груза прямым сообщением от пункта отправления до пункта назначения **первым** видом транспорта:

расстоянием перевозки является расстояние от пункта отправления до пункта назначения,

ставкой себестоимости начальной операции является ставка себестоимости начальной операции на первом виде транспорта,

ставкой себестоимости движенческой операции – ставка себестоимости движенческой операции на первом виде транспорта,

ставкой себестоимости конечной операции – ставка конечной операции на первом виде транспорта.

Таким образом, стоимость перевозки одной тонны груза первым видом транспорта в прямом сообщении из k -го пункта отправления в j -й пункт назначения определяется по формуле:

$$C_{kj}^B = a + b_1 L_{kj}^B + c_1, \quad k = 1 \dots K, j = 1 \dots J,$$

где a – ставка себестоимости начальной операции на первом виде транспорта, ден.ед./т; b_1 – ставка себестоимости движенческой операции на первом виде транспорта ден.ед./ткм; c_1 – ставка себестоимости конечной операции на первом виде транспорта ден.ед./т; L_{kj}^B – расстояние перевозки первым видом транспорта из k -го пункта отправления в j -ый пункт назначения, км.

Значения ставок себестоимости начальной операции на первом виде транспорта, движенческой операции на первом виде транспорта, конечной операции на первом виде транспорта входят в состав исходных данных и приведены в задании.

Значения расстояний перевозки L_{kj}^B ($k = 1 \dots K, j = 1 \dots J$) между пунктами отправления и пунктами назначения входят в состав исход-

ных данных и приведены в задании в соответствующих ячейках матрицы расстояний между пунктами.

При доставке груза от пункта отправления до пункта взаимодействия **первым** видом транспорта:

расстоянием перевозки является расстояние от пункта отправления до пункта взаимодействия,

ставкой себестоимости начальной операции является ставка себестоимости начальной операции на первом виде транспорта,

ставкой себестоимости движенческой операции – ставка себестоимости движенческой операции на первом виде транспорта,

ставкой себестоимости конечной операции – ставка себестоимости операции перевалки с первого вида транспорта на второй.

Таким образом, стоимость перевозки одной тонны груза первым видом транспорта из k -го пункта отправления в i -ый пункт взаимодействия определяется по формуле:

$$C_{ki}^A = a + b_1 L_{ki}^A + d, \quad k = 1 \dots K, i = 1 \dots I,$$

где a – ставка себестоимости начальной операции на первом виде транспорта, ден.ед./т; b_1 – ставка себестоимости движенческой операции на первом виде транспорта ден.ед./ткм; d – ставка себестоимости операции перевалки груза с первого вида транспорта на второй, ден.ед./т; L_{ki}^A – расстояние перевозки первым видом транспорта из k -го пункта отправления в i -ый пункт взаимодействия, км.

Значения ставок себестоимости начальной операции на первом виде транспорта, движенческой операции на первом виде транспорта, операции перевалки груза с первого вида транспорта на второй входят в состав исходных данных и приведены в задании.

Значения расстояний перевозки L_{ki}^A ($k = 1 \dots K, i = 1 \dots I$) между частью пунктов отправления и частью пунктов взаимодействия входят в состав исходных данных и приведены в задании в соответствующих ячейках матрицы расстояний между пунктами.

При доставке груза от пункта взаимодействия до пункта назначения **вторым** видом транспорта:

расстоянием перевозки является расстояние от пункта взаимодействия до пункта назначения,

ставкой себестоимости движенческой операции является ставка себестоимости движенческой операции на втором виде транспорта,

ставкой себестоимости конечной операции – ставка себестоимости конечной операции на втором виде транспорта,

ставка себестоимости начальной операции равна нулю, поскольку эти затраты учтены при определении стоимости перевозки груза пер-

вым видом транспорта от пункта отправления до пункта взаимодействия в виде затрат на перевалку груза.

Таким образом, стоимость перевозки одной тонны груза вторым видом транспорта из k -го пункта отправления в i -ый пункт взаимодействия определяется по формуле:

$$C_{ij}^B = b_2 L_{ij}^B + c_2, \quad i = 1 \dots I, j = 1 \dots J,$$

где b_2 – ставка себестоимости движущей операции на втором виде транспорта, ден.ед./ткм; L_{ij}^B – расстояние перевозки вторым видом транспорта из i -го пункта взаимодействия в j -й пункт назначения, км; c_2 – ставка себестоимости конечной операции на втором виде транспорта, ден.ед./т.

Значения ставок себестоимости движущей операции на втором виде транспорта и конечной операции на втором виде транспорта входят в состав исходных данных и приведены в задании.

4 ПРИМЕР ФОРМУЛИРОВКИ ЗАДАЧИ

Имеется три пункта отправления однородного груза с заданными объемами его запасов (400, 82, 130 т). Имеется четыре пункта назначения с заданными заявками на получение груза (55, 101, 199, 230 т). Доставка может осуществляться одним видом транспорта прямым сообщением или двумя видами с перевалкой с первого вида транспорта на второй в двух пунктах взаимодействия с заданными перерабатывающими мощностями (90 и 190 т).

В курсовом проекте требуется предварительно определить:

значения стоимости перевозки одной тонны груза из каждого пункта отправления в каждый пункт взаимодействия первым видом транспорта с учетом затрат на перевалку;

значения стоимости перевозки одной тонны груза из каждого пункта взаимодействия в каждый пункт назначения вторым видом транспорта;

значения стоимости перевозки одной тонны груза в прямом сообщении из каждого пункта отправления в каждый пункт назначения первым видом транспорта.

Алгоритм определения этих значений приводится в разделе 3 по формуле (33).

По результатам выполнения этих расчетов определяются:

стоимость перевозки одной тонны груза первым видом транспорта из каждого пункта отправления в каждый пункт взаимодействия, ден.ед./т:

	Пункты отправления		
Пункты взаимодействия	149	197	169
	145	177	121

стоимость перевозки одной тонны груза вторым видом транспорта из каждого пункта взаимодействия в каждый пункт назначения, ден.ед./т:

	Пункты Взаимодействия	
Пункты назначения	49	61
	39	32
	50	43
	61	48

стоимость перевозки одной тонны груза первым видом транспорта из каждого пункта отправления в каждый пункт назначения прямым сообщением, ден.ед./т:

	Пункты отправления		
Пункты назначения	329	257	197
	353	297	209
	449	409	337
	369	325	217

Проверим выполнение необходимого условия (28) решения задачи: суммарный запас груза должен быть не меньше суммы заявок:

Суммарный запас груза:

$$A_1 + A_2 + A_3 = 400 + 82 + 130 = 612 \text{ т.}$$

Сумма заявок:

$$B_1 + B_2 + B_3 + B_4 = 55 + 101 + 199 + 230 = 585 \text{ т.}$$

Условие (28) выполняется: суммарный запас груза превышает сумму заявок пунктов назначения на $612 - 585 = 27$ т;

Целевая функция (27) записывается следующим образом:

$$S = 149 X_{11} + 197 X_{12} + 169 X_{13} + 145 X_{21} + 177 X_{22} + 121 X_{23} + \\ + 49 Y_{11} + 61 Y_{12} + 39 Y_{21} + 32 Y_{22} + 50 Y_{31} + 43 Y_{32} + 61 Y_{41} +$$

$$+ 48 Y_{42} + 329 Z_{11} + 257 Z_{12} + 197 Z_{13} + 353 Z_{21} + 297 Z_{22} + 209 Z_{23} + 449 Z_{31} + 409 Z_{32} + 337 Z_{33} + 369 Z_{41} + 325 Z_{42} + 217 Z_{43} \rightarrow \min.$$

Ограничения (29) на суммарное количество груза, доставляемого в каждый пункт назначения, записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} Y_{11} + Y_{21} + Z_{11} + Z_{21} + Z_{31} &= 55, \\ Y_{12} + Y_{22} + Z_{12} + Z_{22} + Z_{32} &= 101, \\ Y_{13} + Y_{23} + Z_{13} + Z_{23} + Z_{33} &= 199, \\ Y_{14} + Y_{24} + Z_{14} + Z_{24} + Z_{34} &= 230. \end{aligned}$$

Ограничение (30) на суммарное количество груза, убывающего из пункта взаимодействия, записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} Y_{11} + Y_{12} + Y_{13} + Y_{14} &= X_{11} + X_{21} + X_{31}; \\ Y_{21} + Y_{22} + Y_{23} + Y_{24} &= X_{12} + X_{22} + X_{32}; \\ Y_{31} + Y_{32} + Y_{33} + Y_{34} &= X_{13} + X_{23} + X_{33}. \end{aligned}$$

Ограничение (31) на суммарное количество груза, прибывающего в пункт взаимодействия, записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} X_{11} + X_{21} + X_{31} &\leq 90, \\ X_{12} + X_{22} + X_{32} &\leq 190. \end{aligned}$$

Ограничения (32) на суммарное количество груза, убывающего из пункта отправления, записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} X_{11} + X_{12} + X_{13} + Z_{11} + Z_{12} + Z_{13} + Z_{14} &\leq 400; \\ X_{21} + X_{22} + X_{23} + Z_{21} + Z_{22} + Z_{23} + Z_{24} &\leq 82; \\ X_{31} + X_{32} + X_{33} + Z_{31} + Z_{32} + Z_{33} + Z_{34} &\leq 130. \end{aligned}$$

5 ФОРМИРОВАНИЕ МОДЕЛИ

Для большей наглядности необходимое условие решения задачи (28) сформулированы следующим образом: разность между суммарным запасом груза в пунктах отправления и суммой заявок пунктов назначения должна быть не отрицательна:

$$\sum_{k=1}^3 A_k - \sum_{j=1}^4 B_j \geq 0.$$

Ограничение (30) сформулировано следующим образом: разность между заявкой j -го пункта назначения и суммарным количеством груза, перевозимого в этот пункт должна быть равна нулю:

$$B_j - \left(\sum_{i=1}^2 Y_{ij} + \sum_{k=1}^3 Z_{kj} \right) = 0, \quad j = 1 \dots 4.$$

Ограничение (31) сформулировано следующим образом: разность между суммарным количеством груза, отправляемого из i -го пункта

взаимодействия, и суммарным количеством груза, прибывающего в этот пункт, должна быть равна нулю:

$$\sum_{j=1}^4 Y_{ij} - \sum_{k=1}^3 X_{ki} = 0, \quad i = 1 \dots 2.$$

Ограничение (32) сформулировано следующим образом: разность между перерабатывающей способностью i -го пункта взаимодействия и суммарным количеством груза, прибывающего в этот пункт, должна быть неотрицательна:

$$D_i - \sum_{k=1}^3 X_{ki} \geq 0, \quad i = 1 \dots 2.$$

Ограничение (33) сформулировано следующим образом: остаток груза в k -ом пункте отправления (разность между имеющимся запасом груза в этом пункте и общим количеством груза, отправляемого из этого пункта), должен быть неотрицателен:

$$A_k - \left(\sum_{i=1}^2 X_{ki} + \sum_{j=1}^4 Z_{kj} \right) \geq 0, \quad k = 1 \dots 3.$$

На рис.25 ячейки с исходными данными выделены **Жирным шрифтом**.

Проектные переменные, значения которых должны быть определены в результате решения задачи, выделены *курсивом и заливкой*. При формировании таблицы в эти ячейки заносятся «пробные» значения, позволяющие проверить правильность работы модели. После выполнения процедуры поиска решения эти ячейки будут заполнены значениями искомым переменных.

Исходные данные размещаются в следующих ячейках:

запас груза в k -ом пункте отправления (A_k) – D9:F9;

заявка на груз в j -ом пункте назначения (B_j) – C10:C13;

перерабатывающая способность i -го пункта взаимодействия (D_i) – G9:H9;

стоимость перевозки одной тонны груза из k -го пункта отправления в i -ый пункт взаимодействия первым видом транспорта (C^A_{ki}) – D21:H22 (**определяется через заданное значение расстояния от k -го пункта отправления до i -го пункта взаимодействия**);

стоимость перевозки одной тонны груза из i -го пункта взаимодействия в j -ый пункт назначения вторым видом транспорта (C^B_{ij}) – G17:H20 (**определяется через заданное значение расстояния от i -го пункта взаимодействия до j -го пункта назначения**);

стоимость перевозки одной тонны груза из k -го пункта отправления в j -ый пункт назначения первым видом транспорта прямым сооб-

щением (C_{kj}^B) – D17:F20 (определяется через заданное расстояние от k -го пункта отправления до j -го пункта назначения).

Искомые параметры (проектные переменные) размещаются в следующих ячейках:

количество груза, перевозимого из k -го пункта отправления в i -ый пункт взаимодействия первым видом транспорта (X_{ki}) – D29:F30;

количество груза, перевозимого из i -го пункта взаимодействия в j -ый пункт назначения вторым видом транспорта (Y_{ij}) – G25:H28;

количество груза, перевозимого из k -го пункта отправления в i -ый пункт назначения первым видом транспорта прямым сообщением (Z_{kj}) – D25:F28.

Вычисляемые параметры размещаются в следующих ячейках:

суммарный запас груза во всех пунктах отправления

$$\left(\sum_{k=1}^3 A_k\right) - K9 \text{ (сумма ячеек D9:F9);}$$

сумма заявок во всех пунктах назначения

$$\left(\sum_{j=1}^4 B_j\right) - H10 \text{ (сумма ячеек C10:C13);}$$

необходимое условие решения задачи

$$\sum_{k=1}^3 A_k - \sum_{j=1}^4 B_j - K12 \text{ (разность ячеек K9 и K10) – должно быть не отрицательным;}$$

суммарное количество груза, прибывающего в j -ый пункт взаимодействия

$$\left(\sum_{i=1}^2 Y_{ij} + \sum_{k=1}^3 Z_{kj}\right) - I25:I28 \text{ (суммы ячеек D25:H25, D26:H26, D27:H27, D28:H28);}$$

суммарное количество груза, отправляемого из k -ого пункта отправления

$$\left(\sum_{i=1}^2 X_{ki} + \sum_{j=1}^4 Z_{kj}\right) - D31:F31 \text{ (суммы ячеек D25:D30, E35:E30, F25:F30);}$$

суммарное количество груза, прибывающего в 1-ый пункт взаимодействия

$$\sum_{k=1}^3 X_{k1} - I29 \text{ (суммы ячеек D29:F29);}$$

суммарное количество груза, прибывающего во 2-ой пункт взаимодействия

$$\sum_{k=1}^3 X_{k2} - I30 \text{ (суммы ячеек D30:F30);}$$

суммарное количество груза, отправляемого из 1-го пункта взаимодействия $\sum_{j=1}^4 Y_{1j} - G29$ (суммы ячеек G25:G28);

суммарное количество груза, отправляемого из 2-го пункта взаимодействия $\sum_{j=1}^4 Y_{2j} - H29$ (суммы ячеек H25:H28);

затраты на перевозку из k-го пункта отправления в i-ый пункт взаимодействия первым видом транспорта ($C^A_{ki} X_{ki}$) – D38:F39;

затраты на перевозку из i-го пункта взаимодействия в j-ый пункт назначения вторым видом транспорта ($C^B_{ij} Y_{ij}$) – G34:H37;

затраты на перевозку из k-го пункта отправления в j-ый пункт назначения первым видом транспорта прямым сообщением ($C^B_{kj} Z_{kj}$) – D34:F37.

Целевая функция (суммарная стоимость перевозок)

$$C = \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^3 C^A_{ki} X_{ki} + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^4 C^B_{ij} Y_{ij} + \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^3 C^B_{kj} Z_{kj}$$

размещается в ячейке K8 (сумма ячеек D34:F39, G34:H37).

Ограничения размещаются в следующих ячейках:

1) на суммарное количество груза, доставляемого в каждый пункт назначения $V_j - (\sum_{i=1}^2 Y_{ij} + \sum_{k=1}^3 Z_{kj}) - J25:J28$ (разность C10:C13 и I25:I28 – должна быть нулевой);

2) на суммарное количество груза, убывающего из 1-го пункта взаимодействия $\sum_{j=1}^4 Y_{1j} - \sum_{k=1}^3 X_{k1} - G31$ (разность G29 и I29 должна быть нулевой);

на суммарное количество груза, убывающего из 2-го пункта взаимодействия $\sum_{j=1}^4 Y_{2j} - \sum_{k=1}^3 X_{k1} - H31$ (разность H29 и I31 должна быть нулевой);

3) на суммарное количество груза, прибывающего в пункт взаимодействия $D_i - \sum_{k=1}^3 X_{ki} - G32:H32$ (разность G9:H9 и G29:H29 должна быть нулевой);

4) на суммарное количество груза, убывающего из пункта отправления $A_k - \left(\sum_{i=1}^2 X_{ki} + \sum_{j=1}^4 Z_{kj} \right) - D32:F32$ (разность D9:F9 и D31:F31 должна быть неотрицательной).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
Взаимодействие видов транспорта												
Курсовая работа студента гр. 999 Иванова И.И. Вариант 12345												
1				Ставки себестоимости		1-й вид	2-й вид					
2				начальной операции, ден.ед./т		9						
3				операции перевалки, ден.ед./т		12						
4				движенческой операции, ден.ед./т км		4	1					
5				конечной операции, ден.ед./т		8	5					
6				Отправления			Перевалки					
7				A1	A2	A3	D1	D2	ЦФ	137 532		
8	Расстояния, км			400	82	130	90	190	Запасы	612		
9	Наименования В ₁	B1	55	78	60	48	44	56	Заявки	585		
10		B2	101	84	70	48	34	27				
11		B3	199	108	98	80	45	38	Условия	27		
12		B4	230	88	77	50	56	43				
13	Перевалки D _k	D1		32	44	37						
14		D2		31	39	25						
15	Себестоимости, ден.ед./т			C ^к _{ki}			C ^п _{ij}					
16		B1		329	257	197	49	61				
17		B2		353	297	209	39	32				
18		B3		449	409	337	50	43				
19		B4		369	325	217	61	48				
20		D1	C ^к _{ki}	149	197	169						
21		D2		145	177	121						
22				Z _{jk}			Y _{ij}					
23		B1		55						55	0 Опр.1	
24		B2		27			74			101	0	
25		B3					90 109			199	0	
26		B4		93	130			7			230	0
27		D1	X _{ki}	90			90			190	90	
28		D2		190						190		
29				373	82	130	0	0	Опр.2			
30			Опр.4	27	0	0	0	0	Опр.3			
31	Затраты, ден.ед.			C ^к _{ki} *Z _{jk}			C ^п _{ij} *Y _{ij}					
32		B1		0	14	135	0	0	0			
33		B2		0	8	019	0	0	2 368			
34		B3		0	0	0	4 500	4 687				
35		B4		34	317	0	28	210	0 336			
36		D1	C ^к _{ki} *X _{ki}	13 410			0			0		
37		D2		27 550			0			0		

Рис.25. Вид таблицы MS Excel решения задачи

6 РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Для решения задачи минимизации суммарной стоимости перевозки используется средство «Поиск решения». Необходимо указать це-

левую ячейку; задать минимизацию целевой функции; задать параметры поиска решения: *Линейная модель* и *Неотрицательные значения*; указать ячейки, в которых находятся искомые значения; решить задачу без учета ограничений.

Убедиться, что значения проектных переменных (количество груза, отправляемого из каждого пункта отправления в каждый пункт взаимодействия, количество груза, отправляемого из каждого пункта взаимодействия в каждый пункт назначения) и значение целевой функции равны нулю.

1) Добавить ограничения на суммарное количество груза, доставляемого в каждый пункт назначения; решить задачу с учетом этого ограничения.

Убедиться, что значения разностей между заявкой на груз каждого пункта назначения, и количеством доставленного в этот пункт груза, равны нулю, т.е. все заявки удовлетворены.

Обратить внимание на то, что во все пункты назначения груз доставляется из второго пункта взаимодействия, при этом пропускная способность этого пункта превышена.

Во второй пункт взаимодействия груз доставляется из третьего пункта отправления.

2) Добавить ограничения на суммарное количество груза, убывающего из пункта взаимодействия; решить задачу с учетом двух ограничений.

Убедиться, что значения разностей между заявкой на груз каждого пункта назначения, и количеством доставленного в этот пункт груза, равны нулю, т.е. все заявки удовлетворены.

Убедиться, что значения разностей между суммарным количеством груза, отправляемого из каждого пункта взаимодействия, и суммарным количеством груза, прибывающего в этот пункт, равны нулю; т.е. количество груза, убывающего из каждого пункта взаимодействия, равно количеству груза, прибывающего в этот пункт.

Обратить внимание на то, что в третьем пункте отправления остаток груза отрицателен, в то же время запасы груза первого и второго пунктов отправления не использованы полностью.

3) Добавить ограничения на суммарное количество груза, прибывающего в пункт взаимодействия; решить задачу с учетом трех ограничений.

Убедиться, что значения разностей между заявкой на груз каждого пункта назначения, и количеством доставленного в этот пункт груза, равны нулю, т.е. все заявки удовлетворены.

Убедиться, что значения разностей между суммарным количеством груза, отправляемого из каждого пункта взаимодействия, и суммарным количеством груза, прибывающего в этот пункт, равны нулю; т.е. количество груза, убывающего из каждого пункта взаимодействия, равно количеству груза, прибывающего в этот пункт.

Обратить внимание на то, что остаток груза в первом пункте отправления отрицателен; в то же время запасы груза второго и третьего пунктов отправления не использованы.

4) Добавить ограничения на суммарное количество груза, убывающего из пункта отправления; решить задачу с учетом всех ограничений.

Убедиться, что значения разностей между заявкой на груз каждого пункта назначения, и количеством доставленного в этот пункт груза, равны нулю, т.е. все заявки удовлетворены.

Убедиться, что значения разностей между суммарным количеством груза, отправляемого из каждого пункта взаимодействия, и суммарным количеством груза, прибывающего в этот пункт, равны нулю; т.е. количество груза, убывающего из каждого пункта взаимодействия, равно количеству груза, прибывающего в этот пункт.

Убедиться, что значения разностей между перерабатывающими способностями пунктов взаимодействия и суммарным количеством груза, прибывающего в эти пункты, равны нулю.

Убедиться, что остатки груза во втором и третьем пунктах отправления; в первом осталось 27 т.

Значения переменных X_{ki} (т), полученные в результате решения задачи:

$k \setminus i$	1	2	3	Всего
1	90			90
2	190			190
Всего	280			

Значения переменных Y_{ij} (т), полученные в результате решения задачи:

$j \setminus i$	1	2	Всего
1			
2		74	74

3	90	109	199
4		7	7
Всего	90	190	

Значения переменных Z_{kj} (т), полученные в результате решения задачи:

$k \setminus j$	1	2	3	Всего
1		55		55
2		27		27
3				
4	93		130	223
Всего	93	82	130	

Значение целевой функции составило 137 532 ден.ед.

В первый пункт взаимодействия груз доставляется из первого (90 т) пункта отправления, во второй из первого (190).

В первый пункт назначения груз доставляется из второго пункта отправления (55 т), во второй – из второго пункта отправления (27 т) и второго пункта взаимодействия (74), в третий – из первого (90) и второго (109 т) пунктов взаимодействия, в четвертый – из первого (93 т) и третьего (28 т) пунктов отправления, из второго (7 т) пункта взаимодействия.

В первом пункте отправления осталось 27 т.

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ ПОЯСНИТЕЛЬНОЙ ЗАПИСКИ К КУРСОВОМУ ПРОЕКТУ по дисциплине «Взаимодействие видов транспорта при смешанных перевозках»

Общие положения

Минимальные размеры полей (мм): слева – 30, справа – 10, сверху, снизу – 20.

Кегль 14. Полужирный шрифт на допускается.

Межстрочный интервал – полуторный.

Соблюдается сквозная нумерация страниц по всему тексту. Номер страницы проставляется в центре нижней части листа. Титульный лист включается в общую нумерацию страниц. Номер страницы на титульном листе не проставляется.

Структура работы

1. Титульный лист (стр.1)
2. Задание (стр.2)
3. Реферат (стр.3)
4. Содержание
5. Определения, обозначения и сокращения (при наличии)
6. Введение
7. Основная часть
8. Заключение
9. Список использованных источников

Заголовки структурных элементов располагаются в середине строки без точки в конце и печатаются прописными буквами - ВВЕДЕНИЕ, ЗАКЛЮЧЕНИЕ и т.д.

Реферат – располагается на одной странице, включает:

1. Заголовок «РЕФЕРАТ» - вверху прописными буквами по центру (без кавычек).
2. Название документа, общее число страниц, рисунков, таблиц, источников, приложений (пример: Пояснительная записка 85 с, 24 рисунка, 12 таблиц, 46 источников, 2 приложения).
3. Ключевые слова – от 5 до 15 слов или словосочетаний в именительном падеже прописными буквами через запятые, которые характеризуют содержание работы.
4. Текст реферата (объект, цель, методы, результаты исследования).

Содержание

1. Введение
2. Заголовки разделов, подразделов, пунктов
3. Заключение
4. Список использованных источников
5. Заголовки приложений (при наличии)

Введение содержит оценку актуальности решаемой проблемы, описание основных исходных данных для разработки, обоснование выбора методики исследования и т.п.

Основная часть делится на разделы, подразделы и пункты.

Разделы начинаются с новой страницы, нумеруются арабскими цифрами, затем через пробел с заглавной буквы пишется его название. Выравнивание – по центру.

Подразделы, пункты – двойная/тройная нумерация арабскими цифрами затем, через пробел, название строчными буквами с заглавной. Выравнивание – по левому краю.

1 Раздел

1.1 Подраздел

1.1.1 Пункт

...

Заключение содержит краткие выводы и оценку полученных результатов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Милославская, С.В. Мультимодальные и интермодальные перевозки: учеб. пособие. / С.В. Милославская, К.И. Плужников. – М.: РосКонсульт, 2001. – 190 с.

Правдин, Н.В. Взаимодействие различных видов транспорта. Примеры и расчеты / [Н.В. Правдин и др.]; под ред. Н.В. Правдина. – М.: Транспорт, 1989. – 208 с.

Акулич, И. Л. Математическое программирование в примерах и задачах : учеб. пособие / И. Л. Акулич. – СПб.: Лань, 2009. – 532 с.

Васильев, А. Н. Финансовое моделирование и оптимизация средствами Excel 2007 / А. Н. Васильев. – СПб.: Питер, 2009. – 320 с.

Глухов, В. В. Математические методы и модели для менеджмента: учеб. пособие / В. В. Глухов, М. Д. Медников, С. Б. Коробков. – СПб.: Лань, 2007. – 528 с.

Леоненков, А. В. Решение задач оптимизации в среде MS Excel / А. В. Леоненков. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 704 с.

Пикуза, В. Экономические расчеты и бизнес-моделирование в Excel / В. Пикуза. – СПб.: Питер, 2011. - 398 с.

Решение задач оптимизации управления с помощью MS Excel 2010 // НОУ <ИНТУИТ> [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.intuit.ru/studies/courses/4751/1020/info> (дата обращения: 09.12.2015).

Токарев, В. В. Модели и решения: исследование операций для экономистов, политологов и менеджеров / В.В. Токарев. – М.: ФИМАТ-ЛИТ, 2014. – 408 с.

Уокенбах, Дж. Формулы в Microsoft Excel 2010 : пер. с англ. / Дж. Уокенбах. – М.: И. Д. Вильямс, 2011. – 704 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ПРИМЕР ОФОРМЛЕНИЯ ПОЯСНИТЕЛЬНОЙ ЗАПИСКИ К КУРСОВОМУ ПРОЕКТУ

федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ
имени академика С.П. КОРОЛЕВА»

Институт авиационной техники

Кафедра организации и управления перевозками на транспорте

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА
к курсовому проекту по дисциплине
«Взаимодействие видов транспорта при смешанных перевозок»

Выполнил студент гр.999 (подпись) Иванов И.И.

Руководитель (подпись) Петров П.П.

ЗАДАНИЕ НЕ ПЕРЕПЕЧАТЫВАТЬ, А ПРИЛОЖИТЬ ВЫДАННОЕ

Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева
Кафедра организации и управления перевозками на транспорте

ЗАДАНИЕ НА КУРСОВОЙ ПРОЕКТ по дисциплине **«Взаимодействие видов транспорта при смешанных перевозках»**

Студент *Иванов*, гр. 999

Руководитель *Петров П.П.*

Постановка задачи

Имеется K пунктов отправления A_k однородного груза с заданными объемами его запасов.

Имеется J пунктов назначения B_j с заданными заявками на его получение.

Груз может доставляться из пунктов отправления в пункты назначения:

- 1) одним видом транспорта прямым сообщением;
- 2) двумя видами транспорта с перевалкой в I пунктах взаимодействия D_i с заданными перерабатывающими мощностями.

Маршруты перевозок могут пролегать через промежуточные пункты E_s .

Расстояния между пунктами приведены в матрице расстояний. Пустое значение в ячейке матрицы означает отсутствие прямого пути между соответствующими пунктами.

Заданы ставки себестоимости начальной операции на первом виде транспорта, операции перевалки с первого вида транспорта на второй, движущей операции на первом и втором видах транспорта, конечной операции на первом и втором видах транспорта.

Требуется составить такой план перевозок, чтобы во все пункты назначения заданное количество груза было доставлено, а общая стоимость перевозок была минимальна.

Для решения задачи необходимо определить значения стоимости перевозки одной тонны груза:

первым видом транспорта между пунктами отправления и пунктами взаимодействия;

первым видом транспорта между пунктами отправления и пунктами назначения;

вторым видом транспорта между пунктами взаимодействия и пунктами назначения.

Исходные данные

Матрица расстояний

между пунктами отправления A_k ($k = 1...3$), назначения B_j ($j = 1...4$), взаимодействия D_i ($i = 1...2$), промежуточными пунктами E_s ($s = 1...7$).

	A1	A2	A3	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	B1	B2	B3	B4	D1	D2		
A1				12	13						78	84	108	88	32	31		
A2					21	18					60	70	98	77	44	39		
A3						20	7				45	48	80	50	37	25		
E1	12				3			8										
E2	13	21		3		3		22	11									
E3		18	20		3		5		13	14								
E4			7			5				9								
E5				8	22				3						12			
E6					11	13		3		7					14	8		
E7						14	9		7							9		
B1	78	60	45												44	56		
B2	84	70	48												34	27		
B3	108	98	80												45	38		
B4	88	77	50												56	43		
D1								12	14		44	34	45	56				
D2									8	9	56	27	38	43				
	400	82	130	<i>Запасы груза, т</i>														
				<i>Перераб. мощности, т</i>												90	190	
				<i>Заявки на груз, т</i>								55	101	199	230			

Ставки себестоимости

начальной операции на первом виде транспорта, р/т	9
операции перевалки с первого вида транспорта на второй, р/т	12
движенческой операции на первом виде транспорта, р/ткм	4
движенческой операции на втором виде транспорта, р/ткм	1
конечной операции на первом виде транспорта, р/т	8
конечной операции на втором виде транспорта, р/т	5

1 Постановка задачи

Имеется три пункта отправления однородного груза с заданными объемами его запасов. Имеется четыре пункта назначения с заданными заявками на получение груза. Доставка может осуществляться одним из видов транспорта прямым сообщением или двумя видами с перевалкой с первого вида транспорта на второй в двух пунктах взаимодействия с заданными перерабатывающими мощностями.

Необходимо составить такой план перевозок, чтобы во все пункты назначения заданное количество груза было доставлено, а общая стоимость перевозок была минимальна.

Введем переменные для описания задачи:

$K = 3$ – количество пунктов отправления;

$I = 2$ – количество пунктов взаимодействия;

$J = 4$ – количество пунктов назначения;

A_k – запас груза в k -ом пункте отправления, $t, k = 1...3$;

D_i – перерабатывающая мощность i -го пункта взаимодействия, $t, i = 1... 2$;

V_j – заявка на груз для j -го пункта назначения, $t, j = 1...4$;

C_{ki}^A – стоимость перевозки одной тонны груза из k -го пункта отправления в i -ый пункт взаимодействия первым видом транспорта с учетом затрат на перевалку, ден.ед./ $t, k = 1...3, i = 1... 2$;

C_{ij}^B – стоимость перевозки одной тонны груза из i -го пункта взаимодействия в j -й пункт назначения вторым видом транспорта, ден.ед./ $t, i = 1... 2, j = 1... 4$;

C_{kj}^B – стоимость перевозки одной тонны груза первым видом транспорта в прямом сообщении из k -го пункта отправления в j -ый пункт назначения, ден.ед./ $t, k = 1...3, j = 1... 4$;

X_{ki} – количество груза, перевозимого из k -го пункта отправления в i -ый пункт взаимодействия первым видом транспорта, $t, k = 1... 3, i = 1... 2$;

Y_{ij} – количество груза, перевозимого из i -го пункта взаимодействия в j -ый пункт назначения вторым видом транспорта, $t, i = 1... 2, j = 1... 4$;

Z_{kj} – количество груза, перевозимого в прямом сообщении из k -го пункта отправления в j -ый пункт назначения первым видом транспорта, $t, k = 1...3, j = 1... 4$;

Значения переменных A_k, D_i, V_j известны и входят в состав исходных данных; значения переменных $C_{ki}^A, C_{ij}^B, C_{kj}^B$ рассчитываются; значения переменных X_{ki}, Y_{ij}, Z_{kj} определяются в ходе решения задачи.

Целевая функция (суммарная стоимость перевозок) записывается следующим образом:

$$C = \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^3 C^A_{ki} X_{ki} + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^4 C^B_{ij} Y_{ij} + \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^4 C^B_{kj} Z_{kj} \rightarrow \min. \quad (34)$$

Необходимым условием решения данной задачи является следующее (суммарный запас груза в пунктах отправки должен быть не меньше суммы заявок пунктов назначения):

$$\sum_{k=1}^3 A_k \geq \sum_{j=1}^4 B_j. \quad (35)$$

Ограничения, накладываемые на задачу, формализуются в следующем виде.

1. Суммарное количество груза, прибывающего в j -ый пункт назначения из всех пунктов отправления прямым сообщением и из всех пунктов взаимодействия должно быть равно заявке этого пункта:

$$\sum_{k=1}^3 Z_{kj} + \sum_{i=1}^2 Y_{ij} = B_j, j = 1 \dots 4. \quad (36)$$

2. Суммарное количество груза, отправляемого из i -го пункта взаимодействия во все пункты назначения, должно быть равно суммарному количеству груза, прибывающего в этот пункт из всех пунктов отправления:

$$\sum_{j=1}^4 Y_{ij} = \sum_{k=1}^3 X_{ki}, i = 1 \dots 2. \quad (37)$$

3. Суммарное количество груза, прибывающего в i -ый пункт взаимодействия из всех пунктов отправления, не может превышать перерабатывающей мощности этого пункта:

$$\sum_{k=1}^3 X_{ki} \leq D_i, i = 1 \dots 2. \quad (38)$$

4. Суммарное количество груза, отправляемого из k -ого пункта отправления во все пункты взаимодействия и во все пункты назначения прямым сообщением, не может превышать запас груза в этом пункте:

$$\sum_{i=1}^2 X_{ki} + \sum_{j=1}^4 Z_{kj} \leq A_k, k = 1 \dots 3. \quad (39)$$

Сформулированная задача является многопараметрической задачей линейного программирования минимизации критерия (34) с учетом выполнения условия (35) и ограничений (36), (37), (38), (39).

2 Определение расстояний перевозки

2.1 Пункты отправления – пункты назначения (первый вид транспорта)

Как следует из исходных данных, каждый пункт назначения связан с каждым пунктом отправления единственным прямым маршрутом. Следовательно, расстояния между этими пунктами совпадают с расстояниями, приведенными в матрице расстояний между пунктами (таблица 1).

Таблица 1 – Расстояния между пунктами отправления и назначения

Расстояние, км		Пункты назначения			
		B1	B2	B3	B4
Пункты отправления	A1	78	84	108	88
	A2	60	70	98	77
	A3	45	48	80	50

2.2 Пункты взаимодействия – пункты назначения (второй вид транспорта)

Как следует из исходных данных, каждый пункт назначения связан с каждым пунктом взаимодействия единственным прямым маршрутом. Следовательно, расстояния между этими пунктами совпадают с расстояниями, приведенными в матрице расстояний между пунктами (таблица 2).

Таблица 2 – Расстояния между пунктами взаимодействия и назначения

Расстояние, км		Пункты Назначения			
		B1	B2	B3	B4
Пункты взаимодействия	D1	44	34	45	56
	D2	56	27	38	43

2.3 Пункты отправления – пункты взаимодействия (первый вид транспорта)

Из матрицы расстояний видно, что прямых маршрутов между пунктами A_k ($k = 1...3$) отправления и пунктами D_i ($i = 1...2$) взаимо-

действия нет. Необходимо построить кратчайшие маршруты, пролегающие через промежуточные пункты E_s ($s = 1...7$), и определить длины этих маршрутов.

Сформируем матрицу расстояний между пунктами A_k отправления, промежуточными пунктами E_s , пунктами D_i взаимодействия; введем сквозную нумерацию узлов (таблица 3).

2.3.1 Пункт D_2

Построим маршруты в узел 12 (пункт D_2) из узлов 1 (пункт A_1), 2 (пункт A_2), 3 (пункт A_3).

1). Приближение $k=0$.

Определим длины прямых (без посещения промежуточных узлов) маршрутов в узел 12. Для каждого j -го узла ($j = 9, 10$), который соединен дугой с узлом 12 (т.е. имеется прямой маршрут), длина U_j^0 кратчайшего маршрута принимается равной расстоянию L_{j-12} между этим узлом и узлом 12; для остальных узлов значения U_j^0 принимаются равными бесконечности:

$$U_9^0 = L_{9-12} = 8;$$

$$U_{10}^0 = L_{10-12} = 9.$$

Полученные маршруты и значения их длин U_j^0 занесем в таблицу 7.

Таблица 3 – Матрица расстояний между пунктами отправления, взаимодействия и промежуточными пунктами

Пункты	A_1	A_2	A_3	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	E_7	D_1	D_2	
	Узлы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A_1	1				12	13							
A_2	2					21	18						
A_3	3						20	7					
E_1	4	12				3			8				
E_2	5	13	21		3		4		22	11			
E_3	6		18	20		4		5		13	14		
E_4	7			7			5				9		
E_5	8				8	22				3		12	
E_6	9					11	13		3		7	14	8
E_7	10						14	9		7			9
D_1	11								12	14			
D_2	12									8	9		

2) Приближение $k=1$ (таблица 4).

Определим длину $L_{i;j}^1$ *возможного* маршрута из i -го узла в узел 12, проходящего через j -й узел, с числом промежуточных узлов не более одного как сумму расстояния $L_{i;j}$ от i -го узла до j -го узла и длины U_j^0 прямого маршрута из этого узла в узел 12:

$$L_{i;j}^1 = L_{i;j} + U_j^0, \quad i = 1, 2, \dots, 11, \quad j = 1, 2, \dots, 12, \quad j \neq i.$$

В качестве длины *кратчайшего* маршрута из i -го узла в узел 12 принимается минимальное из возможных значений:

$$U_i^1 = \min \{L_{i;j}^1\}.$$

Таблица 4 – Маршруты в узел 12 с числом промежуточных узлов не более одного

Из узла 5	j	$L_{5;j}$	U_j^0	$L_{5;j}^1$	U_5^1
5- 9-12	9	11	8	19	19
Из узла 6	j	$L_{6;j}$	U_j^0	$L_{6;j}^1$	U_6^1
6- 9-12	9	13	8	21	21
6- 10-12	10	14	9	23	
Из узла 7	j	$L_{7;j}$	U_j^0	$L_{7;j}^1$	U_7^1
7- 10-12	10	9	9	18	18
Из узла 8	j	$L_{8;j}$	U_j^0	$L_{8;j}^1$	U_8^1
8- 9-12	9	3	8	11	11
Из узла 9	j	$L_{9;j}$	U_j^0	$L_{9;j}^1$	U_9^1
9- 10-12	10	7	9	16	
9-12	12	8		8	8
Из узла 10	j	$L_{10;j}$	U_j^0	$L_{10;j}^1$	U_{10}^1
10- 9-12	9	7	8	18	
10- 12	12	9		9	9
Из узла 11	j	$L_{11;j}$	U_j^0	$L_{11;j}^1$	U_{11}^1
11- 9-12	9	14	8	22	22

Полученные кратчайшие маршруты из каждого узла в узел 12 и значения их длин U^1_j (выделены заливкой) занесем в таблицу 7.

3). Приближение $k=2$ (таблица 5).

Определим длину L^2_{i-j} *возможного* маршрута из i -го узла в узел 12, проходящего через j -й узел, с числом промежуточных узлов не более двух как сумму расстояния L_{i-j} от i -го узла до j -го узла и длины U^1_j маршрута из j -го узла в узел 12 с числом узлов не более одного:

$$L^2_{i-j} = L_{i-j} + U^1_j, \quad i = 1, 2, \dots, 11, \quad j = 1, 2, \dots, 12, \quad j \neq i.$$

В качестве длины *кратчайшего* маршрута из i -го узла в узел 12 принимается минимальное значение из возможных:

$$U^2_i = \min \{L^2_{i-j}\}.$$

Полученные кратчайшие маршруты из каждого узла в узел 12 и значения их длин U^2_j (выделены заливкой) занесем в таблицу 7.

4). Приближение $k=3$ (таблица 6)

Определим длину L^3_{i-j} *возможного* маршрута из i -го узла в узел 12, проходящего через j -й узел, с числом промежуточных узлов не более трех как сумму расстояния L_{i-j} от i -го узла до j -го узла и длины U^2_j маршрута из j -го узла в узел 12 с числом узлов не более двух:

$$L^3_{i-j} = L_{i-j} + U^2_j, \quad i = 1, 2, \dots, 11, \quad j = 1, 2, \dots, 12, \quad j \neq i.$$

В качестве длины *кратчайшего* маршрута из i -го узла в узел 12 принимается минимальное из возможных значение:

$$U^3_i = \min \{L^3_{i-j}\}.$$

Таблица 5 – Маршруты в узел 12 с числом промежуточных узлов не более двух

Из узла 1	J	L_{1-j}	U^1_j	L^2_{1-j}	U^2_1
1- 5-9-12	5	13	19	32	32
Из узла 2	J	L_{2-j}	U^1_j	L^2_{2-j}	U^2_2
2- 5-9-12	5	21	19	40	
2- 6-9-12	6	18	21	39	39
Из узла 3	J	L_{3-j}	U^1_j	L^2_{3-j}	U^2_3
3- 6-9-12	6	20	21	41	47
3- 7-10-12	7	7	18	25	25
Из узла 4	j	L_{4-j}	U^1_j	L^2_{4-j}	U^2_4
4- 5-9-12	5	3	19	22	
4- 8-9-12	8	8	11	19	19
Из узла 5	j	L_{5-j}	U^1_j	L^2_{5-j}	U^2_5

5- 6-9-12	6	4	21	25	
5- 8-9-12	8	22	11	33	
5- 9-12	9	11	8	19	19
Из узла 6	j	L_{6-j}	U_j¹	L_{6-j}²	U₆²
6- 5-9-12	5	4	19	23	
6- 7-10-12	7	5	18	23	
6- 9-12	9	13	8	21	21
6- 10-12	10	14	9	23	
Из узла 7	j	L_{7-j}	U_j¹	L_{7-j}²	U₇²
7- 6-9-12	6	5	21	26	
7- 10-12	10	9	9	18	18
Из узла 8	j	L_{8-j}	U_j¹	L_{8-j}²	U₈²
8- 5-9-12	5	22	19	41	
8- 9-12	9	3	8	11	11
8- 11-9-12	11	12	22	34	
Из узла 9	j	L_{9-j}	U_j¹	L_{9-j}²	U₉²
9- 10-12	10	7	9	16	
9- 12	12	8		8	8
Из узла 10	j	L_{10-j}	U_j¹	L_{10-j}²	U₁₀²
10- 6-9-12	6	14	21	35	
10- 9-12	9	7	8	15	
10- 12	12	9		9	9
Из узла 11	j	L_{11-j}	U_j¹	L_{11-j}²	U₁₁²
11- 8-9-12	8	12	11	33	
11- 9-12	9	14	8	22	22

Таблица 6 – Маршруты в узел 12 с числом промежуточных узлов не более трех

Из узла 1	J	L_{1-j}	U_j²	L³_{1-j}	U³₁
1- 4-8-9-12	4	12	19	31	31
1- 5-9-12	5	13	19	32	
Из узла 2	J	L_{2-j}	U_j²	L³_{2-j}	U³₂
2- 6-9-12	6	18	21	39	39
Из узла 3	J	L_{2-j}	U_j²	L³_{2-j}	U³₂
3- 6-9-12	6	21	21	42	
3- 7-10-12	7	7	18	25	25
Из узла 4	j	L_{4-j}	U_j²	L³_{4-j}	U³₄
4- 1-5-9-12	1	12	32	44	
4- 5-9-12	5	3	19	22	
4- 8-9-12	8	8	11	19	19
Из узла 5	j	L_{5-j}	U_j²	L³_{5-j}	U³₅
5- 2-6-9-12	2	21	39	60	
5- 4-8-9-12	4	3	19	22	
5- 6-9-12	6	4	21	25	
5- 8-9-12	8	22	11	33	
5- 9-12	9	11	8	19	19
Из узла 6	j	L_{6-j}	U_j²	L³_{6-j}	U³₆
6- 3-7-9-12	3	20	25	45	
6- 5-9-12	5	4	19	23	
6- 7-9-12	7	5	18	23	
6- 9-12	9	13	8	21	21
6- 10-12	10	14	9	23	
Из узла 7	j	L_{7-j}	U_j²	L³_{7-j}	U³₇
7- 3-6-9-12	3	7	25	32	
7- 6-9-12	6	5	21	26	
7- 10-12	10	9	9	18	18
Из узла 8	j	L_{8-j}	U_j²	L³_{8-j}	U³₈

8- 5-9-12	5	22	19	41	
8- 9-12	9	3	8	11	11
8- 11-9-12	11	12	22	34	
Из узла 9	J	L_{9,j}	U²_j	L³_{9,j}	U³₉
9- 10-12	10	7	9	16	
9- 12	12	8		8	8
Из узла 10	j	L_{10,j}	U²_j	L³_{10,j}	U³₁₀
10- 6-9-12	6	14	21	35	
10- 9-11	9	7	8	15	
10- 12	12	9		9	9
Из узла 11	j	L_{12,j}	U²_j	L³_{12,j}	U³₁₂
11- 8-9-12	8	12	11	23	
11- 9-12	9	14	8	22	22

Полученные кратчайшие маршруты из каждого узла в узел 12 и значения их длин U^3_j (выделены заливкой) занесем в таблицу 7.

5). Приближение $k=4$.

Определим длину $L^4_{i,j}$ *возможного* маршрута из i -го узла в узел 12, проходящего через j -й узел, с числом промежуточных узлов не более четырех как сумму расстояния $L_{i,j}$ от i -го узла до j -го узла и длины U^3_j маршрута из j -го узла в узел 12 с числом узлов не более трех:

$$L^4_{i,j} = L_{i,j} + U^3_j, \quad i = 1, 2, \dots, 11, \quad j = 1, 2, \dots, 12, \quad j \neq i.$$

В качестве длины *кратчайшего* маршрута из i -го узла в узел 12 принимается минимальное значение из возможных:

$$U^4_i = \min \{L^4_{i,j}\}.$$

Результаты расчетов показывают, что длины кратчайших маршрутов U^4_i с числом промежуточных узлов не более четырех оказываются равными длинам кратчайших маршрутов U^3_i с числом промежуточных узлов не более трех. В связи с этим дальнейшие расчеты прекращаются.

В таблице 7 для каждого приближения приведены полученные кратчайшие маршруты в узел 12 и их длины.

Таблица 7 – Кратчайшие маршруты в узел 12

J	k=0		k=1		K=2		k=3	
	Марш- рут	U^0_j	Марш- рут	U^1_j	Марш- рут	U^2_j	Марш- рут	U^3_j
1					1-5-9-12	32	1-4-8-9- 12	31
2					2-6-9-12	39	2-6-9-12	39
3					3-7-10- 12	25	3-7-10- 12	25
4					4-8-9-12	19	4-8-9-12	19
5			5-9-12	19	5-9-12	19	5-9-12	19
6			6-9-12	21	6-9-12	21	6-9-12	21
7			7-10-12	18	7-10-12	18	7-10-12	18
8			8-9-12	11	8-9-12	11	8-9-12	11
9	9-12	8	9-12	8	9-12	8	9-12	8
10	10-12	9	10-12	9	10-12	9	10-12	9
11			11-9-12	22	11-9-12	22	11-9-12	22

Искомые кратчайшие маршруты в узел 12 (пункт D_2)

из узла 1 (пункт A_1): 1-4-8-9-12 ($A_1-E_1-E_5-E_6-D_2$); расстояние перевозки 31;

из узла 2 (пункт A_2): 2-6-9-12 ($A_2-E_3-E_6-D_2$); расстояние перевозки 39;

из узла 3 (пункт A_3): 3-7-10-12 ($A_3-E_4-E_7-D_2$); расстояние перевозки 25.

2.3.2 Пункт D_1

Построим маршруты в узел 11 (пункт D_1) из узлов 1 (пункт A_1), 2 (пункт A_2), 3 (пункт A_3).

1). Приближение $k=0$.

Определим длины прямых (без посещения промежуточных узлов) маршрутов в узел 11. Для каждого j -го узла ($j = 8, 9$), который соединен дугой с узлом 11 (т.е. имеется прямой маршрут), длина U^0_j кратчайшего маршрута принимается равной расстоянию L_{j-11} между этим узлом и узлом 11; для остальных узлов значения U^0_j принимаются равными бесконечности:

$$U^0_8 = L_{8-11} = 12;$$

$$U^0_9 = L_{9-11} = 14.$$

Полученные маршруты и значения их длин U_j^0 занесем в таблицу 11.

2). Приближение $k = 1$ (таблица 8).

Определим длину L_{i-j}^1 *возможного* маршрута из i -го узла в узел 11 (пункт D_1), проходящего через j -й узел, с числом промежуточных узлов *не более одного* как сумму расстояния L_{i-j} от i -го узла до j -го узла и длины U_j^0 прямого маршрута из этого узла в узел 11 (пункт D_1):

$$L_{i-j}^1 = L_{i-j} + U_j^0, \quad i = 1, 2, \dots, 12, \quad j = 1, 2, \dots, 12, \quad i \neq 11, \quad j \neq 11, \quad j \neq i.$$

В качестве длины *кратчайшего* маршрута из i -го узла в узел 11 (пункт D_1) принимается минимальное из возможных значений:

$$U_i^1 = \min \{L_{i-j}^1\}.$$

Полученные кратчайшие маршруты из каждого узла в узел 11 и значения их длин U_i^1 (выделены заливкой) занесем в таблицу 11.

3). Приближение $k=2$ (таблица 9)

Определим длину L_{i-j}^2 *возможного* маршрута из i -го узла в узел 11 (пункт D_1), проходящего через j -й узел, с числом промежуточных узлов *не более двух* как сумму расстояния L_{i-j} от i -го узла до j -го узла и длины U_j^1 маршрута из этого узла в узел 11 (пункт D_1) с числом узлов не более одного:

$$L_{i-j}^2 = L_{i-j} + U_j^1, \quad i = 1, 2, \dots, 12, \quad j = 1, 2, \dots, 12, \quad i \neq 11, \quad j \neq 11, \quad j \neq i.$$

В качестве длины *кратчайшего* маршрута из i -го узла в узел 11 (пункт D_1) принимается минимальное из возможных значений:

$$U_i^2 = \min \{L_{i-j}^2\}$$

Таблица 8 – Маршруты в узел 11 с числом промежуточных узлов не более одного

Из узла 4	J	L_{4-j}	U_j^0	L_{4-j}^1	U_4^1
4- 8-11	8	8	12	20	20
Из узла 5	J	L_{5-j}	U_j^0	L_{5-j}^1	U_5^1
5- 8-11	8	22	12	34	
5- 9-11	9	11	14	25	25
Из узла 6	J	L_{6-j}	U_j^0	L_{6-j}^1	U_6^1
6- 9-11	9	13	14	27	27
Из узла 8	J	L_{8-j}	U_j^0	L_{8-j}^1	U_8^1
8- 9-11	9	3	14	17	
8-11	11	12		12	12
Из узла 9	j	L_{9-j}	U_j^0	L_{9-j}^1	U_9^1

9- 8-11	8	3	12	15	
9-11	11	14		14	14
Из узла 10	j	L_{10-j}	U⁰_j	L¹_{10-j}	U¹₁₀
10- 9-11	9	7	14	21	21
Из узла 12	j	L_{12-j}	U⁰_j	L¹_{12-j}	U¹₁₂
12- 9-11	9	8	14	22	22

Таблица 9 – Маршруты в узел 11 с числом промежуточных узлов не более двух

Из узла 1	J	L_{1-j}	U¹_j	L²_{1-j}	U²₁
1- 4-8-11	4	12	20	32	32
1- 5-9-11	5	13	25	38	
Из узла 2	J	L_{2-j}	U¹_j	L²_{2-j}	U²₂
2- 5-9-11	5	21	25	46	
2- 6-9-11	6	18	27	45	45
Из узла 3	J	L_{3-j}	U¹_j	L²_{3-j}	U²₃
3- 6-9-11	6	20	27	47	47
Из узла 4	J	L_{4-j}	U¹_j	L²_{4-j}	U²₄
4- 5-9-11	5	3	25	28	
4- 8-11	8	8	12	20	20
Из узла 5	J	L_{5-j}	U¹_j	L²_{5-j}	U²₅
5- 4-8-11	4	3	20	23	23
5- 6-9-11	6	4	27	31	
5- 8-11	8	22	12	34	
5- 9-11	9	11	14	25	
Из узла 6	J	L_{6-j}	U¹_j	L²_{6-j}	U²₆
6- 5-9-11	5	4	25	29	
6- 9-11	9	13	14	27	27
6- 10-9-11	10	14	21	35	
Из узла 7	j	L_{7-j}	U¹_j	L²_{7-j}	U²₇
7- 6-9-11	6	5	27	32	
7- 10-9-11	10	9	21	30	30

Из узла 8	j	L _{8-j}	U ¹ _j	L ² _{8-j}	U ² ₈
8- 5-9-11	5	22	25	47	
8- 9-11	9	3	14	17	
8- 11	11	12		12	12
Из узла 9	j	L _{9-j}	U ¹ _j	L ² _{9-j}	U ² ₉
9- 8-11	8	3	12	15	
9- 11	11	14		14	14
Из узла 10	j	L _{10-j}	U ¹ _j	L ² _{10-j}	U ² ₁₀
10- 6-9-11	6	14	27	41	
10- 9-11	9	7	14	21	21
10- 12-9-11	12	9	22	31	
Из узла 12	j	L _{12-j}	U ¹ _j	L ² _{12-j}	U ² ₁₂
12- 9-11	9	8	14	22	22
12- 10-9-11	10	9	21	30	

Полученные кратчайшие маршруты из каждого узла в узел 11 и значения их длин U^2_j (выделены заливкой) занесем в таблицу 11.

4) Приближение $k = 3$ (таблица 11)

Определим длину L^3_{i-j} *возможного* маршрута из i -го узла в узел 11, проходящего через j -й узел, с числом промежуточных узлов *не более трех* как сумму расстояния L_{i-j} от i -го узла до j -го узла и длины U^2_j маршрута из этого узла в узел 11 с числом узлов не более одного:

$$L^3_{i-j} = L_{i-j} + U^2_j, \quad i = 1, 2, \dots, 12, \quad j = 1, 2, \dots, 12, \quad i \neq 11, \quad j \neq 11, \quad j \neq i.$$

В качестве длины *кратчайшего* маршрута из i -го узла в узел 11 принимается минимальное из возможных значений:

$$U^3_i = \min \{L^3_{i-j}\}.$$

Таблица 10 – Маршруты в узел 11 с числом промежуточных узлов не более трех

Из узла 1	J	L_{1,j}	U²_j	L³_{1,j}	U³₁
1- 4-8-11	4	12	20	32	32
1- 5-4-8-11	5	13	23	36	
Из узла 2	J	L_{2,j}	U²_j	L³_{2,j}	U³₂
2- 5-4-8-11	5	21	23	44	44
2- 6-9-11	6	18	27	45	
Из узла 3	J	L_{2,j}	U²_j	L³_{2,j}	U³₂
3- 6-9-11	6	20	27	47	
3- 7-10-9-11	7	7	30	37	37
Из узла 4	J	L_{4,j}	U²_j	L³_{4,j}	U³₄
4- 8-11	8	8	12	20	20
Из узла 5	J	L_{5,j}	U²_j	L³_{5,j}	U³₅
5- 1-4-8-11	1	13	32	45	
5- 2-6-9-11	2	21	45	66	
5- 4-8-11	4	3	20	23	23
5- 6-9-11	6	4	27	31	
5- 8-11	8	22	12	34	
5- 9-11	9	11	14	25	
Из узла 6	J	L_{6,j}	U²_j	L³_{6,j}	U³₆
6- 5-4-8-11	5	3	23	26	26
6- 7-10-9-11	7	5	30	35	
6- 9-11	9	13	14	27	
Из узла 7	J	L_{7,j}	U²_j	L³_{7,j}	U³₇
7- 3-6-9-11	3	7	47	54	
7- 6-9-11	6	5	27	32	
7- 10-9-11	10	9	21	30	30
Из узла 8	J	L_{8,j}	U²_j	L³_{8,j}	U³₈
8- 9-11	9	3	14	17	

8- 11	11	12		12	12
Из узла 9	J	L_{9;j}	U_j²	L_{9;j}³	U₉³
9- 5-4-8-11	5	11	23	34	
9- 8-11	8	3	12	15	
9- 11	11	14		14	14
Из узла 10	J	L_{10;j}	U_j²	L_{10;j}³	U₁₀³
10- 6-9-11	6	14	27	41	
10- 9-11	9	7	14	21	21
10- 12-9-11	12	9	22	31	
Из узла 12	J	L_{12;j}	U_j²	L_{12;j}³	U₁₂³
12- 9-11	9	8	14	22	22
12- 10-9-11	10	9	21	30	

Полученные кратчайшие маршруты из каждого узла в узел 11 и значения их длин U_j^3 (выделены заливкой) занесем в таблицу 11.

5) Приближение $k=4$

Определим длину $L_{i;j}^4$ *возможного* маршрута из i -го узла в узел 11, проходящего через j -й узел, с числом промежуточных узлов не более четырех как сумму расстояния $L_{i;j}$ от i -го узла до j -го узла и длины U_j^3 маршрута из j -го узла в узел 11 с числом узлов не более трех:

$$L_{i;j}^4 = L_{i;j} + U_j^3, \quad i = 1, 2, \dots, 12, \quad j = 1, 2, \dots, 12, \quad i \neq 11, \quad j \neq 11, \quad j \neq i.$$

В качестве длины *кратчайшего* маршрута из i -го узла в узел 11 принимается минимальное значение из возможных:

$$U_i^4 = \min \{L_{i;j}^4\}.$$

Результаты расчетов показывают, что длины кратчайших маршрутов U_i^4 с числом промежуточных узлов не более четырех оказываются равными длинам кратчайших маршрутов U_j^3 с числом промежуточных узлов не более трех. В связи с этим дальнейшие расчеты прекращаются.

В таблице 11 для каждого приближения приведены полученные кратчайшие маршруты в узел 11 и их длины.

Искомые кратчайшие маршруты в узел 11 (пункт D_1)

из узла 1 (пункт A_1): 1-4-8-11 (A_1 - E_1 - E_5 - D_1); расстояние перевозки 32;

из узла 2 (пункт A_2): 2-5-4-8-11 (A_2 - E_2 - E_1 - E_5 - D_1); расстояние перевозки 44;

из узла 3 (пункт A_3): 3-7-10-9-11 ($A_3-E_4-E_7-E_6-D_1$); расстояние перевозки 37.

В таблице 12 приведены расстояния между пунктами отправления и пунктами назначения.

Таблица 11 – Кратчайшие маршруты в узел 11

J	k=0		k=1		k=2		k=3	
	Маршрут	U_j^0	Маршрут	U_j^1	Маршрут	U_j^2	Маршрут	U_j^3
1					1-4-8-11	32	1-4-8-11	32
2					2-6-9-11	45	2-5-4-8-11	44
3					3-6-9-11	47	3-7-10-9-11	37
4			4-8-11	20	4-8-11	20	4-8-11	20
5			5-9-11	25	5-4-8-11	23	5-4-8-11	23
6			6-9-11	27	6-9-11	27	6-5-4-8-11	26
7					7-10-9-11	30	7-10-9-11	30
8	8-11	12	8-11	12	8-11	12	8-11	12
9	9-11	14	9-11	14	9-11	14	9-11	14
10			10-9-11	21	10-9-11	21	10-9-11	21
12			12-9-11	22	12-9-11	22	12-9-11	22

Таблица 12 – Расстояния между пунктами отправления и взаимодействия

Расстояние, км		Пункты взаимодействия	
		D1	D2
Пункты отправления	A1	32	31
	A2	44	39
	A3	37	25

3 Определение стоимости перевозки

3.1 Первый вид транспорта

3.1.1. Стоимость перевозки первым видом транспорта одной тонны груза в прямом сообщении из k -го пункта отправления в j -ый пункт назначения определяется следующим образом:

$$C_{kj}^B = a + b_1 L_{kj}^B + c_1, \quad k = 1 \dots 3, j = 1 \dots 4, \quad (40)$$

где $a = 9$ ден.ед./т – ставка себестоимости начальной операции на первом виде транспорта;

$b_1 = 4$ ден.ед./т км – ставка себестоимости движенической операции на первом виде транспорта;

L_{kj}^B – расстояние перевозки первым видом транспорта из k -го пункта отправления в j -й пункт назначения, км (таблица 1);

$c_1 = 8$ ден.ед./т.– ставка себестоимости конечной операции на первом виде транспорта.

Рассмотрим детально определение стоимости перевозки первым видом транспорта одной тонны груза в прямом сообщении из 1-го пункта отправления в 1-ый пункт назначения. По формуле (40)

$$C_{11}^B = a + b_1 L_{11}^B + c_1 = 9 + 4 \cdot 78 + 8 = 329 \text{ ден.ед./т.}$$

Для остальных пунктов отправления и пунктов назначения расчет проводится аналогично. Результаты расчетов приведены в таблице 13.

Таблица 13 – Стоимость перевозки из пунктов отправления в пункты назначения

C_{kj}^B , ден.ед./т		Пункты Назначения			
		B1	B2	B3	B4
Пункты отпра- вления	A1	329	353	449	369
	A2	257	297	409	325
	A3	197	209	337	217

3.1.2. Стоимость перевозки первым видом транспорта одной тонны груза из k -го пункта отправления в i -й пункт взаимодействия с учетом затрат на перевалку определяется следующим образом:

$$C_{ki}^A = a + b_1 L_{ki}^A + d, \quad k = 1 \dots 3, i = 1 \dots 2; \quad (41)$$

где L_{ki}^A – расстояние перевозки первым видом транспорта из k -го пункта отправления в i -ый пункт взаимодействия, км (таблица 3);

$d = 12$ ден.ед./т.– ставка себестоимости операции перевалки с первого вида транспорта на второй в пункте взаимодействия.

Рассмотрим детально определение стоимости перевозки первым видом транспорта одной тонны груза из 1-го пункта отправления в 1-ый пункт взаимодействия с учетом затрат на перевалку. По формуле (41).

$$C_{11}^A = a + b_1 L_{11}^A + d = 9 + 4 \cdot 32 + 12 = 149 \text{ ден.ед./т.}$$

Для остальных пунктов отправления и пунктов взаимодействия расчет проводится аналогично. Результаты расчетов приведены в таблице 14.

Таблица 14 – Стоимость перевозки из пунктов отправления в пункты взаимодействия

C_{ki}^A , ден.ед./т		Пункты взаимодействия	
		D1	D2
Пункты отправления	A1	149	145
	A2	197	177
	A3	169	121

3.2 Второй вид транспорта

Стоимость перевозки одной тонны груза из i -го пункта взаимодействия в j -й пункт назначения вторым видом транспорта определяется следующим образом:

$$C_{ij}^B = b_2 L_{ij}^B + c_2, \quad i = 1...2, j = 1...4, \quad (42)$$

где $b_2 = 1$ ден.ед./т км – ставка себестоимости движущей операции на втором виде транспорта;

L_{ij}^B – расстояние перевозки вторым видом транспорта из i -го пункта взаимодействия в j -й пункт назначения, км (таблица 2);

$c_2 = 5$ ден.ед./т. – ставка себестоимости конечной операции на втором виде транспорта.

Рассмотрим детально определение стоимости перевозки вторым видом транспорта одной тонны груза из 1-го пункта взаимодействия в 1-ый пункт назначения. По формуле (42)

$$C_{11}^B = b_2 L_{11}^B + c_2 = 1 \cdot 44 + 5 = 49 \text{ ден.ед./т.}$$

Для остальных пунктов взаимодействия и пунктов назначения расчет проводится аналогично. Результаты расчетов приведены в таблице 15.

Таблица 15 – Стоимость перевозки из пунктов взаимодействия в пункты назначения

C_{ij}^b , ден.ед./т		Пункты Назначения			
		B1	B2	B3	B4
Пункты взаимодействия	D1	49	39	50	61
	D2	61	32	43	48

4 Решение задачи

Проверим выполнение необходимого условия (35) решения задачи.

Суммарный запас груза в пунктах отправки:

$$A_1 + A_2 + A_3 = 400 + 82 + 130 = 612 \text{ т.}$$

Сумма заявок пунктов назначения:

$$B_1 + B_2 + B_3 + B_4 = 55 + 101 + 199 + 230 = 585 \text{ т.}$$

Условие выполняется: суммарный запас груза в пунктах отправки превышает сумму заявок пунктов назначения.

Целевая функция (34) записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} C = & 149X_{11} + 145X_{12} + 197X_{21} + 177X_{22} + 169X_{31} + 121X_{32} + \\ & + 49Y_{11} + 39Y_{12} + 50Y_{13} + 61Y_{14} + 61Y_{21} + 32Y_{22} + 43Y_{23} + 48Y_{24} + \\ & + 329Z_{11} + 353Z_{12} + 449Z_{13} + 369Z_{14} + 257Z_{21} + 297Z_{22} + 409Z_{23} + \\ & + 325Z_{24} + 197Z_{31} + 209Z_{32} + 337Z_{33} + 217Z_{34} \rightarrow \min. \end{aligned}$$

Ограничения 1 на количество груза (36), прибывающего в пункты назначения, записываются следующим образом:

$$Y_{11} + Y_{21} + Z_{11} + Z_{21} + Z_{31} = 55,$$

$$Y_{12} + Y_{22} + Z_{12} + Z_{22} + Z_{32} = 101,$$

$$Y_{13} + Y_{23} + Z_{13} + Z_{23} + Z_{33} = 199,$$

$$Y_{14} + Y_{24} + Z_{14} + Z_{24} + Z_{34} = 230.$$

Ограничения 2 на количество груза (37), прибывающего и убывающего из пунктов взаимодействия, записываются следующим образом:

$$Y_{11} + Y_{12} + Y_{13} + Y_{14} = X_{11} + X_{21} + X_{31},$$

$$Y_{21} + Y_{22} + Y_{23} + Y_{24} = X_{12} + X_{22} + X_{32}.$$

Ограничения 3 на количество груза (38), перерабатываемого в пунктах взаимодействия, записываются следующим образом:

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} \leq 90,$$

$$X_{12} + X_{22} + X_{32} \leq 190.$$

Ограничения 4 на количество груза (39), убывающего из пунктов отправления, записываются следующим образом:

$$X_{11} + X_{12} + Z_{11} + Z_{12} + Z_{13} + Z_{14} \leq 400,$$

$$X_{21} + X_{22} + Z_{21} + Z_{22} + Z_{23} + Z_{24} \leq 82,$$

$$X_{31} + X_{32} + Z_{31} + Z_{32} + Z_{33} + Z_{34} \leq 130.$$

Решение сформулированной задачи линейного программирования осуществляется с использованием средства «Поиск решения» пакета MS Excel.

На рис.26 представлена таблица MS Excel поиска решения, в которой находятся следующие данные.

1) Исходные данные:

значения ставок себестоимости расположены в ячейках:
начальной операции a на первом виде транспорта – в ячейке F3,
операции перевалки d с первого вида транспорта на второй – в
ячейке G4,

движенческой операции b_1 на первом виде транспорта – в ячейке
F5,

движенческой операции b_2 на втором виде транспорта – в ячейке
G5,

конечной операции c_1 на первом виде транспорта – в ячейке F6,

конечной операции c_2 на втором виде транспорта – в ячейке G6;

значения запасов груза A_k ($k = 1 \dots 3$) в пунктах отправления распо-
ложены в ячейках D9:F9,

заявок на груз B_j ($j = 1 \dots 4$) в пунктах назначения – в ячейках
C10:C13,

перерабатывающих мощностей D_i ($i = 1 \dots 2$) в пунктах взаимодей-
ствия – в ячейках G9:H9;

значения расстояний L_{kj} перевозки из пунктов отправления в пунк-
ты назначения расположены в ячейках D10:F13,

L_{ij} из пунктов взаимодействия в пункты назначения – в ячейках
G10:H13,

L_{ki} из пунктов отправления в пункты взаимодействия L_{ki} – в ячей-
ках D14:F15.

2) Искомые параметры (проектные переменные):

переменные X_{ki} , ($k = 1 \dots 3$, $i = 1 \dots 2$) – количество груза, перевозимо-
го из k -го пункта отправления в i -ый пункт взаимодействия первым
видом транспорта, – расположены в ячейках D29:F30;

переменные Y_{ij} , ($i = 1 \dots 2$, $j = 1 \dots 4$) – количество груза, перевозимо-
го из i -го пункта взаимодействия в j -ый пункт назначения вторым
видом транспорта, – расположены в ячейках G25:H28;

переменные Z_{kj} , ($k = 1 \dots 3$, $j = 1 \dots 4$) – количество груза, перевозимо-
го в прямом сообщении из k -го пункта отправления в j -ый пункт
назначения первым видом транспорта, – расположены в ячейках
D25:F28.

3) Расчетные данные:

значения стоимости C^A_{ki} ($k = 1 \dots 3$, $i = 1 \dots 2$) перевозки одной тонны
груза из k -го пункта отправления в i -ый пункт взаимодействия первым
видом транспорта с учетом затрат на перевалку рассчитаны по форму-
ле (41) в ячейках D21:F22;

значения стоимости C^B_{ij} ($i = 1 \dots 2$, $j = 1 \dots 4$) перевозки одной тонны
груза из i -го пункта взаимодействия в j -ый пункт назначения вторым
видом транспорта рассчитаны по формуле (42) в ячейках G17:H20;

значения стоимости C_{kj}^B ($k = 1...3, j = 1... 4$) перевозки одной тонны груза в прямом сообщении из k -го пункта отправления в j -ый пункт назначения первым видом транспорта рассчитаны по формуле (40) в ячейках D17:F20;

значения затрат на перевозку груза из k -го пункта отправления в i -ый пункт взаимодействия первым видом транспорта с учетом затрат на перевалку рассчитаны как произведение C_{ki}^A и X_{ki} в ячейках D38:F39;

значения затрат на перевозку груза из i -го пункта взаимодействия в j -ый пункт назначения вторым видом транспорта рассчитаны как произведение C_{ij}^B и Y_{ij} в ячейках G34:H37;

значения затрат на перевозку груза в прямом сообщении из k -го пункта отправления в j -ый пункт назначения первым видом транспорта рассчитаны как произведение C_{kj}^B и Z_{kj} в ячейках D34:F37;

разности между заявками пунктов назначения (ячейки C10:C13) и количеством груза, прибывающего в эти пункты (ячейки I25:I28), рассчитаны в ячейках J25:J28;

разности между количеством груза, убывающего из пунктов взаимодействия (ячейки G29:H29), и количеством груза, прибывающего в эти пункты (ячейки I29:I30), рассчитаны в ячейках G31:H31;

разности между перерабатываемыми мощностями пунктов взаимодействия (ячейки G9:H9) и количеством груза, прибывающего в эти пункты (ячейки G29:H29), рассчитаны в ячейках G32:H32;

разности между запасами груза в пунктах отправления (ячейки D9:F9) и количеством груза, убывающего из этих пунктов (ячейки D31:F31), рассчитаны в ячейках D32:F32.

4) Целевая функция рассчитана в ячейке K8 по формуле (1) как сумма ячеек D34:F37; D38:F39; G34:H37.

5) Ограничения задаются следующим образом:

ограничение 1: разности в ячейках J25:J28 должны быть равны нулю;

ограничение 2: разности в ячейках G31:H31 должны быть равны нулю;

ограничение 3: разности в ячейках G32:H32 должны быть неотрицательны;

ограничение 4: разности в ячейках D32:F32 должны быть неотрицательны.

В результате решения задачи методом ветвей и границ получен план перевозок, обеспечивающий минимальные затраты, которые составили 137 532 ден.ед.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Взаимодействие видов транспорта										
1	Курсовая работа студента гр. 999 Иванова И.И. Вариант 12345										
2	Ставки себестоимости			1-й вид	2-й вид						
3	начальной операции, ден.ед./т			9							
4	операции перевалки, ден.ед./т			12							
5	движенческой операции, ден.ед./т км			4	1						
6	конечной операции, ден.ед./т			8	5						
7				Отправления			Перевалки				
8				A1	A2	A3	D1	D2	ЦФ	137 532	
9	Расстояния, км			400	82	130	90	190	Запасы	612	
10	Наименования B _j	B1	55	78	60	45	44	56	Заявки	585	
11		B2	101	84	70	48	34	27			
12		B3	199	108	98	80	45	38	Условия	27	
13		B4	230	88	77	50	56	43			
14		Перевалки D _k	D1		32	44	37				
15		D2		31	39	25					
16	Себестоимость, ден.ед./т			C ^B _{ki}			C ^B _{ij}				
17		B1		329	257	197	49	61			
18		B2		353	297	209	39	32			
19		B3		449	409	337	50	43			
20		B4		369	325	217	61	48			
21		D1	C ^A _{ki}	149	197	169					
22		D2		145	177	121					
23				Z _{ik}			Y _{ij}				
24	Перевезено, т			Z _{ik}			Y _{ij}				
25		B1		55					55	0	Огр.1
26		B2		27			74		101	0	
27		B3					90 109		199	0	
28		B4		93 130			7		230	0	
29		D1	X _{ik}	90			90 190		90		
30		D2		190					190		
31				373	82	130	0	0	Огр.2		
32			Огр.4	27	0	0	0	0	Огр.3		
33	Затраты, ден.ед.			C ^B _{ki} *Z _{ik}			C ^B _{ij} *Y _{ij}				
34		B1		0	14 135	0	0	0			
35		B2		0	8 019	0	0	2 368			
36		B3		0	0	0	4 500	4 687			
37		B4		34 317	0	28 210	0	336			
38		D1	C ^A _{ki} *X _{ik}	13 410	0	0					
39		D2		27 550	0	0					

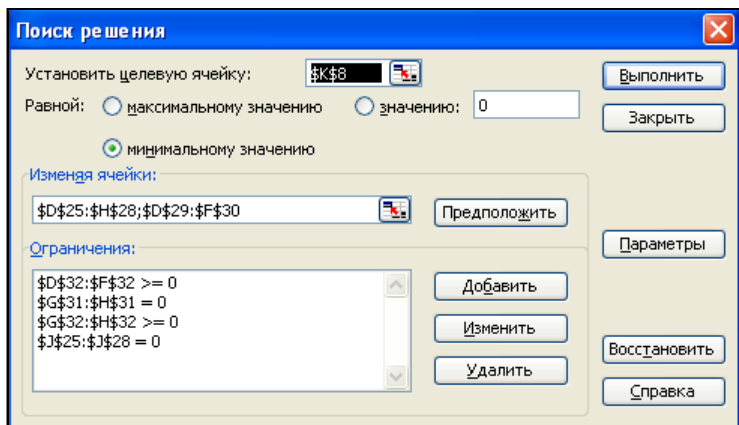


Рис. 26. Вид таблицы MS Excel решения задачи

Первым видом транспорта из пункта отправления А1 груз доставляется в пункт назначения В4 (93 т) и в пункты взаимодействия D1 (90 т) и D2 (190 т). Из пункта отправления А2 груз доставляется в пункты назначения В1 (55 т) и В2 (27 т), в пункты взаимодействия из пункта А2 груз не доставляется. Из пункта отправления А3 груз доставляется в пункт назначения В4 (130 т), в пункты взаимодействия из пункта А3 груз не доставляется (таблица 16).

Таблица 16 – Доставка груза первым видом транспорта

Перевозимый груз, т		Пункты Отправления		
		А1	А2	А3
Пункты Назначения	В1		55	
	В2		27	
	В3			
	В4	93		130
Пункты взаимодействия	D1	90		
	D2	190		
Итого		373	82	130

Вторым видом транспорта груз доставляется из пункта взаимодействия D1 в пункты назначения B2 (74 т) и B3 (16 т), из пункта взаимодействия D2 – в пункты назначения B3 (183 т) и B4 (7 т) (таблица 17).

Таблица 17 – Доставка груза вторым видом транспорта

Перевозимый груз, т		Пункты взаимодействия	
		D1	D2
Пункты назначения	B1		
	B2	74	
	B3	16	183
	B4		7
Итого		90	190

На рис. 27 показана схема распределения грузопотоков по маршрутам перевозки от пунктов.

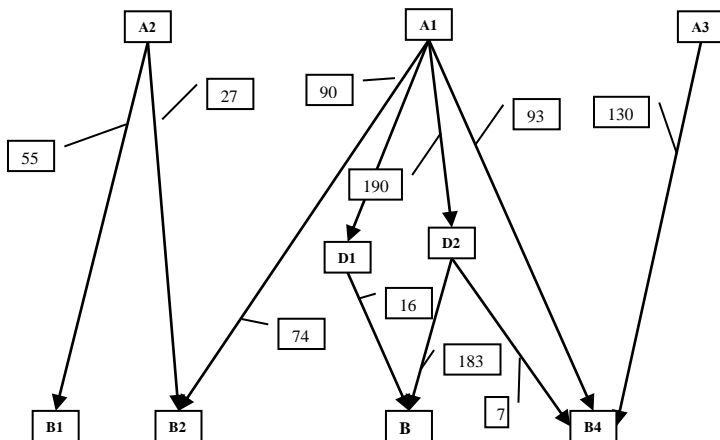


Рис. 27. Схема распределения грузопотоков по маршрутам перевозки

Таким образом, в пункт B1 весь груз (55 т) доставляется первым видом транспорта из пункта отправления A2; в пункт B2 – первым

видом транспорта из пункта отправления А2 (27 т) и вторым видом транспорта из пункта взаимодействия D1 (74 т); в пункт В3 – вторым видом транспорта из пунктов взаимодействия D1 (90 т) и D2 (190 т); в пункт В4 – первым видом транспорта из пунктов отправки А1 (93 т) и А3 (130 т), вторым видом транспорта из пункта взаимодействия D2 (7 т).

В пункте отправления А1 осталось 27 т груза.