

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

А. Г. ГИМАДИЕВ, Н. Д. БЫСТРОВ

**ДИНАМИКА И РЕГУЛИРОВАНИЕ
ГИДРО- И ПНЕВМОСИСТЕМ**

Электронный конспект лекций

Самара

2010

УДК 531.8: (62-82)

Авторы: **Гимадиев Асгат Гатьятович,**
Быстров Николай Дмитриевич

Рецензенты: заведующий кафедрой конструкции
и проектирования двигателей летательных аппаратов СГАУ
д.т.н. профессор Фалалеев С. В., д.т.н. профессор Бирюк В. В.

Изложены основы построения математических моделей пневмогидравлических систем различных машин и аппаратов, современные методы анализа и расчета динамических характеристик. Для расчета переходных и колебательных процессов в пневмогидросистемах универсальные программы для ПК. Конспект лекций по дисциплине «Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем» изложен для студентов 5 курса специальности 150802.65 «Гидравлические машины, гидроприводы и гидропневмоавтоматика» и для магистрантов дневного отделения СГАУ, обучающихся в рамках магистерской программы «Мехатронные пневмогидравлические агрегаты и системы» по направлению 160700.68 «Двигатели летательных аппаратов».

Подготовлен на кафедре автоматических систем энергетических установок.

© Самарский государственный
аэрокосмический университет, 2010

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ.....	
1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭЛЕМЕНТОВ ПНЕВМО- И ГИДРОСИСТЕМ.....	
1.1. Понятие о динамических процессах в пневмогидравлических системах..	
1.2. Свойства рабочих сред пневмогидравлических систем	
1.3. Дроссели с нелинейной характеристикой.....	
1.4. Дроссели с линеаризованной расходной характеристикой.....	
1.5. Дроссели с переменным гидравлическим сопротивлением.....	
1.6. Емкости пневмогидравлических систем.....	
1.7. Пневматическая камера с управляемыми заслонками.....	
1.8. Трубопроводы и их соединения в методе характеристик.....	
2. ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТРУБОПРОВОДНЫХ СИСТЕМ.....	
2.1. Трубопровод как акустический четырехполюсник.....	
2.2. Частотные характеристики трубопровода с различными граничными условиями.....	
2.3. Соединения трубопроводов и их частотные характеристики.....	
2.4. Импедансный метод расчёта колебательных процессов в трубопроводных гидравлических системах.....	
3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ГИДРО- И ПНЕВМОПРИВОДОВ...	
3.1. Нелинейная силовая часть гидропривода с дроссельным регулированием.....	
3.2. Линеаризованная модель силовой части гидропривода с дроссельным регулированием.....	
3.3. Силовая часть гидропривода с объёмным регулированием.....	
3.4. Математическая модель пневмопривода.....	

4. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ УПРАВЛЯЮЩИХ УСТРОЙСТВ ГИДРОПРИВОДОВ.....	
4.1. Силовая часть гидропривода с управлением от оператора.....	
4.2. Электромеханический преобразователь с гидравлическим усилителем.....	
5. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПЕРЕЛИВНЫХ КЛАПАНОВ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ НАСОСОВ.....	
5.1. Клапан прямого действия.....	
5.2. Переливной клапан непрямого действия.....	
6. УСТОЙЧИВОСТЬ ГИДРОПРИВОДА.....	
6.1. Анализ устойчивости гидропривода с дроссельным регулированием.....	
6.2. Исследование автоколебательных процессов в системах гидропривода.....	
7. КОРРЕКЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ГИДРОПРИВОДОВ.....	
7.1. Коррекция динамических характеристик гидроприводов введением перетечек	
7.2. Подключение демпфера к золотнику.....	
7.3. Коррекция электрогидравлических и электропневматических приводов.....	
СПИСОК ИСТОЧНИКОВ	

ВВЕДЕНИЕ

Любой процесс, явление в живой и неживой природе, в технике, в физиологических объектах и социальных системах протекает во времени. Изменение процессов особенно ярко проявляется в технике, в гидравлических и газовых системах. В зависимости от того, насколько быстро происходит смена состояния объектов, можно разделить на установившиеся и неустановившиеся во времени или динамические процессы. В объектах с установившимися процессами изменение физических параметров в рассматриваемом отрезке времени можно принять с какой-то погрешностью неизменными.

Динамические процессы в объектах характеризуются изменением физических параметров во времени, которые можно подразделить в рассматриваемом отрезке времени на медленноменяющиеся и быстропеременные. Примером медленноменяющихся процессов в пневмогидравлических системах являются в основном рабочие режимы, протекающие с малой скоростью. Это движение исполнительных органов в виде поршней, вращение гидромоторов, накачка или опорожнение газовых баллонов и многие другие аналогичные процессы.

К быстропеременным или динамическим процессам относятся:

- срабатывание пневматических и гидравлических клапанов;
- процессы нагнетания жидкости в качающих узлах гидравлических и топливных насосов;
- гидроударные процессы в трубопроводных магистралях ПГС;
- другие аналогичные быстропеременные процессы.

Динамические процессы отличаются от установившихся процессов большими скоростями и соответственно большими усилиями, действующими на элементы систем и к прекращению функционирования объектов различного назначения.

Поэтому при проектировании, изготовлении и эксплуатации пневмогидравлических систем, особое внимание уделяется динамическим процессам, ибо без их учета невозможно создать надежную технику. В связи с этим по специальности 150802 «Гидравлические машины, гидроприводы и гидропневмоавтоматика» введен специальный курс лекций «Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем» с соответствующими лабораторными работами и курсовым проектом, изучение которых является непременным условием подготовки квалифицированных специалистов в области гидро- и пневмоавтоматики.

1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭЛЕМЕНТОВ ПНЕВМО- И ГИДРОСИСТЕМ

1.1. Понятие о динамических процессах в пневмогидравлических системах

Пневмогидравлическую систему можно представить как некую конструкцию взаимосвязанных элементов, рабочим телом в которых является газ или жидкость. Работа такой системы сопровождается изменением физических параметров, как конструктивных элементов, так и рабочего тела. К параметрам конструктивных элементов можно отнести перемещение (или координату) колебательного элемента, скорость его движения, развиваемое усилие, частоту вращения выходного вала, например гидромотора, потребляемую мощность, определяемую как произведение крутящего момента и частоты вращения, характеризующие динамический процесс в системе. Параметрами рабочего тела (газа или жидкости) являются давления, перепады давлений, расход газа или жидкости. По изменению во времени указанных параметров конструктивных элементов и рабочего тела определяется показатели динамических свойств ПГС.

Изменение какого-либо параметра системы в пределах допуска $\pm\Delta$ в каком-либо промежутке времени характеризует установившийся процесс в ПГС.

Динамический же процесс в ПГС по изменению параметра во времени можно подразделять на равномерно-нарастающий, спадающий (рис. 1.1) и переходящий в резкое изменение во времени (рис. 1.2).

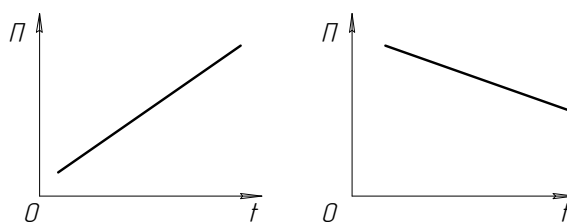


Рис. 1.1. Характеристики равномерно нарастающих (а) спадающих (б) динамических процессов в ПГС

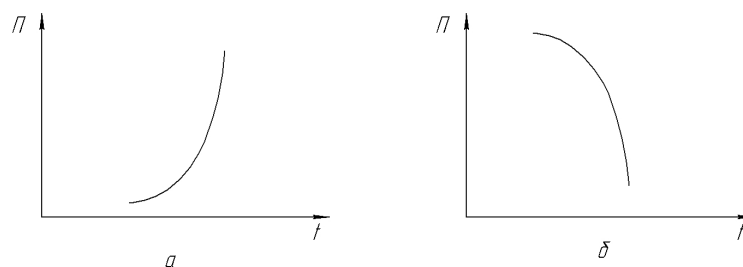


Рис. 1.2. Динамический процесс в ПГС, характеризующийся резким изменением параметров во времени

Примером плавно нарастающих и спадающих процессов является увеличение или снижение подачи топлива в ГТД во время набора высоты или снижения самолета.

Если представленные на рисунке 1.1 зависимости характеризуют нормальный рабочий процесс в ПГС, то зависимости на рисунке 1.2 характеризуют аномальные явления, например: выход из строя одного или нескольких элементов, приведших к аварийным ситуациям, к взрыву или катастрофе. Примером таких процессов является резкое изменение параметров в ПГС в результате заклинивания золотников в распределителях исполнительных элементов, разрушения трубопроводов, прорыв емкостей, закупоривание отверстий.

В теории автоматического управления процессы в системах характеризуются тремя видами изменения параметров:

- переходный процесс;
- реакция системы на импульсное воздействие;
- колебания параметров относительно какого-то установившегося значения.

Переходной процесс характеризуется переходом параметров системы с одного уровня на другой при ступенчатом изменении управляющего или возмущающего воздействия (рис. 1.3)

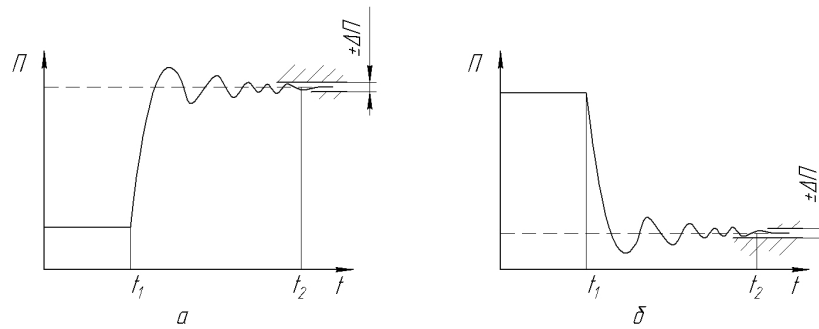


Рис. 1.3. Нарастающий (а) и нисходящий (б) переходные процессы в ПГС при ступенчатом управляющем или возмущающем воздействии

Как известно, по переходным характеристикам оценивается качество регулирования процессов в ПГС. Показатели качества регулирования (колебательность, длительность переходного процесса) являются исходными при проектировании систем и они учитываются на стадии предварительного ее расчета.

По колебаниям давления входного и выходного параметров определяются частотные характеристики, которые часто используются при оценке устойчивости ПГС. При этом выделяют амплитудно-частотные характеристики (АЧХ), фазочастотные (ФЧХ) и амплитудно-фазочастотные (АФЧХ) характеристики, используемые для оценки устойчивости ПГС, с использованием различных критериев устойчивости и выборе параметров корректирующих устройств, обеспечивающих требуемый запас устойчивости по тем или иным физическим или комплексным параметрам.

На рисунках 1.5 и 1.6 представлены колебательные процессы в ПГС и её частотные характеристики, построенные по входному и выходному параметрам. На графиках

$\omega = 2\pi / T$ -угловая частота колебаний; $\text{Re}(\omega)$, $\text{Im}(\omega)$ -вещественная и мнимая составляющие частотной функции, определяемые по зависимостям:

$$\text{Re}W(\omega) = \frac{A_{\text{пвых}}}{A_{\text{пвх}}} \cos(\varphi_{\text{пвых}} - \varphi_{\text{пвх}}); \quad \text{Im}(\omega) = \frac{A_{\text{пвых}}}{A_{\text{пвх}}} \sin(\varphi_{\text{пвых}} - \varphi_{\text{пвх}})$$

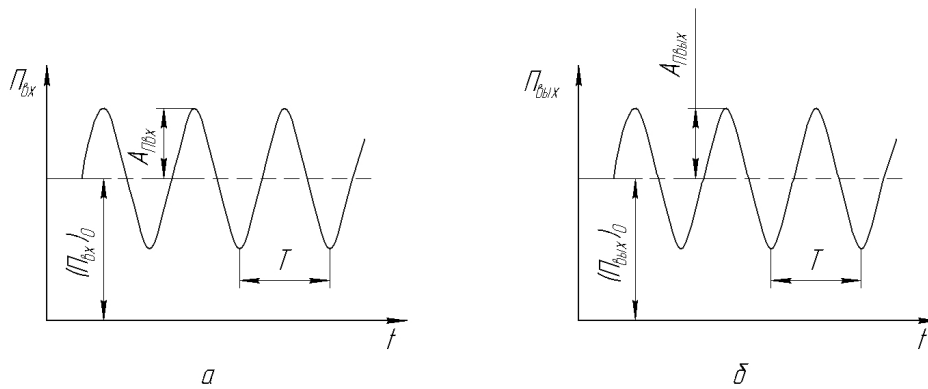


Рис. 1.5. Колебания входного и выходного параметра ПГС по времени

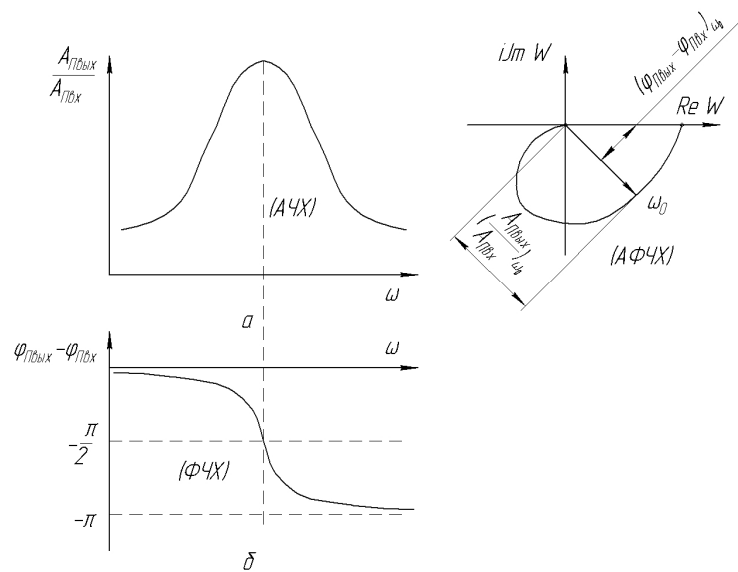


Рис. 1.6. Частотные характеристики ПГС, используемые при оценке их динамических свойств

Колебательный (динамический) процесс возникает в системе в двух случаях: в режиме вынужденных колебаний, когда на вход системы подаётся гармонически изменяющийся сигнал, и в режиме автоколебаний, характерном для существенно нелинейных ПГС.

Автоколебания -это процесс самовозбуждающихся колебаний в ПГС, частота и амплитуда которых всецело зависит от конструктивных и режимных параметров. Автоколебания в ПГС являются нежелательными, приводящими к усталостному разрушению и износу элементов, а иногда и к аварийным ситуациям. В некоторых ПГС автоколебания специально создаются и являются основным рабочим режимом, например в отбойных молотках. Подавая сжатый воздух в отбойный молоток, и открывая путем нажима ручки доступ воздуха в

колебательный контур, образованный керном (массой) и пружинной, создают колебательное движение керна, разрушающее твердую породу, бетон, асфальт, кирпичную кладку.

Системы с гидро- и пневмоприводами во время эксплуатации подвергаются управляющим и возмущающим воздействиям, характерным для каждого типа объектов регулирования или управления (самолет, танк, прокатный стан и т.п.). При этом в объектах происходят динамические процессы, которые не должны выходить за рамки допустимых границ по координате регулируемых или ограничиваемых процессов, динамические процессы должны быть устойчивыми, причем с определенным запасом по фазе и модулю.

При проектировании и отработке систем не удастся воспроизвести все многообразие воздействий на системы, тем более многие из них имеют случайный характер, поэтому в технике управления процессами приняты стандартные возмущения по виду реакции на которые судят о пригодности данной системы для управления тем или иным объектом.

В качестве стандартных приняты ступенчатое и импульсное воздействия, как наиболее сложные для отработки. А также гармоническое воздействие, которое применяется при анализе динамических свойств систем, могущих работать в режиме колебательного возмущения или управляющих воздействий близких к колебательному. Кроме того, методы, основанные на использовании постоянных сигналов, применяются при экспериментальном определении параметров систем, идентификации их характеристик, при оценке устойчивости, определения автоколебаний и т.д.

Одним из часто используемых воздействий на гидропривод является ступенчатое воздействие, по реакции на которое задаются технические требования, которые необходимо удовлетворить, чтобы система была работоспособной. По виду переходной характеристики определяются такие показатели как длительность переходного процесса или время регулирования, перерегулирование и колебательность.

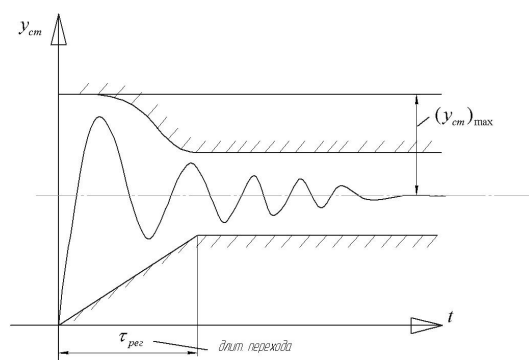


Рис. 1.7. Границы допустимого переходного процесса в гидроприводе

Часто бывает необходимо, чтобы при ступенчатом управляющем воздействии переходный процесс в системе не выходил за пределы некоторых ограничений, показанных на рис. 1.7.

Кроме $\gamma_{\text{рег}}$ и $(\Delta y_{\text{ит}})_{\text{max}}$ еще могут накладываться ограничения на частоту и число периодов колебаний за время переходного процесса.

1.2. Свойства рабочих сред пневмогидравлических систем

Рабочим телом или рабочей средой для гидравлических систем является жидкость, а для пневмосистем – газ (воздух). Свойства рабочих тел во многом определяют динамические характеристики ПГС, поэтому в данном разделе изложены типы рабочих сред и их параметры [13].

Для гидроприводов (гидравлических систем) в соответствии с ГОСТ 17479.3-85 предусмотрены 4 эксплуатационные группы минеральных масел.

Группа А (НН по ISO 3448) – минеральные масла без присадок для эксплуатации в малонагруженных гидроприводах, работающих при давлениях до 15 МПа и при рабочей температуре менее +80°С.

Группа Б (НЛ по ISO 3448) – масла с антиокислительными и антикоррозионными присадками, предназначенные для эксплуатации в

средненагруженных гидроприводах, работающих при давлениях менее 24 МПа и при рабочей температуре +80...90°С.

Группа В (НМ по ISO 3448) – хорошо очищенные масла с антиокислительными, антикоррозионными и противоизносными присадками, предназначенные для эксплуатации в тяжелонагруженных гидроприводах, работающих при давлениях более 25 МПа и при рабочей температуре +90...100°С.

Четвертую группу представляют масла А, Б, В с вязкостными присадками (НV по ISO 3448) предназначенные для гидроприводов, работающих в диапазоне температур -60...+120°С.

Для слабонагруженных гидроприводов общепромышленного назначения, работающих при давлениях менее 10 МПа используют недорогие минеральные масла без присадок И-12А; И-20А; И-30А; И-40А. В этих марках масел числа 12, 20, 30, 40 указывают на их вязкость в сСт при температуре +50°С.

В более нагруженных гидроприводах при давлениях 15...20 МПа применяют турбинные масла с антиокислительной, противокоррозионной и противопенной присадками ТП-22; ТП-30; ТП-46. В тяжелонагруженных гидроприводах при давлениях 20...30 МПа рекомендуется использовать специальные масла с улучшенным пакетом присадок ИГП-18; ИГП-30; ИГП-38, ИГП-49. Приведенные выше масла используются в так называемых «цеховых» гидроприводах при температурах 8...60 °С, поэтому в них отсутствуют дорогостоящие вязкостные присадки.

В гидроприводах, работающих в «полевых» условиях при температуре окружающей среды -50...+60°С используют масла с вязкостными присадками, обеспечивающими пологие вязкостные характеристики по температуре. Для таких гидроприводов применяют масло ВМГЗ, масла серии МГЕ: МГЕ-4А (для гидропривода разового или периодического действия), МГЕ-10А (для гидропривода длительного действия), масла РМ, РМЦ, МГ-7-Б, МГ-10-Б. Вязкие минеральные масла МГЕ-46-В, МГ-8А используют в

тяжелонагруженных гидроприводах сельскохозяйственной техники при давлениях до 35 МПа и температурах $-10...+80^{\circ}\text{C}$.

В гидравлических системах управления дозвуковых самолетов используют масло АМГ-10 (при температуре окружающей среды $-55...+55^{\circ}\text{C}$ и рабочей температуре менее 125°C). АМГ-10 изготавливается на основе керосина с загустителем и пакетом присадок.

Синтетические рабочие жидкости на углеводородной основе по своим физическим и эксплуатационным свойствам близки к минеральным маслам, но обладают улучшенными вязкостными характеристиками (более пологие характеристики). Недостаток синтетических масел – их дороговизна.

Для гидроприводов, работающих при высоких температурах и жестких требованиях по пожаробезопасности используют синтетические неуглеводородные масла на основе сложных эфиров, фосфатов, полисилоксанов и других химических соединений. К таким маслам относятся НП-50-1-4ф на основе эфиров (рабочая температура до 175°C), Б-3В (рабочая температура до 190°C). В авиационных гидросистемах используют НГЖ-4У (рабочая температура до 125°C), 7-50С-3 на полисилановой основе (рабочая температура до 170°C).

Недостаток синтетических неуглеводородных масел – их дороговизна, агрессивность по отношению к материалам уплотнений, вредность для организма человека.

В авиационных двигателях и других наземных энергетических установках, в автоматических устройствах в качестве рабочей среды используется топливо: керосин Т1, РТ.

К жидкостям ПГС предъявляется ряд требований: стабильность характеристик в процессе длительной эксплуатации; хорошие смазывающие свойства; нетоксичность; пожарная безопасность; малая объемная податливость.

Из многочисленных параметров рабочих сред наибольшее влияние на динамические характеристики ПГС оказывают вязкость, плотность и упругость.

Вязкость жидкостей характеризует их демпфирующие свойства. Чем выше вязкость, тем больше потеря энергии при движении элементов ПГС.

Применяемые в гидросистемах рабочие среды подчиняются закону Ньютона, т.е. являются ньютоновскими.

Различают динамическую μ и кинематическую ν вязкость жидкостей, связанных между собой зависимостью $\mu = \rho\nu$, где ρ - плотность рабочей среды.

Вязкость жидкостей с увеличением температуры уменьшается в соответствии с приближенной зависимостью $\mu_1 = \mu_2 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^c$, где μ_1 и μ_2 - соответственно вязкости при температурах T_1 и T_2 ; c - коэффициент, принимающий значения 2,53...3,27 для минеральных масел. Для большинства масел с увеличением давления растет вязкость в соответствии с соотношением $\mu = \mu_0 e^{\epsilon P}$, где μ и μ_0 - вязкости при давлении P и атмосферном давлении; ϵ - коэффициент, который для минеральных масел равен 0,02...0,03 1/МПа.

В системе СИ размерность динамической вязкости μ [Па с], а кинематической вязкости ν [m^2 / c].

Плотность жидкости характеризует инерционные свойства. Чем плотнее жидкость, тем больше запаздывание в срабатывании подвижных элементов ПГС. Плотность среды в общем случае является функцией давления и температуры. Зависимость плотности от давления и температуры является различной для жидкостей и газов. Плотность жидкости уменьшается с ростом температуры и определяется по формуле $\rho = \frac{\rho_0}{1 + \alpha \Delta T}$, где ρ_0 - плотность при температуре T_0 ; α - коэффициент объемного расширения.

Для АМГ-10 - $\alpha = 8 \cdot 10^{-4} \frac{1}{K}$. Это означает, что при увеличении температуры на 100° плотность АМГ-10 снижается на 7,3%. Плотность минеральных масел равна $830 \dots 950 \frac{кг}{м^3}$.

Изменением плотности жидкостей при увеличении давления можно пренебречь. Например, при увеличении давления на 20 МПа, плотность повысится лишь на 1%.

Зависимость плотности газов от давления и температуры определяется уравнением состояния $\rho = \frac{p}{RT}$, где $R \left[\frac{Дж}{кгК} \right]$ - газовая постоянная.

Сжимаемость жидкостей характеризует степень ее податливости при изменении давления. Зависимость приращения объема среды от приращения давления определяется соотношением $dV = -\beta_{сж} V dp$, где V - объем среды; $\beta_{сж}$ - коэффициент сжимаемости среды.

Часто вместо коэффициента сжимаемости среды применяют обратную ей величину $B = 1 / \beta_{сж}$, которую называют модулем объемной упругости среды. Модуль объемной упругости или коэффициент сжимаемости среды находят как правило экспериментально.

Для жидкостных рабочих сред различают изотермический и адиабатный модули упругости. Изотермический модуль упругости определяется в условиях, когда давление и объем жидкости изменяются весьма медленно и конструкция такова, что успевает протекать теплообменный процесс.

Для расчета динамических процессов устройств ГПА в зависимости от быстроты процессов и условий теплоотвода используется также адиабатический модуль упругости жидкости, для экспериментального определения которого применяется акустический метод, основанный на замере скорости распространения звуковых волн в жидкости. В этом случае модуль

объемной упругости рассчитывается по формуле $B_{ж.а} = \rho c^2$ [Па], где c - скорость звука в жидкости.

Адиабатический модуль объемной упругости жидкости больше изотермического модуля объемной упругости на 10...12%.

Для существующих конструкций ГПА, процессы, изменяющиеся с частотой до 0,1 Гц можно отнести к изотермическим, а процессы, изменяющиеся с частотой 1 Гц и выше – к адиабатическим. Четко провести границу между этими процессами затруднительно, т.к. она зависит, как указано выше, от многих факторов. Во многих случаях в этом и нет необходимости, т.к. при медленно меняющихся процессах динамические свойства устройства ГПА проявляются слабо, а при быстро протекающих процессах можно использовать значение $B_{ж.а}$.

Увеличение давления на 10 МПа приводит к росту модуля объемной упругости более чем на 6%. Изменение температуры сказывается на $B_{ж.а}$ в более сильной степени, чем изменение давления. Так, увеличение температуры на 10 °С приводит к снижению модуля объемной упругости жидкости на те же 6% и более. Модуль объемной упругости некоторых жидкостей: для воды $B=2000$ МПа; для минерального масла $B=1300...1800$ МПа.

Для газовой среды модуль объемной упругости определяют на основе уравнения Клайперона $P = \rho RT$. Если теплообмен между газовой и окружающей средой интенсивен, то процесс изменения состояния газа будет близок к изотермическому. Тогда на основании формулы модуль объемной упругости газа будет равен $B_{и.г} = P$. Если теплообмен незначительный, то изменение состояния газа будет близким к адиабатическому и тогда $B_{г.а} = \kappa P$, где κ - коэффициент адиабаты.

Для газа скорость звука определяется из выражения $c = \sqrt{\kappa RT}$ в предположении адиабатичности процесса распространения звуковых волн. Так как рабочая среда в динамическом процессе в ПГС участвует вместе с

корпусными элементами, в которых он находится, то при расчетах приходится учитывать также объемную податливость этих элементов. Учет совместной податливости жидкости и конструкции можно проводить при помощи приведенного объема полости, заполненной рабочей средой $V_{прив} = V \frac{\Delta V}{\Delta P}$, где ΔP - приращение давления в полости с рабочей средой при внедрении в нее дополнительного объема жидкости ΔV .

Для газовых сред понятие приведенного объема не существует, т.к. податливость газа намного больше объемной податливости стенок конструктивных элементов.

Конструкции некоторых корпусных элементов ПГС могут быть сложными, рассчитать объемную податливость которых затруднительно, поэтому приведенный объем рабочей среды определяют экспериментально. Метод экспериментального определения $V_{прив}$ основан на измерении нагнетаемого в исследуемую полость объема жидкости ΔV и обусловленного этим изменения давления ΔP . Для этого используют несложные установки.

По физическому смыслу приведенный объем представляет собой объем жидкости, помещенной в полость с абсолютно жесткими стенками, сжимаемость $\frac{\Delta P}{\Delta V}$ жидкости в которой равна сжимаемости в реальной конструкции с геометрическим объемом V .

Если растворенный воздух практически не влияет на модуль упругости жидкости, то пузырьки воздуха значительно его уменьшают, особенно при малых давлениях.

Модуль упругости двухфазной гидровоздушной смеси равен $B_{см} = \frac{V_{жс} + V_{г}}{\Delta V_{жс} + \Delta V_{г}} \cdot \Delta P$, где $V_{г} = V_{г,0} \frac{P_0}{P}$ - объем газовой фазы при давлении P ;
 $\Delta V_{жс} = \frac{V_{жс}}{E_{жс}} \Delta P$ - приращение объема жидкости при изменении давления на

величину ΔP ; $\Delta V_{\epsilon} = V_{\epsilon} \frac{\Delta P}{P}$ - приращение объема воздуха при изменении давления на ΔP при среднем давлении P и изотермическом процессе сжатия.

Преобразовав последнее выражение с учетом указанных зависимостей для

составляющих, получим
$$B_{см} = B_{жс} \frac{1 + \frac{V_{\epsilon.0} P_0}{V_{жс} P}}{1 + \frac{V_{\epsilon.0} P_0}{V_{жс} P} B_{жс}}$$
.

Из расчетов следует, что $B_{см}$ существенно снижается при давлениях менее 10 МПа.

Совместное влияние податливости стенок и сжимаемости жидкости в тонкостенных каналах круглого сечения можно учитывать эквивалентной

скоростью по формуле Н.Е. Жуковского:
$$c_{эkv} = \sqrt{\frac{B_{жс.а}}{\rho \left(1 + \frac{D B_{жс.а}}{\delta E} \right)}}$$
,

где D - внутренний диаметр канала; δ - толщина стенки канала; E - модуль упругости материала канала.

Например, для стального трубопровода с $D = 20 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $\delta = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Па}$, заполненного маслом АМГ-10, $B_{жс.а} = 1,68 \cdot 10^9 \text{ Па}$ и

$\rho = 850 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ будем иметь
$$c_{эkv} = \sqrt{\frac{1,68 \cdot 10^9}{850 \left(1 + \frac{20 \cdot 1,68 \cdot 10^9}{1 \cdot 2,1 \cdot 10^{11}} \right)}} = 1300 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Скорость звука в самой жидкости (в трубопроводе с абсолютно жесткими стенками) равна $c_{эkv} = 1400 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, т.е. податливость стенок трубопровода снизила скорость звука в жидкости на $100 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

При расчете процессов в газовых магистралях можно пренебречь податливостью стенок каналов, но это нельзя допускать при расчете процессов в полостях с тонкими мембранами.

1.3. Дроссели с нелинейной характеристикой

Основными элементами, в которых происходит потеря энергии рабочих сред являются местные сопротивления, которые условно делят на две группы: арматурные (переходники, тройники, угольники) и дросселирующие устройства (диафрагмы, золотники, жидкие затворы, сопло-заслонка и т.п.). Гидравлические потери арматурных устройств являются нежелательными и они должны быть минимальными. Сопротивление дросселирующих устройств заранее рассчитывается и вводится специально для изменения или регулирования параметров потока жидкости.

Гидравлические дроссели делят на управляемые и неуправляемые. В управляемых дросселях гидравлическое сопротивление изменяется в процессе работы системы. Неуправляемые дроссели имеют постоянное проходное сечение и соответственно постоянное гидравлическое сопротивление при неизменном расходе жидкости.

Неуправляемые дроссели подразделяются на ламинарные и турбулентные. В первых из них реализуется ламинарный режим движения жидкости, а во вторых – турбулентный.

Турбулентные дроссели применяются в ПГС чаще чем ламинарные и они представляют собой диафрагму с отверстием в гидравлическом канале или пакет диафрагм, называемый дроссельным пакетом. Турбулентные дроссели обладают тем преимуществом, что их расходная характеристика слабо зависит от вязкости жидкости, т.е. при их применении обеспечивается стабильность характеристик ПГС. Недостаток турбулентных дросселей – нелинейность расходной характеристики.

Гидравлическое сопротивление ламинарных дросселей прямо пропорционально вязкости жидкости, т.е. с изменением температуры рабочей среды их характеристики изменяются, что является его недостатком, а преимущество – линейный закон, связывающий расход жидкости и перепад давления.

Рассмотрим процесс истечения жидкости через турбулентный дроссель в виде отверстия в диафрагме, установленной в трубопроводе (рис. 1.3.1).

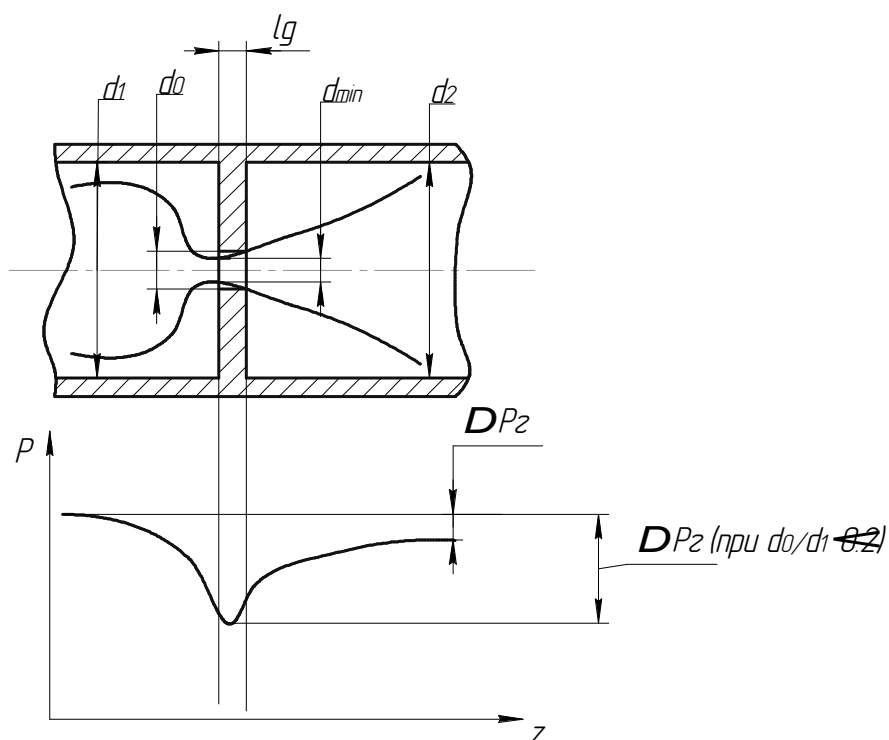


Рис. 1.3.1. Течение жидкой среды через турбулентный дроссель

При входе жидкости в отверстие диафрагмы средняя скорость потока увеличивается, а статическое давление уменьшается из-за сужения струи. Процесс расширения струи сопровождается интенсивными гидравлическими потерями в результате вихреобразования. При относительно малом диаметре отверстия диафрагмы d_0 по сравнению с диаметром трубопровода d_1 ($d_0/d_1 \leq 0,2$) кинетическая энергия потока жидкости полностью теряется на тепло и не восстанавливается в виде потенциальной энергии (статического давления).

При расчете характеристик и выборе параметров турбулентных дросселирующих элементов применяется формула

$$Q = \mu F_0 \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta p}, \quad (1.3.1)$$

полученная из уравнения Бернулли, где Q – объемный расход жидкости, μ – коэффициент расхода, F_0 – площадь проходного сечения отверстия в диафрагме, ρ – плотность жидкости, Δp – перепад давления на дросселе.

При расчете характеристик ПГС уравнение (1.4.1) часто записывают в виде $\Delta P = K_H Q^2$, где $K_H = \frac{Q}{2(\mu F_0)^2}$ - коэффициент, характеризующий нелинейные гидравлические потери на дросселирующем элементе.

Коэффициент расхода определяется так

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\zeta}} = \varepsilon \varphi$$

где ζ - коэффициент гидравлического сопротивления дросселя; ε - коэффициент сжатия струи ($\varepsilon = F_{\min} / F_0$, F_{\min} - площадь струи в минимальном сечении; $F_0 = \pi d_0^2 / 4$); $\varphi = 1 / \sqrt{\zeta_1 + \zeta_{\text{тр}}}$ - коэффициент скорости, представляющей собой отношение действительной скорости истечения к теоретической; $\zeta_1 = (1 - F_{\min} / F_2)^2$ - коэффициент потери скоростного напора жидкости ($F_2 = \pi d_2^2 / 4$); $\zeta_{\text{тр}}$ - коэффициент гидравлического сопротивления трения.

Коэффициент расхода μ зависит от числа Рейнольдса, определенного по теоретической скорости истечения жидкости

$$Re = v_{\text{теор}} d_0 / \nu,$$

где $v_{\text{теор}} = \frac{Q}{\varphi F_0}$ - теоретическая скорость истечения жидкости (как для идеальной жидкости с нулевой вязкостью); $F_0 = \pi d_0^2 / 4$; ν - кинематическая вязкость жидкости.

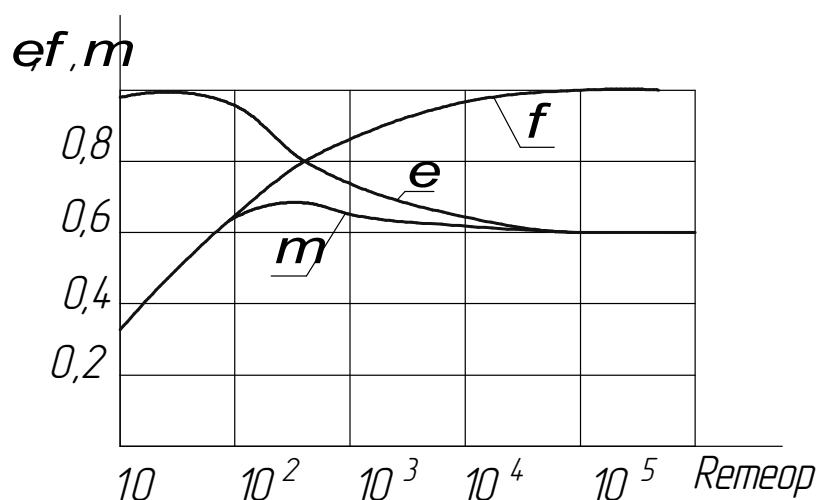


Рис.1.3.2. Зависимость параметров e , f и m от числа Рейнольдса

Как следует из графиков на рис. 1.3.2. коэффициент расхода в области малых расходов (чисел Рейнольдса) определяется коэффициентом скорости, а при больших расходах – коэффициентом сжатия потока ε . Число Рейнольдса, с которого можно принять μ (приблизительно) постоянным зависит от отношения

l_d/d_0 , где l_d – толщина диафрагмы. При $l_d/d_0 \leq 0,5...1$ число Рейнольдса, при котором $\mu \approx const$, может составлять единицы $Re = 2...5$. Такие диафрагмы относят к острокромочным и для них $\mu \approx 0,61...0,65$. С увеличением l_d/d_0 увеличивается $(Re)_{\mu \approx const}$ и такие дроссели называют иногда жиклёрами.

Для них постоянная величина $(Re)_{\mu \approx const}$ несколько выше по сравнению с острокромочными диафрагмами и для них $\mu \approx 0,7...0,8$.

Рассмотренная зависимость справедлива для установившегося движения жидкости. Для неустановившегося движения жидкости, характерного для динамических процессов в ПГС, уравнение движения жидкости в общем случае записывается в виде:

$$m_d \frac{dQ}{dt} + K_{лн} Q + K_{лн} [Q - Q_{кр} \text{sign} Q]^2 \text{sign} Q = \Delta P, \quad (1.3.2)$$

где $m = \rho l_d / F_d$ - акустическая индуктивность дросселя, l_d , F_d - длина и площадь проходного сечения дросселя; $K_{лн}$ - коэффициент нелинейных (турбулентных) гидравлических потерь; $Q_{кр}$ - критический расход жидкости через дроссель, начиная с которого на нем реализуются нелинейные потери. Знак $\text{sign} Q$ - знак присвоения члену уравнения после преобразования знак расхода Q , что связано с возможным знакопеременным движением жидкости.

Коэффициент $K_{лн}$ зависит не только от физических параметров дросселя, но и от направления движения жидкости, т.е. степени несимметричности дросселя:

$$K_{\text{лн}} = \begin{cases} 0 & \text{при } -Q_{\text{кр}} \leq Q \leq Q_{\text{кр}}; \\ K'_{\text{лн}} & \text{при } Q > Q_{\text{кр}}; \\ K''_{\text{лн}} & \text{при } Q < -Q_{\text{кр}}. \end{cases} \quad (1.3.3)$$

Как частные случаи из уравнения (1.3.3) могут быть получены зависимости

- для установившегося ламинарного движения

$$K_{\text{лн}} Q = \Delta P, \quad (1.3.4)$$

характерного, например, для каналов пористых дросселирующих элементов;

- для установившегося турбулентного движения

$$K_{\text{лн}} Q^2 \text{sign} Q = \Delta P, \quad (1.3.5)$$

характерного для острокромочных диафрагм;

- для неустановившегося ламинарного движения

$$m_{\text{д}} \frac{dQ}{dt} + K_{\text{нл}} Q = \Delta P, \quad (1.3.6)$$

характерного для жиклёров при малых скоростях потока;

- для неустановившегося турбулентного движения

$$m_{\text{д}} \frac{dQ}{dt} + K_{\text{лн}} Q^2 \text{sign} Q = \Delta P, \quad (1.3.7)$$

характерного для жиклёров с большими скоростями потока жидкости или острокромочных диафрагм.

Акустическая индуктивность для острокромочных диафрагм, в которых длина практически равно нулю, рассчитывается исходя из длины отверстия, что позволяет учесть присоединенную к дросселю массу жидкости при знакопеременном ее движении.

Учет акустической индуктивности диафрагм целесообразно вести при расчетах высокодинамичных процессов, характерных для акустики. При расчетах характеристик ПГС инерционной составляющей сопротивления диафрагм по сравнению с активными потерями, можно пренебречь и воспользоваться зависимостью для установившегося процесса (1.3.5).

Из графика на рис. 1.3.3 построенном по зависимости (1.3.5) следует, что коэффициенты нелинейного сопротивления диафрагм при движении жидкости в одну и другую стороны могут существенно отличаться.

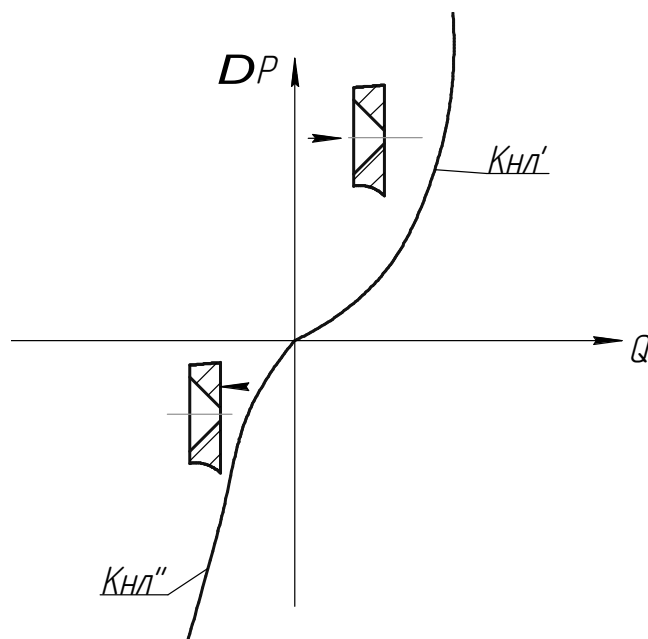


Рис. 1.3.3. График зависимости (1.3.5)

Дроссельные пакеты из диафрагм, как правило, обладают симметричной характеристикой, т.е. их гидравлические сопротивления при движении жидкости в одну и другую стороны одинаковы, т.е. $K_{дн}' = K_{дн}''$.

Представляет интерес вопрос: сохраняются ли коэффициенты гидравлических потерь определенные при установившемся движении жидкости и при неустановившемся движении жидкости. Многочисленные экспериментальные данные показывают, что для практических расчетов можно пользоваться квазистационарной моделью гидравлических потерь, т.е. при расчетах динамических процессов можно использовать коэффициенты, определенные в результате статических проливов.

При расчете динамических процессов в ПГС, содержащих дросселирующие элементы, интегрируются совместно с уравнениями других элементов уравнения дросселя в виде

(1.3.2) или уравнения для частных случаев (1.3.6) (1.3.7).

При расчете частотных характеристик ПГС часто используется метод линеаризации характеристик дросселирующих элементов.

Если амплитуда колебаний расхода Aq жидкости мала по сравнению с постоянной составляющей Q_0 , то можно воспользоваться методом малых отклонений (рис. 1.3.3).

В этом случае связь между колебаниями расхода и перепада давления на дросселе определяется из выражения

$$\Delta P = R_d q,$$

где $R_d = 2K_{нл} Q_0$ - гидравлическое сопротивление дросселя по отношению к постоянной составляющей расхода.

В случаях, когда $Aq > Q_0$ (рис. 1.3.3), линеаризацию характеристики дросселя осуществляют по критерию минимума среднеквадратичного отклонения, частным случаем которого является метод гармонической линеаризации используемый при одночастотном возбуждении колебательных процессов в системе.

Предположим, что в ПГС с дросселем наблюдается полигармонический (динамический) процесс. При линеаризации характеристики дросселя по минимуму среднеквадратичного отклонения целесообразна зависимость (1.3.7), которую можно представить в следующем виде

$$\Delta P = \Delta P_{ин} + \Delta P_a,$$

где $\Delta P_{ин} = m_d \frac{dQ}{dt}$ - инерционная или реактивная составляющая сопротивления

дросселя; $\Delta P_a = K_{лн} Q + K_{нл} \left(Q - Q_{кр} \text{sign} Q \right)^2 \text{sign} Q$ - активная составляющая перепада давления на дросселе.

Пусть процесс в произвольном сечении гидравлической цепи, содержащем дроссель, описывается суммой постоянной и переменной составляющих перепада давления и расхода

$$\Delta P(t) = \Delta P_0 + \sum_{r=1}^{r=8} \Delta P_e^{(r)} j\omega_r t; \quad (1.3.8)$$

$$Q(t) = Q_0 + \sum_{r=1}^{r=8} q_e^{(r)} j\omega_r t, \quad (1.3.9)$$

где ΔP_0 , Q_0 - постоянные составляющие перепада давления и расхода;

$\Delta P^{(r)} = A_{\Delta P}^{(r)} e^{j\psi^{(r)}}$ - комплексная амплитуда колебаний перепада давления, $A_{\Delta P}^{(r)}$,

$\psi^{(r)}$ - амплитуда и начальная фаза r -ой составляющей колебаний перепада

давления, $q^{(r)} = A_q^{(r)} e^{j\varphi^{(r)}}$ - комплексная амплитуда колебаний расхода

жидкости через дроссель, $A_q^{(r)}$, $\varphi^{(r)}$ - амплитуда и начальная фаза колебаний

расхода, ω_r - частота r -ой составляющей колебаний, t - время, $1 \dots R$ - номер составляющей в спектре колебаний.

При линейаризации характеристик дросселирующих элементов в отличие от других элементов (например, с характеристикой сухого трения) в качестве задающего движение параметра может использоваться либо расход, либо перепад давления на дросселе. Если принят в качестве задающего параметра расход жидкости, то расчетные выражения получаются более простыми, но при этом в некоторых случаях может возникать погрешность расчета, достигающая 10...15%.

Разработаны рекомендации [30] по выбору задающего параметра, которые сводятся к оценке степени отличия сопротивления дросселя от суммарного динамического сопротивления, присоединенных к дросселю гидравлических цепей.

Если $\left| Z_D^{(r)} \right| \ll \left| Z_{\Sigma}^{(r)} \right|$, то в качестве задающего параметра при линейаризации

характеристики дросселя следует выбирать расход жидкости, при $\left| Z_D^{(r)} \right| \gg \left| Z_{\Sigma}^{(r)} \right|$ -

перепад давления, при $\left|Z_{\text{д}}^{(r)}\right| \approx \left|Z_{\Sigma}^{(r)}\right|$ расчетные значения параметров дросселя

берутся как средние для первых двух указанных случаев, где $Z_{\text{д}}^{(r)} = \frac{\Delta P^{(r)}}{q^{(r)}}$ -

импеданс дросселирующего элемента; $Z_{\Sigma}^{(r)} = Z_1^{(r)} + Z_2^{(r)}$ - суммарный импеданс присоединенных к дросселю гидравлических цепей (рис. 1.3.4),

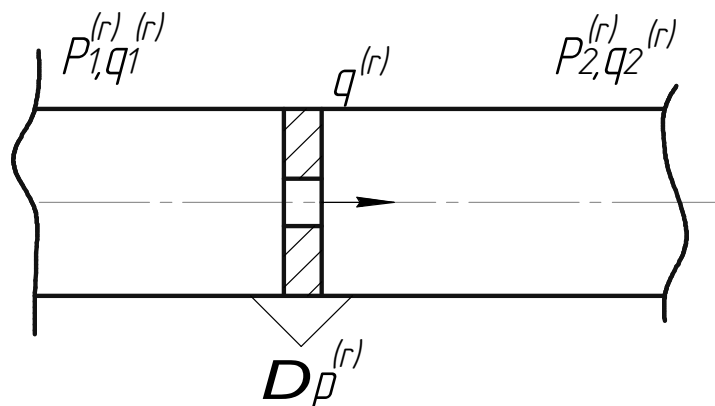


Рис. 1.3.4. Схема расчета дросселя

$$Z_1^{(r)} = -\frac{P_1^{(r)}}{q_1^{(r)}}, \quad Z_2^{(r)} = -\frac{P_2^{(r)}}{q_2^{(r)}} - \text{импедансы гидравлической цепи со стороны}$$

входа дросселя и на его выходе; P_1, P_2, q_1 и q_2 – комплексные составляющие колебаний давления и расхода на входе и выходе дросселя 1,2,3...R.

Принятые условия импеданса дросселя с импедансами присоединенных цепей справедливы в диапазоне частот $\omega \in (\omega_1 \dots \omega_R)$.

Предположим, что выполняется условие $\left|Z_{\text{д}}^{(r)}\right| \ll \left|Z_{\Sigma}^{(r)}\right|$, $r=1 \dots R$ и в качестве задающего движения параметра через дроссель будут колебания расхода. Тогда относительно индуктивной составляющей перепада давления на дросселе

зависимость (1.4.7) примет вид: $\sum_{r=1}^{r=R} \Delta P_u^{(r)} e^{j\omega_r t} = j m_{\text{д}} \sum_{r=1}^{r=R_0} \omega_r q^{(r)} e^{j\omega_r t}$, где $\Delta P_u^{(r)}$ -

комплексная амплитуда переменной составляющей перепада давления.

Линеаризованную зависимость между активной составляющей перепада давления и расходом можно представить в виде

$$\sum_{r=1}^{r=R} \Delta P_a^{(r)} e^{j\omega_r t} = b_q(\phi) \sum_{r=1}^{r=R} q^{(r)} e^{j\omega_r t},$$

$$\Delta P_0 = F(\phi),$$

где $\Delta P_a^{(r)}$ - комплексная амплитуда активной составляющей перепада давления на дросселе; $b_q(\phi)$ - коэффициент эквивалентной линеаризации (по минимуму среднеквадратичного отклонения); $\phi = Q_0 + \sum_{r=1}^{r=R} q^{(r)} e^{j\varphi_r^{(r)}}$ - задающий параметр при линеаризации характеристики дросселя.

Значения $b(\phi)$ и $F(\theta)$ определяются из выражений:

$$b(\phi) = \frac{1}{2\pi\partial_q} \int_0^{2\pi} \left\{ K_{\text{лн}}(Q_0 + q^{(\Sigma)}) + K_{\text{нл}}[Q_0 + q^\Sigma - Q_{\text{кр}} \text{sign}(Q_0 + q^{(\Sigma)})] \text{sign}(Q_0 + q^{(\Sigma)}) \right\} q^{(\Sigma)} d\alpha \quad (1.3.10)$$

$$F(\phi) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ K_{\text{лн}}(Q_0 + q^{(\Sigma)}) + K_{\text{нл}}[Q_0 + q^\Sigma - Q_{\text{кр}} \text{sign}(Q_0 + q^{(\Sigma)})] \text{sign}(Q_0 + q^{(\Sigma)}) \right\} d\alpha, \quad (1.3.11)$$

где $\partial_q = \frac{1}{2} \sum_{r=1}^{r=R} [A_q^{(r)}]^2$ - дисперсия расхода жидкости через дроссель;

$q^{(\Sigma)} = \sum_{r=1}^{r=R} A_q^{(r)} \sin(\chi_r \alpha + \psi_q^{(r)})$ - переменная составляющая расхода через дроссель;

$\chi_r = \omega_r / \Delta\omega$ - относительная частота r-ой составляющей; $\Delta\omega$ - наименьший общий делитель для всех частот спектра колебательного процесса.

Как частные случаи из выражений (1.3.10) (1.3.11) могут быть определены функция смещения ΔP_0 и коэффициент b_q , определенные при гармонической задающей функции ($r=1$) методом гармонической линеаризации. Например, при характерном для диафрагм случае $K_{\text{лн}} \approx 0$, $m \approx 0$, функция смещения и коэффициент линеаризации для случая $A_q < Q_0$ определяются по зависимостям

$$\Delta P_0 = \left(\frac{K_{\text{нл}}' - K_{\text{нл}}''}{2} + \frac{K_{\text{нл}}' + K_{\text{нл}}''}{\pi} \arcsin \frac{Q_0}{A_q} \right) \left(Q_0^2 + \frac{A_q^2}{2} \right) + \frac{3A_q Q_0 (K_{\text{нл}}' + K_{\text{нл}}'')}{2\pi} \sqrt{1 - \frac{Q_0^2}{A_q^2}}.$$

$$b_q = \frac{2(K_{\text{нл}}' + K_{\text{нл}}'')}{\pi} \left[Q_0 \arcsin \frac{Q_0}{A_q} + \left(\frac{2A_q}{3} + \frac{1}{3} \frac{Q_0^2}{A_q} \right) \sqrt{1 + \frac{Q_0^2}{A_q^2}} \right] + Q_0 (K_{\text{нл}}' - K_{\text{нл}}'').$$

Если $Q_0=0$, то из зависимостей следуют простые формулы для определения ΔP_0 и b_q :

$$\Delta P_0 = \frac{(K_{\text{нл}}' - K_{\text{нл}}'') A_q^2}{2} \quad (1.3.12)$$

$$b_q = \frac{4(K_{\text{нл}}' + K_{\text{нл}}'') A_q}{3\pi} \quad (1.3.13)$$

Из (1.3.12) видно, несмотря на то что Q_0 , на дросселе может возникать постоянная составляющая перепада давления, обусловленная несимметричностью дросселя. При $K_{\text{нл}}' = K_{\text{нл}}''$, т.е. для симметричного дросселя $\Delta P_0=0$ при гармонических колебаниях расхода. Однако при полигармонических колебаниях расхода с наличием четных и нечетных гармоник и на симметричном дросселе возникает $\Delta \phi_0$. В таком режиме действуют дроссели установленные в полостях для демпфирования колебаний или коррекции динамических характеристик ПГС. Возникающий при таких колебаниях перепад давления может привести к ошибке в измерении давления в системах контроля параметров, к ошибке в работе регуляторов различного типа, один пример из которых рассмотрен ниже.

1.4. Дроссели с линеаризованной расходной характеристикой

Как уже изложено установка в системах ДЭ с нелинейной характеристикой приводит к погрешности в передаче и измерении средней составляющей давления в непроточных цепях, к зависимости динамических (переходных, частотных) характеристик от уровня входного возмущения. Кроме того, нелинейные ДЭ, обладая малым сопротивлением при малых амплитудах колебания, не обеспечивают необходимое демпфирование в системах. Поэтому возникает необходимость в разработке линейных дросселирующих элементов.

К линейным дросселям относятся жиклеры или узкие каналы, в которых реализуется режим движения жидкости.

При расчете динамических процессов обычно принимается во внимание инерция столба жидкости и гидравлическое сопротивление канала. Уравнение связи между динамическими параметрами канала записываются в виде

$$\Delta P_{\text{к}} = Z_{\text{к}} q_{\text{к}},$$

где $\Delta P_{\text{к}}$, $q_{\text{к}}$ - комплексные амплитуды давления и расхода, $Z_{\text{к}}$ - импеданс канала, характеризующий диссипативные потери и инерционные свойства канала. Для относительно длинных цилиндрических каналов ($l/d > 30$) основную роль диссипативных потерь приходится на трение и вещественную часть импеданса при ламинарном режиме течения можно вычислить по формуле

$$\operatorname{Re} Z_{\text{к}} = \chi_a \frac{128 \mu l_{\text{к}}}{\pi d_{\text{к}}^4},$$

где χ_a - коэффициент, учитывающий увеличение гидравлического сопротивления за счет нестационарности профиля местных скоростей, $d_{\text{к}}$, $l_{\text{к}}$ - диаметр и длина канала.

При относительной частоте $\bar{\omega} = \omega d^2 / (328) < 1$ профиль скоростей практически не отличается от профиля при установившемся потоке и $\chi_a \approx 1$.

Для $\bar{\omega} > 1$ величина χ_a может рассчитываться по формуле

$$\chi_a = \frac{\bar{\omega}(4\bar{\omega} - \sqrt{\bar{\omega}})}{(2\sqrt{\bar{\omega}} - 1)(4\bar{\omega} - 2\sqrt{\bar{\omega}} + 1)}.$$

Для определения мнимой части импеданса канала применима формула

$$J_{\text{м}} Z_{\text{к}} = \chi_{\beta} \frac{4 \rho l}{\pi d^2}$$

где χ_{β} - коэффициент, учитывающий влияние профиля скоростей на инерцию среды.

При малых значениях $\bar{\omega}$, начиная $\chi_{\beta} \cong 1,33$, с увеличением частоты χ_{β} асимптотически приближается к единице [30]. При $\bar{\omega} > 10$ этот коэффициент вычисляется по формуле

$$\chi_{\beta} = 1 - \frac{\sqrt{\omega^1}}{2\omega}.$$

В практике наиболее широко применяются ДЭ с линейной расходной характеристикой, реализованной за счет ламинарных гидравлических потерь. Имеются попытки разрабатывать линейные турбулентные дроссели. Если записать формулу для определения расхода жидкости через ДЭ в виде

$$Q = \mu S_q \sqrt{2\rho\Delta P},$$

что из этой формулы ясно, чтобы получить линейную зависимость между Q и ΔP^1 необходимо при увеличении ΔP увеличивать μS_q пропорционально $\sqrt{\Delta P}$.

Конструктивно это может быть выполнено по разному. Одна из возможных конструкций может быть такой: дросселирование давления происходит в кольцевой цепи, образованной упругой диафрагмой и конусом. При увеличении перепада давления на ДЭ упругая мембрана прогибается и увеличивает пропорционально $\sqrt{\Delta P}$ площадь проходного сечения. Недостатком таких устройств является то, что при длительной работе наступает усталостное разрушение упругой диафрагмы.

Режим движения рабочей среды через ДЭ определяется числом Рейнольдса

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{4Q}{\pi d \nu}, \quad (1.4.1)$$

где v [м/с] - средняя по проходному сечению ДЭ скорость движения жидкости,

d [м] – диаметр проходного сечения ДЭ, ν $\left[\frac{m^2}{c}\right]$ - коэффициент кинематической

вязкости рабочей среды, Q $\left[\frac{m^3}{c}\right]$ - объемный расход через ДЭ.

Для ДЭ трудно выделить критическое значение $Re_{кр}$, которое разделяет два режима движения рабочей среды, т.к. переход от ламинарного в турбулентное движение в ДЭ происходит более плавно, чем в трубопроводе. Однако, по экспериментальным данным указано ориентировочно, что ламинарный режим для диафрагм реализуется до $Re_{кр} \approx 10 \dots 20$; для жиклеров до $Re_{кр} \approx 20 \dots 100$; для капиллярных каналов можно принимать как и для трубопроводов $Re_{кр} \approx 2300$.

Из формулы (1.4.1) следует, что ДЭ с линейной расходной характеристикой могут быть реализованы при малом d . При больших расходах можно использовать набор таких параллельно соединенных каналов. При большом сопротивлении и малом диаметре снижается надежность работы ДЭ из-за возможного засорения каналов. ДЭ, устанавливаемые в непроточные магистрали, менее подвержены засорению, однако при больших сопротивлениях требуются очень малые диаметры отверстий, что делает такие ДЭ нетехнологичными.

Для непроточных магистралей можно рекомендовать ДЭ, выполненные на основе пористых сред, например, МР [30]. Такие ДЭ менее подвержены засорению из-за большой площади контакта с жидкостью по входному торцу и обладают малыми габаритами и технологичностью при большом сопротивлении.

Расчету, выбору параметров линейных ДЭ посвящено достаточно много исследований [29,30]. ДЭ из пористых сред только начали внедряться и по ним отсутствуют рекомендации по их расчету. Поэтому ниже изложены вопросы разработки ДЭ, выполненных на основе МР.

Конструктивные схемы ДЭ на основе пористых сред могут быть самыми различными.

На основе многочисленных экспериментальных исследований [30] установлено, что движение газов и жидкостей через пористый ДЭ можно описать той же формулой (1.4.1), что и для обычных ДЭ.

Установлено, что инерционное сопротивление пористого ДЭ пренебрежимо мало по сравнению с активным сопротивлением, определяемым коэффициентами K_d и K_n . Кроме того, в результате частотных испытаний до 500 Гц определено, что при расчетах неустановившегося движения газов и жидкостей можно пользоваться квазистационарной моделью.

Так как рассматриваем линейный ДЭ, то приведем формулу для определения K_d

$$K_{л} = \frac{A(1 - \Pi)^2 \mu l_{д}}{\Pi^3 d_{пр}^2 S_{д}} \left[\frac{\text{Па} \cdot \text{с}}{\text{м}^3} \right], \quad (1.4.2)$$

где A – постоянная структуры материала МР ($A \approx 75$);

$\Pi = \frac{V_{п}}{V} = 1 - \frac{V_{м}}{V}$ - пористость материала МР;

$V = l_{д} \cdot S_{д} [\text{м}^3]$ - объем пористого материала;

$S_{д} = \frac{\pi d_{д}^2}{4} [\text{м}^2]$ - площадь поперечного сечения пористого канала;

$l_{д} [\text{м}]$ - длина пористого канала;

$V_{п} [\text{м}^3]$ - объем пор в пористом материале;

$V_{м} [\text{м}^3]$ - объем материала (металла) в ДЭ;

$\mu [\text{Па} \cdot \text{с}]$ - коэффициент динамической вязкости рабочей среды;

$d_{пр} [\text{м}]$ - диаметр проволоки, из которого изготовлен материал МР.

Режим движения рабочей среды через материал МР определяется числом Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{Q d_{пр}}{\gamma [1 - \Pi] \cdot S_{д}}.$$

При числах Re до $5 \dots 10$ можно считать режим движения рабочей среды ламинарным. В дальнейшем будем полагать, что рассматриваем линейный пористый ДЭ.

Для разработки такого ДЭ необходимы некоторые исходные данные. Основным параметром ДЭ является $K_{л}$, который определяется исходя из решаемой задачи. Задаются рабочая среда $\left(\rho \left[\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right]; \gamma \left[\frac{\text{м}^2}{\text{с}} \right]; c \left[\frac{\text{м}}{\text{с}} \right] \right); l_{д} [\text{м}], S_{д} [\text{м}^2]$ - из конструктивных соображений; $d_{пр} [\text{м}]$ - исходя из имеющейся в наличии проволоки, но не более $0,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, (обычно $0,05 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $0,09 \cdot 10^{-3} \text{ м}$); материал проволоки (обычно X18H10T - $\rho_{м} = 8160 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$). При известных исходных данных можно, преобразовав формулу (4.9), определить пористость, при которой

реализуется заданное значение K_d . Для облегчения этой операции находят вначале функцию K_n

$$K_n = \frac{(1-\Pi)^2}{\Pi^3} = K_n \frac{d_{np}^2 S_d}{75\mu \cdot l_d}.$$

Затем воспользовавшись таблицей функции $K_n = \frac{(1-\Pi)^2}{\Pi^3}$ (см. приложение 1), определяют по известному значению K_n пористость материала Π .

1.5. Дроссели с переменным гидравлическим сопротивлением

Управляемые дроссели с переменным (управляемым) гидравлическим сопротивлением используются в золотниковых распределителях (гидроусилителях) для управления потоком жидкости. Простейшую схему такого дросселя можно представить в виде отверстия, образованного двумя пластинками (рис. 1.5.1).

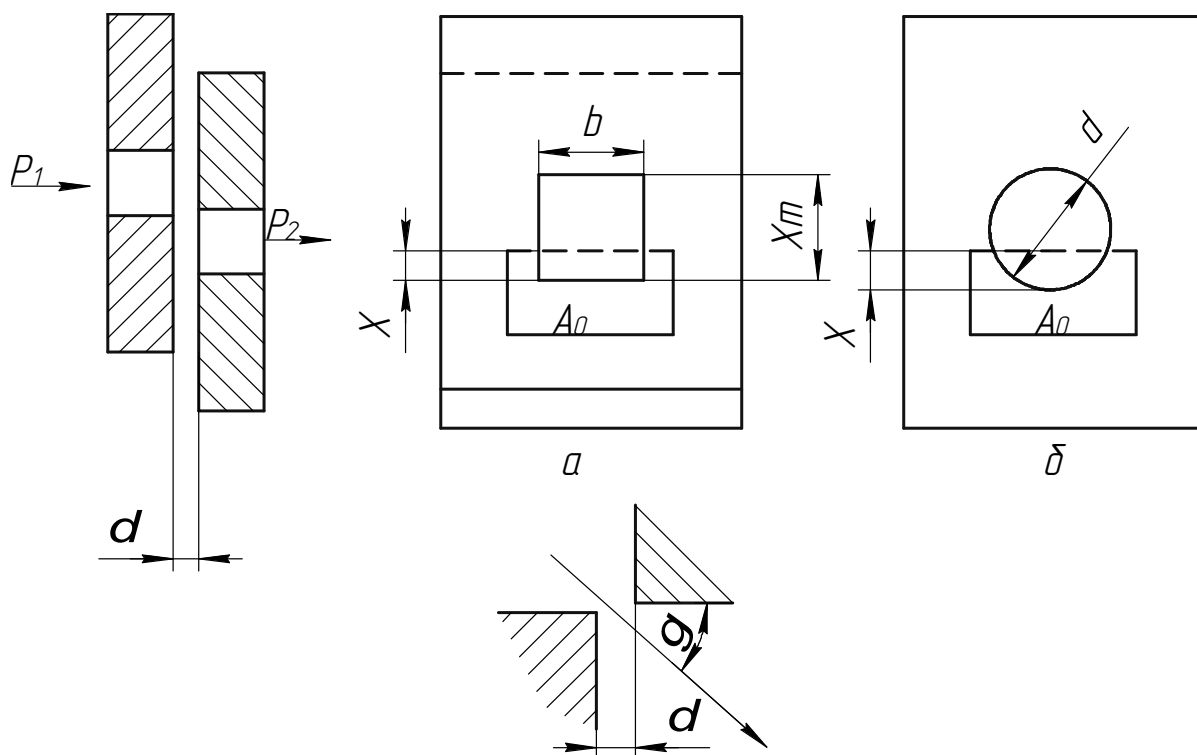


Рис. 1.5.1. Схемы плоских дросселирующих элементов

На рис. 1.5.1 представлены схемы прямоугольного (а) и круглого (б) дросселирующих рабочих окон. Первое из этих рабочих окон характеризуется более линейной зависимостью $Q(x)$, а второе отличается некоторой простотой изготовления.

Расход жидкости через регулируемый дроссель по аналогии с неуправляемым турбулентным дросселем определяется по формуле

$$Q = \mu F(x) \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta p},$$

где $F(x)$ – площадь рабочего окна, $F(x) = b\sqrt{x^2 + \delta^2}$ – для прямоугольного окна с учетом зазора между пластинами.

Коэффициент расхода определяется по формуле

$$\mu = \frac{\varepsilon |\cos \gamma|}{\sqrt{\zeta_1 + \zeta_{тр}}},$$

где $\varepsilon, \zeta_1, \zeta_{тр}$ – имеют тот же смысл, что и для неуправляемых дросселей, γ – угол истечения при $\frac{x}{\delta} > 5$ равен 69° , а при малых значениях $\frac{x}{\delta}$ угол γ уменьшается.

Управляемый дроссель сопло-заслонка применяется в гидравлических усилителях и гидравлических потенциометрах в качестве регулируемого сопротивления с малым расходом жидкости (рис. 1.5.2).

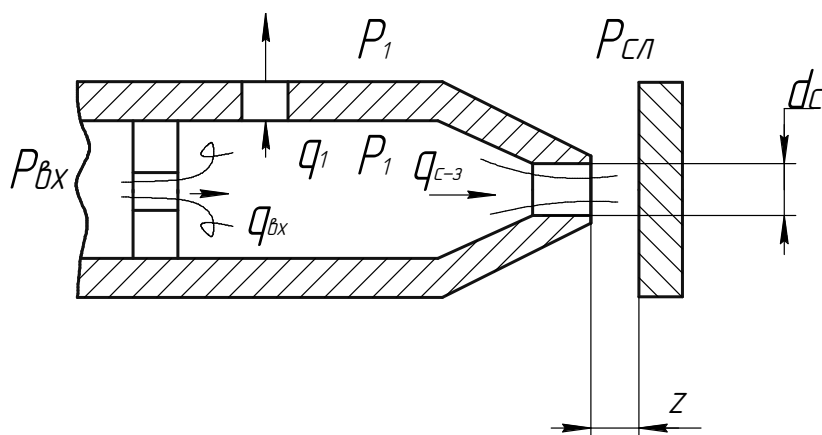


Рис. 1.5.2. Схема дросселя сопло-заслонка

1.6. Емкости пневмогидравлических систем

Под сосредоточенной емкостью понимается любая полость, характерный размер которой намного (не менее чем в 8 раз) меньше длины волны колебаний. Выведем уравнение динамики для цилиндрической полости (рис. 1.6.1).

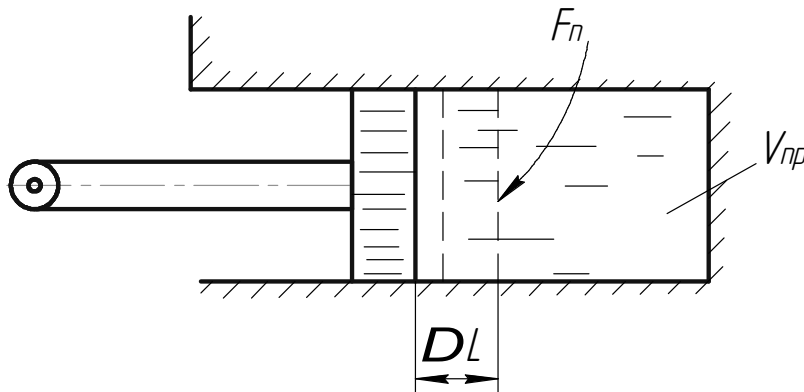


Рис. 1.6.1. **Схем** цилиндрической полости

При перемещении поршня на величину Δl давление в полости поднимается на величину

$$\Delta P = \frac{\rho c^2}{V_{np}} \cdot \Delta l \cdot F_n = \frac{\rho c^2}{V_{np}} \Delta V \quad (1.6.1)$$

Если продифференцируем зависимость (1.6.1), то получим

$$\frac{d\Delta P}{dt} = \frac{\rho c^2}{V_{np}} \frac{d\Delta V}{dt}, \quad (1.6.2)$$

Имея ввиду, что $\frac{d\Delta V}{dt} = Q$, можно записать $Q = \frac{V_{np}}{\rho c^2} \cdot \frac{d\Delta P}{dt}$, так как

$$\frac{d\Delta P}{dt} = \frac{d(P_0 + \Delta P)}{dt} = \frac{dP_4}{dt}, \text{ то}$$

$$Q = \frac{V_{np}}{\rho c^2} \cdot \frac{dP_4}{dt}. \quad (1.6.13)$$

Это дифференциальное уравнение процесса сжатия жидкости в полости, податливость стенок которой и жидкости учтены приведенным объемом $V_{пр}$.

Уравнение (1.6.3) в изображении по Лапласу при нулевых начальных условиях переписывается в виде

$$\bar{q} = \frac{V_{пр}}{\rho c^2} \cdot s \tilde{P}_4 \quad (1.6.4)$$

Подставляя в (1.6.4) $s = j\omega$, получим формулу, связывающую комплексные амплитуды колебаний давления в полости P_4 и расход q

$$q = j \frac{V_{пр} \omega}{\rho c^2} P_4.$$

Величину $\frac{V_{пр}}{\rho c^2}$ часто называют акустической емкостью и обозначают буквой C

($C = \frac{V_{пр}}{\rho c^2}$), а величину $Y_{п} = \frac{q}{P_4} = \frac{jV_{пр}\omega}{\rho c^2}$ - называют проводимостью акустической

емкости, а обратную ее величину $Z_{п} = \frac{P_4}{q} \approx -j \frac{\rho c^2}{V_{пр}\omega}$ - акустическим импедансом

емкости. Рассмотрим как изменяется модуль и аргумент импеданса полости при изменении частоты колебаний ω .

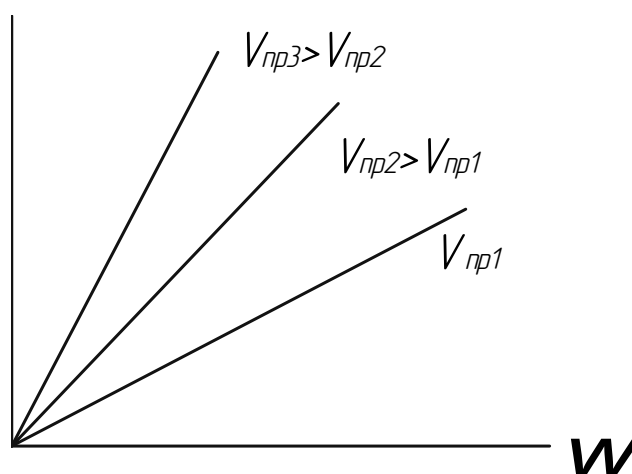


Рис. 1.6.2. Зависимость акустической проводимости емкости от частоты

С точки зрения ТАУ акустическая емкость представляет собой дифференцирующее типовое звено с соответствующими характеристиками:

$$\varphi_n(\varepsilon) = -\pi/2 \quad |Y_n| = \frac{V_{np}\omega}{\rho c^2}.$$

Как следует из графиков с увеличением частоты колебаний модуль комплексного сопротивления (импеданса) уменьшается по гиперболе, а аргумент неизменен и равен $-\frac{\pi}{2}$.

Пример.

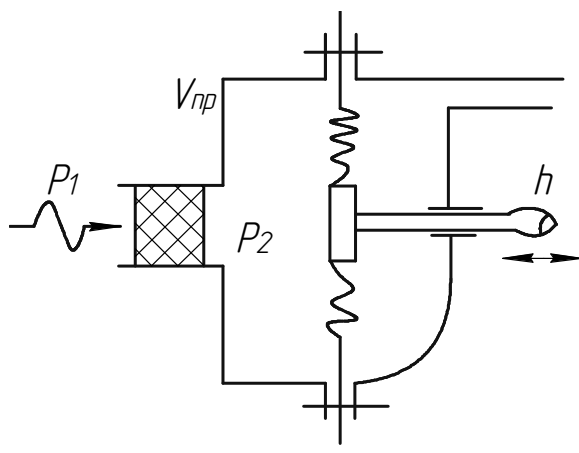


Рис. 1.6.3. Схема чувствительного элемента преобразователя давления

Рассчитать гаситель колебаний на входе в чувствительный элемент преобразователя давления с $V_{np} = 0,945 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$, если рабочая среда керосин ($\rho = 800 \text{ кг/м}^3$, $\nu = 1,75 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$, $c = 1300 \text{ м/с}$). Необходимо чтобы дроссель демпфировал колебания давления в полости чувствительного элемента в 10 раз при частоте 5 Гц. Реализовать дроссель из пористого материала МР.

Для расчета дросселя выведем уравнение для демпфированного чувствительного элемента, связывающего колебания давления на входе в дроссель с колебаниями давления в полости чувствительного элемента. Для этого запишем уравнения для дросселирующего элемента при предположении

ламинарности движения жидкости через него и пренебрежимо малом значении инерционности элемента

$$K_n Q_1 = P_1 - P_2. \quad (1.6.5)$$

Уравнение для полости чувствительного элемента

$$Q_2 = \frac{V_{np}}{\rho c^2} \frac{dP_2}{dt}. \quad (1.6.6)$$

Так как $Q_1 = Q_2$, то решив совместно (1.6.5), (1.6.6), получим

$$T \frac{dP_2}{dt} + P_2 = P_1, \quad (1.6.7)$$

где $T = \frac{K_n V_{np}}{\rho c^2}$ - постоянная времени демпфированного чувствительного элемента давления.

Из (1.6.7) следует, что рассматриваемый элемент представляет собой аperiodическое типовое звено с коэффициентом передачи, равным единице и с постоянной времени T .

Модуль частотной функции чувствительного элемента с дросселем равен

$$\left| \frac{P_2}{P_1} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}}. \quad (1.6.8)$$

По заданию ослабление колебаний в полости чувствительного элемента должно быть равно 0,1 при частоте 5 Гц. Это условие запишется на основании (1.6.8) в виде равенства

$$\frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi \cdot 5T)^2}} = 0,1,$$

из которого следует $T \approx 0,317$ сек. Из выражения для T определяем гидравлическое сопротивление дросселя

$$K_n = T \frac{\rho c^2}{V_{np}}. \quad (1.6.9)$$

Подставив в (1.6.9) численные значения $\rho, c, V_{кр}$ и T , получим

$$K_n = \frac{0,317 \cdot 800 \cdot (1300)^2}{0,945 \cdot 10^{-3}} = 456 \cdot 10^9 \frac{\text{Па} \cdot \text{сек}}{\text{м}^3}.$$

Итак, для подавления колебаний давления в полости чувствительного элемента в 10 раз сопротивление дросселя должно быть $K_d = 456 \cdot 10^9 \frac{\text{Па} \cdot \text{сек}}{\text{м}^3}$.

Определим конструктивные параметры дросселя из МР. Для этого вначале задаемся диаметром гильзы дросселя $d_d=4$ мм, длиной $l_d=15$ мм, диаметром проволоки, из которой будет изготовлен дроссель $d_{кр}=0,05$ мм и определяем комплекс $K_n = \frac{(1-\Pi)^2}{\Pi^3} = \frac{K_d d_{пр}^2 \pi d_d^2}{75 \rho v l_d \cdot 4} = 9,13$.

По графику $K_n(\Pi)$, представленному в Приложении находим требуемую пористость МР $\Pi=0,35$.

Дроссель из МР изготавливается по специальной технологии [], суть которой заключается в том, что проволока диаметром 0,05 мм из некорродирующей стали, например 12Х18Ж0Т навивается в плотную спираль с диаметром $d_c=0,5$ мм, затем эта спираль растягивается с шагом $t_c \approx d_c$, укладывается в матик, сворачивается и сжимается в пресс-форме. Внутренний диаметр пресс-формы равен d_d , поэтому отпрессованная заготовка вставляется в гильзу и завальцовывается.

Известно, что дросселирование потока или введение демпфирующего элемента приводит к запаздыванию в системе. В рассматриваемом случае переходный процесс заканчивается по истечении $3T$ (для апериодического типового звена). Поэтому можно утверждать, что при десятикратном ослаблении колебаний давления запаздывание чувствительного элемента давления будет $\tau_{зап} = 3T = 0,951$ сек, которое необходимо учитывать при анализе динамических характеристик ПГС, в которую установлен чувствительный элемент с демпфером.

1.7. Пневматическая камера с управляемыми заслонками

Процессы сжатия, расширения газа в замкнутых объемах с теплообменом с внешней средой (изотермический процесс), без теплообмена с внешней средой

подробно рассмотрены в курсах лекций по термодинамике и газовой динамике.

В данном разделе рассмотрены динамические процессы в пневматических камерах, широко используемых в пневмоавтоматике. Рассмотрим вывод уравнения, описывающего работу пневматической камеры (см. рис. 1.7.1) в переходном режиме для общего случая, когда объем камеры, проходные сечения дросселей (окон) на входе и выходе, а также давления на входе и выходе дросселей изменяются во времени.

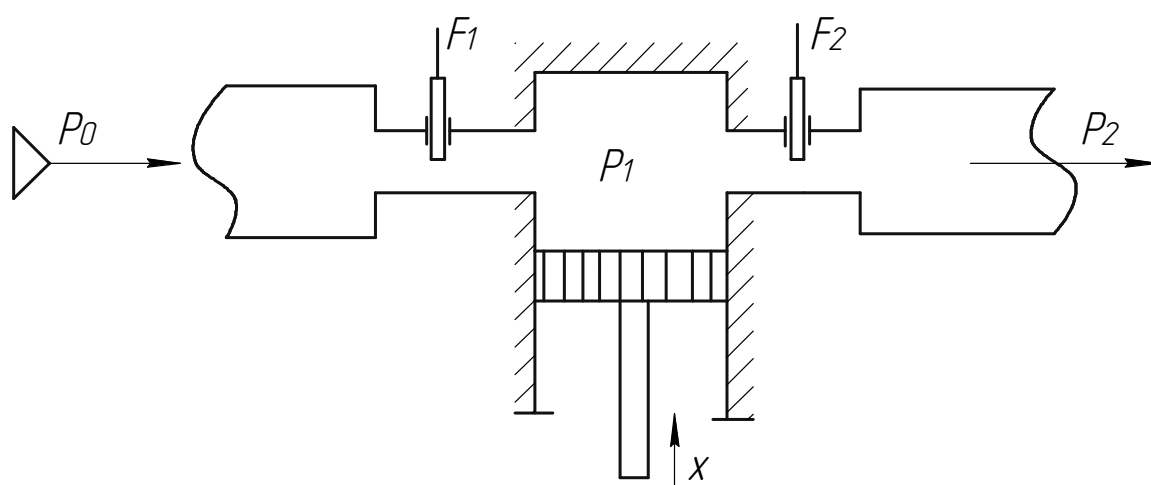


Рис. 1.7.1. Пневматическая камера с управляемыми заслонками

При выводе уравнений принимается ряд упрощающих расчеты допущений:

- 1) процесс истечения воздуха через дроссели переменного сечения адиабатный и квазистационарный;
- 2) течение газа через камеру – изотермическое.

Пусть в некоторый момент времени t_0 в пневматической камере реализуется установившийся режим с параметрами: $P_{00}, P_{10}, P_{20}, F_{10}, F_{20}, V_0$, где $V_0 = \frac{\pi d_k^2}{4} X_0$ - объем камеры. При этом массовые расходы газа G_{10}, G_{20} через дроссели на входе и выходе камеры равны, т.е. $G_{10} - G_{20} = 0$.

Предположим, что в момент времени $t=t_0+\Delta t$ все параметры изменились и приняли значения P_0, P_1, P_2, F_1, F_2 и V . При этом через входной дроссель расход газа будет G_1 , а через выходной дроссель G_2 . Тогда

$$G_1 - G_2 = \Delta G \neq 0.$$

И в камере изменяется масса газа от величины M_0 (при установившемся значении) до текущего значения M_1 . Изменение массового расхода газа можно представить в виде

$$\Delta G = d(M_1 - M_0)/dt.$$

С учетом того, что $M_1 = V \cdot \rho = V \frac{P_1}{R\theta}$ и $M_0 = \text{const}$ можно записать

$$\Delta G = \frac{V_0}{R\theta} \frac{dP_1}{dt} + \frac{P_{10}}{R\theta} \frac{dV}{dt}$$

или

$$\Delta G = \frac{V_0}{R\theta} \frac{d(P_1 - P_{10})}{dt} + \frac{P_{10}}{R\theta} \frac{d(V - V_0)}{dt}, \quad (1.7.1)$$

где p_1 – текущее давление газа в камере, θ – абсолютная температура газа в камере. Однако изменение массы газа в камере может произойти только на основе разности расхода газа через входной и выходной дроссели

$$\Delta G = G_1 - G_2 = \varphi(P_0, P_1, P_2, F_1, F_2) \quad (1.7.2)$$

В предположении малости изменения параметров можно разложить функцию (1.7.2) в ряд Тейлора в окрестности значений параметров, определяющих установившийся режим

$$\Delta G = \varphi_0 + \frac{d\varphi}{dP_0}(P_0 - P_{00})_0 + \frac{d\varphi}{dP_1}(P_1 - P_{10})_0 + \frac{d\varphi}{dP_2}(P_2 - P_{20})_0 + \frac{d\varphi}{dF_1}(F_1 - F_{10})_0 + \frac{d\varphi}{dF_2}(F_2 - F_{20})_0, \quad (1.7.3)$$

где $\varphi_0 = \varphi(P_{00}, P_{10}, P_{20}, F_{10}, F_{20}) = 0$, т.к. изменение расхода газа в установившемся режиме не происходит. Приравняв первые части уравнений (1.7.1) и (1.7.3) с учетом $\varphi_0 = 0$ и разделив полученное выражение на $\frac{d\varphi}{dP_1}$, получим

$$T \frac{d(P_1 - P_{10})}{dt} + (P_1 - P_{10}) = T_V \frac{d(V - V_0)}{dt} + K_1(P_0 - P_{00}) + K_2(P_2 - P_{20}) + K_3(F_1 - F_{10}) + K_4(F_2 - F_{20}), \quad (1.7.4)$$

где $T = -\frac{V}{R\theta(d\varphi/dP_1)_0}$ - постоянная времени камеры; $T_V = -\frac{P_{10}}{R\theta(d\varphi/dP_1)_0}$ - постоянная

времени, определяющая степень изменения объема (перемещения поршня) на изменение давления в камере;

$K_1 = -\frac{(d\varphi/dP_0)_0}{(d\varphi/dP_1)_0}$, $K_2 = -\frac{(d\varphi/dP_2)_0}{(d\varphi/dP_1)_0}$, $K_3 = -\frac{(d\varphi/dF_1)_0}{(d\varphi/dP_1)_0}$, $K_4 = -\frac{(d\varphi/dF_2)_0}{(d\varphi/dP_1)_0}$ - коэффициенты

передачи камеры по изменению соответствующих параметров P_0, P_2, F_1, F_2 .

Уравнением (1.7.4) описывается динамика камеры в общем случае при небольших изменениях параметров, когда можно воспользоваться методом малых отклонений.

В качестве примера используем данное уравнение для описания динамики пневматической камеры постоянного объема с ламинарными или линейными дросселями. Для таких камер функция φ будет иметь вид

$$\varphi = \Delta G = G_1 - G_2 = k_1(P_0 - P_1) - k_2(P_1 - P_2),$$

где k_1, k_2 - проводимости дросселей, величины, обратные сопротивлениям. Так

как $\frac{d(V - V_0)}{dt} = 0$, а площади дросселей одинаковы, то на основании (1.7.4)

уравнение камеры примет вид

$$T \frac{d(P_1 - P_{10})}{dt} + (P_1 - P_{10}) = K_1(P_0 - P_{00}) + K_2(P_2 - P_{20}), \quad (1.7.5)$$

где $T = \frac{V}{R\theta(k_1 + k_2)}$; $K_1 = \frac{k_1}{k_1 + k_2}$; $K_2 = \frac{k_2}{k_1 + k_2}$. Если проводимость выходного дросселя

равна нулю $k_2 = 0$, то получим уравнение динамики глухой камеры

$$T \frac{dP_1}{dt} + P_1 = P_0, \quad (1.7.6)$$

где $T = \frac{V}{R\theta k_1}$ - постоянная времени глухой камеры с дросселем на входе.

Выражение (1.7.6) представляет собой уравнение аperiodического типового звена с соответствующими переходными и частотными характеристиками.

Экспериментальные данные показывают, что постоянная времени при опорожнении камеры (сброс давления) больше по сравнению с постоянной времени при заполнении камеры. Это объясняется тем, что при заполнении

камеры давление на входе постоянное, а при опорожнении уменьшается, что сопровождается снижением среднего значения плотности и соответственно ростом постоянной времени. Из этого следует, что время наполнения камеры до давления P_0 меньше, чем время ее полного опорожнения.

Постоянная времени пневматических камер зависит также от температуры газа, чем выше температура, тем меньше ее постоянная времени.

Рассмотренная математическая модель соответствовала допущению малости изменения параметров и изотермичности процесса изменения давления в камере. В том случае, когда предполагается изменения параметров в широких пределах, при которых на дросселях может реализовываться надкритические или докритические истечения газа, то математическая модель представляет собой систему нелинейных дифференциальных уравнений, которые можно решить только одним из численных методов.

Система нелинейных дифференциальных уравнений камеры с учетом режима течения газа в дросселях и адиабатности процесса сжатия потока газа внутри камеры имеет вид:

$$[G_1^{(t)}]_{\text{вх}} = \mu F_1(t) \sqrt{\frac{2K}{(K-1)R\theta_0}} P_0(t) \varphi_1[\delta_0(t)],$$

$$\varphi_1[\delta_0(t)] = \sqrt{\left[\frac{P_1(t)}{P_0(t)}\right]^{\frac{2}{K}} - \left[\frac{P_1(t)}{P_0(t)}\right]^{\frac{K+1}{K}}}$$

- при докритическом истечении на входном дросселе, т.е. когда

$P_1(t) \geq \delta^* \cdot P_0(t)$, $\delta^* = \left(\frac{2}{K+1}\right)^{\frac{K}{K-1}}$ - критическое отношение давлений. Если $K=1,41$, то $\delta^*=0,528$.

$$[G_1^{(t)}]_{\text{вх}} = \mu F_1(t) \sqrt{\frac{2K}{(K-1)R\theta_0}} P_0(t) \varphi_1[\delta^*]$$

- при сверхкритическом истечении. Аналогично записываются уравнения для выходного дросселя

$$[G_2^{(t)}]_{\text{нк}} = \mu F_2(t) \sqrt{\frac{2K}{(K-1)R\theta_1}} P_1(t) \varphi_2[\delta_1(t)],$$

$$\varphi_2[\delta_1(t)] = \sqrt{\left[\frac{P_2(t)}{P_1(t)}\right]^{\frac{2}{K}} - \left[\frac{P_2(t)}{P_1(t)}\right]^{\frac{K+1}{K}}}$$

$$[G_2^{(t)}]_{\text{кк}} = \mu F_2(t) \sqrt{\frac{2K}{(K-1)R\theta_1}} P_1(t) \varphi_2[\delta^*]$$

$$G_1(t) - G_2(t) = \frac{dM(t)}{dt}$$

$$M(t) = V(t) \frac{P_1(t)}{R\theta_1(t)} = \frac{\pi d_4^2}{4} x(t) \frac{P_1(t)}{R\theta_1(t)}.$$

Заданными считаются параметры, соответствующие граничным условиям $P_0(t)$, $P_2(t)$, $x(t)$, $F_1(t)$, $F_2(t)$. Неизвестным параметром является давление $P_1(t)$.

Величина температуры в камере $\theta_1(t)$ для изотермического процесса остается постоянной и заданной в исходных данных. В реальных процессах температура в камере зависит от соотношения общей массы газа к массе газа, определенному процессом его истечения через дроссели. Если первоначальная, так называемая общая масса камеры M мала их отношению к ΔM , то процесс изменения температуры при изменении ΔM и соответственно давление будет ближе к адиабатному, а через соотношение $\Delta M/M_0 < 0,1$ – будет ближе к изотермическому. Если процесс в камере принять изотермическим, то $\theta_1(t) = \theta_{10} = const$. Система уравнений дополняется еще одним уравнением, связывающим давление и температуру в соответствии с адиабатным процессом.

$$\frac{P_1(t + \Delta t)}{P_1(t)} = \left[\frac{T_1(t + \Delta t)}{T_1(t)} \right]^{\frac{K}{K-1}},$$

где K – коэффициент адиабаты.

Как частные случаи из систем дифференцированных уравнений могут быть получены уравнения для различных процессов в камере:

- 1) процесс наполнения камеры постоянного объема через дроссель постоянного сечения;
- 2) процесс опорожнения камеры постоянного объема;

- 3) процесс изменения давления и перемещения поршня, нагруженного внешней нагрузкой, например, постоянной массой, пружиной, массой, пружиной и сухим трением. В этом случае необходимо задавать соответствующие уравнения граничных условий со стороны поршня, т.е. замыкающих перемещение с параметрами присоединенной нагрузки.

1.8. Трубопроводы и их соединения в методе характеристик

Неустановившееся движение жидкости или газа в элементах с распределенными параметрами, которыми являются трубопроводы, описываются дифференциальными уравнениями в частных производных, так как движение и расход зависит не только от времени, но и от координаты сечения трубопровода. Элементы с сосредоточенными параметрами, какими являются дроссели, полости, механические подвижные элементы описываются либо алгебраическими уравнениями, связывающие между собой давление, расход, перемещение, либо обыкновенными дифференциальными уравнениями.

Для численного решения дифференциальных уравнений в частных производных необходимо преобразовать их в алгебраические конечно-разностные уравнения. Для этого целесообразно использовать метод характеристик. Он основан на следующих физических предпосылках. Известно, что любые возмущения в трубопроводе передаются в виде волн, которые «приносят» в расчетные деления определенные значения давления и расхода, которые складываются с давлениями и расходами, приносимыми другими волнами. Суммируя значение давлений и расходов в волнах в последовательные моменты времени во всех расчетных сечениях (узлах) можно получить общую картину неустановившегося движения жидкости в трубопроводе. В узле трубопровода складываются давление и расход, принесенные волнами слева и справа от расчетного сечения на расстоянии Δl , равном произведению скорости волн C на интервал времени Δt . При этом график движения «подвижного наблюдателя», который ведет расчет параметров в узле, в координатах $x - t$ называют характеристикой Системы дифференциальных уравнений. Зависимости, связывающие давление и расход в узле и прилегающих к узлам сечениях называют характеристическими соотношениями.

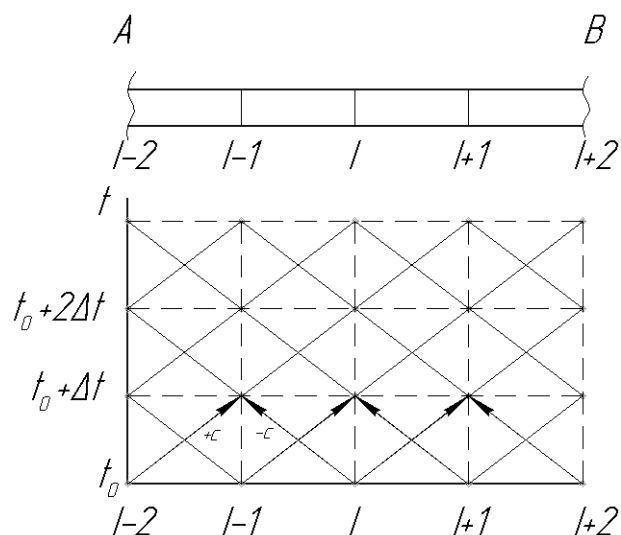


Рис. 1.8.1. Иллюстрация к расчету давления и расхода в узлах трубопровода методом характеристик

При проведении расчетов трубопровод разбивают на ряд одинаковых длин расчетных участков. Графические сечения расчетных участков являются узлами. Шаг по времени Δt можно принять постоянными и равными:

$$\Delta t = \Delta x / c,$$

где $\Delta x = L/N$ (L – длина трубопровода, N – число разбиений длины трубопровода. Число N обычно соизмеряют с необходимой степенью детализации расширения задачи, с требуемой точностью и объемом вычислений на ЭВМ. Если при движении жидкости в трубопроводе не предвидится разрыв сплошности потока, то достаточным для практики является разбивка участка на 10...20 сечений, то есть $N = 10...20$. В этом случае, если динамический процесс гидравлического счета в трубопроводе высокочастотный, с возможными разрывами сплошности потока жидкости, с ковитационными явлениями, необходимо увеличивать число разбиений N до 30...40.

Для проведения расчетов по сетке характеристик (см. рис. 1.8.2) должны быть заданы параметры процесса на начальном расчетном «слое» $t = t_0$ во всех расчетных узлах, в том числе по концам трубопровода, т.е. в точках А и В. Далее расчет параметров производится с использованием характеристических соотношений в тех же расчетных узлах, но уже в момент времени $t_0 + \Delta t$. Для

определения параметров в точках А и В трубопровода помимо характеристических соотношений, используются уравнения граничных условий, связывающих параметры трубопровода с параметрами присоединенных элементов или агрегатов гидравлической системы.

Рассмотрим вывод характеристических соотношений для расчета участков трубопровода с учетом потерь на трение. При выводе уравнений предлагаем следующие упрощенные допущения:

- скорость движения жидкости в трубопроводе намного меньше скорости распространения волн ($U_{\max}/c \leq 0,01 U_{\max}$ – максимальная ожидаемая при расчетах скорость движения жидкости), при этом скорость волн рассчитывается с учетом податливости стенок трубопровода;
- давление в трубах не превышает величины, при которой модуль упругости остается постоянным, если соблюдается соотношение:
 $P_{\max} \leq 0,01 B_{\text{пр}}$, где $B_{\text{пр}}$ – приведенный модуль упругости жидкости с учетом наличия в ней нерастворенных газов и деформации стенок труб;
- гидравлические потери в трубопроводе квазистационарные (допущение квазистационарности может привести к ошибке из-за влияния потерь на динамический процесс в трубопроводе не более, чем на $\pm 20\%$);
- жидкость однородная баротропная, т.е. ее плотность жидкости зависит только от давления и изменениями процессов из-за отклонения температуры (в динамике) пренебрегаем.

С учетом принятых допущений система дифференциальных уравнения в частных производных движения ϕ_1 и неразрывности ϕ_2 жидкости в трубопроводе имеет вид:

$$\phi_1 = \rho \frac{\partial Q}{\partial t} + F \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\lambda \rho}{2dF} Q |Q| = 0 \quad (1.8.1)$$

$$\phi_2 = \frac{\rho c^2}{F} * \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad (1.8.2)$$

В этих уравнениях (1.8.1) , (1.8.2) содержатся две зависимые Р и Q и две независимые x и t переменные.

Преобразуем эти уравнения в систему обыкновенных дифференциальных уравнений, а затем представим полученные уравнения в конечно-разностной форме для дальнейшего использования при расчетах на ЭВМ.

Для этого составим из уравнений ϕ_1 и ϕ_2 линейную комбинацию $\phi_1 + \chi\phi_2$, используя неизвестный множитель χ :

$$\phi_1 + \chi\phi_2 = \rho \frac{\partial Q}{\partial t} + F \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\lambda\rho}{2d} Q |Q| + \chi \frac{\rho c^2}{F} * \frac{\partial Q}{\partial x} + \chi \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad (1.8.3)$$

Группируя члены, относящиеся к производным от Р и Q в последнем уравнении, получим:

$$\chi \left(\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{F}{\chi} * \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \rho \left(\frac{\partial Q}{\partial t} + \chi \frac{c^2}{F} * \frac{\partial Q}{\partial x} \right) + \frac{\lambda\rho}{2dF} * Q |Q| = 0 \quad (1.8.4)$$

Из рассмотрения полученного равенства следует, что $\left(\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{F}{\chi} * \frac{\partial p}{\partial x} \right)$ будет полным дифференциалом $\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} * \frac{\partial x}{\partial t}$,

$$\text{если } \frac{F}{\chi} = \frac{\partial x}{\partial t} \text{ (а) .} \quad (1.8.5)$$

Аналогично $\frac{\partial Q}{\partial t} + \chi \frac{c^2}{F} * \frac{\partial Q}{\partial x}$ будет полным дифференциалом $\frac{\partial Q}{\partial t}$, если

$$\chi \frac{c^2}{F} = \frac{\partial x}{\partial t} \text{ (б) .} \quad (1.8.6)$$

Приравнявая выражение (а) и (б), можно определить множитель χ :

$$\chi = \pm \frac{F}{c} \quad (\text{в}). \quad (1.8.7)$$

Подставляя величину χ из (в) в (а) и (б), получим, что

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \pm c \quad (\text{г}) \quad (1.8.8)$$

Уравнение (г) (1.8.8) и есть уравнение характеристик (их две, они отличаются только знаком). Чтобы следить за распространением волн, нужно мысленно двигаться по трубопроводу со скоростью волны в положительном направлении оси x : $\frac{\partial x}{\partial t} = c$ или в отрицательном направлении оси x : $\frac{\partial x}{\partial t} = -c$.

Подставляя значения x из (в) в уравнение (1.8.4), получим соотношение между P и Q на характеристиках (Характеристические отношения).

$$\frac{\partial x}{\partial t} = c$$

$$\frac{F}{c} * \frac{dp}{dt} + \rho \frac{dQ}{dt} + \frac{\lambda \rho}{2dF} Q |Q| = 0$$

$$(1.8.9)$$

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -c$$

$$- \frac{F}{c} * \frac{dp}{dt} + \rho \frac{dQ}{dt} + \frac{\lambda \rho}{2dF} Q |Q| = 0$$

Будем считать, что параметры неустановившегося движения жидкости P и Q известны во всех расчетных сечениях (узлах) трубопровода в момент времени $t = t_0$. Они могут быть определены в принципе по статическим

Характеристикам. Для определения параметров неустановившегося движения в расчетных узлах в момент времени $t = t_0 + \Delta t$ построим систему алгебраических конечно-разностных уравнений. Используя значения P и Q в расчетных узлах $I-1$ и $I+1$ в момент времени t_0 , т.е. P_{i-1, t_0} , Q_{i-1, t_0} , P_{i+1, t_0} , Q_{i+1, t_0} , запишем конечно-разностные отношения для определения P и Q в расчетном первом узле в момент времени $t_0 + \Delta t$, т.е. $P_{i, t_0 + \Delta t}$, $Q_{i, t_0 + \Delta t}$.

Преобразуя систему уравнений {8.8} в предположении $dt = \Delta t$, получим:

$$\begin{aligned} & (P_{i, t_0 + \Delta t} - P_{i-1, t_0}) + \frac{\rho c_{i-1}}{F_{i-1}} (Q_{i, t_0 + \Delta t} - Q_{i-1, t_0}) + \\ & + \frac{\lambda_{i-1} \rho c_{i-1}}{2d_{i-1} F_{i-1}^2} * \Delta t * Q_{i, t_0 + \Delta t} | Q_{i, t_0 + \Delta t} | = 0 \end{aligned} \quad (1.8.10)$$

$$x_i - x_{i-1} = c_{i-1} * \Delta t \quad (1.8.11)$$

$$\begin{aligned} - & (P_{i, t_0 + \Delta t} - P_{i+1, t_0}) + \frac{\rho c_{i+1}}{F_{i+1}} (Q_{i, t_0 + \Delta t} - Q_{i+1, t_0}) + \frac{\lambda_{i+1} \rho c_{i+1}}{2d_{i+1} F_{i+1}^2} * \Delta t Q_{i, t_0 + \Delta t} | Q_{i, t_0 + \Delta t} | = \\ & 0 \end{aligned}$$

$$x_i - x_{i+1} = c_{i+1} * \Delta t \quad (1.8.12)$$

Как правило, рассчитываемый трубопровод в гидравлической системе является однородным, то по всей его длине диаметр и скорость распространения волн постоянны:

$$c_{i-1} = c_{i+1} = c.$$

Тогда при $\Delta t = \text{const}$, будут одинаковые и отрезки трубопровода между узлами $x_i - x_{i-1} = x_{i+1} - x_i = \Delta x$. Задавшись числом N разбиения трубопровода, находим $\Delta x = L/N$ и соответствующее значение приращения по времени $\Delta t = \Delta x/c = L/(Nc)$.

Из однородности трубопровода следует $d_{i-1} = d_{i+1} = d$; $F_{i-1} = F_{i+1} = F$.

Введем обозначения:

$$Z_b = \frac{\rho c}{F} - \text{волновое сопротивление трубопровода};$$

$$K_\lambda = \frac{\lambda \rho L}{2dF^2 N} - \text{коэффициент, учитывающий гидравлические потери на отрезке}$$

трубопровода Δx .

Тогда систему уравнений (1.8.10)...(1.8.12) можно представить в виде системы из двух уравнений:

$$P_{i, t_0 + \Delta t} = P_{i-1, t_0} + Z_b [(Q_{i, t_0 + \Delta t} - Q_{i-1, t_0})] + K_\lambda Q_{i, t_0 + \Delta t} | Q_{i, t_0 + \Delta t} | = 0 \quad (1.8.13)$$

$$P_{i, t_0 + \Delta t} + P_{i+1, t_0} + Z_b [(Q_{i, t_0 + \Delta t} - Q_{i+1, t_0})] + K_\lambda Q_{i, t_0 + \Delta t} | Q_{i, t_0 + \Delta t} | = 0 \quad (1.8.14)$$

Полученные уравнения нелинейные квадратичные, которые, при использовании ЭВМ в расчётах, целесообразно решать методом последовательных приближений.

Вначале решим уравнения (1.8.13) и (1.8.14) относительно искомых параметров:

$$Q_{i, t_0 + \Delta t} \text{ и } P_{i, t_0 + \Delta t}$$

$$Q_{i, t_0 + \Delta t} = \frac{1}{2Z_b} [(P_{i-1, t_0} - P_{i+1, t_0})] + \frac{1}{2} [(Q_{i-1, \lambda} + Q_{i+1, t_0})] - \frac{K\lambda}{Z_b} Q_{i, t_0 + \Delta t} | Q_{i, t_0 + \Delta t}$$

$$|; \quad (1.8.15)$$

$$P_{i, t_0 + \Delta t} = P_{i+1, t_0} - Z_b (Q_{i, t_0 + \Delta t} - Q_{i+1, t_0}) + K\lambda Q_{i, t_0 + \Delta t} | Q_{i, t_0 + \Delta t} | \quad (1.8.16)$$

Из уравнения (1.8.15) вначале определяют расход $Q_{i, t_0 + \Delta t}$, а затем подставив его

в первую часть равенства (1.8.16) находят $P_{i, t_0 + \Delta t}$. При решении уравнения (1.8.15) в первом приближении, вместо $Q_{i, t_0 + \Delta t}$ в первой части равенства подставляют Q_{i-1, t_0} или Q_{i+1, t_0} , а затем во втором приближении вновь полученное значение $Q_{i, t_0 + \Delta t}$. Такой цикл повторяется до тех пор, пока относительная абсолютная разница двух последовательных приближений не станет меньше

$$\text{допустимой погрешности} \quad | Q_{i, t_0 + \Delta t} - Q_{i, t_0 + (N+1)\Delta t} / Q_{i, t_0 + N\Delta t} | \leq \delta_{qon}.$$

Такой расчёт ведётся для каждого узла трубопровода на данном уровне времени Δt . После определения $P_{i, t_0 + \Delta t}$, $Q_{i, t_0 + \Delta t}$ для всех i -ых узлов ведётся расчёт для следующего интервала времени, т.е. $t = t_0 + 2\Delta t$. При этом, естественно, учитывается изменение параметров в концевых сечениях трубопровода на всех интервалах времени, т.е. граничные условия.

Рассмотрим характеристические соотношения для некоторых типовых граничных условий, соответствующих присоединению трубопровода к идеальным источникам давления и расхода (в точке А, см. рис. 1.8.1), присоединение концевой ёмкости (в точке В, см. рис. 1.8.1), дроссель в производном сечении трубопровода, разветвления труб (узел соединения нескольких труб в одной точке системы).



Рис. 1.8.2. Схемы характерных соединений трубопровода к источнику расхода (а) и давления (б)

В сечении I трубопровода, с источником расхода (насосом объёмного типа плунжерный, коловратный и т.п. задаётся граничное условие в виде изменения расхода жидкости $Q(t)$. В результате расчёта статических или проливочных характеристик определяются давление и расход во всех выделенных узлах трубопровода $i = I, I + 1, \dots, N$. При установившемся режиме во всех узлах, расход жидкости будет один и тот же, т.е. $Q_{i, t_0} = Q_{i+1, t_0} = \dots$, а давления будут отличаться в соответствии с гидравлическими потерями на выделенных участках (между узлами) $P_{i, t_0}, P_{i+1, t_0}, \dots$. В момент времени $t_0 + \Delta t$ расход жидкости на выходе изменится и станет $Q_{I, t_0 + \Delta t} = Q(t_0 + \Delta t)$ в соответствии с рабочей характеристикой насоса.

Тогда давление в узле I на выходе из насоса определится из равенства

$$P_{Q, t_0 + \Delta t} = P_{1, t_0} + Z_b (Q_{Q, t_0 + \Delta t} - Q_{1, t_0}) + K_\lambda Q_{Q, t_0 + \Delta t} | Q_{Q, t_0 + \Delta t} |$$

Затем определяется расход и давление в узле $I + 1$. Так как в узлах, справа узла $I + 1$ используются значения параметров в момент времени t_0 , то естественно в момент времени $t_0 + \Delta t$ в узле $I + 1$ будут те же значения параметров $Q_{I+1, t_0}, P_{i+1, t_0}$. Это означает, что на уровне времени $t_0 + \Delta t$ произойдёт изменение параметров только в узле I . В дальнейшем, при $t_0 + 2\Delta t$

начнётся изменение параметров в узлах, в направлении слева направо, в соответствии с движением волны, которая, дойдя до конца трубопровода в течении времени $t_0 + (N + 1)\Delta t$ отразится, и возникнет отражённая волна. Только после возникновения отражённой волны начнётся сложение параметров падающей и отражённой волн.

Рассмотрим характеристические соотношения в конечном сечении трубопровода, (т.е. в узле с номером N), подсоединённом с полостью, обладающей акустической ёмкостью (рис. 1.8.3).

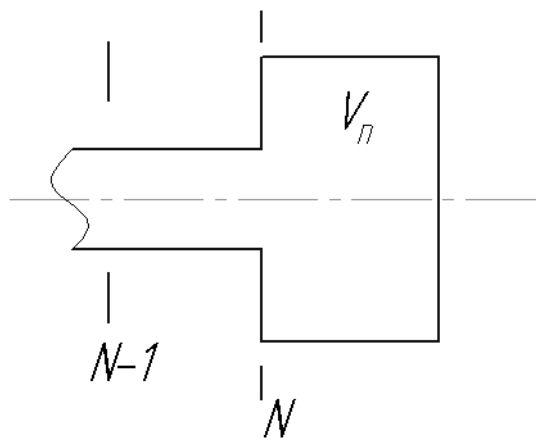


Рис. 1.8.3. Расчётная схема граничных условий на конце трубопровода с присоединённой ёмкостью

Из раздела 1.6 ясно, что расход и давление на входе в ёмкость связаны

соотношениями $Q_N = C_n \frac{dp_N}{dt}$, или в конечно – расчётной форме

$$P_{N, t_0 + \gamma \Delta t} - P_{N, (t_0 + (\gamma - 1)\Delta t)} = \frac{\Delta t}{C_n} Q_{N, t_0 + \gamma \Delta t} \quad (1.8.17)$$

Где γ – коэффициент, учитывающий время прихода волны к узлу N .

Для определения параметров в узле N решаются совместно уравнения (1.8.15) (1.8.16), причём в равенстве (1.8.17) вместо индекса i ставить индекс N , т.е.

$$P_{N, t_0 + \gamma \Delta t} - P_{N-1, (t_0 + (\gamma-1)\Delta t)} + Z_b [(Q_{N, t_0 + \gamma \Delta t} - Q_{N-1, (t_0 + (\gamma-1)\Delta t)})] + K_\lambda Q_{N, t_0 + \gamma \Delta t} | Q_{N, t_0 + \gamma \Delta t} | = 0 \quad (1.8.18)$$

Неизвестными параметрами являются $P_{N, t_0 + \gamma \Delta t}$ и $Q_{N, t_0 + \gamma \Delta t}$, которые определяются из совместного решения уравнений (1.8.15), (1.8.16) методом последовательных приближений, аналогично определению $Q_{i, t_0 + \Delta t}$ и $P_{i, t_0 + \Delta t}$ по уравнениям (1.8.17), (1.8.18).

Рассмотрим ещё один пример граничных условий – на конце трубопровода размещён дроссель, за которым так же размещён трубопровод, но другого проходного сечения (рис. 1.8.4).

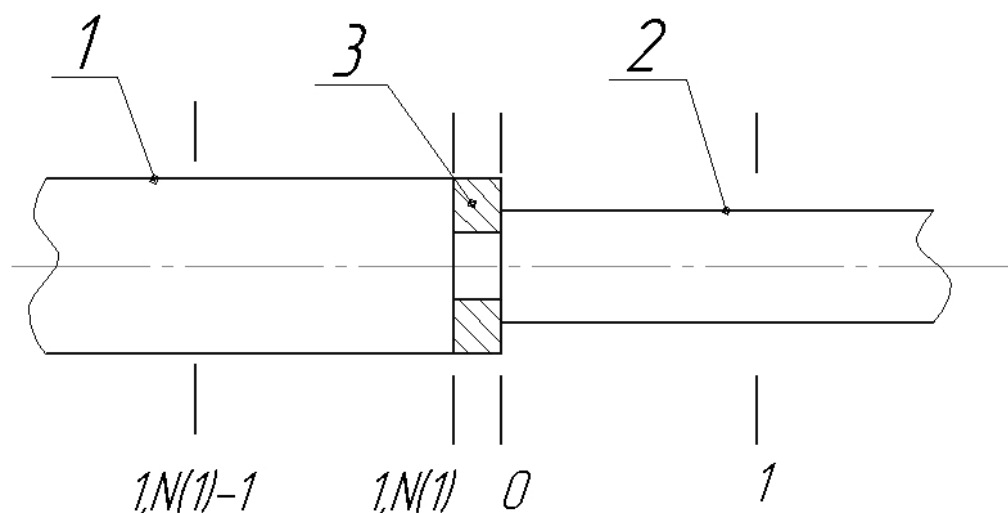


Рис. 1.8.4. Расчётная схема трубопровода с дросселем на конце: 1,2 – трубопроводы; 3 – дросселирующий элемент

Расчёт параметров в сечении трубопровода 1, в котором находится дроссель, ведётся по трём уравнениям и ищутся три неизвестных параметра

$$P_{1, N(1), t_0 + \gamma \Delta t}, \quad P_{2, 0, t_0 + \gamma \Delta t}, \quad Q_{1, N(1), t_0 + \gamma \Delta t} = Q_{2, 0, t_0 + \gamma \Delta t}, \quad \text{когда известны}$$

параметры в узлах: 1, N₍₁₎₋₁ – в узловом трубопроводе; и 2,1 – во втором.

Исходные уравнения записываются на основании равенств (8.13), (8.14) и ():

$$P_{1, N(1), (t_0 + \gamma \Delta t)} - P_{1, N(1)-1, (t_0 + (\gamma - 1) \Delta t)} + Z_{b1} [(Q_{1, N(1), t_0 + \gamma \Delta t} - Q_{1, N(1)-1, (t_0 + (\gamma - 1) \Delta t)})] + \\ + K_{\lambda 1} Q_{1, N(1), t_0 + \gamma \Delta t} | Q_{1, N(1), t_0 + \gamma \Delta t} | = 0;$$

$$P_{2, 0, (t_0 + \gamma \Delta t)} - P_{2, 1, (t_0 + (\gamma - 1) \Delta t)} - Z_{b2} [(Q_{2, 0, (t_0 + \gamma \Delta t)} - Q_{2, 1, (t_0 + (\gamma - 1) \Delta t)})] - \\ - K_{\lambda 2} Q_{2, 0, t_0 + \gamma \Delta t} | Q_{2, 0, t_0 + \gamma \Delta t} | = 0;$$

$$Q_{1, N(1), t_0 + \gamma \Delta t} = Q_{2, 0, t_0 + \gamma \Delta t}$$

$$m [Q_{1, N(1), t_0 + \gamma \Delta t} - Q_{1, N(1), t_0 + (\gamma - 1) \Delta t}] + K_{ЛН} \Delta t Q_{1, N(1), t_0 + \gamma \Delta t} + \\ + K_{НЛ} \Delta t [Q_{КР} - Q_{1, N(1), t_0 + \gamma \Delta t}]^2 \text{sign} Q_{1, N(1), t_0 + \gamma \Delta t} = \\ = \Delta t [P_{1, N(1), t_0 + \gamma \Delta t} - P_{1, N(1), t_0 + (\gamma - 1) \Delta t}],$$

где $Q_{1, N(1), t_0 + \gamma \Delta t}$, $Q_{1, N(1), t_0 + (\gamma - 1) \Delta t}$, $P_{1, N(1), t_0 + \gamma \Delta t}$, $P_{1, N(1), t_0 + (\gamma - 1) \Delta t}$ – объёмные расходы и давления в конечном сечении N(1) - первого трубопровода на входе в дроссель в произвольный момент времени $t_0 + \gamma \Delta t$, и в предшествующий момент времени $t_0 + (\gamma - 1) \Delta t$;

$Q_{2, 0, (t_0 + \gamma \Delta t)}$, $Q_{2, 1, (t_0 + (\gamma - 1) \Delta t)}$, $P_{2, 0, (t_0 + \gamma \Delta t)}$, $P_{2, 1, (t_0 + (\gamma - 1) \Delta t)}$ – объёмные расходы и давления в начальном сечении второго трубопровода (на выходе из дросселя)

в произвольный момент времени $t_0 + \gamma \Delta t$ и в предшествующий момент $t_0 + (\gamma - 1) \Delta t$;

m – акустическая индуктивность дросселя;

$K_{ЛН}$, $K_{НЛ}$ – коэффициенты, учитывающие линейные (ламинарные), и нелинейные (турбулентные) гидравлические потери на дросселирующем элементе;

$Q_{кр}$ – критический объёмный расход жидкости, при превышении которого на дросселе начинают реализовываться турбулентные гидравлические потери;

$\Delta t = l_1 / (N_{(1)}, C_1)$ – приращение времени, величина постоянная для расчётной модели всей системы.

Следует отметить, что величина Δt определена для первого трубопровода и она постоянна при расчёте параметров всех остальных трубопроводов системы.

Тогда длины отрезков Δx и число разбиений $N(i)$ остальных i – ых трубопроводов определяется по зависимости :

$$\Delta x_i = c_i / \Delta t, \quad N(i) = l_i / \Delta x$$

В тех случаях, когда длина i – го трубопровода не делится на целое число, то корректируется время Δt за счёт увеличения числа разбиения первого трубопровода и, соответственно, уменьшения приращения времени Δt , или производится некоторая коррекция длин трубопровода с нахождением наименьшего общего делителя Δx .

Так как кроме трубопровода все элементы гидравлической системы при принятых допущениях описываются алгебраическими или обыкновенными дифференциальными уравнениями, не представляет большого труда перейти от последних к разностным уравнениям и решить совместно все уравнения. При этом задание возмущений может быть в нескольких точках, причём раздвинутых по времени. Непременным условием является расчёт параметров

систем во всех выделенных сечениях на каждом выделенном уровне $t = t_0 + \gamma \Delta t$, $\gamma = 0, 1, 2, \dots$ до тех пор, пока не закончится динамический процесс в системе.

Рассмотрим ещё один распространённый случай соединения трубопроводов (рис. 1.8.5).

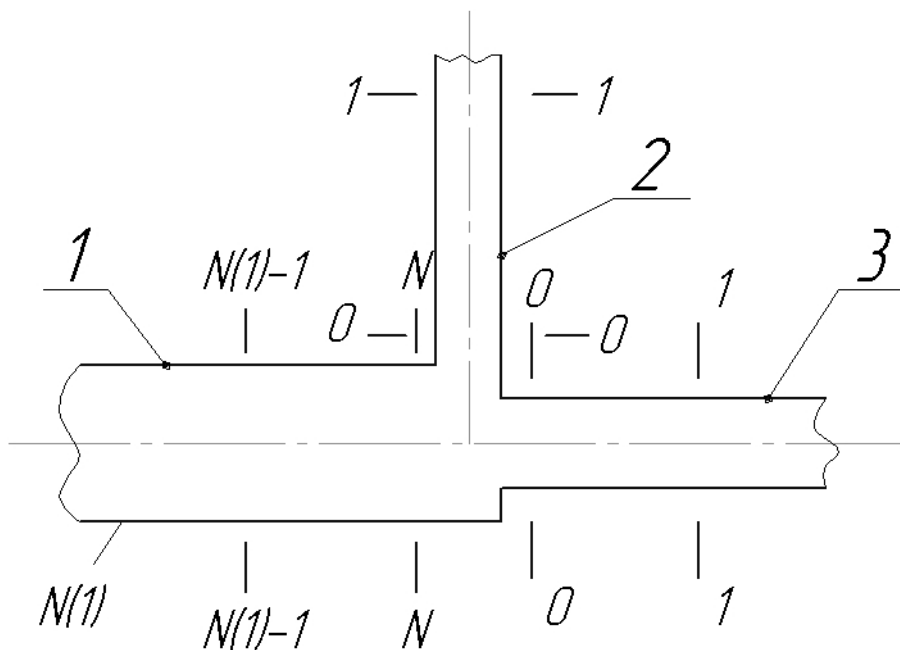


Рис. 1.8.5. Расчётная схема разветвления трубопроводов

Для данной схемы расчётные уравнения имеют вид:

$$P_{1,N(1)}(t_0 + \gamma \Delta t) - P_{1,N(1)-1}(t_0 + (\gamma - 1) \Delta t) + Z_{b1}[(Q_{1,N(1)}(t_0 + \gamma \Delta t) - Q_{1,N(1)}(t_0 + (\gamma - 1) \Delta t)] + K_{\gamma 1} Q_{1,N(1)}(t_0 + \gamma \Delta t) |Q_{1,N(1)}(t_0 + \gamma \Delta t)| = 0 \quad (a),$$

$$P_{2,0}(t_0 + \gamma \Delta t) - P_{2,1}(t_0 + (\gamma - 1) \Delta t) - Z_{b2}[(Q_{2,0}(t_0 + \gamma \Delta t) -$$

$$- Q_{2,1}(t_0 + (\gamma - 1) \Delta t)] - K_{\gamma 2} Q_{2,0}(t_0 + \gamma \Delta t) |Q_{2,0}(t_0 + \gamma \Delta t)| = 0 \quad (б),$$

$$P_{3,0}(t_0 + \gamma \Delta t) - P_{3,1}(t_0 + (\gamma - 1) \Delta t) - Z_{b3}[(Q_{3,0}(t_0 + \gamma \Delta t) - Q_{3,1}(t_0 + (\gamma - 1) \Delta t)] - \\ - K_{\gamma 2} Q_{3,0}(t_0 + \gamma \Delta t) |Q_{3,0}(t_0 + \gamma \Delta t)| = 0 \quad (в),$$

$$Q_{1,N(1)}(t_0 + \gamma \Delta t)] + Q_{2,0}(t_0 + \gamma \Delta t) + Q_{3,0}(t_0 + \gamma \Delta t) = 0 \quad (г),$$

$$P_{1,N(1)}(t_0 + \gamma \Delta t) = P_{2,0}(t_0 + \gamma \Delta t) \quad (д),$$

$$P_{2,0}(t_0 + \gamma \Delta t) = P_{3,0}(t_0 + \gamma \Delta t) \quad (е).$$

Получили 6 уравнений с шестью неизвестными: $P_{1,N(1)}(t_0 + \gamma \Delta t)$, $P_{2,0}(t_0 + \gamma \Delta t)$, $P_{3,0}(t_0 + \gamma \Delta t)$, $Q_{1,N(1)}(t_0 + \gamma \Delta t)$, $Q_{2,0}(t_0 + \gamma \Delta t)$, $Q_{3,0}(t_0 + \gamma \Delta t)$ при известных давлениях и расходах в соответствующих прилегающих сечениях в предыдущий момент времени $(t_0 + (\gamma - 1) \Delta t)$.

Следует обратить внимание на то, что в равенстве (г) расходы берутся со знаком (+), если жидкость втекает в место соединения труб и со знаком (-), если жидкость вытекает из соединения труб.

Блок-схема расчета по методу характеристик представлена на рис. 1.8.6.

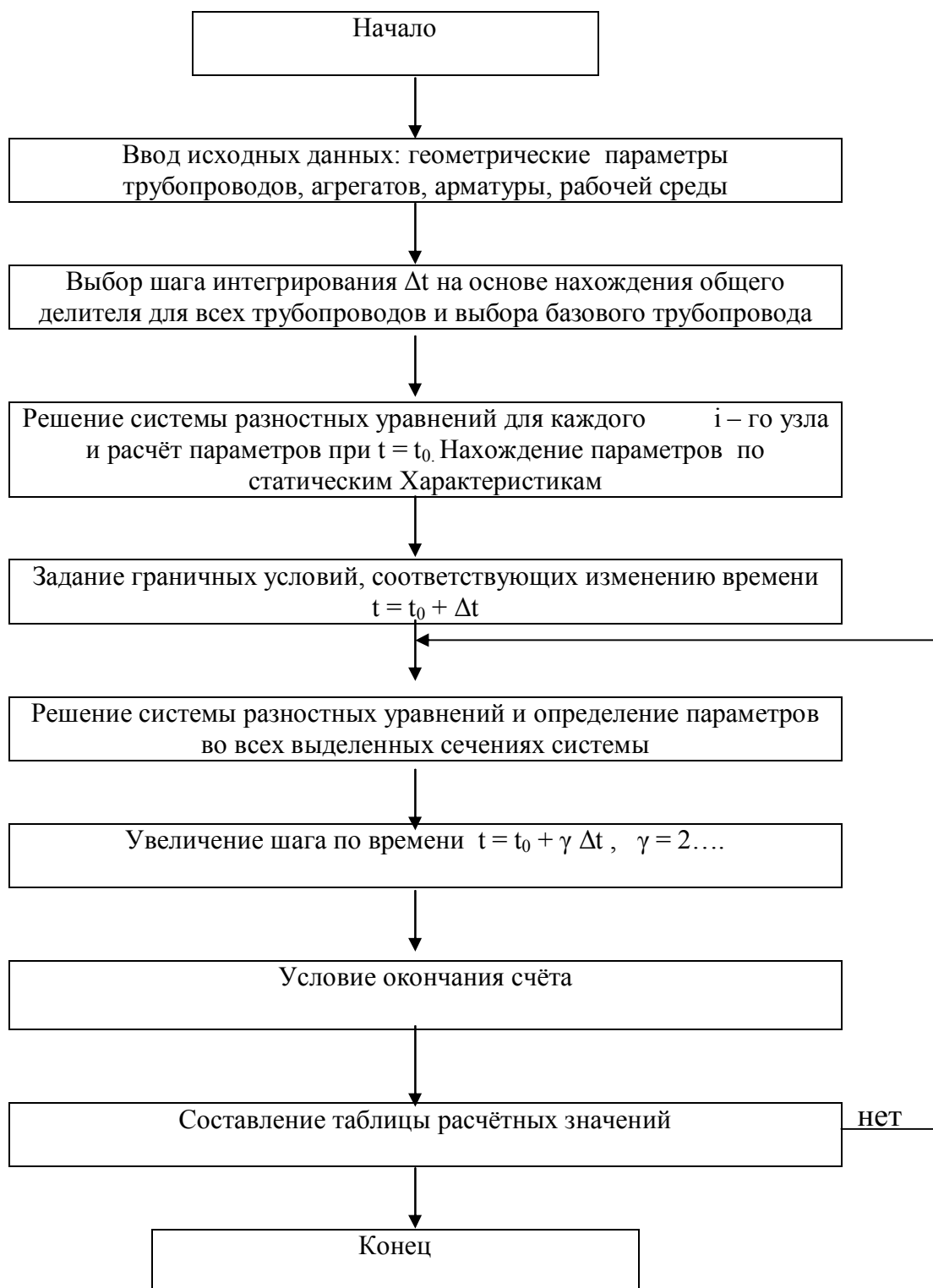


Рис. 1.8.6. Блок-схема расчета по методу характеристик

2. ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТРУБОПРОВОДНЫХ СИСТЕМ

2.1. Трубопровод как акустический четырехполюсник

Частотные характеристики трубопроводов представляют собой зависимости, выражающие связь колебаний давления и расхода в двух характерных сечениях трубопроводов, например, на концах трубопроводов. Частотные характеристики трубопроводов необходимы при исследовании частотных характеристик систем, включающих относительно длинные участки трубопроводов, при оценке устойчивости систем и качества переходных процессов.

При выводе расчетных соотношений трубопровода как четырехполюсника будем принимать и те же допущения, что были приняты при выводе уравнений распространения волн в методе характеристик. По этому воспользуемся известными соотношениями [30].

Уравнение движения и неразрывности без учета гидравлических потерь по длине трубопровода запишем в виде:

$$\left. \begin{aligned} S \frac{\partial Q}{\partial t} + F \frac{\partial p}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\rho c^2}{F} \cdot \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial t} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.1.1)$$

Перепишем данное уравнение в удобном для преобразования виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{F}{S} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{F}{\rho c^2} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.1.2)$$

Так система уравнений линейная, то возьмем производные по x от

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} \right) + \frac{F}{S} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial Q}{\partial x} \right) + \frac{F}{\rho c^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \end{array} \right\} \text{и}$$

первого уравнения и по t от второго уравнения

вычтем из первого уравнения второе с учетом того, что $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial Q}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} \right)$

$$\frac{F}{S} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{F}{\rho c^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad \text{или}$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (2.1.3)$$

Для дальнейшего решения воспользуемся преобразованием Лапласа, то есть с учетом начальных нулевых условий заменим $\frac{\partial^2}{\partial t^2} = S^2$ и перепишем уравнение (2.1.3) в виде:

$$\frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial x^2} + \frac{s^2}{c^2} \tilde{p} = 0, \quad (2.1.4)$$

где S - переменная в преобразовании Лапласа.

Полученное уравнение – обыкновенное дифференцированное уравнение относительно переменной \tilde{p} - в преобразованиях по Лапласу.

Решение данного уравнения имеет вид:

$$\tilde{p} = C_1 e^{\Gamma_1 x} + C_2 e^{\Gamma_2 x}, \quad (2.1.5)$$

где Γ_1, Γ_2 - корни характеристического уравнения.

$$\Gamma^2 + \frac{s^2}{C} = 0, \text{ решением которого является } \Gamma_{1,2} = \pm \frac{s}{c} \quad (2.1.6)$$

Тогда решение уравнения (2.1.5) с учетом (2.1.6) примет вид:

$$\tilde{p} = c_1 e^{\frac{s}{c} x} + c_2 e^{-\frac{s}{c} x}$$

Из первого уравнения системы (2.1.1) после применения преобразования Лапласа имеем:

$$\tilde{Q} = -\frac{F}{\rho s} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} \quad (2.1.7)$$

Так как $\frac{\partial p}{\partial x} = c_1 \frac{s}{c} e^{\frac{s}{c} x} - c_2 \frac{s}{c} e^{-\frac{s}{c} x}$,

то $\tilde{Q} = \frac{F}{\rho s} - \frac{s}{c} \left(-c_1 e^{\frac{s}{c} x} + c_2 e^{-\frac{s}{c} x} \right)$ или

$$\tilde{Q} = \frac{F}{\rho c} \left(c_2 e^{-\frac{s}{c} x} - c_1 e^{\frac{s}{c} x} \right) \quad (2.1.8)$$

Исходя из допущения нулевых начальных условий для нахождения постоянных интегрирования C_1 и C_2 используем значения P и Q в начале трубопровода, то есть при $x=0$ $\tilde{Q} = \tilde{Q}_1$, $P = \tilde{P}_1$. Тогда уравнения (2.1.7), (2.1.8) переписутся в виде:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{P}_1 &= C_1 + C_2 \\ \tilde{Q}_1 &= \frac{F}{\rho c} (C_2 - C_1) \end{aligned} \right\} \quad (2.1.9)$$

Из совместного решения уравнения (2.1.9) получим:

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{1}{2} \left(P_1 - \frac{\rho c}{F} Q_1 \right) \\ C_2 &= \frac{1}{2} \left(P_1 + \frac{\rho c}{F} Q_1 \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.1.10)$$

Подставив полученные значения постоянных интегрирования из (2.1.10) в выражения (2.1.7) и (2.1.8) \tilde{P} и \tilde{Q} будем иметь:

$$\tilde{P} = \frac{1}{2} \left(\tilde{P}_1 - \frac{\rho c}{F} \tilde{Q}_1 \right) e^{\frac{s}{c} x} + \frac{1}{2} \left(\tilde{P}_1 + \frac{\rho c}{F} \tilde{Q}_1 \right) e^{-\frac{s}{c} x} = \quad (2.1.11)$$

$$= \frac{e^{\frac{s}{c} x} + e^{-\frac{s}{c} x}}{2} \tilde{P}_1 - \frac{\rho c}{s} \cdot \frac{e^{\frac{s}{c} x} - e^{-\frac{s}{c} x}}{2} \tilde{Q}_1$$

$$\tilde{Q} = \frac{E}{\rho c} \left[\frac{1}{2} \left(\tilde{P}_1 + \frac{\rho c}{F} Q_1 \right) e^{-\frac{s}{c} x} - \frac{1}{2} \left(\tilde{P}_1 - \frac{\rho c}{F} Q_1 \right) e^{\frac{s}{c} x} \right] =$$

(2.1.12)

$$= -\frac{F}{\rho c} \cdot \frac{e^{\frac{s}{c} x} - e^{-\frac{s}{c} x}}{2} \tilde{P}_1 + \frac{e^{\frac{s}{c} x} + e^{-\frac{s}{c} x}}{2} \tilde{Q}_1$$

При исследовании частотных характеристик обычно рассматривают режим установившихся колебаний. Поэтому для получения частотных характеристик достаточно заменить оператор ρ на $j\omega$, то есть $\rho = j\omega$, а изображения по Лапласу колебаний давления и расхода представить векторами колебаний давления и скорости.

Связь колебаний давления (векторов p) и объемного расхода (векторов q) в произвольном, расположенном на расстоянии x от начала трубопровода сечения с колебаниями давления и объемного расхода в начале трубопровода выражается на основе уравнения (2.1.11), (2.1.12) зависимостями:

$$p_x = \frac{1}{2} \left(e^{j\frac{\omega}{c}x} - e^{-j\frac{\omega}{c}x} \right) p_1 - \frac{1}{2} \left(e^{j\frac{\omega}{c}x} - e^{-j\frac{\omega}{c}x} \right) \frac{\rho c}{F} q_1 \quad (2.1.13)$$

$$q_x = -\frac{1}{2} \frac{F}{\rho c} \left(e^{j\frac{\omega}{c}x} - e^{-j\frac{\omega}{c}x} \right) p_1 + \frac{1}{2} \left(e^{j\frac{\omega}{c}x} + e^{-j\frac{\omega}{c}x} \right) q_1 \quad (2.1.14)$$

$$\text{где } p_x = B_x \cdot e^{j\varphi_x}, \quad q_x = A_x e^{j\psi_x}, \quad (2.1.15)$$

$$p_1 = B_1 \cdot e^{j\varphi_1}, \quad q_1 = A_1 e^{j\psi_1}, \quad (2.1.16)$$

$B_x [Pa]$ - амплитуда колебаний давления;

$\varphi_x [rad]$ - начальная фаза колебаний давления;

$A_x \left[\frac{m^3}{c} \right]$ - амплитуда колебаний объемного расхода;

$\psi_x [rad]$ - начальная фаза колебаний расхода;

$\omega [rad/c]$ - круговая частота колебаний.

Воспользовавшись формулами Эйлера для комплексных чисел $\text{Cos} \alpha = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2}$, $\text{Sin} \alpha = \frac{e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}}{2}$ преобразуем уравнения (2.1.13), (2.1.14) к виду, удобному для проведения расчетов:

$$p_x = p_1 \text{Cos} \frac{\omega x}{c} - j \frac{\rho c}{F} q_1 \text{Sin} \frac{\omega x}{c} \quad (2.1.17)$$

$$q_x = -j \frac{F}{\rho c} p_1 \text{Sin} \frac{\omega x}{c} + q_1 \text{Cos} \frac{\omega x}{c} \quad (2.1.18)$$

В случае, если заданные колебания давления и расхода в конце трубы, колебания давления и расхода в произвольном, расположенном на расстоянии x от конце трубопровода сечение определяется зависимостями:

$$p_x = p_2 \cos \frac{\omega x}{c} + j \frac{\rho c}{F} q_2 \sin \frac{\omega x}{c} \quad (2.1.19)$$

$$q_x = j \frac{F}{\rho c} p_2 \sin \frac{\omega x}{c} + q_2 \cos \frac{\omega x}{c} \quad (2.1.20)$$

Для трубопровода длиной l связь между векторами колебаний давления и расхода в начале и конце трубопровода имеет вид:

$$p_1 = p_2 \cos \frac{\omega l}{c} + j \frac{\rho c}{F} q_2 \sin \frac{\omega l}{c} \quad (2.1.21)$$

$$q_1 = j \frac{F}{\rho c} p_2 \sin \frac{\omega l}{c} + q_2 \cos \frac{\omega l}{c} \quad (2.1.22)$$

Уравнения (2.1.17), (2.1.22) являются основными уравнениями для расчета частотных характеристик трубопроводов без учета гидравлических потерь на трение как четырехполюсников, и их соединений.

При расчете сложных трубопроводных систем уравнения (2.1.21), (2.1.22) целесообразно представить в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ q_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ q_2 \end{bmatrix}, \quad (2.1.23)$$

где $A = \cos \frac{\omega l}{c}$, $B = j \frac{\rho c}{F} \sin \frac{\omega l}{c}$, $C = j \frac{F}{\rho c} \sin \frac{\omega l}{c}$, $D = \cos \frac{\omega l}{c}$ - коэффициенты матрицы передачи трубопровода, представленного в форме акустического четырехполюсника (полюса: p_1, q_1, p_2, q_2) (рис. 2.1.1). Для симметричного

пассивного четырехполюсника, каковым является участок однородного трубопровода, справедливы соотношения:

$$A = D; AD - BC = 1.$$

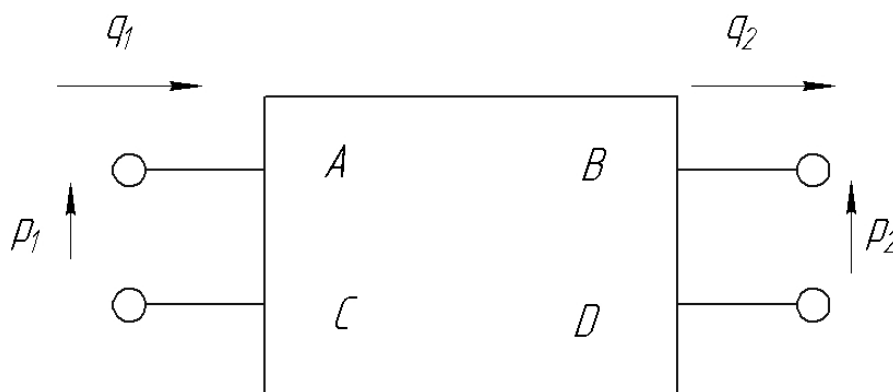


Рис. 2.1.1. Графическое изображение трубопровода в форме акустического четырехполюсника

2.2. Частотные характеристики трубопровода с различными граничными условиями

Рассмотрим два простых случая соединения трубопровода в системе, когда на входе в трубопровод расположен идеальный источник давления, а выходной конец трубопровода подсоединен к полости с акустически большим объемом или закрыт.

Определим как изменятся колебания давления на закрытом конце трубопровода (рис. 2.2.1) по отношению к колебаниям давления на входе (в источнике колебаний) при изменении частоты колебаний. Для закрытого конца

трубопровода справедливо равенство $q_2 = 0$. Тогда уравнения (2.1.21), (2.1.22) с учетом $q_2 = 0$ примут вид:

$$p_1 = p_2 \cos \frac{\omega l}{c} \quad (2.2.1)$$

$$q_1 = j \frac{F}{\rho c} p_2 \sin \frac{\omega l}{c} \quad (2.2.2)$$

Из первого равенства (2.2.1) следует:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{\cos \frac{\omega l}{c}} \quad (2.2.3)$$

- частотная функция трубопровода по отношению к давлению. По уравнению (2.2.3) можно определить как изменяются колебания давления в конце трубопровода, если известны колебания давления. На входе $p_1 = p_u$. Если построить модуль частотной функции $\left| \frac{p_2}{p_1} \right|$ в зависимости от частоты колебаний, то получим амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) трубопровода с закрытым концом (рис.2.2.1).

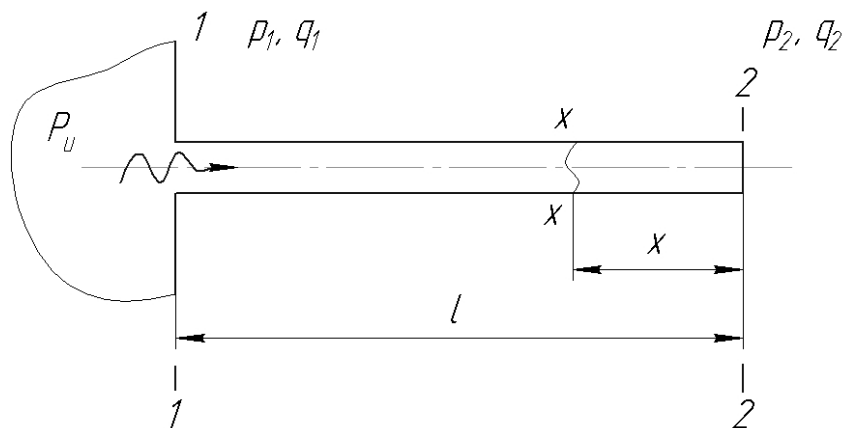


Рис. 2.2.1. Схема трубопровода, закрытого со свободного конца

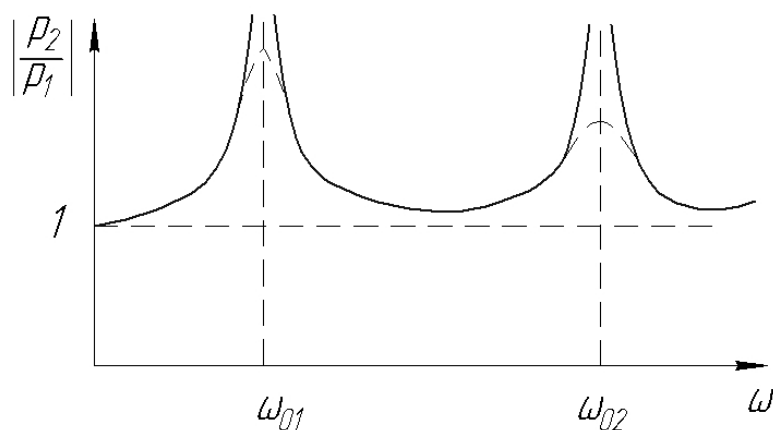


Рис. 2.2.2. Амплитудно-частотная характеристика трубопровода, закрытого со свободного конца

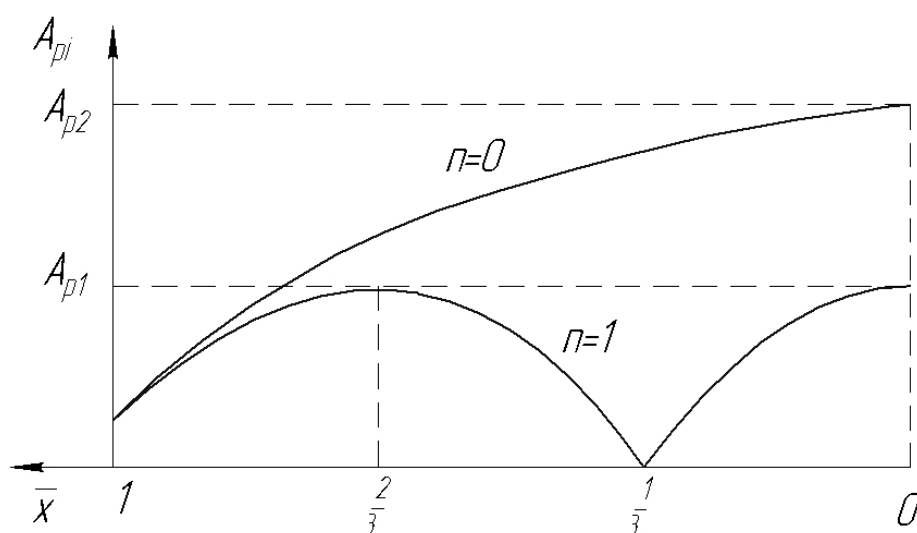


Рис. 2.2.3. Распределение амплитуд колебаний давления вдоль трубопровода с закрытым концом на резонансных частотах

АЧХ трубопровода представляет собой зависимость отношения амплитуд колебаний давления $\left| \frac{p_2}{p_1} \right| = \frac{B_2}{B_1}$, в зависимости от частоты колебаний.

Из графика на рис. 2.2.3 следует, что на определенных частотах, называемых резонансными частотами колебаний, амплитуда колебаний

давления стремится к ∞ . Резонансные частоты соответствуют равенству $\cos \frac{\omega_{oi} l}{c} = 0$ или $\frac{\omega_{oi} l}{c} = (2n+1) \frac{\pi}{2}$, где $n = 0, 1, 2, \dots$. Значение $i = 1, 2, 3, \dots$ соответствует $n = 0, 1, 2, \dots$. Имея в виду, что $\omega_{oi} = 2\pi f_{oi}$, получим $f_{oi} = \frac{C}{4l} (2n+1)$. Первая резонансная частота колебаний будет наблюдаться при $n = 0$ и равна $f_{o1} = \frac{C}{4l}$, вторая – при $n = 1$, $f_{o2} = \frac{3C}{4l}$ и так далее.

Ввиду того, что в трубопроводе с жидкостью всегда имеются гидравлические потери на трение, то часть энергии колебаний уходит на преодоление этих потерь. Поэтому колебания давления p_2 происходят не с бесконечно большой амплитудой колебаний, а с какой-то определенной амплитудой, зависящей от вязкости жидкости, диаметра и длины трубопровода.

Определим, как изменяется с частотой колебаний входной импеданс трубопровода, закрытого со свободного конца $Z_{ex}(j\omega) = \frac{p_1}{q_1}$. Для этого разделим уравнения (2.2.1) и (2.2.2) друг на друга.

$$Z_{ex}(i\omega) = -j \frac{\rho c}{F} \operatorname{ctg} \frac{\omega l}{c} \quad (2.2.4)$$

Так как при $\frac{\omega_{oi} l}{c} = (2n+1) \frac{\pi}{2}$ функция $\operatorname{ctg} \frac{\omega_{oi} l}{c} = 0$, то на резонансных частотах ω_{oi} входной импеданс трубопровода равен нулю.

Это свойство резонирующих труб используется в некоторых типах гасителей колебаний, называемых четвертьволновыми резонаторами.

Часто представляет интерес, как же распределены амплитуды колебаний давления по длине трубопровода на определенной, например, резонансной частоте.

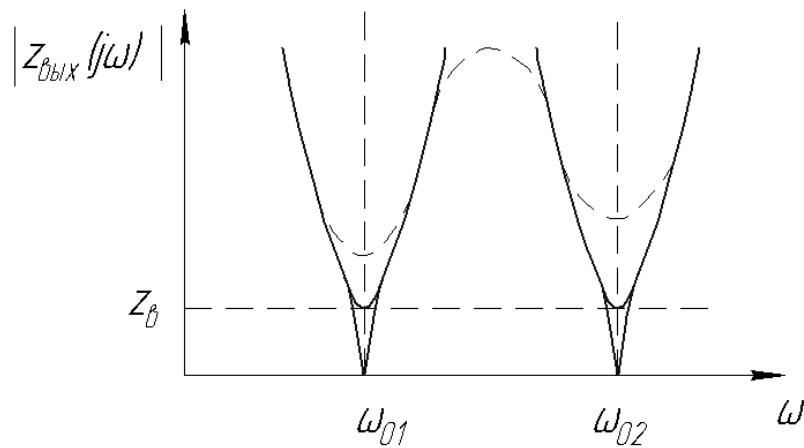


Рис. 2.2.4. Модуль входного импеданса трубопровода с закрытым концом в зависимости от частоты колебаний

Для определения колебаний давления по длине трубопровода воспользуемся общей зависимостью (2.2.1).

Так как $q_2 = 0$, то колебание давления в отстоящем на расстоянии x от конце трубопровода сечение определяется равенством:

$$p_x = p_2 \cos \frac{\omega x}{c} \quad (2.2.5)$$

Выражение $\cos \frac{\omega x}{c}$ можно представить в виде $\cos \frac{\omega x}{c} \cdot \bar{x}$,

где $\bar{x} = \frac{x}{l}$ - относительная координата сечения, отсчитываемая от конца трубопровода.

Для первой резонансной частоты колебаний будем иметь $\frac{\omega_{01} l}{c} = \frac{\pi}{2}$, тогда распределение амплитуд колебаний давления вдоль трубопровода (28) может быть определено по соотношению:

$$p_x = p_2 \cos \frac{\pi}{2} \bar{x} \quad (2.2.6)$$

В конце трубопровода имеем $\bar{x} = 0$ и $p(x=0) = p_2$, а в начале трубопровода $\bar{x} = 1$ и, казалось бы, $p(x=l) = 0$. Однако в начале трубопровода расположен идеальный источник колебаний давления и $p(x=l) = p_u$. Равенство $p(x=l) = 0$ означает, что входное сопротивление трубопровода с идеальной жидкостью (без учета вязкости) на ω_{01} равно нулю, а раз так, то он должен на данной частоте поглотить до нуля колебания с этой частотой. На практике имеем трубопровод с потерями энергии, поэтому входное сопротивление на данной частоте имеет определенную величину, а источник имеет малое внутреннее сопротивление, поэтому $p(x=l) \approx p_u$. Если внутреннее сопротивление источника колебаний имеет не малую относительно $|Z_{ex}(j\omega_{01})|$ величину, то произойдет «подсадка» колебаний давления к источнику.

Качественный характер распределения амплитуд колебаний давления вдоль трубопровода можно определить, если иметь в виду, что в реальных условиях (с учетом гидравлических потерь) амплитуда колебаний в конце трубопровода никогда не обращается в бесконечность, даже на резонансных частотах, а принимает в вполне определенное значение. Имея в виду, что амплитуда колебаний давления в конце трубопровода B_2 – конечная величина, амплитуды колебаний давления вдоль трубопровода на резонансных частотах могут быть определены по уравнению:

$$B_{\bar{x}} = \left| \cos \frac{\pi}{2} (2n+1)\bar{x} \right| \cdot B_2 \quad (2.2.7)$$

На первой резонансной частоте колебаний максимум амплитуд давления рассмотрен на конце трубопровода, а на второй резонансной частоте проявляется в двух местах (рис. 2.2.4).

Величина амплитуд на второй резонансной частоте меньше, чем на первой резонансной частоте, что связано с большими потерями энергии колебаний на более высоких частотах колебаний.

Рассмотрим трубопровод с открытым концом, подключенный к источнику колебаний давления (рис. 2.2.6). Для открытого конца трубопровода граничные условия таковы, что $p_2 = 0$. Тогда на основании равенств (2.1.21) и (2.1.22) колебания давления и объемного расхода в сечении трубопровода, отстоящем на расстоянии x от конца, определяется уравнением:

$$p_x = j \frac{\rho c}{F} q_2 \sin \frac{\omega x}{c} \quad (2.2.7)$$

$$q_x = q_2 \cos \frac{\omega x}{c} \quad (2.2.8)$$

Из уравнения (2.2.8) при $x = l$ находим: $q_2 = -j \frac{p_1}{\rho c \sin \frac{\omega x}{c}}$ (2.2.9)

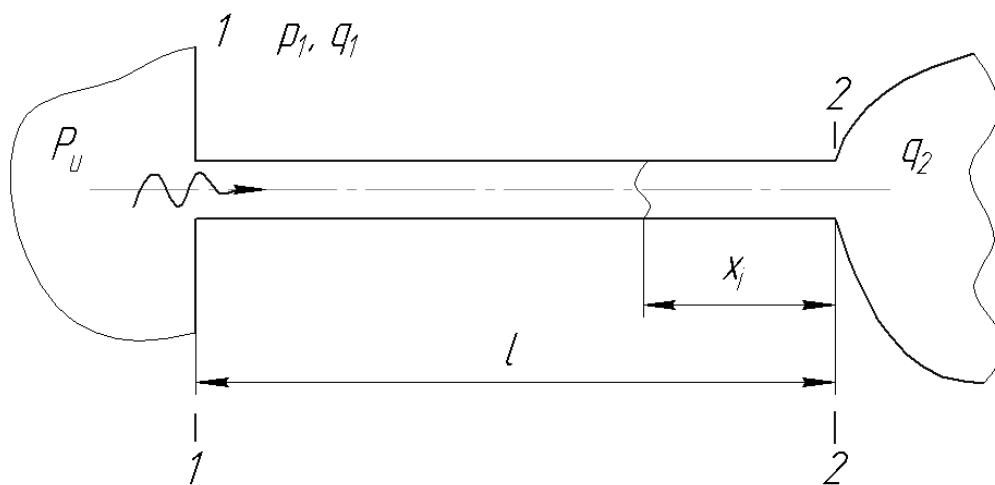


Рис. 2.2.5. Схема трубопровода, открытого со свободного конца

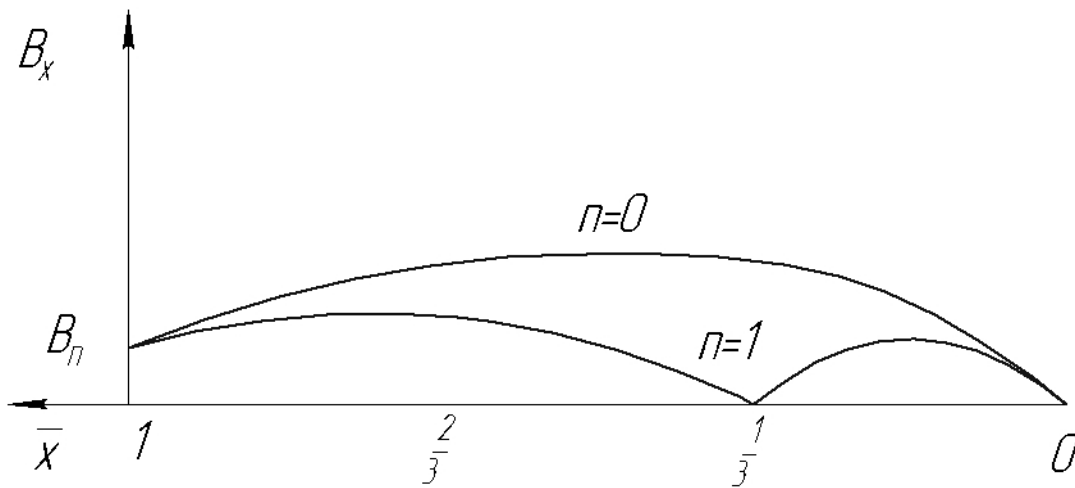


Рис. 2.2.6. Распределение амплитуд колебаний давления по длине открытого с одного конца трубопровода на резонансных частотах колебаний

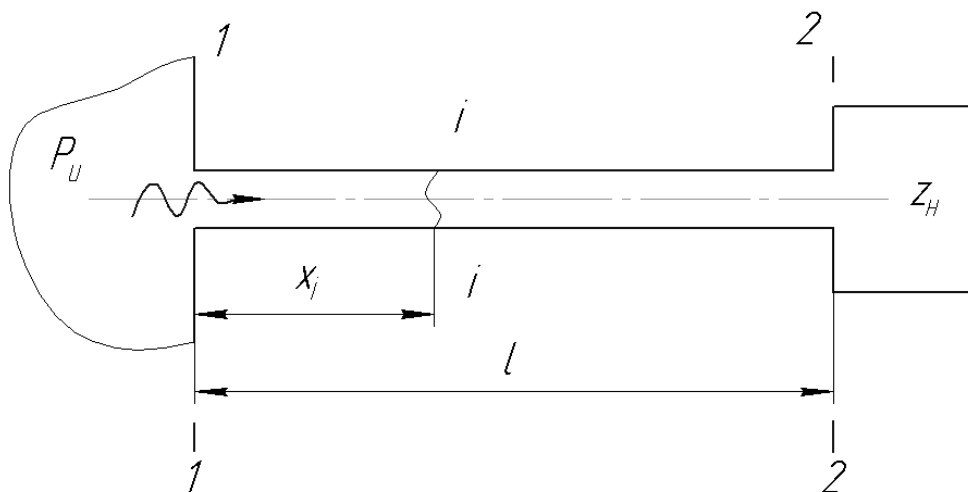


Рис. 2.2.7. Схема трубопровода с производной акустической нагрузкой.

Из равенства (2.2.9) следует, что при $\sin \frac{\omega l}{c} = 0$ или $\frac{\omega_{oi} l}{c} = (2n+1)\pi$ будет наблюдаться резонанс расхода в конце трубопровода. Первая резонансная

частота колебаний будет при $n = 0$ и равна $\omega_{01} = \frac{\pi c}{l}$ или $f_{01} = \frac{c}{2l}$. Первая резонансная частота колебаний открытого со свободного конца трубопровода в два раза выше резонансной частоты трубопровода с закрытым концом. Входной импеданс трубопровода можно определить при $x = l$ разделив первое уравнение (2.2.7) на второе (2.2.8)

$$Z_{\text{ex}}(j\omega) = j \frac{\rho c}{F} \operatorname{tg} \frac{\omega l}{c} \quad (2.2.10)$$

Можно показать, что на резонансных частотах ω_{oi} входное сопротивление трубопровода равно нулю.

Рассмотрим распределение амплитуд колебаний давления по длине открытого со свободного конца трубопровода на резонансных частотах. Распределение амплитуд B_x по длине трубопровода можно определить воспользовавшись уравнением (2.2.7).

$$B_x = \frac{\rho c}{F} |\operatorname{Sin}(2n+1)\pi x| A_2 \quad (2.2.11)$$

На рис 2.2.6 представлено распределение амплитуд колебаний давления для первых двух резонансных частот колебаний.

Рассмотрим трубопровод с произвольной акустической нагрузкой на конце (рис. 2.2.8). Связь между колебаниями давления и расхода в конце трубопровода (на входе в нагрузку) выражается зависимостью:

$$p_2 = Z_n(i\omega) q_2, \quad (2.2.12)$$

где $Z_n(i\omega)$ - акустический импеданс нагрузки.

Для трубопровода длиной l комплексные амплитуды колебаний давления и расхода связаны зависимостями (2.2.7), (2.2.8), разделив которые друг на друга, получим:

$$Z_{\text{ex}}(i\omega) = \frac{p_1}{q_1} = \frac{p_2 \cos \frac{\omega l}{c} + i \frac{\rho c}{S} q_2 \sin \frac{\omega l}{c}}{j \frac{S}{\rho c} p_2 \sin \frac{\omega l}{c} + q_2 \cos \frac{\omega l}{c}} \quad (2.2.13)$$

Подставив вместо p_2 его значения из (2.2.12) и сократив числитель и знаменатель в выражении (2.2.13) на q_2 , то получим:

$$Z_{\text{ex}}(i\omega) = \frac{Z_n(i\omega) \cos \frac{\omega l}{c} + i \frac{\rho c}{S} \sin \frac{\omega l}{c}}{j \frac{S}{\rho c} Z_n(i\omega) \sin \frac{\omega l}{c} + \cos \frac{\omega l}{c}} \quad (2.2.14)$$

При известном $Z_{\text{ex}}(i\omega)$ можно определить колебания расхода и давления в любой точке трубопровода с произвольной нагрузкой на конце. Если трубопровод на входе подключен к идеальному источнику колебаний давления, то колебания расхода в начальном сечении трубопровода определяются так:

$$q_1 = p_u \cdot Z_{\text{ex}}(i\omega)$$

При известных q_1 и $p_1 = p_u$ колебания давления и расхода в сечении на расстоянии x от начала трубопровода определяются из уравнений (2.2.9) и (2.2.12).

2.3. Соединения трубопроводов и их частотные характеристики

В трубопроводных соединениях возможны последовательные и параллельные соединения, как наиболее простые формы соединений. Под последовательным соединением трубопроводов от первого до k -го понимают соединение в порядке 1, 2, ..., k . В такой системе не происходит разветвления потока жидкости при движении ее по всей цепи. Под параллельным или байпасным соединением трубопроводов понимают соединение с двумя узлами.

При таком соединении поток жидкости двигается по двум трубопроводам, а разветвляется, затем вновь соединяются потоки жидкости.

Рассмотрим последовательное соединение 2-х трубопроводов (рис. 2.3.1).

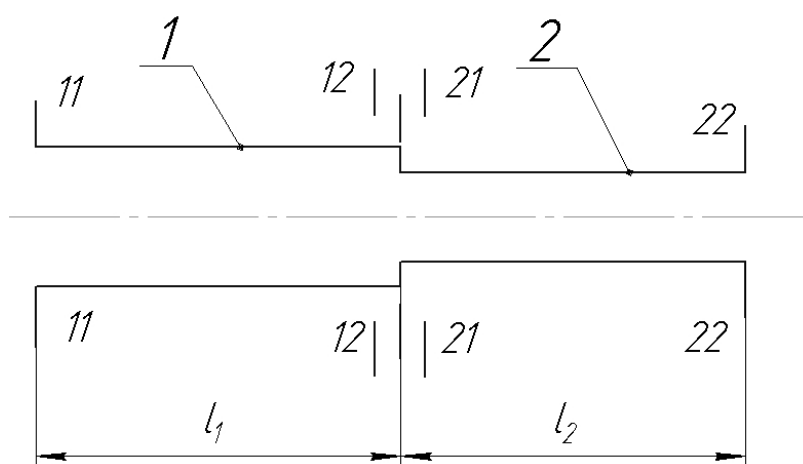


Рис. 2.3.1. Последовательное соединение трубопроводов:

1 - первый участок;

2 – второй участок трубопровода

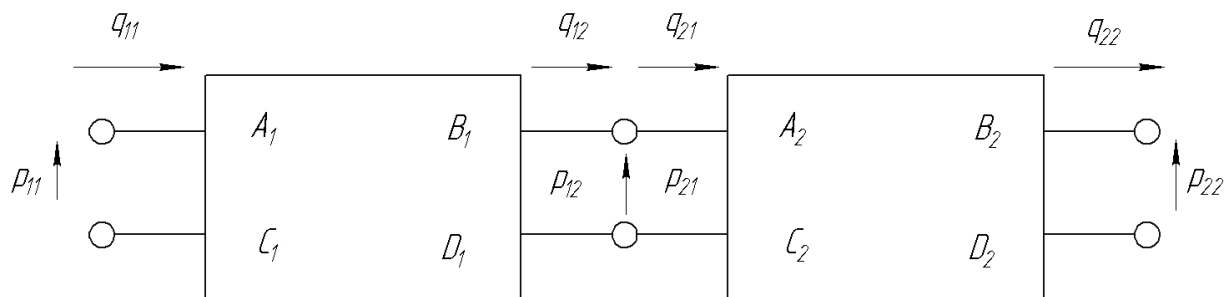


Рис. 2.3.2. Структурная схема последовательного каскадного соединения двух участков трубопроводов, представленных в форме акустических четырехполюсников

($A_i, B_i, C_i, D_i, i = 1, 2$ – коэффициенты матрицы четырехполюсников)

Требуется определить связь между колебаниями давления и объемного расхода в сечениях 11 – 11 и 22 – 22 (см. рис. 2.3.3).

Запишем уравнение, связывающее колебания давления и расхода по концам обоих трубопроводов:

$$\begin{vmatrix} p_{11} \\ q_{11} \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{12} \\ q_{12} \end{bmatrix}; \quad (2.3.1)$$

$$\begin{vmatrix} p_{21} \\ q_{21} \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{22} \\ q_{22} \end{bmatrix}; \quad (2.3.2)$$

В уравнениях (2.3.1) и (2.3.2) в параметрах давления и расхода первый индекс указывает на номер трубопровода, а второй – сечение: 1 – начало, 2 – конец трубопровода.

Кроме того, известно, что на стыке двух трубопроводов (без учета гидравлических потерь) имеют место равенства:

$$p_{12} = p_{21} \quad (2.3.3)$$

$$q_{12} = q_{21}$$

Решив совместно уравнения (2.3.1) и (2.3.2) с учетом (2.3.3), получим:

$$\begin{vmatrix} p_{11} \\ q_{11} \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_{22} \\ q_{22} \end{bmatrix}$$

ИЛИ

$$\begin{bmatrix} p_{11} \\ q_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{II} & B_{II} \\ C_{II} & D_{II} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_{22} \\ q_{22} \end{bmatrix}, \quad (2.3.4)$$

где

$$\begin{aligned} A_{II} &= A_1 A_2 + B_1 C_2 \\ B_{II} &= A_1 B_2 + B_1 D_2 \\ C_{II} &= C_1 A_2 + D_1 C_2 \\ D_{II} &= C_1 B_2 + D_1 D_2 \end{aligned}$$

Коэффициенты передачи эквивалентной матрицы двух последовательно соединенных участков трубопроводов.

Для нескольких последовательно соединенных трубопроводов уравнения, связывающие комплексные амплитуды колебаний расхода и давления получают аналогично выше приведенным зависимостям.

Часто в практике реализуется байпасное соединение трубопроводов (рис. 2.3.4). Для представления которых в виде эквивалентного четырехполюсника необходимо помимо соотношений для трубопроводов иметь уравнения входного узла разветвления и выходного узла соединения труб:

$$p_{31} = p_{11} = p_{21}, \quad q_{31} = q_{11} + q_{21} \quad (2.3.5)$$

$$q_{32} = q_{12} + q_{22}, \quad q_{32} = q_{12} + q_{22} \quad (2.3.6)$$

После нахождения преобразований уравнений для байпасных участков труб (см. рис. 2.3.4б) и равенств (2.3.5), (2.3.6) получим эквивалентный четырехполюсник.

$$\begin{bmatrix} p_{31} \\ q_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_3 & B_3 \\ C_3 & D_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_{32} \\ q_{32} \end{bmatrix}, \quad (2.3.7)$$

где

$$A_3 = \frac{A_1 B_2 + A_2 B_1}{B_1 + B_2}$$

$$B_3 = \frac{B_1 B_2}{B_1 + B_2} \quad (2.3.8)$$

$$C_3 = C_1 + C_2 + \frac{A_2}{B_2} (D_1 - D_2) - \frac{(A_1 B_2 + A_2 B_1) \cdot (D_1 - D_2)}{B_2 (B_1 + B_2)}$$

$$D_3 = D_1 - \frac{B_1 (D_1 - D_2)}{B_1 + B_2}$$

Если байпасные трубопроводы одинаковые, то есть $A_1 = A_2$, $B_1 = B_2$, $C_1 = C_2$, $D_1 = D_2$, то коэффициенты матрицы будут равны:

$$A_3 = A_1; B_3 = \frac{B_1}{2}; C_3 = 2C_1; D_3 = D_1.$$

Рассмотренную математическую модель трубопровода без учета гидравлических потерь на трение целесообразно применять в системах, в которых потери давления в других элементах существенно выше, чем в трубах. К таким системам относятся системы топливопитания и регулирования авиационных двигателей, пневмогидравлические системы ракетносителей и других энергетических установок, имеющих в структуре трубопроводы относительно большого диаметра и маловязкие жидкости (керосин, сжиженный природный газ, жидкий водород, кислород и др.). Однако имеется ряд систем, в которых нельзя пренебречь гидравлическими потерями при расчете динамических процессов. Это такие системы как нефтегазоводы, гидравлические системы установок по переработке нефти, автоматические устройства с длинными узкими каналами. Поэтому разработаны математические модели трубопроводов с учетом потерь на трение. Таких моделей много, но все они разработаны на основе приближенных методов и дают примерно одинаковую точность при описании динамических процессов.

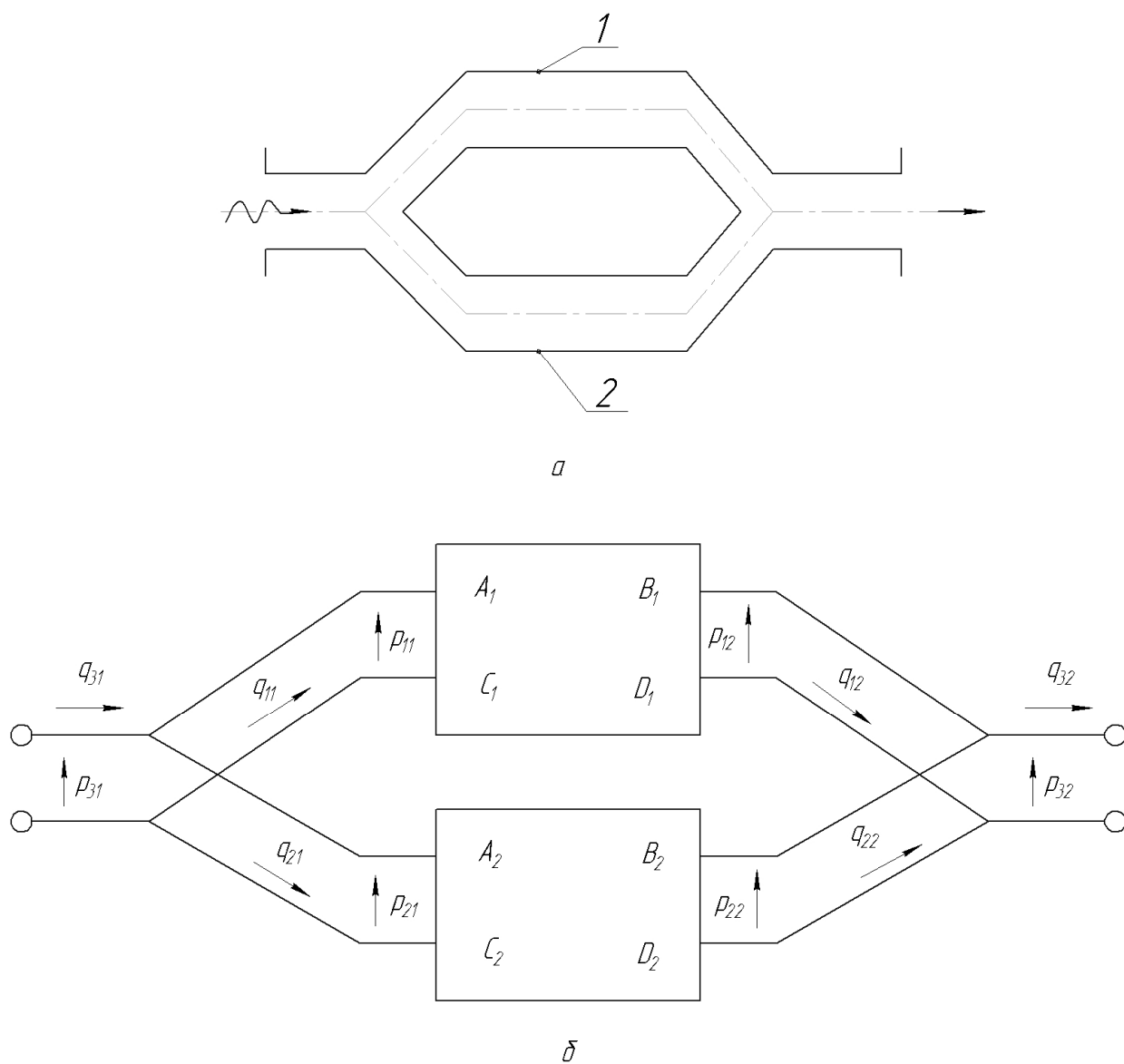


Рис. 2.3.4. Байпасное соединение трубопроводов (а)
 (1 – трубопровод № 1; 2 – трубопровод № 2)
 и структурная схема соединения трубопроводов в форме акустических
 четырехполюсников (б)

2.4. Импедансный метод расчёта колебательных процессов в трубопроводных гидравлических системах

Импедансный метод расчёта колебательного процесса в гидравлической системе отличается от метода характеристик тем, что свойства системы изучаются в частотной области, в то время как в методе Характеристик – во временной. Импедансный метод целесообразно применять для определения наибольших значений амплитуд колебаний давления в системе, при оценке устойчивости систем, при выборе параметров гасителей колебаний рабочей среды и оценке их эффективности. Импедансный метод требует существенно меньших затрат по времени счёта на ЭВМ по сравнению с методом характеристик.

Недостатком импедансного метода является то, что он применим к расчёту систем с линейными или линеаризованными характеристиками элементов. При линеаризации дросселирующих элементов по критерию минимума среднеквадратичного отклонения, время счёта на ЭВМ увеличивается в несколько раз. Кроме того импедансный метод предполагает расчёт систем с источниками моногармонических колебаний давления (расхода). При полигармонических колебаниях расчёт колебательного процесса ведётся по каждой из составляющих сектора, а затем результат получается векторным суммированием составляющих расхода и давления.

Тем не менее преимущество импедансного метода при оценке интенсивности колебательного процесса в гидравлической системе очевидно и он применяется в практике.

Суть импедансного метода поясним на примере разветвлённой гидравлической системы с источником колебаний в виде насоса объёмного или центробежного типа (рис. 2.4.1).

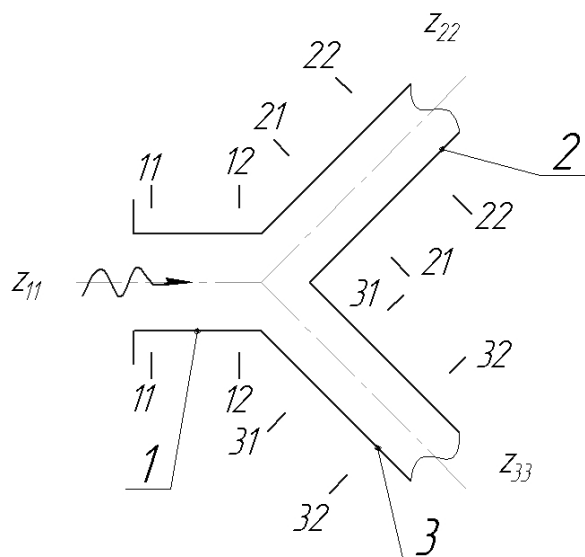


Рис. 2.4.1. Пример расчётной схемы трубопроводной цепи в импедансном методе: 1,2,3 – участки трубопроводов

Пусть требуется определить распределение амплитуд колебаний давления в трубопроводе 1 на определённой частоте, возбуждаемой насосом. Такая задача может возникнуть, например, в случае усталостного разрушения трубопровода 1 в каком либо сечении и требуется установить, не являются ли причиной этих поломок большие амплитуды колебаний давления в этом сечении. Если пояснить вкратце, то импедансный метод заключается в том, что вначале определяются входные импедансы всех присоединённых к трубопроводной системе элементов (агрегатов, арматуры, чувствительных и исполнительных элементов), затем двигаясь к источнику колебаний последовательно определяют входные импедансы всех трубопроводных соединений, вплоть до сечения на выходе из источника колебаний. При известной Характеристике источника колебаний и импеданса присоединённых к нему магистралей определяют комплексные амплитуды колебаний давления в начальном сечении первого трубопровода, подключённого к напорной линии насоса. В дальнейшем, двигаясь в обратном направлении от одного сечения к другому, определяют комплексные амплитуды колебаний давления и расхода в любом произвольном сечении трубопроводной системы.

Рассмотрим последовательно шаг за шагом порядок решения задачи импедансным методом.

Этап 1. Определение входных импедансов присоединённых к трубопроводной цепи агрегатов

1. Входные импедансы гидравлических насосов, формирующих активные границы.

При расчёте колебательных процессов в гидравлической системе насос рассматривается как источник колебаний рабочей среды, к которому подсоединяются через трубопроводы агрегаты автоматики, исполнительные и другие элементы. Любой гидравлический насос можно представить либо как источник колебаний давления, либо как источник колебаний расхода, согласно теореме об эквивалентном генераторе. Термин – эквивалентный генератор, был принят в электротехнике, а затем, в соответствии с теорией электродинамических аналогий, пришёл к методикам расчёта колебательных процессов.

Насосы объёмного типа стоят ближе к идеальным источникам колебаний расхода, а центробежные насосы – к идеальным источникам колебаний давления. Поэтому указанные типы насосов приводят к эквивалентному источнику колебаний расхода (насосы объёмного типа), или к эквивалентному источнику колебаний давления (центробежные насосы).

В структурных схемах источники колебаний обозначаются, как в электротехнике, в виде соединения идеального источника и внутреннего импеданса $Z_{\text{и}}$ или проводимости $Y_{\text{и}}$ (рис. 2.4.2).

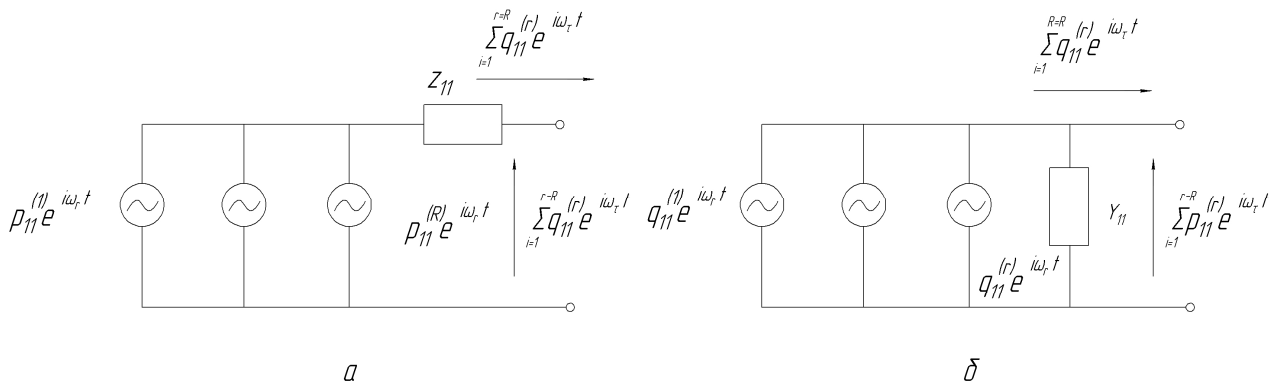


Рис. 2.4.2. Схемы эквивалентных источников колебаний давления (а) и объёмного расхода (б): Z_u - акустический импеданс источника колебаний давления, Y_u - акустическая проводимость источника колебаний расхода

На схемах (рис. 2.4.2) показано, что насосы представляют собой источники полигармонических колебаний давления или расхода, а расчёт частотных Характеристик систем проводится по одночастотной схеме, в которой частота изменяется в соответствии с заданием. Более подробно о динамических свойствах насосов, как источников колебаний рабочей среды, будет изложено далее в соответствующих разделах курса лекций.

В данном разделе предполагаем, что насос является эквивалентным источником гармонических колебаний давления или расхода. Таким образом, связь между колебаниями давления и расхода на выходе из насоса (без учёта Характеристик присоединённых к насосу гидравлических цепей) можно выразить согласно представленных на рис. 2.4.2 схем, зависимостям:

$$p_u = q_{11} Z_u + p_{11} \tag{2.4.1}$$

- для эквивалентного источника колебания давления;

$$q_u = p_{11} Y_u + q_{11} \tag{2.4.2}$$

- для эквивалентного источника колебаний расхода,

где Z_u - внутренний импеданс ,

Y_u - внутренняя проводимость источников колебаний рабочей среды.

В тех случаях, когда $Z_u = 0$, $Y_u = 0$ получим , как бы идеальные источники колебаний давления и расхода. В реальных же системах необходимо оценивать внутреннюю проводимость и импеданс источника, относительно проводимости и импеданса присоединённой гидравлической системы, и по соотношению этих величин решить, можно ли считать тот или иной источник колебаний идеальным.

В тех случаях когда $\frac{|Z_u|}{|Z_{11}|} \ll 1$ и $\frac{|Y_u|}{|Y_{11}|} \ll 1$, то можно принять насосы как

идеальные источники колебаний, если же эти величины соизмеримы, то в расчётах необходим учёт внутреннего импеданса или проводимости источника колебаний.

Теоретическое определение Характеристик источников колебаний часто представляет большие трудности. Поэтому часто определяют их экспериментально.

2. Пассивные граничные условия по концам трубопроводных магистралей.

Характерным для гидросистем граничным условием являются исполнительные элементы в виде сервопоршня гидромотора. Например, на рис. 2.4.3 представлена расчётная схема для определения граничного импеданса в концевом сечении N – го трубопровода.

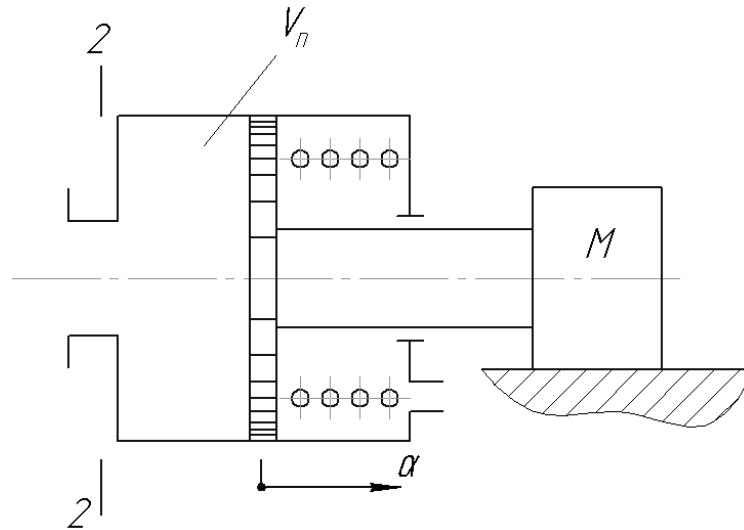


Рис. 2.4.3. Расчётная схема граничных условий исполнительного элемента сервопоршневого гидропривода

Необходимо определить связь комплексных амплитуд давления p_{N_2} и расхода q_{N_2} в сечении $N_2 - N_2$. для этого используются уравнения неразрывности и движения:

$$Q_{N_2} = Q_n + Q_x \quad (2.4.3)$$

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} + \lambda_{Tp} \frac{dx}{dt} + \gamma_{np} x = F_n p_{N_2} \quad (2.4.4)$$

где $Q_n = C_n \frac{dp_{N_2}}{dt}$ - расход жидкости, обусловленный податливостью среды в поршневой полости;

$$Q_x = F_n \frac{dx}{dt} \quad - \quad \text{расход жидкости, обусловленный движением}$$

поршня исполнительного элемента;

C_n - акустическая ёмкость полости,;

F_n - площадь торца поршня;

M - масса подвижных элементов (поршня и нагрузки);

λ_{Tp} - коэффициент вязкого трения;

γ_{np} - жёсткость пружины.

Преобразуя уравнения (2.4.1), (2.4.3), (2.4.4) в зависимости в изображениях по Лапласу получим:

$$\tilde{Q}_{N2} = c_n s \tilde{p}_{N2} + F_n s \tilde{x} \quad (2.4.5)$$

$$(M s^2 + \lambda_{Tp} s + \gamma_{np}) \tilde{x} = F_n \tilde{p}_{N2} \quad (2.4.6)$$

Решив второе уравнение относительно \tilde{x} и подставив полученное для него выражение в первое равенство, будем иметь:

$$Z_{N2} = \frac{p_{N2}}{q_{N2}} = \frac{1}{i\omega c_n \left\{ 1 + \frac{F_n^2}{c_n [\gamma_{np} - M\omega^2] + i\omega \lambda_{Tp}} \right\}} \quad (2.4.7)$$

Если в выражение (2.4.7) полагать жёсткость пружины бесконечной, т.е. $\gamma_{np} = \infty$, то получим частный случай – ёмкость на конце трубопровода, для которой входной импеданс определяется ранее выведенной зависимостью в разделе 1.6. Математическая модель гидромотора как исполнительного элемента, можно вывести на основе уравнений движения и неразрывности потока, и представить в форме акустического шестиполюсника (рис. 2.4.4):

$$P_{N2} = A_{11} P_{cl} + A_{12} q_{cl} + A_{21} n + A_{22} M_{kp} \quad (2.4.8)$$

$$q_{N2} = B_{11}P_{cl} + B_{12}q_{cl} + B_{21}n + B_{22}M_{kp}$$

где A_{ii} , B_{ii} - коэффициенты матрицы передачи по соответствующим параметрам;

P_{N2} , q_{N2} , P_{cl} , q_{cl} - комплексные амплитуды колебаний давления и расхода в напорной и сливной магистралях.

n , M_{kp} - комплексная амплитуда колебаний частоты вращения на выходном валу гидромотора.

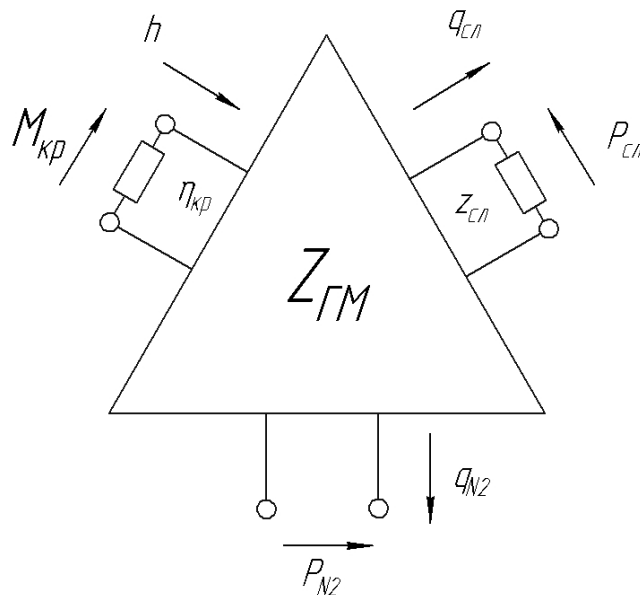


Рис. 2.4.4. Схема гидромотора, представленного в форме акустического четырёхполюсника

Уравнения (2.4.8) можно привести к форме, позволяющей затем использовать их в импедансном методе. Для этого необходимо записать уравнения для граничных условий по отношению к гидравлической сливной магистрали и механической цепи нагрузки гидромотора:

$$Z_{cl} = \frac{P_{cl}}{q_{cl}} \quad \text{или} \quad P_{cl} = Z_{cl} q_{cl} \quad (2.4.9)$$

После подстановки и преобразований получим:

$$Z_{N2} = \frac{(A_{11}Z_{cl} + A_{12})Y_{qn} + A_{21} + A_{22}Z_{kp}}{(B_{11}Z_{cl} + B_{12})Y_{qn} + B_{21} + B_{22}Z_{kp}} \quad (2.4.10)$$

где $Y_{qn} = \frac{q}{n}$ - зависимость, устанавливающая связь между комплексными амплитудами колебаний давления и частоты вращения вала гидромотора.

Уравнения (2.4.9) ... (2.4.10) записаны непосредственно в комплексных амплитудах и не требуют дальнейших преобразований в импедансном методе.

Для трубопровода, подсоединённого к большой ёмкости (акустически открытый конец), входной импеданс ёмкости равен нулю, т.е. $Z_{N2} = 0$. Если трубопровод на конце закрыт, например запорным краном, то импеданс такого крана равен бесконечности $Z_{N2} = \infty$. Если кран приоткрыт, а за ним находится полость большого объёма, то импеданс крана после линеаризации методом

малых отклонений будет равен: $Z_{N2} = \frac{2\Delta P_{cT}}{Q_{cT}}$,

где ΔP_{cT} , Q_{cT} - стационарные составляющие перепада давления на кране и расхода жидкости через него.

Аналогично определяются входные импедансы других агрегатов и арматуры, присоединённых к концам трубопроводов.

Этап 2. Определение входных импедансов трубопроводных магистралей, подсоединённых к источнику колебаний рабочей среды.

Предположим, что входные импедансы Z_{22} , Z_{33} (рис. 2.4.4) известны или определены на первом этапе импедансного метода. Определим входной импеданс трубопроводной цепи в сечении 11 – 11. Для этого вначале определим входной импеданс цепи, включающей трубопровод Z , записав уравнения:

$$\left. \begin{aligned} P_{21} &= A_2 P_{22} + B_2 q_{22} \\ q_{21} &= C_2 P_{22} + D_2 q_{22} \\ P_{22} &= Z_{22} q_{22} \end{aligned} \right\} \quad (2.4.11)$$

Из совместного решения уравнений (2.4.11) получим:

$$Z_{21} = \frac{P_{21}}{q_{21}} = \frac{A_2 Z_{22} + B_2}{C_2 Z_{22} + D_2} \quad (2.4.12)$$

Аналогичным образом определим входной импеданс для третьего трубопровода:

$$Z_{31} = \frac{P_{31}}{q_{31}} = \frac{A_3 Z_{33} + B_3}{C_3 Z_{33} + D_3} \quad (2.4.13)$$

Для угла соединения трубопроводов 1, 2, 3 запишем уравнения:

$$\left. \begin{aligned} q_{12} &= q_{21} + q_{31} \\ P_{12} &= P_{21} = P_{31} \end{aligned} \right\} \quad (2.4.14)$$

Из равенств (2.4.14) следует:

$$\frac{q_{12}}{P_{12}} = \frac{q_{21}}{P_{21}} + \frac{q_{31}}{P_{31}} \quad \text{или}$$

$$\frac{1}{Z_{12}} = \frac{1}{Z_{21}} + \frac{1}{Z_{31}} \quad (2.4.15)$$

Из последнего равенства находим Z_{12} :

$$Z_{12} = \frac{Z_{21}Z_{31}}{Z_{21} + Z_{31}} \quad (2.4.16)$$

При известном импедансе Z_{12} , можно определить входной импеданс первого трубопровода Z_{11} :

$$Z_{11} = \frac{4Z_{12} + B_1}{C_1Z_{12} + D_1}. \quad (2.4.17)$$

Этап 3. Определение комплексных амплитуд колебаний давления и расхода в сечении 11

Для определения P_{11} и q_{11} запишем уравнение:

$$\left. \begin{aligned} P_u &= P_{11} + Z_u q_{11} \\ P_{11} &= Z_{11} q_{11} \end{aligned} \right\} \quad (2.4.18)$$

Подставив вместо P_{11} выражение из второго равенства в первое, получим:

$$q_{11} = \frac{1}{Z_{11} + Z_u} P_u \quad (2.4.19)$$

При известном значении q_{11} можно определить из второго равенства (2.4.18) и комплексную амплитуду колебаний давления P_{11} :

$$P_{11} = \frac{Z_{11}}{Z_{11} + Z_u} P_u \quad (2.4.20)$$

Таким образом определили P_{11} и q_{11} во входном сечении первого трубопровода.

Этап 4. Определение комплексных амплитуд колебаний давления и расхода в произвольном сечении системы

Комплексные амплитуды колебаний давления и расхода в выделенном сечении системы рассчитываются при «движении» в обратном направлении от источника колебаний рабочей среды к потребителям. Например, колебания давления и расхода в сечении на расстоянии X от начала первого трубопровода определяются по зависимостям:

$$\left. \begin{aligned} P_{1x} &= P_{11} \cos \frac{\omega x}{c_1} - i \frac{\rho c_1}{F_1} q_{11} \sin \frac{\omega x}{c_1} ; \\ q_{1x} &= -i \frac{F}{\rho c} P_{11} \sin \frac{\omega x}{c_1} + q_{11} \cos \frac{\omega x}{c_1} \end{aligned} \right\} \quad (2.4.21)$$

Так как в правых частях равенств P_{11} , q_{11} и все параметры магистрали, включая частоту колебаний известны, то нетрудно по формулам (2.4.21) рассчитать комплексные амплитуды колебаний давления и расхода P_{1x} , q_{1x} .

По этим же формулам можно определить, как распределены амплитуды

колебаний давления по длине первого трубопровода. Для этого представим первое уравнение в виде:

$$P_{1\bar{x}} = P_{11} \cos \frac{\omega l}{c_1} \bar{x} - i \frac{\rho c_1}{F_1} q_{11} \sin \frac{\omega l}{c} \bar{x} \quad (2.4.22)$$

Взяв модуль из правой и левой частей получим:

$$B_{1\bar{x}} = \left| P_{11} \cos \frac{\omega l}{c_1} \bar{x} - i \frac{\rho c_1}{F_1} q_{11} \sin \frac{\omega l}{c} \bar{x} \right| \quad (2.4.23)$$

Задаваясь рядом значений \bar{x} от 0 до 1, можно построить распределение амплитуд колебаний давления по длине первого трубопровода:

$B_{1\bar{x}} = f(\bar{x})$ и выяснить сечение с наибольшей амплитудой колебаний давления.

В том случае, когда требуется определить, как распространяются колебания давления до исполнительного элемента, необходимо продолжить счёт комплексных амплитуд колебаний давления и расхода, продвигаясь от источника к исполнительному элементу. Для этого, вначале определим колебания давления и расхода в сечении 12 – 12:

$$\left. \begin{aligned} P_{12} &= A_1 P_{11} - B_1 q_{11} \\ q_{12} &= C_1 P_{11} + D_1 q_{11} \end{aligned} \right\} \quad (2.4.24)$$

Далее воспользовавшись уравнением баланса давлений и неразрывности для узла соединения трубопроводов 1, 2, и 3 получим:

$$\left. \begin{aligned} q_{21} &= P_{12} \\ q_M &= q_{12} - q_{31} \\ q_{31} &= \frac{1}{Z_{31}} P_{12} \end{aligned} \right\} \quad (2.4.25)$$

или

$$\left. \begin{aligned} P_{21} &= P_{12} \\ q_{21} &= q_{12} - \frac{1}{Z_{31}} P_{12} \end{aligned} \right\} \quad (2.4.26)$$

При известных P_{21} и q_{21} можно определить P_{22} и q_{22} в сечении 22 – 22:

$$\left. \begin{aligned} P_{22} &= A_2 P_{21} - B_2 q_{21} \\ q_{22} &= -C_2 P_{21} + D_2 q_{21} \end{aligned} \right\} \quad (2.4.27)$$

Далее воспользовавшись уравнением баланса расхода жидкости, применительно к нашему примеру в сечении 22 – 22

$$q_{22} = i\omega C_n P_{22} + i\omega F_n x$$

определим: $x = \frac{1}{i\omega} [q_{22} - i\omega C_n P_{22}]$ (2.4.28)

При известной комплексной амплитуде перемещения x , можно определить частотную функцию $W_{xp}(i\omega) = x / P_u$, на основании которой можно определить амплитудно – частотную характеристику:

$$\frac{A_x}{B_u} = \left| \frac{\chi}{P_u} \right| = \frac{1}{\omega B_u} \left| q_{22} - i\omega C_n P_{22} \right| \quad (2.4.29)$$

показывающую, как изменится амплитуда колебаний исполнительного элемента при постоянной амплитуде колебаний давления в источнике, от частоты колебаний.

По такой методике можно определить колебания давления, расхода или другого учтённого параметра в произвольном сечении гидросистемы.

3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ГИДРО- И ПНЕВМОПРИВОДОВ

3.1. Нелинейная силовая часть гидропривода с дроссельным регулированием

В гидроприводе с дроссельным регулированием привод исполнительного механизма осуществляется за счёт дросселирования потока рабочей среды в распределителе, который поочерёдно соединяет поршневые полости гидро – или пневмоцилиндра с напорной или сливной линиями. В любом приводе можно условно выделить управляющую и силовую части. Управляющая часть воздействует на распределитель потока жидкости силовой части, которая оказывает уже непосредственное воздействие на объект регулирования. В данном разделе рассмотрена математическая модель силовой части, причём в качестве рабочей среды принимается малосжимаемая жидкость (рис. 3.1) [20]/

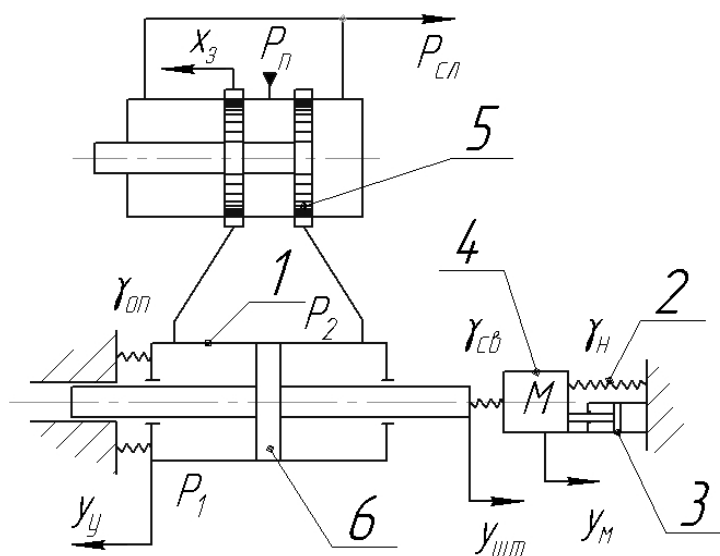


Рис. 3.1. Расчётная схема силовой части гидропривода с дроссельным регулированием

При смещении золотника 5 в направлении X_3 левая полость гидроцилиндра 1 соединяется с напорной линией, а правая – с линией слива. Под действием возникшего при этом перепада давления $P_1 - P_2$ поршень со

штоком b перемещаются вправо, двигая нагрузку, условно представленную в виде некоторой массы 4 . На схеме (рис. 3.1) показаны связи элементов силовой части гидропривода в виде жёсткости опоры γ_{on} , жёсткости связи штока с нагрузкой $\gamma_{св}$, жёсткости нагрузки γ_n с элементом демпфирования, имитирующим трение или потери энергии.

Математическое описание динамических процессов в гидроприводе начнём с нагрузки, уравнение движения которого имеет вид:

$$M_n \frac{d^2 y_m}{dt^2} + N_{Tp.m} + \gamma_n y_m = \gamma_{св} (y_{шт} - y_m), \quad (3.1.1)$$

где M_n - масса нагрузки,

$N_{Tp.m}$ - сила вязкого и сухого трения, в общем случае зависящая от скорости движения массы 4 ,

$$v_m = dy_m / dt, \\ N_{Tp} = N_{Tp}(v_m). \quad (3.1.2)$$

Уравнение движения поршня со штоком запишем в виде:

$$M_n \frac{d^2 y_{шт}}{dt^2} + N_{Tp.n} + \gamma_{св} (y_{шт} - y_m) = F_1 p_1 - F_2 p_2, \quad (3.1.3)$$

где M_n - сумматорная масса поршня и штока,

F_1, F_2 - площади торцов поршня в левой и правой полостях гидроцилиндра,

$N_{Tp.n}$ - сила трения в уплотнениях поршня, зависящая в общем случае от скоростей движения поршня со штоком $v_{шт} = dy_{шт} / dt$ и гидроцилиндра

$$v_u = dy_u / dt$$

$$N_{Tp.n} = N_{Tp.n}(v_{uT} v_u) \quad (3.1.4)$$

Аналогично можно записать уравнение движения гидроцилиндра:

$$M_u \frac{d^2 y_u}{dt^2} + N_{Tp.u} + \gamma_{on} y_u = F_1 p_1 - F_2 p_2 \quad (3.1.5)$$

где M_u - масса гидроцилиндра,

$N_{Tp.u}$ - сила трения цилиндра, зависящая от скорости её смещения относительно опоры $v_u = dy_u/dt$

$$N_{Tp.u} = N_{Tp.u}(v_u) \quad (3.1.6)$$

При смещении золотника в направлении $+X_3$ в первую полость гидроцилиндра поступает жидкость с массовым расходом:

$$G_1 = \rho Q_{31} \quad (3.1.7)$$

где ρ - плотность жидкости,

Q_{31} - объёмный расход жидкости.

Жидкость, поступающая в левую полость гидроцилиндра, расходуется на перемещение поршня и поджатие жидкости в полости. Тогда уравнение баланса расхода жидкости в левой полости примет вид:

$$\rho Q_{31} = \rho \frac{d(v_1 + v_{к.л.})}{dt} + \frac{\rho(v_1 + v_{к.л.})}{V_{см1}} * \frac{dp_1}{dt} \quad (3.1.8)$$

где V_1 - объём левой полости гидроцилиндра,

$V_{кл}$ - объём канала, соединяющего левую полость гидроцилиндра с золотником,

$B_{см1}$ - модуль объёмной упругости смеси жидкости с воздухом в левой полости гидроцилиндра.

Вследствие перемещения поршня гидроцилиндра и самого гидроцилиндра, вызванного упругостью опоры, объём V_1 будет переменной величиной:

$$v_1 = v_{o1} + F_1 y_{шт} + F_1 y_{ц} \quad , \quad (3.1.9)$$

где V_{o1} - объём левой полости гидроцилиндра при начальном положении поршня.

После подстановки выражения для V_1 в (2.8) и сокращения на ρ получим :

$$Q_{31} = F_1 \frac{dy_{шт}}{dt} + F_1 \frac{dy_{ц}}{dt} + \frac{v_1 + v_{л.к}}{B_{см1}} * \frac{dp_1}{dt} \quad . \quad (3.1.10)$$

Аналогично находим уравнение для объёмного расхода жидкости, вытекающей из правой полости гидроцилиндра:

$$Q_{32} = F_2 \frac{dy_{шт}}{dt} + F_2 \frac{dy_{ц}}{dt} - \frac{v_2 + v_{нк}}{B_{см2}} * \frac{dp_2}{dt} \quad , \quad (3.1.11)$$

где $V_2, V_{нк}$ - объём правой полости гидроцилиндра и канала, связывающего правую полость с золотниковым распределителем,

$B_{см2}$ - модуль объёмной упругости смеси жидкости и воздуха в полости гидроцилиндра.

Модули объёмной упругости $B_{см1}$ и $B_{см2}$ можно определить по соотношению:

$$V_{см.i} = \frac{V_{ж}}{1 + \alpha_{ei} \frac{V_{ж}}{V_{г}}} \quad , \quad (3.1.12)$$

где $I = 1, 2$, $\alpha_{г} = V_{г}/V_{см}$ - объёмное содержание воздуха в жидкости, которое может быть различно в каждой полости гидроцилиндра из-за разной продолжительности процессов растворения и выделения воздуха в жидкости.

Расходы жидкости через окна распределителя определяются следующими выражениями:

$$Q_{31} = k_{31} x_3 \sqrt{|p_n - p_1|} * \text{sign}(p_n - p_1) \quad , \quad (3.1.13)$$

$$Q_{32} = k_{32} x_3 \sqrt{|p_2 - p_{сл}|} * \text{sign}(p_2 - p_{сл}) \quad , \quad (3.1.14)$$

где K_{31} , K_{32} - удельные (отнесённые к единице перемещения золотника) проводимости окон, открытых при смещении золотника от среднего положения.

Удельные проводимости окон определяются зависимостями:

$$k_{31} = \mu_{31} \pi d_3 k_n \sqrt{\frac{2}{\rho}} \quad , \quad (3.1.15)$$

$$k_{32} = \mu_{32} \pi d_3 k_n \sqrt{\frac{2}{\rho}} \quad , \quad (3.1.16)$$

где $k_n = V_{ок}/\pi d_3$ - коэффициент полноты окон,

$V_{ок}$ - сумматорная ширина окон.

Коэффициенты расхода окон μ_{31} , μ_{32} как правило определяют экспериментально и окончательно результат выражают в виде функций:

$$k_{31}' = k_{31} \left(R_1, \bar{x}_3, \frac{p_1}{p_n} \right) , \quad (3.1.17)$$

$$k_{32}' = k_{32} \left(R_2, \bar{x}_3, \frac{p_{сл}}{p_2} \right) , \quad (3.1.18)$$

где
$$R_1 = \frac{2x_3}{v} \sqrt{\frac{2 |p_n - p_1|}{\rho}} ; \quad R_2 = \frac{2x_3}{v} = \sqrt{\frac{2 |p_2 - p_{сл}|}{v}}$$

$\bar{x}_3 = x_3 / x_{3\max}$ - безразмерное смещение золотника от среднего положения.

x_{\max} - максимальное смещение золотника в одну сторону.

Все вышеприведённые уравнения получены при $x_3 > 0$, $y_{шт} > 0$. В случае $x_3 < 0$ необходимо в уравнениях поменять местами P_1 и P_2 , т.к. теперь правая полость гидроцилиндра будет соединена с каналом P_n , а левая с $P_{сл}$. С учётом этих подстановок, систему уравнений после несложных преобразований можно представить в форме Коши:

$$\frac{dy_m}{dt} = v_m ,$$

$$\frac{dv_m}{dt} = \frac{\gamma_{св}}{M_n} y_{шт} - \frac{\gamma_{св} + \gamma_n}{M_n} y_m - \frac{1}{M_n} N_{Тр.н} ,$$

$$\frac{dy_{шт}}{dt} = -v_{шт} ,$$

$$\frac{d\upsilon_{uT}}{dt} = \frac{F_1}{M_n} - \frac{F_2}{M_n} p_2 - \frac{\gamma_{c\phi}}{M_n} y_{uT} + \frac{\gamma_{c\phi}}{M_n} y_m - \frac{1}{M_n} N_{Tp.u} ,$$

$$\frac{dy_u}{dt} = \upsilon_u , \quad (3.1.19)$$

$$\frac{d\upsilon_u}{dt} = \frac{F_1}{M_u} p_1 - \frac{F_2}{M_u} p_2 - \frac{\gamma_{on}}{M_u} y_u - \frac{1}{M_u} N_{Tp.u}$$

и при $x_3 > 0$

$$\frac{dp_1}{dt} = \frac{k_{31} B_{cm1}}{v_1 + v_{\kappa\lambda}} x_3 \sqrt{|p_n - p_1|} \operatorname{sign}(p_n - p_1) - \frac{F_1 B_{cm1}}{v_1 + v_{\kappa\lambda}} \upsilon_{uT} - \frac{F_1 B_{cm1}}{v_1 + v_{\kappa\lambda}} \upsilon_u ,$$

$$\frac{dp_2}{dt} = -\frac{k_{32} B_{cm2}}{v_2 + v_{\kappa,np}} x_3 \sqrt{|p_2 - p_{cл}|} \operatorname{sign}(p_2 - p_{cл}) + \frac{F_2 B_{cm2}}{v_2 + v_{\kappa,np}} \upsilon_{uT} + \frac{F_2 B_{cm2}}{v_2 + v_{\kappa,np}} \upsilon_u$$

при $x_3 < 0$

$$\frac{dp_1}{dt} = -\frac{k_{32} B_{cm1}}{v_1 + v_{\kappa\lambda}} x_3 \sqrt{|p_1 - p_{cл}|} \operatorname{sign}(p_1 - p_{cл}) + \frac{F_1 B_{cm1}}{v_1 + v_{\kappa\lambda}} \upsilon_{uT} + \frac{F_1 B_{cm1}}{v_1 + v_{\kappa\lambda}} \upsilon_u ,$$

$$\frac{dp_2}{dt} = \frac{k_{31} B_{cm2}}{v_2 + v_{\kappa,np}} x_3 \sqrt{|p_n - p_2|} \operatorname{sign}(p_n - p_2) - \frac{F_2 B_{cm2}}{v_2 + v_{\kappa,np}} \upsilon_{uT} - \frac{F_2 B_{cm2}}{v_2 + v_{\kappa,np}} \upsilon_u .$$

Данную систему уравнений необходимо дополнить функциями для $N_{тр.н}$, $N_{тр.п}$, $N_{тр.ц}$, а так же функциями проводимости окон K_{31} , K_{32} . Кроме того, следует указать минимальные давления P_1 и P_2 , исключающие кавитацию в гидроприводе. Для изучения основных закономерностей динамических процессов эта модель слишком сложна, она может быть использована как поверочная. Поэтому целесообразно применить более простую модель с рядом допущений.

3.2. Линеаризованная модель силовой части гидропривода с дроссельным регулированием

Для упрощения приведённой в разделе математической модели предположим, что геометрические параметры левой и правой половины схемы (рис. 3.1) при среднем положении поршня гидропривода имеют близкие значения [20]. В таких случаях можно принять:

$$F_1 = F_2 = F_n, \quad V_1 = V_2 = V_0, \quad V_{к.л} = V_{к.п} = V_k, \quad K_{з1} = K_{з2} = K_з.$$

При динамических процессах, протекающих со скоростями, превышающими скорости растворения и выделения газа в жидкости примем $V_{см} = V_{ж}$. Пренебрегая сухим трением в нагрузке и учитывая только вязкое трение, будем иметь:

$$N_{в.Тр} = K_{Тр} \frac{dy_M}{dt}. \quad (3.2.1)$$

Для удобства дальнейших преобразований выразим расход жидкости через золотник через перепад давления на поршне $P_n = P_1 - P_2$. Для этого из равенства $Q_{з1} = Q_{з2}$ следует:

$$P_2 - P_{сл} = P_n - P_1. \quad (3.2.2)$$

Добавив в правую часть и отняв от неё P_2 и $P_{сл}$, получим:

$$P_2 - P_{сл} = P_n - P_{сл} - (P_1 - P_2) + P_{сл} - P_2 \quad (3.2.3)$$

$$P_2 - P_{сл} = \frac{1}{2} (P_n - P_{сл} - P_n). \quad (3.2.4)$$

Тогда расход жидкости через золотник определится зависимостью :

$$Q_3 = \kappa_3 x_3 \sqrt{\frac{1}{2}(p_n - p_{cl} - p_n \operatorname{sign} x_3)} \quad (3.2.5)$$

В подкоренное выражение введено $\operatorname{sign} x_3$, для того, чтобы учесть знак x_3 при P_H , т.к. P_H может менять знак независимо от x_3 . Характер изменения расхода Q_3 от x_3 при различных P_H показан на рис. 3.2. Из равенства (3.2.5) следует, что при $x_3 = 0$ $Q_3 = 0$, поэтому относительно равновесного состояния, без дополнительных условий, нельзя воспользоваться линеаризацией. Характеристики расположены в ряд Тейлора.

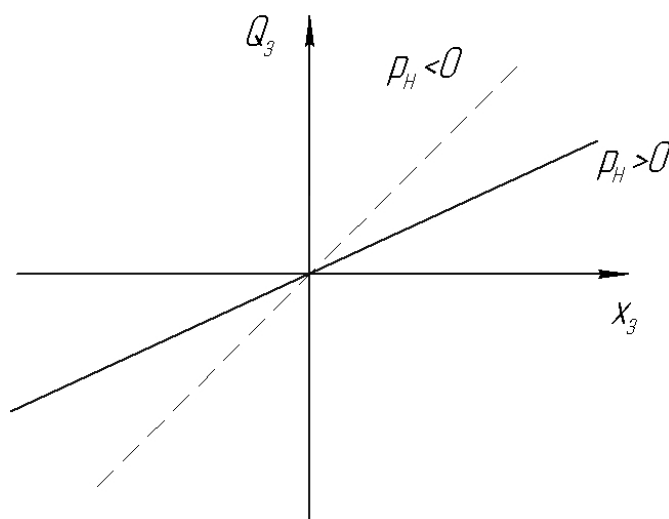


Рис. 3.2. Зависимость расхода через золотник от его смещения, при различных значениях привода давления на поршень

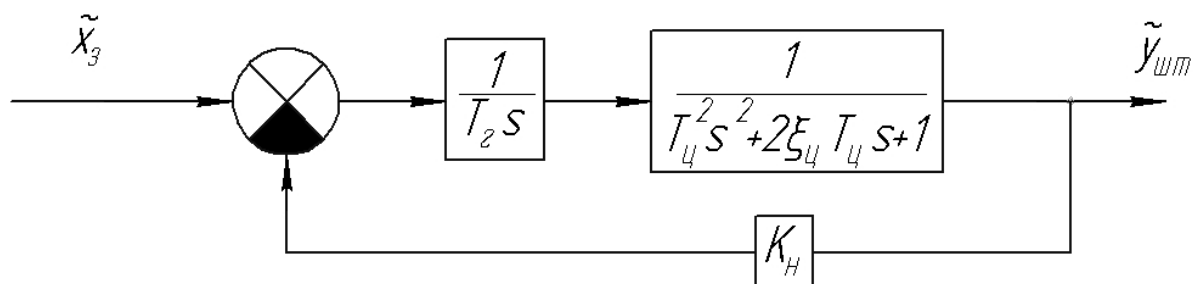


Рис. 3.3. Структурная схема силовой части гидропривода с дроссельным регулированием

В реальных инструкциях золотников всегда имеются утечки жидкости, которые всё-таки дают возможность провести линеаризацию зависимости (3.2.5) и представить его в виде:

$$Q_3 = K_{QX} X_3 - K_{QPn} P_n , \quad (3.2.6)$$

где -
$$K_{QX} = \left(\frac{dQ_3}{dx_3} \right)_{P_n=0, X_{30}} = \sqrt{\frac{1}{2} (p_n - p_{cl} - p_{n0} \text{sign} X_{30})} , \quad (3.2.7)$$

$$K_{QPn} = \left(\frac{dQ_3}{dp_3} \right)_{P_n=0, X_{30}} = \frac{K_3 x_{30}}{2 \sqrt{2 (p_n p_{cl} p_{n0} \text{sign} X_{30})}} . \quad (3.2.8)$$

При вычислении коэффициентов K_{QX} , K_{QPn} по формулам (3.2.7) и (3.2.8) в окрестности точки $P_n = 0$, $Q_3 = 0$ в них принимаем $P_{n0} = 0$, а значение X_{30} выбираем равным промежуточному значению между $x_3 = 0$ и $x_3 = x_{3\max}$. Перечисленные выше допущения позволяют составить линейную математическую модель силовой части гидропривода. Эту модель можно ещё несколько упростить, если полагать связь штока с нагрузкой принять абсолютно жёсткой ($\gamma_n = \infty$), т.е. $y_{шт} = y_m$, а массы $M_{шт}$ и M_n просуммировать ($M = M_n + M_{шт}$).

Массой гидроцилиндра по сравнению с массой M можно пренебречь. При перечисленных дополнительных допущениях, уравнение силовой части гидропривода сведём в систему равенств:

$$M \frac{d^2 y_{шт}}{dt^2} + K_{Tp} \frac{dy_{шт}}{dt} + \gamma_n y_{шт} = F_n p_n , \quad (3.2.9)$$

- полученного из (3.2.1)...(3.2.3) (с учётом принятых допущений),

$$\frac{v_0 + v_k}{2B_{жс}} * \frac{dp_n}{dt} + F_n \frac{dy_{шт}}{dt} + F_n \frac{dy_u}{dt} = Q_3 , \quad (3.2.10)$$

- полученного суммирования уравнений (3.2.9) и (3.2.10)

$$F_n p_n = \gamma_{0n} y_u , \quad (3.2.11)$$

- полученного из уравнения (3.2.5).

Систему уравнений (3.2.6), (3.2.9), (3.2.10), (3.2.11) можно привести к одному дифференциальному уравнению, решив их относительно движения штока $y_{шт}$ при входном воздействии в виде смещения золотника x_3 . Для этого поочерёдно исключим промежуточный параметр p_n .

$$p_n = \frac{\gamma_{0n}}{F_n} y_u \quad (3.2.12)$$

подставив который в остальные уравнения получим:

$$M \frac{d^2 y_{шт}}{dt^2} + K_{Tp} \frac{dy_{шт}}{dt} + \gamma_n y_{шт} = F_n \frac{\gamma_{0n}}{F_n} y_u , \quad (3.2.13)$$

$$\frac{v_0 + v_k}{2B_{жс}} * \frac{\gamma_{0n}}{F_n} * \frac{dy_u}{dt} + F_n \frac{dy_{шт}}{dt} + F_n \frac{dy_u}{dt} = K_{Qx} X_3 - K_{QpH} \frac{\gamma_{0n}}{F_n} y_u .$$

Из первого равенства определим $y_{\text{ц}}$:

$$y_{\text{ц}} = \frac{M}{\gamma_{0n}} * \frac{d^2 y_{\text{шт}}}{dt^2} + \frac{k_{Tp}}{\gamma_{0n}} * \frac{dy_{\text{шт}}}{dt} + \frac{\gamma_{\text{н}}}{\gamma_{0n}} y_{\text{шт}} ,$$

который подставим во второе выражение и преобразуем к виду:

$$\begin{aligned} & \frac{M v_0}{2 E_{\text{ц}} F_n k_{Qx}} * \frac{d^3 y_{\text{шт}}}{dt^3} + \frac{F_n}{k_{Qx}} \left(\frac{k_{Qp} M}{F_n^2} + \frac{k_{Tp}}{2 E_{\text{ц}} F_n^2} \right) * \frac{d^2 y_{\text{шт}}}{dt^2} + \\ & + \frac{F_n}{k_{Qx}} \left(1 + \frac{v_0 \gamma_{\text{н}}}{2 E_{\text{ц}} F_n^2} + \frac{k_{Qp}}{F_n^2} \right) \frac{dy_{\text{шт}}}{dt} + \frac{k_{Qp} \gamma_{\text{н}}}{k_{Qx} F_n} y_{\text{шт}} = x_3 , \end{aligned} \quad (3.2.15)$$

где
$$E_{\text{ц}} = \frac{B_{\text{ж}}}{1 + \frac{v_{\text{к}}}{v_0} + \frac{2 F_n^2 B_{\text{ж}}}{v_0 \gamma_{0n}}} .$$

Обычно величины, являющиеся слагаемыми коэффициента при $dy_{\text{шт}} / dt$, малы по сравнению с единицей. Исключив эти величины в (2.34) и преобразовав их по Лапласу при нулевых начальных условиях, получим:

$$\begin{aligned} & T_{\Gamma} s (T_{\text{ц}}^2 s^2 + 2 \zeta_{\text{ц}} T_{\text{ц}} s + 1) \tilde{y}_{\text{шт}} = \tilde{x}_3 - \kappa_{\text{н}} \tilde{y}_{\text{шт}} , \text{ или} \\ & \tilde{y}_{\text{шт}} = \frac{1}{T_{\Gamma S} (T_{\text{ц}}^2 s^2 + 2 \zeta_{\text{ц}} T_{\text{ц}} s + 1)} * (\tilde{x}_3 - \kappa_{\text{н}} \tilde{y}_{\text{шт}}) , \end{aligned} \quad (3.2.16)$$

$$\text{где } T_{\Gamma} = \frac{F_n}{k_{Qx}}; \quad T_{\psi} = \sqrt{\frac{M}{\gamma_{\psi}}}; \quad \gamma_{\psi} = 2 F_n^2 \frac{E_{\psi}}{V_0};$$

$$\zeta_{\psi} = \frac{\kappa_{Tp}/2 + k_{Qp} M E_{\psi}/V_0}{\sqrt{M \gamma_{\psi}}}; \quad K_n = \frac{k_{Qp} \gamma_n}{k_{Qp} F_n}.$$

Уравнение (3.2.16) можно представить в виде структурной схемы на рис. 3.3, из которой ясно, что силовую часть гидропривода с дроссельным регулированием можно представить в виде последовательного соединения интегрирующего и колебательного типовых звеньев, охваченных отрицательной обратной связью с пропорциональным звеном.

Интегрирующее звено описывает процесс непрерывного поступления жидкости в одну из полостей и вытеснения жидкости из другой полости при движении поршня. Постоянная времени T_{Γ} зависит от площади поршня F_n и коэффициента преобразования перемещения золотника в расход жидкости через окна, открываемые кромками золотника. Чем меньше T_{Γ} , тем больше скорость движения штока гидроцилиндра. Наличие колебательного звена вызвано сжимаемостью жидкости в гидроцилиндре и присоединённой к его штоку массой M . Жидкость играет роль пружины с жёсткостью γ_{ψ} , значительно превышающей жёсткость нагрузки γ_n . Постоянная времени T_{ψ} определяет собственную частоту колебаний массы M при среднем положении поршня гидроцилиндра: $\omega_{0\psi} = \frac{1}{T_{\psi}}$. Демпфирование в колебательном звене создают вязкое трение в нагрузке и гидравлическое сопротивление окон золотника.

Наличие обратной связи, отсутствующей в явном виде в конструкции гидропривода, обусловлено влиянием движения поршня со штоком на перепад давления на нём и, как следствие, на расход жидкости через золотник. Иногда такую связь называют внутренней обратной связью.

3.3. Силовая часть гидропривода с объёмным регулированием

Силовая часть гидропривода с объёмным регулированием состоит из исполнительного двигателя с вращательным или поступательным движением и насоса объёмного типа с изменяемой подачей [20] (рис. 3.4.).

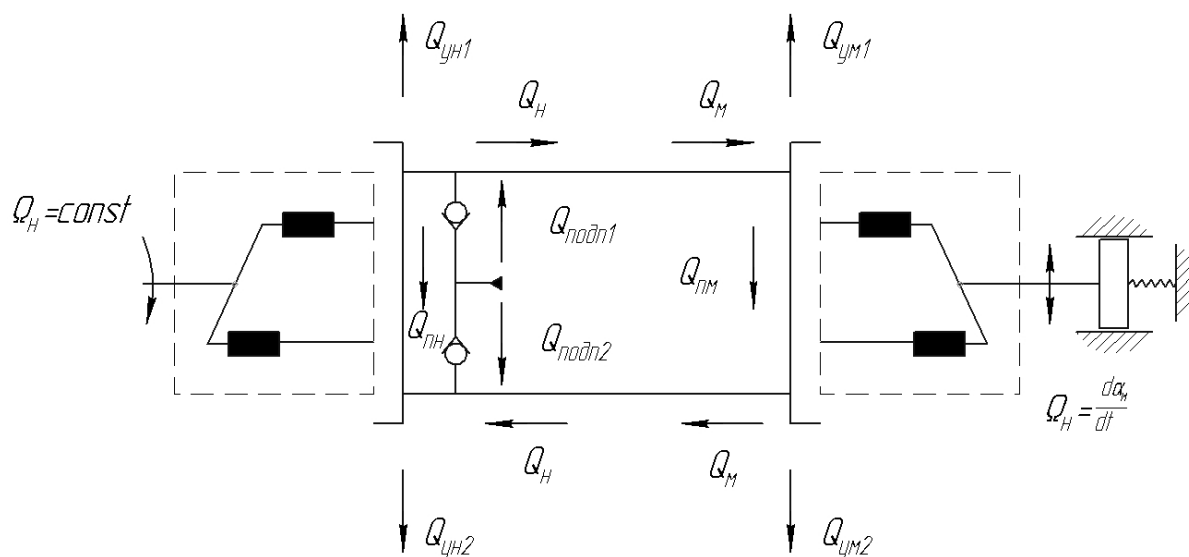


Рис. 3.4. Принципиальная схема силовой части гидропривода с объёмным регулированием

Вал аксиально – поршневого гидромотора 1 соединён с нагрузкой 2. Рабочая жидкость поступает в гидромотор от аксиально – поршневого насоса 3, подача которого по величине и направлению изменяется путём установления угла γ_n наклона шайбы. Движение жидкости происходит по замкнутому гидравлическому контуру, причём так, что у насоса либо верхняя гидролиния является напорной, а нижняя – всасывающей, либо наоборот. Для компенсации утечек жидкости предусмотрены клапаны 4, к которым подведена жидкость под давлением $P_{подп}$ подпитки от вспомогательного насоса. Расходная характеристика этих клапанов приведена на рис. 3.5.

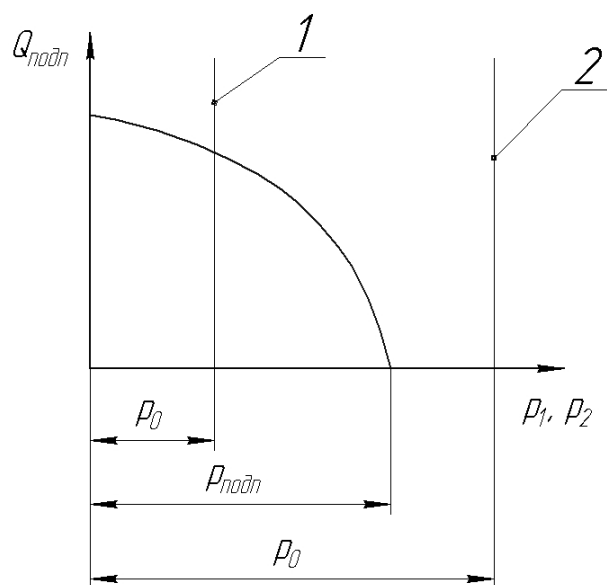


Рис. 3.5. Расходно – перепадная характеристика подпиточных клапанов

При давлении $P_1 < P_{\text{ноqn}}$ открывается верхний клапан, пропуская жидкость (расход $Q_{\text{ноqn1}}$) в гидролинию с давлением P_1 , при $P_2 < P_{\text{ноqn}}$ открывается нижний клапан и жидкость с расходом $Q_{\text{ноqn2}}$ поступает в гидролинию с давлением P_2 (P_0 на линии 1). Если $P_1 > P_{\text{ноqn}}$ и $P_2 > P_{\text{ноqn}}$, то закрыты оба клапана (P_0 на линии 2). В точке, для которой $P_1 = P_2 = P_{\text{ноqn}}$, характеристика имеет разрыв по первой производной и поэтому в данной

линии характеристика не может быть линеаризована методом малых отклонений.

Предположим, что при выбранном для исследования режиме работы гидропривода клапаны открыты. Тогда после линеаризации характеристики методом малых отклонений получим:

$$Q_{\text{поqn1}} = K_{\text{кл}} (P_{\text{поqn1}} - P_1) , \quad (3.3.1)$$

$$Q_{\text{поqn2}} = K_{\text{кл}} (P_{\text{поqn1}} - P_2) , \quad (3.3.2)$$

где $K_{\text{кл}}$ – проводимость клапана.

Обозначим через $Q_{\text{н}}$ и $Q_{\text{м}}$ – объёмные расходы жидкости, вытесняемые идеальным насосом и потребляемые идеальным гидромотором, тогда уравнения баланса расходов для верхней и нижней магистралей примут вид:

$$Q_{\text{н}} + Q_{\text{поqn1}} - Q_{\text{м}} - Q_{\text{п.н}} - Q_{\text{п.м}} - Q_{\text{у.н1}} - Q_{\text{у.м1}} = Q_{\text{сж.1}} = 0 , \quad (3.3.3)$$

$$Q_{\text{м}} + Q_{\text{п.н}} + Q_{\text{п.м}} + Q_{\text{поqn2}} = Q_{\text{н}} - Q_{\text{сж.2}} - Q_{\text{у.н2}} - Q_{\text{у.м2}} = 0 . \quad (3.3.4)$$

В уравнениях (3.3.3) и (3.3.4) $Q_{\text{сж.1}}$ и $Q_{\text{сж.2}}$ – являются соответствующими связанными с сжимаемостью жидкости, а остальные составляющие показаны на рис. 3.4 и обусловлены перетечками ($Q_{\text{п.н}}$, $Q_{\text{п.м}}$), утечками ($Q_{\text{у.н1}}$, $Q_{\text{у.н2}}$, $Q_{\text{у.м1}}$, $Q_{\text{у.м2}}$) жидкости. Уравнения (3.3.3) и (3.3.4) упрощаются, если насос и гидромотор имеют одинаковые размеры и изготовлены с одинаковыми допусками. В этом случае можно принять, что:

$$Q_{\text{п.н}} = Q_{\text{п.м}} = Q_{\text{пр}} ; \quad Q_{\text{у.н1}} = Q_{\text{у.м1}} = Q_{\text{у-1}} ; \quad Q_{\text{у.н2}} = Q_{\text{у.м2}} = Q_{\text{у-2}} .$$

Тогда составляющие уравнения (3.3.3) и (3.3.4) будут определяться равенствами:

$$Q_m = q_m \frac{dx_m}{dt}, \quad (3.3.5)$$

$$Q_{пр} = K_{пр} P_1 - P_2, \quad (3.3.6)$$

$$Q_{y.t1} = K_{y.t} P_1, \quad (3.3.7)$$

$$Q_{y.t2} = K_{y.t} P_2, \quad (3.3.8)$$

где $q_m = V_m / (2\pi)$ – рабочий объём гидромотора, отнесённый к одному радиану угла поворота его вала,

$K_{пр}$ – проводимость зазоров, по которым в насосе и гидромоторе происходит притечка жидкости из камер с высоким давлением, в камеры с низким давлением,

$K_{y.t}$ – проводимость зазоров в насосе и гидромоторе, по которым происходит утечка жидкости в сливную магистраль.

Предполагая, что верхняя и нижняя магистрали одинаковые, а трубы абсолютно жёсткие, запишем:

$$Q_{сж1} = \frac{V_0}{B_{сж}} * \frac{d P_1}{dt}, \quad (3.3.9)$$

$$Q_{сж2} = \frac{V_0}{B_{сж}} * \frac{d P_1}{dt}, \quad (3.3.10)$$

где V_0 – внутренний объём одного трубопровода с подключенными к нему камерами насоса и гидромотора,

$B_{ж}$ – модуль объёмной упругости жидкости.

Уравнения (3.3.9) и (3.3.10) записаны с предположениями, что характерное время процесса (например, период вращения насоса) на порядок больше времени распространения волн в трубопроводе, в противном случае необходимо рассматривать трубопровод, как элемент с распределёнными параметрами.

Подставив все составляющие расхода, кроме Q_H , в уравнение (3.3.3) и (3.3.4), а затем сложив их, получим:

$$Q_M * \frac{dx_M}{dt} + \frac{V_0}{2B_{жс}} * \frac{dP_M}{dt} + K_{\Sigma} P_M = Q_H, \text{ где}$$

$$P_M = P_1 - P_2; \quad K_{\Sigma} = K_{y.t} + 2 K_{np} + \frac{K_{кл}}{2}.$$

Объёмную подачу Q_H идеального аксиально – плунжерного насоса можно определить по зависимости. Вывод уравнений :

$$Q_H = q_M \frac{dx_M}{dt} + 2 K_{np} (P_1 - P_2) + 2V_{yt} P_1 + \frac{V_0}{B_{жс}} * \frac{dP_1}{dt} - K_{кл} (P_{ноqn} - P_1)$$

$$Q_H = q_M \frac{dx_M}{dt} + 2 K_{np} (P_1 - P_2) + K_{кл} (P_{ноqn} - P_2) - \frac{V_0}{B_{жс}} * \frac{dP_2}{dt} - 2 K_{yt} P_2$$

$$2Q_H = 2q_M \frac{dx_M}{dt} + 4 K_{np} (P_1 - P_2) + \frac{V_0}{B_{жс}} * \frac{d(P_1 - P_2)}{dt} + K_{ноqn} (P_1 - P_2) + 2 K_{yt} (P_1 - P_2)$$

$$q_M \frac{dx_M}{dt} + \frac{V_0}{2B_{жс}} * \frac{dP_M}{dt} + K_{\Sigma} (P_1 - P_2) = Q_H,$$

$$\text{где } P_M = P_1 - P_2; \quad K_{\Sigma} = K_{yt} + K_{np} + \frac{K_{кл}}{2}.$$

$$Q_H = \frac{F_n Z_n D_n \Omega_H t_q \gamma_H}{2\dot{y}}, \quad (3.3.12)$$

где F_n – площадь торца плунжера,

Z_n – число плунжеров,

D_n – диаметр цилиндрической поверхности, на которой расположены оси цилиндров,

Ω_H – угловая скорость вала насоса.

При постоянной скорости вращения Ω_H , и малом значении угла γ_H можно представить зависимость (3.3.12) в виде:

$$Q_H = K_{Q\gamma} \gamma_H, \quad (3.3.13)$$

где $K_{Q\gamma} = F_n Z_n D_n \Omega_H / 2$ – коэффициент преобразования угла наклона шайбы в подачу насоса. После подстановки величины Q_H из (3.3.13) в (3.3.11) будем иметь:

$$\frac{q_m * dx_m}{k_{Q\gamma} dt} + \frac{V_0}{2B_{жс} k_{Q\gamma}} * \frac{dP_m}{dt} + \frac{k_{\Sigma}}{k_{Q\gamma}} P_{жс} = \gamma_H. \quad (3.3.14)$$

Для исключения P_m из равенства (3.3.14) и получения конечного уравнения относительно выходного параметра X_m запишем дополнительно уравнение движения гидромотора:

$$Y * \frac{d^2 x_m}{dt^2} + M_{поз} + M_{тр1} + M_{тр2} = q_m P_m, \quad (3.3.15)$$

где Y – приведённый к валу гидромотора момент инерции объекта, вычисленный с учётом момента инерции ротора самого гидромотора,

$M_{\text{поз}}$ – момент от действия на вал гидромотора позиционной нагрузки,
 $M_{\text{тр1}}$, $M_{\text{тр2}}$ – моменты сил трения соответственно в гидромоторе и
нагрузке, приложенной к валу гидромотора.

Нагружающие вал гидромотора моменты определяются соотношениями:

$$M_{\text{поз}} = K_{\text{поз}} * x_{\text{м}} , \quad (3.3.16)$$

$$M_{\text{тр1}} = K_{\text{тр1}} * \frac{dx_{\text{м}}}{dx} , \quad (3.3.17)$$

$$M_{\text{тр2}} = K_{\text{тр2}} * \frac{dx_{\text{м}}}{dx} , \quad (3.3.18)$$

где - $K_{\text{поз}}$, $K_{\text{тр1}}$, $K_{\text{тр2}}$ - коэффициенты , определяющие связь угла вала гидромотора $x_{\text{м}}$ и его производной с соответствующими моментами.

Подставив в уравнение (3.3.15) выражения для моментов (3.3.16) – (3.3.18), получим:

$$\frac{y}{Q_{\text{м}}} * \frac{d^2 x_{\text{м}}}{dx^2} + \frac{K_{\text{тр}}}{q_{\text{м}}} * \frac{dx_{\text{м}}}{dt} + \frac{K_{\text{поз}}}{Q_{\text{м}}} x_{\text{м}} = P_{\text{м}} , \quad (3.3.19)$$

где - $K_{\text{тр}} = K_{\text{тр1}} + K_{\text{тр2}}$.

Уравнения (3.3.14) и (3.3.19) сведём к одному уравнению:

$$Q_3 * \frac{d^3 x_{\text{м}}}{dt^3} + Q_2 * \frac{d^2 x_{\text{м}}}{dx^2} + Q_1 * \frac{dx_{\text{м}}}{dt} + Q_0 x_{\text{м}} = \gamma_{\text{н}} , \quad (3.3.20)$$

$$\text{где } Q_3 = \frac{y v_0}{2B_{\text{жс}} q_{\text{м}} k_{Q\gamma}} ; \quad Q_2 = \frac{K_{\angle 0} v_0}{2B_{\text{жс}} q_{\text{м}} k_{Q\gamma}} + \frac{k_{\Sigma} y}{Q_{\text{м}} k_{Q\gamma}} ;$$

$$Q_1 = \left(1 + \frac{\kappa_{noz} v_0}{2B_{ж} Q_m^2} + \frac{k_{\Sigma} \kappa_{mp}}{q_m^2} \right) * \frac{Q_m}{k_{Q\gamma}} ; \quad Q_0 = \frac{k_{\Sigma} k_{noz}}{q_m k_{Q\gamma}} .$$

Уравнение (3.3.20) описывает динамический процесс в силовой части гидропривода с объёмным регулированием.

Величины, стоящие в скобках при вычислении коэффициента Q_1 в (3.3.20), обычно малы по сравнению с единицей и в дальнейшем их можно не учитывать. При таком допущении уравнение (3.3.20) можно преобразовать по Лапласу при нулевых начальных условиях и представить в виде:

$$T_{Г0} s(T_M s^2 + 2G_M T_M s + 1) \tilde{x}_m = \tilde{\gamma}_n - K_{н0} \tilde{x}_m, \quad (3.3.21)$$

где $T_{Г0} = \frac{q_m}{k_{Q\gamma}}$ - постоянная времени гидропривода с объёмным регулированием;

$$T_M = \sqrt{\frac{y v_0}{2Q_m^2 B_{ж}}} ;$$

- постоянная времени нагруженного гидромотора;

$$G_M = \frac{y B_{ж} \kappa_{\Sigma} + \kappa_{Tp} v_0 / 2}{\sqrt{2y B_{ж} v_0 q_m^2}} ,$$

- коэффициент относительного демпфирования гидромотора;

$$K_{н0} = \frac{\kappa_{\Sigma} \kappa_{noz}}{q_m k_{Q\gamma}}$$

- коэффициент внутренней обратной связи, вызванной действием позиционной нагрузки и негерметичностью гидромашин.

Уравнению (3.3.21) соответствует структурная схема, представленная на рис. 3.3. и совпадающая по форме со структурной схемой гидропривода с дроссельным регулированием (рис. 3.6).

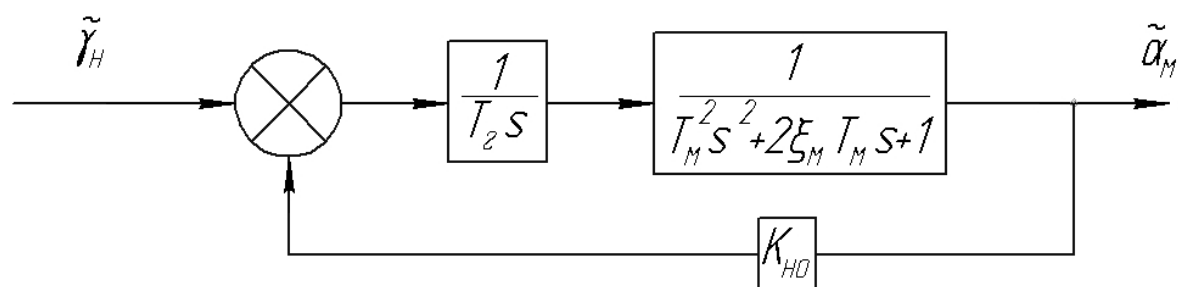


Рис. 3.6. Структурная схема силовой части гидропривода с объёмным регулированием

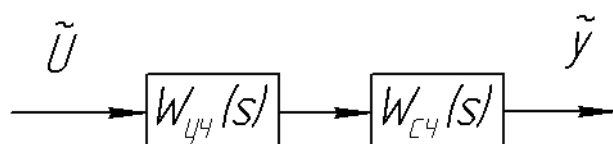


Рис. 3.7. Структурная схема последовательно соединённых управляющей и силовой частей гидро – или пневмопривода

Как следует из сравнения уравнений и структурных схем гидроприводов с дроссельным и объёмным регулированием (рис. 3.6), они различаются только величинами, определяющими значения постоянных времени и коэффициентов демпфирования.

При известной передаточной функции управляющей части гидро – или пневмопривода $W_{y,ч}(s)$ можно представить структурную схему гидропривода в виде последовательного соединения управляющей и силовой частей (рис. 3.7), где $W_{y,ч}(s)$ – передаточная функция силовой части привода, определяемая по структурной схеме (рис. 3.7) с использованием правил преобразования структурных схем.

При известной передаточной функции привода можно приступить к анализу устойчивости и качества переходного процесса в первом приближении. Для более точной оценки характеристик приводов, необходимо решить тем или иным методом систему нелинейных дифференциальных уравнений. Однако основные динамические свойства гидроприводов можно качественно оценить по приведённым выше зависимостям.

Для решения этой задачи необходимо определить $W_{y,ч}(s)$ управляющей части, в качестве примера которых в дальнейшем приняты хорошо известные электромеханические преобразователи, гидравлические усилители.

3.4. Математическая модель пневмопривода

Математические модели пневмопривода и гидропривода различаются в основном из-за большей сжимаемости газа по сравнению с жидкостью. При выводе уравнения силовой части пневмопривода (рис. 3.8) с тем отличием, что зачернённые треугольники в обозначении подачи рабочей среды заменены на незачернённые) полагаем $\gamma_{on} \rightarrow \infty$, т.к. податливость опоры пренебрежимо мала по сравнению с перемещениями штока с поршнем из-за сжимаемости газа.

При смещении золотника влево расход газа в полости пневмоцилиндра равен:

$$G_1 = \frac{d(\rho_1 v_1)}{dt}, \quad (3.4.1)$$

где ρ_1 - плотность газа в левой полости пневмоцилиндра, объём которой V_1 .

В случае совершенного газа его состояние описывается уравнением Клапейрона

$$\rho_1 = \frac{P_1}{RQ_1}, \quad (3.4.2)$$

в котором P_1 и Q_1 абсолютное давление и температура газа;

R – газовая постоянная.

Подставив плотность газа из (3.4.2) в (3.4.1), получим:

$$G_1 = \frac{1}{R} * \frac{d}{dt} \left(\frac{P_1 V_1}{Q_1} \right) \quad (3.4.3)$$

Аналогично можно записать выражение для расхода газа из правой полости пневмоцилиндра:

$$G_2 = \frac{1}{R} * \frac{d}{dt} \left(\frac{P_2 V_2}{Q_2} \right) \quad (3.4.4)$$

Для левой полости дополнительно запишем уравнение энергии газа в виде:

$$C_p G_1 Q_{1k} - P_1 \frac{dv_1}{dt} + \frac{dQ_T}{dt} = \frac{d}{dt} (c_v \rho_1 v_1 Q_1), \quad (3.4.5)$$

где C_p , C_v - удельные теплоёмкости газа, при постоянном давлении и постоянном объёме,

$Q_{1к}$ - абсолютная температура в левом канале золотника,

Q_T - количество теплоты, подводимой из окружающей среды, или отводимой в окружающую среду.

Процесс заполнения газа левой полости и опорожнения правой полости пневмоцилиндра ближе к адиабатическому процессу без теплообмена, поэтому в последнем уравнении можно полагать $dQ_T/dt = 0$.

С учётом такого допущения после подстановки значения плотности из уравнения Клайперона приведём уравнение (3.4.5) к виду:

$$G_1 Q_{1n} - \frac{P_1}{C_p} * \frac{dv_1}{dt} = \frac{1}{KR} * \frac{d(P_1 v_1)}{dt} \quad (3.4.6)$$

Для правой полости пневмоцилиндра в результате таких же операций находим:

$$G_2 Q_{2n} + \frac{P_2}{C_p} * \frac{dv_2}{dt} = -\frac{1}{k_p} * \frac{d(P_2 v_2)}{dt} \quad (3.4.7)$$

Уравнения (3.4.6), (3.4.7) нелинейные, поэтому линеаризуем их методом малых отклонений в окрестности состояния, когда позиционная нагрузка близка к нулю, т.е. когда $P_{10} \approx P_{20} \approx P_0$.

Допустим так же, что температуры в левом и правом канале золотника изменяются незначительно и близки к температуре Q_0 газа, при среднем положении поршня.

$$Q_{1л} = Q_{2н} = Q_0 \quad (3.4.8)$$

После линеаризации уравнений получаем:

$$\Delta G_1 - \frac{P_0}{Q_0 C_p} * \frac{d_{\Delta} v_1}{dt} = \frac{1}{KRQ_0} \left(P_0 \frac{d_{\Delta} v_1}{dt} + v_0 \frac{d_{\Delta} P_1}{dt} \right), \quad (3.4.9)$$

$$\Delta G_2 + \frac{P_0}{Q_0 C_p} * \frac{d_{\Delta} v_2}{dt} = -\frac{1}{kRQ_0} \left(P_0 \frac{d_{\Delta} v_2}{dt} + v_0 \frac{d_{\Delta} P_2}{dt} \right), \quad (3.4.10)$$

где V_0 – объём каждой полости пневмоцилиндра при среднем положении поршня.

Суммируя последние равенства и используя соотношения

$$\Delta V_1 = F_u Y_{MT}, \quad \Delta V_2 = -S_n Y_{MT}, \quad \frac{1}{C_p} + \frac{1}{KR} = \frac{1}{R}, \quad \text{находим}$$

$$G = \frac{P_0}{RQ_0} \left(F_n \frac{dy_{MT}}{dt} + \frac{v_0}{2KP_0} * \frac{dP_H}{dt} \right), \quad (3.4.11)$$

где – $G = \Delta G_1 = \Delta G_2$, $P_H = \Delta P_1 = \Delta P_2$.

Отклонение массового расхода G связано с отклонением объёмного расхода соотношением:

$$G = \rho_0 Q_3 = \frac{P_0}{RQ_0} Q_3 \quad (3.4.12)$$

Используя (3.4.12), представим (3.4.11) в форме, аналогичной уравнению (3.2.29)

$$\frac{V_0}{2B_{a,\varepsilon}} * \frac{dp_H}{dt} + F_n \frac{dy_{MT}}{dt} = Q_3, \quad (3.4.13)$$

где – $B_{a,\varepsilon} = KP_0$ адиабатический модуль объёмной упругости газа.

Линеаризованную функцию $Q_3 = Q_3(X_3, P_H)$ можно описать как в случае гидропривода уравнением (3.2.6) с тем отличием, что коэффициенты K_{QX} и K_{QP} должны быть вычислены по расходно – перепадной характеристике золотникового устройства, полученной для газа. В случае золотника с нулевым перекрытием коэффициент K_{QP} равен нулю и только при $P_H/P_H > 0,65$ будет изменяться в зависимости от X_3 и P_H .

При использовании уравнения (3.4.13) совместно с уравнениями (3.2.9) и (3.2.6) после перехода к изображениям по Лапласу можно построить одно уравнение силовой части пневмопривода в форме:

$$T_n s (T_{ny}^2 s^2 + 2\zeta_{ny} T_{ny} s + 1) \tilde{y}_{MT} = \tilde{x}_3; \quad (3.4.14)$$

где - $T_n = \frac{S_n}{K_{QX}} ; \quad T_{ny} = \sqrt{\frac{M}{C_{ny}}};$

$$C_{ny} = 2F_n^2 \frac{B_{aT}}{v_0} ; \quad \zeta_{ny} = \frac{K_{Tp}}{2\sqrt{MC_{ny}}} .$$

Структурная схема силовой части пневмопривода соответствующая последнему равенству представлена на рис. 3.8.

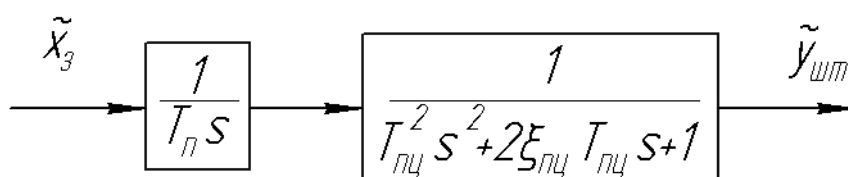


Рис. 3.8. Структурная схема силовой части пневмопривода

Из сравнения (3.4.14) и (3.2.16) ясно, что различие динамических характеристик силовой части пневмопривода и гидропривода с дроссельным регулированием проявляется в меньших значениях собственной частоты $\omega_{0n.y}$ пневмоцилиндра, по сравнению с собственной частотой ω_{0y} гидроцилиндра при одинаковой массе:

$$M = \frac{\omega_{0n.y}}{\omega_{0y}} = \sqrt{\frac{KP_0}{B_{ж}}} . \quad (3.4.15)$$

Кроме того, т.к. $K_{QP} = 0$, то демпфирование колебаний поршня пневмоцилиндра создаёт только вязкое трение в нагрузке на выходное звено.

4. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ УПРАВЛЯЮЩИХ УСТРОЙСТВ ГИДРОПРИВОДОВ

4.1. Силовая часть гидропривода с управлением от оператора

Человек – оператор может перемещать золотник силовой части гидропривода с дроссельным регулированием вручную, визуально контролируя движение объекта регулирования или выходного звена привода [19,20]. При этом, более точным является управление с обратной связью (рис. 4.1)

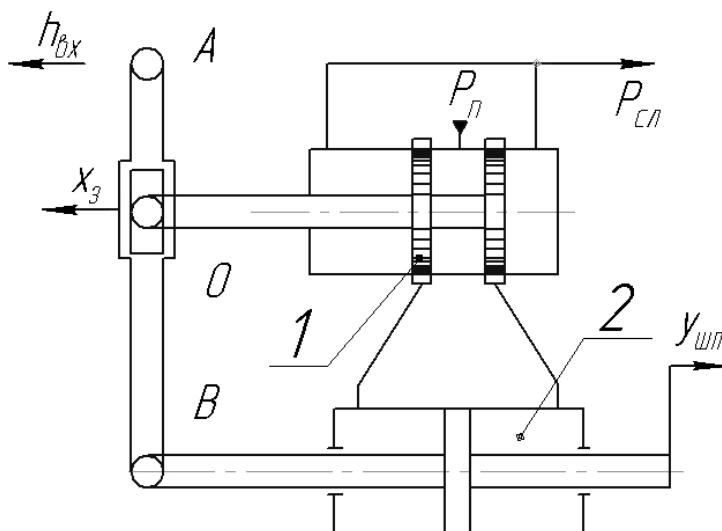


Рис. 4.1. Принципиальная схема гидромеханического привода с дроссельным регулированием

Этот способ управления осуществляется, например, в следящем гидромеханическом приводе, в котором входным сигналом является перемещение точки А. Сигнал обратной связи передаётся золотнику 1 от штока гидроцилиндра 2 рычагом ВОА. Рассогласование выражается в перемещении золотника:

$$X_3 = K_{xh} h_{bx} - K_{0c} y_{шт} ,$$

где $K_{xh} = OB / AB$ - коэффициент передачи входного сигнала;

$K_{oc} = OB / AB$ - коэффициент обратной связи.

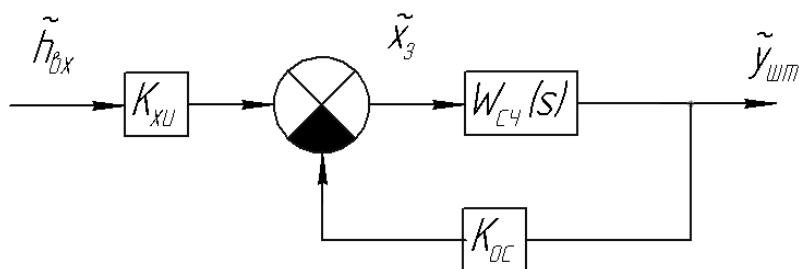


Рис. 4.2. Структурная схема гидромеханического привода

Передаточная функция гидромеханического следящего привода может быть определена на основе преобразования структурной схемы на рис. 4.2, в которой передаточная функция силовой части $W_{сч}(s)$ определяется на основе её математической модели, рассмотренной в разделе 3. Имея передаточную функцию гидромеханического привода можно оценивать его устойчивость и качество переходного процесса по известным методикам, изложенным в курсах лекций по теории управления [].

4.2. Электромеханический преобразователь с гидравлическим усилителем

Большие возможности в управлении техническими объектами открываются при управлении перемещением золотника устройствами, преобразующими электрические сигналы в перемещения [20]. Такой процесс может определяться с усилителем мощности сигнала или без усилителя.

В современных управляющих устройствах, как правило используются электромеханические преобразователи (ЭМП) с усилителями мощности, которые получили название электрогидравлических усилителей (ЭГУ) (рис. 4.2)

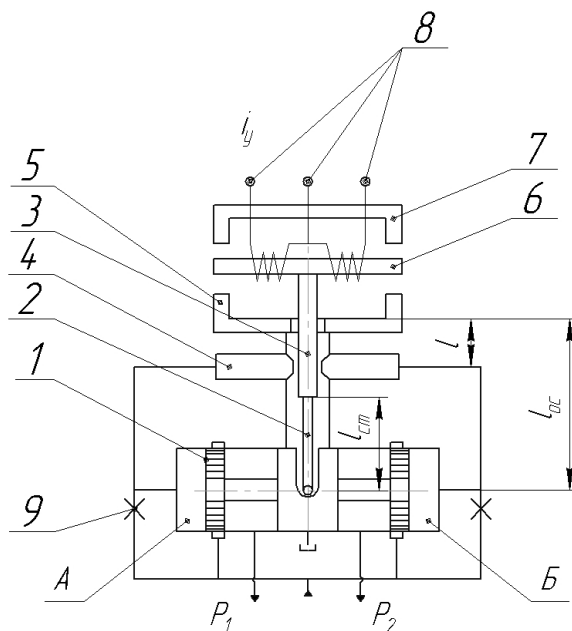


Рис. 4.2. Принципиальная схема электрогидравлического усилителя

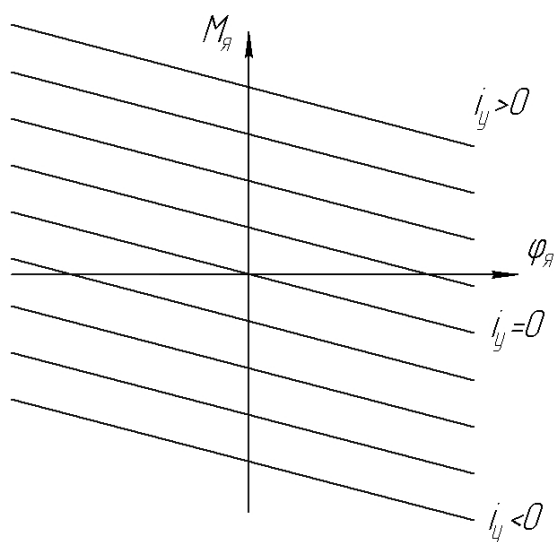


Рис. 4.3. Моментная (внешняя) характеристика ЭМП

ЭГУ состоит из золотника 1, распределяющего жидкость под давлением P_n в одну из магистралей силовой части гидропривода (P_1 или P_2) (на схеме не показан). Перемещение золотника осуществляется за счёт перепада давления на его торцах (А и В), возникающего в результате перекрытия заслонкой и открытия одного из сопел 4 другого сопла. Заслонка запрессована в упругую трубку 5 и её верхний конец жёстко соединён с якорем 6 ЭМП, который размещён между полюсами постоянных магнитов. Поворот якоря осуществляется за счёт электромагнитных сил, возникающих вследствие взаимодействия электромагнитного поля с полем постоянных магнитов. Электромагнитное поле изменяется в соответствии с изменением тона i_y в управляющей области. При изменении тона i_y , якорь 6 поворачивает заслонку относительно точки, находящейся приблизительно посередине упругой трубки.

При отклонении заслонки от среднего положения, зазор между одним соплом и заслонкой уменьшается, а между другим соплом и заслонкой увеличивается. При этом в камерах А и В появляется разность давлений, обуславливающая силу, перемещающую золотник. Вместе с золотником перемещается нижний конец упругого стержня, при изгибе которого к заслонке прикладывается противодействующий момент, уравнивающий после определённого смещения золотника электромагнитный момент. В результате наступает равновесие элементов ЭГУ, соответствующее определённому смещению золотника при заданном токе в управляющей обмотке i_y .

Опишем вначале динамические процессы в ЭМП, уравнение движения которого представим в виде:

$$y_{\text{я}} \frac{d^2 \varphi_{\text{я}}}{dt^2} + M_n + M_{\text{д.я}} = M_{\text{я}}, \quad (4.2.1)$$

где M_n - момент сил действующих на заслонку и создающих нагрузку на якорь,

$$M_{\partial.я} = K_{\partial.я} \frac{d\varphi_{я}}{dt},$$

демпфирующий момент, вызванный силой вязкого трения при движении заслонки в потоке жидкости и встречной ЭДС в обмотке управления.

$$M_{я} = k_{mi} i_y - K_{m\varphi} \varphi_{я}$$

- момент сил, отклоняющих якорь от среднего положения,

$$k_{mi} = \left(\frac{dM_{я}}{di_y} \right)_{\varphi_{я}=0} \quad ; \quad K_{m\varphi} = \left(\frac{dM_{я}}{d\varphi} \right)_{i_y=0}$$

- коэффициенты, определяемые в результате линеаризации моментной характеристики ЭМП (рис. 4.3).

После подстановки выражений для моментов в уравнение (4.2.1) получим:

$$y_{я} \frac{d^2 \varphi_{я}}{dt^2} + K_{\rho я} \frac{d\varphi_{я}}{dt} + K_{m\varphi} \varphi_{я} = K_{mi} i_y - M_H \quad (4.2.2)$$

Разделив все члены на K_{mi} в уравнении (4.2.2), будем иметь:

$$T_{я}^2 \frac{d^2 \varphi_{я}}{dt^2} + 2\zeta_{я} T_{я} \frac{d\varphi_{я}}{dt} + \varphi_{я} = K_{\varphi i} i_y - \frac{1}{K_{m\varphi}} M_H, \quad (4.2.3)$$

где
$$T_{я} = \sqrt{\frac{y_{я}}{K_{m\varphi}}}$$

- постоянная времени якоря, характеризующая собственную частоту колебаний якоря,

$$\zeta_{я} = \frac{K_{р\dot{y}}}{2 \sqrt{y_{я} K_{н\phi}}}$$

- коэффициент относительного демпфирования якоря,

$$k_{\phi i} = \frac{k_{mi}}{k_{m\phi}}$$

- коэффициент преобразования тока i_y в угол $\varphi_{я}$.

Отклоняемая ЭМП заслонка служит элементом, управляющим вспомогательной ступенью гидравлического усиления сигналов, выходным сигналом которого является перемещение золотника X_3 .

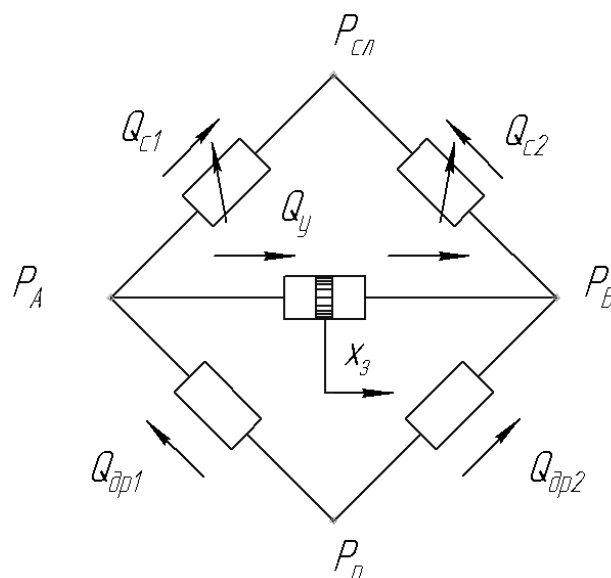


Рис. 4.4. Схема гидравлического моста ЭГУ

Гидравлический усилитель представляет собой гидравлический мост (рис. 4.4), уравнение баланса расхода для левой ветви которого имеет вид:

$$Q_{\partial p1} - Q_{c1} - Q_y = 0 \quad , \quad (4.2.4)$$

где
$$Q_{\partial p1} = K_{\partial p} \sqrt{p_n - p_A} \quad (4.2.5)$$

- расход жидкости через левый нерегулируемый дроссель,

$$K_{\partial p} = \mu_{\partial p} F_{\partial p} \sqrt{\frac{2}{\rho}} \quad - \text{проводимость дросселя,}$$

p_n - давление питания гидравлического моста,

p_A - давление в полости А, приложенное к торцу золотника.

$$Q_{c1} = k'_c h_{c1} \sqrt{p_A p_{c1}} \quad , \quad (4.2.6)$$

Где - расход жидкости через левое сопло,

$$k'_c = \mu_c \pi d_c \sqrt{\frac{2}{\rho}} \quad - \text{удельная проводимость сопла,}$$

μ_c - коэффициент расхода сопла – заслонки,

d_c - диаметр сопла,

h_{c1} - зазор между торцом сопла и заслонкой,

p_{c1} - давление в полости слива,

Линеаризовав функции (4.2.5) и (4.2.6) методом малых отклонений и подставив в (4.2.4), получим:

$$Q_y = Q_{\partial p1}^0 - \left(\frac{dQ_{\partial p1}}{dp_{y1}} \right)_{p_{y0}} \Delta P_{y1} - Q_{c1}^0 + \left(\frac{dQ_{c1}}{dh_c} \right)_{h_0} \Delta h_c - \left(\frac{dQ_{c1}}{dp_{y1}} \right)_{p_{y0}} \Delta P_{y1} \quad (4.2.7)$$

знак (+) в член Δh_c связан с тем, что зазор уменьш. и Δh_c отрицат.,

где $Q_{\partial p1}^0 = Q_{c1}^0$ расход жидкости, протекающей через дроссель и сопло при среднем положении заслонки.

Аналогично можно записать уравнение для правой ветви гидравлического моста:

$$Q_y = -Q_{\partial p2}^0 + \left(\frac{dQ_{\partial p2}}{dp_{y2}} \right)_{p_y} \Delta P_{y2} + Q_{c2}^0 + \left(\frac{dQ_{c2}}{dh_c} \right)_{h_0} \Delta h_c + \left(\frac{dQ_{c2}}{dp_{y2}} \right)_{p_{y0}} \Delta P_{y2} \quad (4.2.8)$$

В уравнении (4.2.8) все величины имеют тот же смысл, что и в уравнении (4.2.7), но относятся к правой ветви гидравлического моста. Вследствие равенства проводимостей одноимённых элементов в обеих ветвях гидравлического моста при $p_{y1} = p_{y2} = p_{y0}$, $h_{c1} = h_{c2} = h_0$ имеем следующие соотношения :

$$\left(\frac{dQ_{\partial p1}}{dp_{y1}} \right)_{p_{y0}} = \left(\frac{dQ_{\partial p2}}{dp_{y2}} \right)_{p_{y0}} * \left(\frac{dQ_{c1}}{dp_{y1}} \right)_{h_{y0}} = \left(\frac{dQ_{c2}}{dp_{y2}} \right)_{h_{y0}} .$$

С учётом последних равенств и обозначений:

$$\Delta h_c = h_y ; \quad \Delta P_{y1} - \Delta P_{y2} = P_y$$

после суммирования (4.2.7) и (4.2.8) находим:

$$Q_y = \left(\frac{dQ_{cl}}{dh_c} \right)_{h_0} h_y - \left(\frac{dQ_{op1}}{dp_{y1}} \right)_{p_{y0}} \frac{p_y}{2} - \left(\frac{dQ_{cl}}{dp_{y1}} \right)_{h_0} \frac{p_y}{2}$$

или
$$Q_y = k_{Qh} h_y - k_{Qp} p_y \quad , \quad (4.2.9)$$

где
$$k_{Qh} \left(\frac{dQ_{cl}}{dh_c} \right)_{h_0} = \kappa_c' \sqrt{p_{y0} - p_{cl}} \quad ,$$

$$K_{Qpy} = \frac{1}{2} \left(\frac{dQ_{op1}}{dp_{y1}} \right)_{p_{y0}} + \frac{1}{2} \left(\frac{dQ_{cl}}{dp_y} \right)_{h_0} = \frac{k_{op}}{4 \sqrt{p_{ny} - p_{y0}}} + \frac{k_c' h_0}{4 \sqrt{p_{y0} - p_{cl}}} .$$

Согласно условию неразрывности потока жидкости, можно записать:

$$Q_y = F_3 \frac{dx_3}{dt} + Q_{cm.y} \quad , \quad (4.2.10)$$

где $F_3 = \pi d_3^2 / 4$ площадь торца золотника.

$$Q_{cm.y} = \frac{v_y}{2B_{ж}} * \frac{dp_y}{dt} \quad (4.2.11)$$

V_y - объём каждой торцевой камеры золотника,

$B_{ж}$ - модуль объёмной упругости жидкости.

Подставив $Q_{cm.y}$ из (4.2.11) в (4.2.12), получим:

$$Q_y = F_3 \frac{dx_3}{dt} + \frac{v_y}{2B_{жс}} * \frac{dp_y}{dt} \quad (4.2.12)$$

Уравнение движения золотника под действием разности давлений в камерах А и Б запишем в виде:

$$\mu_3 \frac{d^2 x_3}{dt^2} + N_{Tp} + N_{0c} + N_{z/\partial} = N_y, \quad (4.2.13)$$

где
$$N_{Tp} = N_{Tp.3} \frac{dx_3}{dt} \quad (4.2.14)$$

- сила вязкого трения золотника,
 $K_{Tp.3}$ - коэффициент трения,

$$N_{0c} = \gamma_{0c} x_3 \quad (4.2.15)$$

- сила от действия пружины обратной связи,

$$\gamma_{0c} = 3E_{cT} y_{cT} / l_{cT}^3 - \text{жёсткость упругого стержня,}$$

E_{cT} - модуль упругости стали, из которой изготовлен стержень,

y_{cT} - момент инерции сечения стержня,

l_{cT} - длина стержня.

$$N_{z/\partial} = +2\gamma_{z/\partial} x_3 \quad (4.2.16)$$

- гидродинамическая сила, действующая на золотник,

- $\gamma_{z/d}$ жёсткость «гидродинамической пружины».

$$N_y = F_3 p_y \quad (4.2.17)$$

- сила управляющая движением золотника при изменении разности давлений p_y .

Подставив силы, вычисленные по формулам (4.2.14)...(4.2.17) в равенство (4.2.13), получим:

$$\mu_3 \frac{d^2 x_3}{dt^2} + \kappa_{Tp.3} \frac{dx_3}{dt} + \left(2\gamma_{z/d} + \gamma_{oc} \right) x_3 = F_3 p_y \quad (4.2.18)$$

Таким образом, основу линейной математической модели гидравлической ступени усиления сигнала составляют уравнения (4.2.9), (4.2.12), (4.2.18).

Два последних уравнения упрощаются, если исключить в них те члены, которые мало влияют на динамические характеристики реальных ЭГУ. Обычно пренебрегают массой золотника, вязким трением золотника и сжимаемостью жидкости в торцовых камерах А и Б золотника.

С учётом перечисленных допущений можно записать следующую систему уравнений:

$$p_y = \frac{2\gamma_{z/d} + \gamma_{oc}}{\mu_3} x_3 \quad \leftarrow \text{из ур. (4.2.18)}$$

$$F_3 \frac{dx_3}{dt} = k_{Qn} h_y - k_{Qp} p_y \quad \leftarrow \text{из ур. (4.2.9) и (4.2.12)} \quad (4.2.19)$$

Подставив выражение для p_y из первого равенства во второе, будем иметь:

$$T_{Г.у} \frac{dx_3}{dt} + x_3 = k_{xn} h_y, \quad (4.2.20)$$

где $T_{Г.у} = \frac{F_3^2}{k_{Qp} (2\gamma_{z/\partial} + \gamma_{0c})}$ - постоянная времени гидроусилителя,

$$k_{xh} = \frac{F_3 k_{Qh}}{k_{Qp} (2\gamma_{z/\partial} + \gamma_{0c})}$$

- коэффициент передачи сигнала от заслонки к золотнику.

Выражение (4.2.20) можно представить в изображениях по Лапласу при нулевых начальных условиях:

$$\frac{\tilde{x}_3}{\tilde{h}} = \frac{k_{xh}}{T_{Г.у} s + 1} \quad (4.2.20)$$

Так как при перемещении заслонка жёстко связана с углом поворота якоря зависимостью:

$$h_y = k_{h\varphi} \varphi_{я},$$

то передаточную функцию (4.2.20) можно представить в виде:

$$\frac{\tilde{x}_3}{\varphi_{я}} = \frac{V_{x\varphi}}{T_{Г.у} s + 1},$$

где $k_{x\varphi} = k_{xh} k_{h\varphi}$ - коэффициент передачи сигнала от якоря к золотнику.

Чтобы составить математическую модель всего ЭГУ с ЭМП необходимо ещё найти момент M_n сил, нагружающих якорь. Эти силы возникают вследствие изгиба упругого стержня механической обратной связи при смещении золотника и вследствие гидродинамического воздействия на заслонку жидкости, вытекающей через сопла.

При условии $h_c \ll d_c$, гидродинамическая сила определяется соотношением

$$N_{z/d.c} = F_c p_y \quad (4.2.21)$$

Силу, приложенную к заслонке при изгибе упругого стержня, можно принять равной N_{oc} , т.к. дополнительный изгиб стержня, при повороте заслонки мал, по сравнению с перемещением конца стержня вместе с золотником. Тогда момент от указанных сил будет равен:

$$\frac{M_n}{K_{мф}} = K_{фр} p_y + \frac{K_{сГ}}{l_{o.c}} x_3, \quad (4.2.22)$$

где $K_{сГ}$ - коэффициент стержня

$$K_{фр} = \frac{F_c l}{K_{мф}}; \quad K_{сГ} = \frac{\gamma_{o.c} l_{o.c}^2}{K_{мф}}.$$

Подставив выражения для p_y из (4.2.19) в (4.2.22) будем иметь:

$$\frac{M_n}{K_{мф}} = (K_{фр} K_{рyx} + K_{o.c1}) x_3, \quad (4.2.23)$$

где
$$K_{pyx} = \frac{2\gamma_{z/d} + \gamma_{o.c}}{F_3} ; \quad K_{o.c1} = \frac{K_{cT}}{l_{o.c}}$$

Подставив (4.2.23) в уравнение (4.2.3), которое затем представим в изображениях в виде:

$$(T_{\gamma} s^2 + 2\zeta_{\gamma} T_{\gamma} s + 1) \tilde{\varphi}_{\gamma} = K_{\varphi i} \tilde{i}_{\gamma} - (K_{o.c1} + K_{\varphi y} K_{pyx}) \tilde{x}_3 . \quad (4.2.24)$$

В уравнении (4.2.24) ток i_{γ} является входной величиной для ЭГУ. Эта величина может быть связана с напряжением U_{γ} уравнением Кирхгофа:

$$L_{\gamma} \frac{di_{\gamma}}{dt} + R_{\gamma} i_{\gamma} = U_{\gamma} , \quad (4.2.25)$$

где L_{γ} индуктивность обмотки управления,

R_{γ} активное сопротивление обмотки управления.

Получим следующую передаточную функцию в изображениях по Лапласу:

$$w_{iu}(s) = \frac{\tilde{i}_{\gamma}}{\tilde{u}_{\gamma}} = \frac{k_{iu}}{T_{\gamma} s + 1} , \quad (4.2.26)$$

где
$$k_{iu} = \frac{1}{R_{\gamma}} ; \quad T_{\gamma} = \frac{L_{\gamma}}{R_{\gamma}} .$$

На основании уравнений (4.2.20), (4.2.25) можно составить структурную схему ЭГУ с механической обратной связью (рис. 4.5). Математические модели других ЭГУ могут быть представлены аналогичными структурными схемами, отличающимися в основном используемым способом обеспечения требуемого перемещения золотника при изменении тока управления. Для ЭГУ,

золотник которого нагружен пружинами и не снабжён обратной связью, следует принять $K_{o.c1} = 0$. Если в ЭГУ имеется электрическая обратная связь, то сумматор сигналов будет находиться на входе электронного усилителя, формирующего управляющее напряжение U_y .

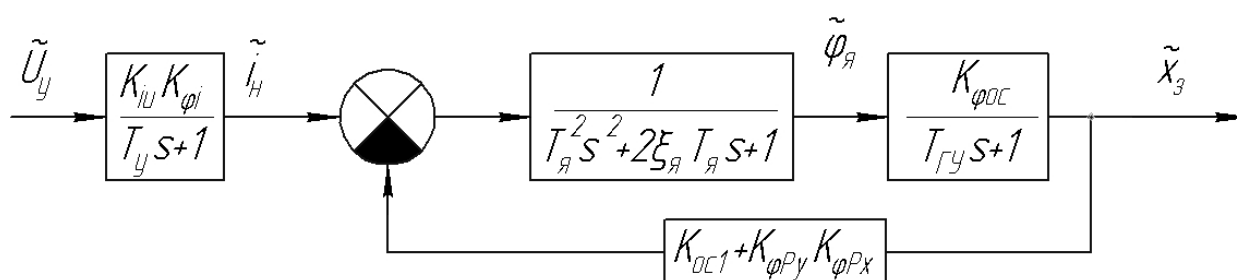


Рис. 4.5. Структурная схема электромеханического преобразователя с гидравлическим предусилителем

5. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПЕРЕЛИВНЫХ КЛАПАНОВ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ НАСОСОВ

5.1. Клапан прямого действия

Известно, что гидравлические насосы могут быть с регулируемой производительностью, например, за счет изменения угла наклонной шайбы и с нерегулируемой производительностью. Последние являются наиболее простыми, но требуют применения их на выходе переливных клапанов, которые поддерживают постоянным давление на выходе из насоса. В процессе функционирования весьма важными являются его устойчивость вместе с присоединенными магистралями и достаточное быстродействие, обеспечить которые можно только разработав его математическую модель и исследуемые свойства [20].

На рис. 5.1 показана принципиальная схема переливного клапана, установленного на выходе из гидравлического насоса. Клапан выполнен в виде золотника 1, нагруженного снизу пружиной 2, полость над золотником соединена с камерой высокого давления насоса 4, которая в свою очередь связана насосной магистралью с гидроприводом 5. С выхода насоса рабочая жидкость подводится также к внутренней полости золотника, в которой кромки нижнего пояса перепускают жидкость на слив. При увеличении давления на выходе из насоса, например из-за снижения потребления жидкости гидроприводом, золотник 1 сжимая пружину перемещается вниз, открывая дополнительную кромку ($h_{кл}$) и перепуская жидкость с выхода насоса на слив.

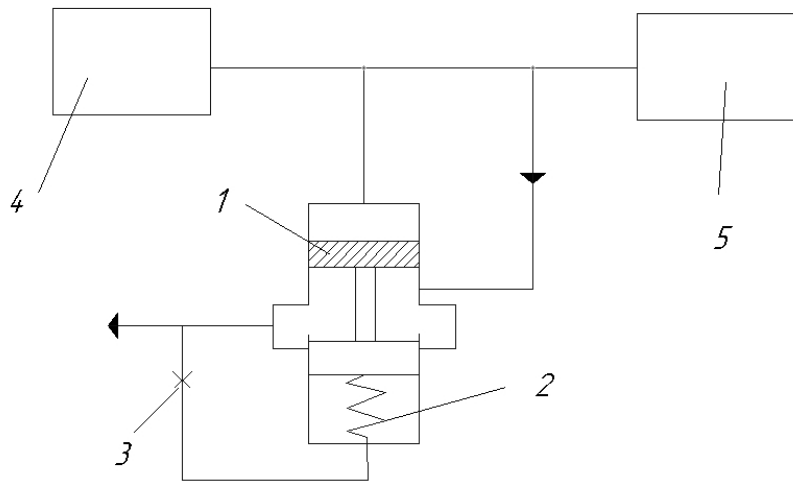


Рис. 5.1. Схема переливного клапана прямого действия совместно с напорной магистралью насоса и гидропривода

При этом давление на выходе из насоса восстанавливается, но не до исходного уровня, а несколько выше, то есть такой клапан обладает статической погрешностью. При перемещении золотника жидкость перетекает из пружинной полости через дроссель 3 на слив, обеспечивая демпфирование клапана.

Математическая модель клапана составляется на основе уравнений баланса расхода и движения клапана. При малом отклонении давления на выходе из насоса уравнение баланса расхода на выходе из насоса в малых отклонениях примет вид

$$\Delta Q_n - \Delta Q_n - \Delta Q_{сж} - \Delta Q_{кл} - \Delta Q_F = 0, \quad (5.1.1)$$

где $\Delta Q_n, \Delta Q_n$ – отклонения расхода жидкости непосредственно на выходе из насоса и в цепи питания гидропривода;

$$\Delta Q_{сж} = \frac{V_n}{B_{жс}} \cdot \frac{d\Delta P_n}{dt}, \quad (5.1.2)$$

- расход, обусловленный ее сжимаемостью в насосной магистрали, V_n - объем жидкости, находящийся под давлением P_n в насосе, в гидроприводе от насоса к гидроприводу и в гидроприводе, $B_{жс}$ - модуль

объемной упругости жидкости, ΔP_n - отклонение давления на выходе из насоса;

$$\Delta Q_{кл} = K_{Q_h} \cdot \Delta h_{кл} + K_{Q_p} \cdot \Delta P_h, \quad (5.1.3)$$

- отклонение расхода жидкости через клапан, K_{Q_h}, K_{Q_p} - коэффициенты, полученный при линеаризации расходно-перепадной характеристики клапана, $\Delta h_{кл}$ - смещение золотника клапана относительно положения, соответствующего установившемуся режиму;

$$\Delta Q_F = F_{кл} \cdot \frac{d\Delta h_{кл}}{dt}, \quad (5.1.4)$$

- отклонение расхода жидкости, обусловленное движением золотника клапана, $F_{кл}$ - площадь торца золотника клапана.

Подставив выражения (5.1.2)-(5.1.4) для отклонений расхода жидкости в равенство (5.1.1), получим:

$$\frac{V_n}{B_{жс}} \cdot \frac{d\Delta P_n}{dt} + K_{Q_h} \cdot \Delta h_{кл} + K_{Q_p} \cdot \Delta P_h + F_{кл} \cdot \frac{d\Delta h_{кл}}{dt} = \Delta Q_u - \Delta Q_n, \quad (5.1.5)$$

При допущении малости сил вязкого трения в золотнике по сравнению с инерционной силой сопротивления и силой от избыточного давления P_n можно записать следующее уравнение движения золотника клапана:

$$M_{кл} \cdot \frac{d^2 \Delta h_{кл}}{dt^2} + \Delta N_{кл} + \Delta N_{z/\partial} = F_{кл} \cdot (\Delta P_n - \Delta P_\partial), \quad (5.1.6)$$

где

$$\Delta N_{кл} + \Delta N_{z/\partial} = \gamma_{кл} \cdot \Delta h_{кл},$$

где $\gamma_{кл}$ - суммарная жесткость механической пружины и гидромеханической пружины.

$\Delta N_{кл}, \Delta N_{z/\partial}$ - отклонения силы пружины гидромеханической силы;

ΔP_∂ - отклонение давления в демпфирующей полости под золотником

ΔP_n - приращение давления в пружинной полости.

При малом объеме демпфирующей полости можно не учитывать сжимаемость находящейся в ней жидкости. Тогда согласно условию

неразрывности потока в уравнении течения жидкости через дроссель после линеаризации методом малых отклонений будем иметь

$$K_{др} \Delta P_{\partial} = F_{кл} \cdot \frac{d\Delta h_{кл}}{dt}$$

или

$$\Delta P_{\partial} = \frac{F_{кл}}{K_{др}} \cdot \frac{d\Delta h_{кл}}{dt}, \quad (5.1.7)$$

где

$K_{др}$ - проводимость дросселя 3.

Подставляя полученные выражения в уравнение (5.1.6) будем иметь

$$\frac{M_{кл}}{\gamma_{кл}} \cdot \frac{d^2 \Delta h_{кл}}{dt^2} + \frac{F_{кл}^2}{\gamma_{кл} \cdot k_{др}} \cdot \frac{d\Delta h_{кл}}{dt} + \Delta h_{кл} = \frac{F_{кл}}{\gamma_{кл}} \cdot \Delta P_n, \quad (5.1.8)$$

Переходя в уравнениях (5) и (9) к изображениям по Лапласу при нулевых начальных условиях и преобразовав эти уравнения, получим:

$$\bar{\Delta P} = \frac{K_{рQ}}{T_M s + 1} \cdot \left[\bar{\Delta Q}_n - \bar{\Delta Q}_n - K_{Qn} \cdot (T_{\partial} s + 1) \cdot \bar{\Delta h}_{кл} \right], \quad (5.1.9)$$

$$\bar{\Delta h}_{кл} = \frac{K_{hp}}{T_{кл}^2 s^2 + 2 \cdot \zeta_{кл} \cdot T_{кл} s + 1} \cdot \bar{\Delta P}_n, \quad (5.1.10)$$

где

$$K_{рQ} = \frac{1}{K_{Qр}} - \text{коэффициент передачи расход-давление,}$$

$$T_M = \frac{V_n}{K_{Qр} \cdot B_{жс}} - \text{постоянная времени магистрали,}$$

$$T_{\partial} = \frac{F_{кл}}{K_{Qр}} - \text{постоянная времени дросселя с клапаном,}$$

$$T_{кл} = \sqrt{\frac{M_{кл}}{\gamma_{кл}}} - \text{постоянная времени клапана,}$$

$$\zeta_{кл} = \frac{F_{кл}^2}{2 \cdot k_{др} \cdot \sqrt{M_{кл} \cdot \gamma_{кл}}} - \text{коэффициент относительного демпфирования,}$$

$$K_{hp} = \frac{F_{кл}}{\gamma_{кл}} - \text{коэффициент передачи } (\Delta P \rightarrow h).$$

По уравнениям (5.1.9) и (5.1.10) можно построить структурную схему

(рис. 5.2) переливного клапана на выходе из насоса, а по ней найти его передаточную функцию и провести исследования динамических свойств.

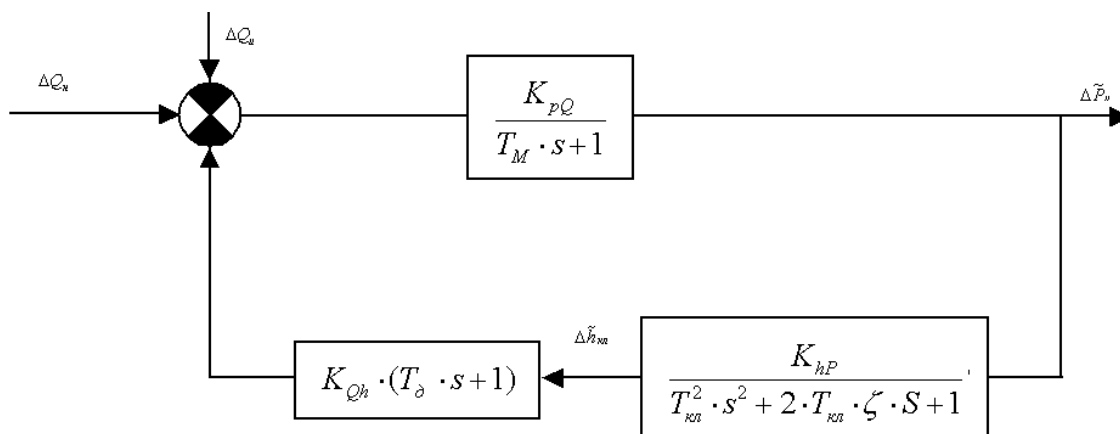


Рис. 5.2. Структурная схема переливного клапана совместно с напорной магистралью насоса и трубопровода

5.2. Переливной клапан непрямого действия

Переливные клапаны непрямого действия применяют в гидравлических насосах большой производительности (более 25 л/мин). Схема одного из таких широко применяемых переливных клапанов показана на рис. 5.3.

При превышении давления P_n допустимого значения шариковый клапан 1, сжимая пружину 2, перепускает жидкость из переливной полости основного клапана на слив. Давление P_y в пружинной полости уменьшается и клапан 4 под действием перепада давления $P_h - P_y$, сжимая пружину 3, перемещается вверх, открывая доступ жидкости из напорной магистрали насоса с давлением P_h на слив или на вход в насос. Давление при этом начинает снижаться и соответственно уменьшается давление P_y в пружинной полости клапана. Это приводит к тому, что шариковый клапан начинает садиться на седло прикрывая слив жидкости из пружинной полости. При определенном положении шарикового клапана устанавливается равновесное состояние клапана, при котором расход жидкости на слив обеспечивает постоянное давление P_u на выходе из насоса или в напорной магистрали гидропривода. Для гашения возможных колебаний основного клапана в конструкции предусмотрена демпфирующая полость, сообщающаяся с подводным клапаном через дроссельные отверстия 6. Переливной клапан непрямого действия поддерживает заданное давление со статической погрешностью существенно меньшей статической погрешности клапана прямого действия.

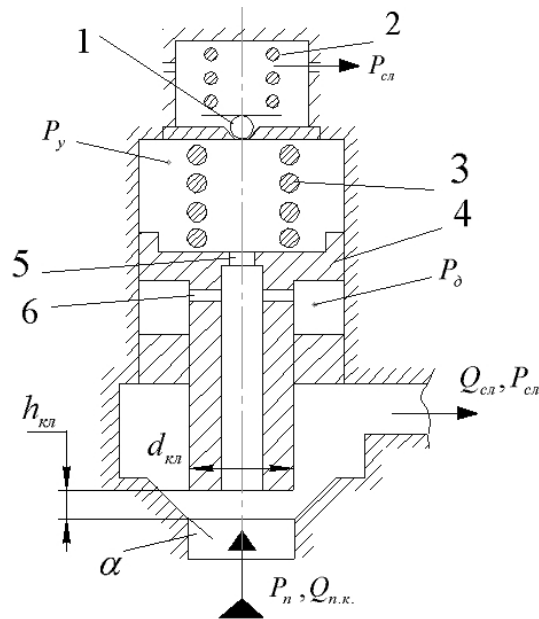


Рис. 5.3. Принципиальная схема переливного клапана непрямого действия

Математическая модель переливного клапана непрямого действия составляется так же как и для клапана прямого действия на основе уравнения движения и баланса расходов жидкости.

Уравнение движения основного клапана имеет вид:

$$M_{\text{кл}} \cdot \frac{d^2 h_{\text{кл}}}{dt^2} + N_{\text{мп}} + N_{\text{з/д}} + N_{\text{нд}} = F_{\text{кл}} \cdot (P_h - P_y), \quad (5.2.1)$$

где $M_{\text{кл}}$ - масса клапана,

$F_{\text{кл}}$ - площадь клапана (на диаметре $d_{\text{кл}}$),

$N_{\text{мп}} = k_{\text{мп}} \cdot \frac{dh_{\text{кл}}}{dt}$ - сила вязкого трения, $k_{\text{мп}}$ - коэффициент трения,

$N_{\text{зд}} = \gamma_{\text{зд}} \cdot h_{\text{кл}}$ - гидродинамическая сила, действующая на клапан,

$\gamma_{\text{зд}}$ - жесткость гидродинамической пружины,

$N_{\text{нд}} = N_{\text{нд}_0} + \gamma_{\text{пр}} \cdot h_{\text{кл}}$ - сила противодействия пружины,

$N_{\text{нд}_0}$ - усилие первоначальной затяжки пружины,

$\gamma_{\text{пр}}$ - жесткость пружины.

Подставив выражения для сил, действующих на клапан в уравнение (5.2.1), получим

$$M_{\text{кл}} \cdot \frac{d^2 h_{\text{кл}}}{dt^2} + k_{\text{мп}} \cdot \frac{dh_{\text{кл}}}{dt} + \gamma_{\text{кл}} \cdot h_{\text{кл}} = F_{\text{кл}} \cdot (P_n - P_y) - P_{\text{пр}0}, \quad (5.2.2)$$

где $\gamma_{\text{кл}} = \gamma_{\text{пр}} + \gamma_{\text{уд}}$

Уравнение баланса расходов жидкости при движении основного клапана, без учета сжимаемости жидкости в его полостях, запишем в виде

$$Q_{\text{нк}} = Q_{\text{сл}} - F_{\text{кл}} \frac{dh_{\text{кл}}}{dt} - Q_{\text{др}} = 0, \quad (5.2.3)$$

где $Q_{\text{нк}}$ - расход жидкости в подводящем канале

$$Q_{\text{сл}} = k'_{\text{кл}} \cdot h_{\text{кл}} \cdot \sqrt{P_n - P_{\text{сл}}}, \quad (5.2.4)$$

- расход жидкости через ось канала

$$k_{\text{кл}} = \mu_{\text{кл}} \cdot \pi \cdot d_{\text{кл}} \cdot \sin \alpha \sqrt{\frac{2}{\rho}}, \quad Q_{\text{др}} = k_{\text{др}} \cdot \sqrt{P_n - P_y}, \quad (5.2.5)$$

-расход жидкости через дроссель 5 ($k_{\text{др}} = \mu_{\text{др}} \cdot F_{\text{др}} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}}$ - проводимость дросселя 5).

При допущении малости массы шарика управляющего клапана и сил его трения уравнение его движения запишется в виде

$$\gamma_{\text{пр.у}} \cdot h_{\text{у.кл}} = F_{\text{у.кл}} \cdot (P_y - P_{\text{сл}}), \quad (5.2.6)$$

где $\gamma_{\text{пр.у}}$ - жесткость пружины управляющего клапана,

$h_{\text{у.кл}}$ - ход управляющего клапана,

$F_{\text{у.кл}}$ - площадь поперечного сечения шарикового клапана.

Уравнение баланса расхода жидкости через управляющий клапан запишем в виде

$$Q_{\text{др}} + F_{\text{кл}} \frac{dh_{\text{кл}}}{dt} - Q_{\text{у.кл}} = 0, \quad (5.2.7)$$

где

$$Q_{\text{у.кл}} = k_{\text{у.кл}} h_{\text{у.кл}} \sqrt{P_y - P_{\text{сл}}}, \quad (5.2.8)$$

$k_{\text{у.кл}}$ - предельная проводимость управляющего клапана.

Учитывая, что уравнения (5.2.6), (5.2.7), (5.2.8) нелинейные, необходимо их линеаризовать методом малых отклонений. Переходя к малым отклонениям и после линеаризации указанных уравнений система уравнений для переливного клапана непрямого действия примет вид

$$\begin{aligned}
 M_{\text{кл}} \frac{d^2 \Delta h_{\text{кл}}}{dt^2} + k_{\text{мп}} \frac{d \Delta h_{\text{кл}}}{dt} + \gamma_{\text{кл}} \cdot \Delta h_{\text{кл}} &= F_{\text{кл}} \cdot (\Delta P_n - \Delta P_y); \\
 \Delta Q_{\text{нк}} &= \Delta Q_{\text{кл}} + F_{\text{кл}} \frac{d \Delta h_{\text{кл}}}{dt} + \Delta Q_{\text{др}}; \\
 \Delta Q_{\text{кл}} &= K_{Qh} \cdot \Delta h_{\text{кл}} + K_{QP1} \cdot \Delta P_n; \\
 \Delta Q_{\text{др}} &= K_{QP2} \cdot (\Delta P_n - \Delta P_y); \\
 \Delta h_{y.\text{кл}} &= \frac{F_{y.\text{кл}}}{\gamma_{\text{нр.у}}} \Delta P_y \\
 \Delta Q_{y.\text{кл}} &= \Delta Q_{\text{др}} + F_{\text{кл}} \frac{d \Delta h_{\text{кл}}}{dt}; \\
 \Delta Q_{y.\text{кл}} &= K_{Qhy} \cdot \Delta h_{y.\text{кл}} + K_{QPy} \cdot \Delta P_y;
 \end{aligned} \tag{5.2.9}$$

где

$$\begin{aligned}
 K_{Qh} &= k'_{\text{кл}} \cdot \sqrt{P_{\text{н.о}} - P_{\text{сл}}}; \\
 K_{QP1} &= \frac{k'_{\text{кл}} \cdot h_{\text{кл.о}}}{2\sqrt{P_{\text{н.о}} - P_{\text{сл}}}}; \\
 K_{QP2} &= \frac{k_{\text{др}}}{2\sqrt{P_{\text{н.о}} - P_{y.o}}}; \\
 K_{Qhy} &= k_{y.\text{кл}} \cdot \sqrt{P_{y.o} - P_{\text{сл}}}; \\
 K_{QPy} &= \frac{k'_{y.\text{кл}} \cdot h_{y.\text{кл.о}}}{2\sqrt{P_{y.o} - P_{\text{сл}}}};
 \end{aligned}$$

Число переменных в уравнениях (5.2.9) должно быть на единицу больше числа уравнений. Итак, переменные в уравнениях (5.2.9) $\Delta h_{\text{кл}}, \Delta P_n, \Delta P_y, \Delta Q_{\text{нк}}, \Delta Q_{\text{кл}}, \Delta Q_{\text{др}}, \Delta h_{y.\text{кл}}, \Delta Q_{y.\text{кл}}$ – 8 переменных, а уравнений 9, т.е. одна из переменных, в частности $\Delta Q_{\text{нк}}$ считается входной величиной, а давление $\Delta P_{\text{н.к}}$ выходной.

Выполнив для полученной системы уравнений неоднократно применявшиеся ранее преобразования, найдем передаточную функцию клапана непрямого действия

$$W_{\text{кл}}(s) = \frac{\Delta P_n}{\Delta Q_{n.к}}, Y_{\text{кл}}(s) = \frac{\Delta Q_{n.к}}{\Delta P_n}$$

Для того, чтобы определить передаточную функцию гидравлического насоса с переливным клапаном непрямого действия и гидроприводом выразим расход через клапан из уравнения баланса расхода для всего гидропривода

$$\Delta Q_n - \Delta Q_n - \Delta Q_{с.жс} - \Delta Q_{n.к} = 0,$$

где $\Delta Q_n, \Delta Q_n$ – приращения расхода жидкости на выходе из насоса и на входе в силовую часть гидропривода, $\Delta Q_{с.жс}$ – расход, обусловленный податливостью жидкости и стенок напорного трубопровода.

Учитывая, что

$$\Delta Q_{с.жс} = \frac{V}{B_{жс}} \cdot \frac{d\Delta P_n}{dt} \quad \text{или} \quad \Delta Q_{с.жс} = \frac{V}{B_{жс}} \cdot s \cdot \Delta P_n$$

и переходя в уравнении (5.2.8) к изображениям по Лапласу будем иметь

$$\begin{aligned} W_{zn}(s) &= \frac{\Delta P_n}{\Delta Q_n - \Delta Q_n} = \frac{\Delta P_n}{\Delta Q_{с.жс} - \Delta Q_{n.к}} = \frac{\Delta P_n}{\frac{V_n}{B_{жс}} \cdot s \cdot \Delta P_n - \Delta Q_{n.к}} = \\ &= \frac{W_{кл}(s)}{\frac{V_n}{B_{жс}} \cdot s \cdot W_{кл}(s) + 1} = \frac{B_{жс} \cdot W_{кл}(s)}{V_n \cdot s \cdot W_{кл}(s) + B_{жс}} \end{aligned}$$

6. УСТОЙЧИВОСТЬ ГИДРОПРИВОДА

6.1. Анализ устойчивости гидропривода с дроссельным регулированием

В работе были выведены уравнения и построена структурная схема силовой тяги гидропривода (рис. 6.1), которую можно использовать как следящую систему (рис. 6.2) с заданием входного воздействия в виде перемещения золотника, а выходным параметром является перемещение штока гидропривода [20,21].

Передаточную функцию замкнутой следящей системы (см. рис. 6.2) можно определить по правилам преобразования структурных схем

$$W_z(s) = \frac{\tilde{y}_{уст}}{\tilde{h}_{ex}} = \frac{K_{xh} \cdot W_{c.ч.}(s)}{1 + K_{oc} \cdot W_{c.ч.}(s)}, \quad (6.1.1)$$

Известно, что знаменатель передаточной функции представляет собой собственный оператор, характеризующий устойчивость системы

$$1 + K_{oc} \cdot W_{c.ч.}(s) = 0, \quad (6.1.2)$$

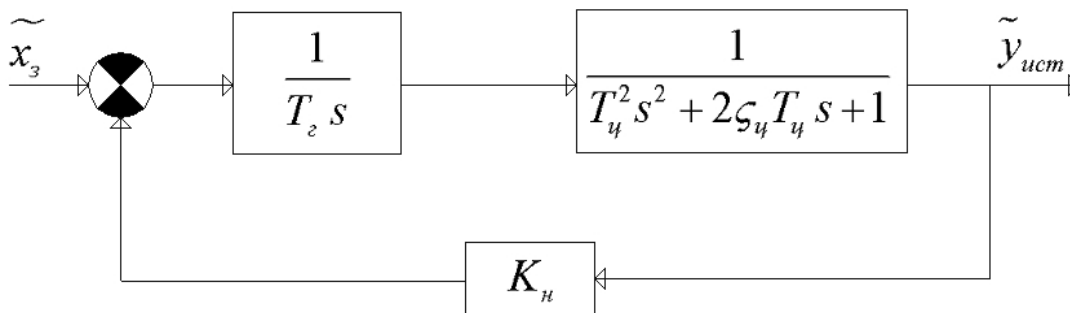


Рис. 6.1. Структурная схема силовой тяги гидропривода с дроссельным регулированием

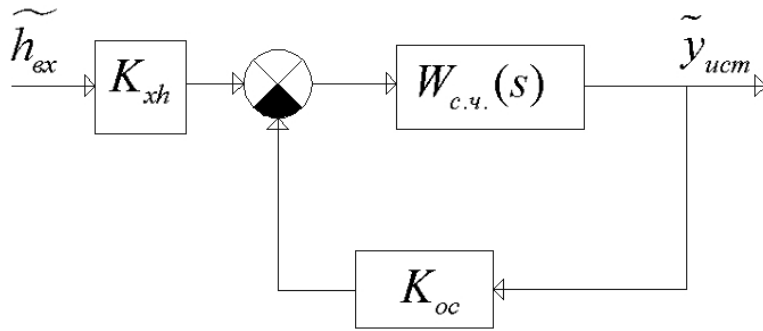


Рис. 6.2. Структурная схема следящего гидромеханического привода

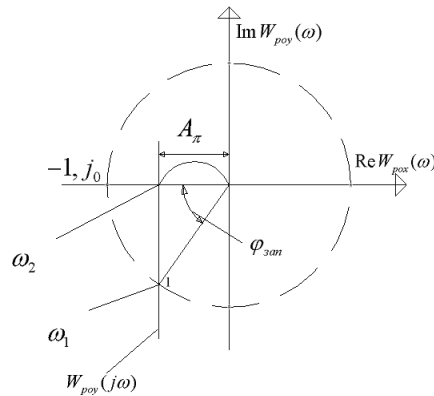


Рис. 6.3. АФЧХ разомкнутого контура следящего гидропривода с дроссельным регулированием

Из структурной схемы силовой тяги гидропривода можно определить ее передаточную функцию

$$W_{c.ч.}(s) = \frac{1}{T_z s \cdot (T_u^2 s^2 + 2\zeta_u T_u s + 1) + K_n}, \quad (6.1.3)$$

После подстановки $W_{c.ч.}(s)$ из (5.3) в уравнение (5.2), получим

$$1 + \frac{K_{oc}}{T_z s \cdot (T_u^2 s^2 + 2\zeta_u T_u s + 1) + K_n} = 0 \text{ или}$$

$$T_z T_u^2 s^3 + 2\zeta_u T_u T_z s^2 + T_z s + K_n + K_{oc} = 0, \quad (6.1.4)$$

Уравнение (6.1.4) является характеристическим уравнением в операторной форме следящего гидромеханического привода, где

$$a_0 = T_z T_u^2, a_1 = 2\zeta_u T_u T_z, a_2 = T_z, a_3 = K_n + K_{oc}$$

Все коэффициенты $a_0 \dots a_3$ положительные и для устойчивости системы по критерию устойчивости Рауса-Гурвица необходимо, чтобы выполнялось неравенство $a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0$ или $2\zeta_u T_u T_z^2 - T_z T_u (K_n + K_{oc}) > 0$ или

$$2\zeta_u T_z > T_z (K_n + K_{oc}), \quad (6.1.5)$$

У большинства гидроприводов значения K_n мало по сравнению с K_{oc} и им можно пренебречь. Тогда неравенство (6.1.5) примет вид

$$2\zeta_u T_z > T_z K_{oc}$$

или с учетом составляющих коэффициентов, приведенных в разделе 3

$$(k_{mp} + \frac{2K_{Qp} M E_u}{V_0}) > MD_z, \quad (6.1.6)$$

$$\text{где } D_z = \frac{K_{oc} K_{Qx}}{F_n}, \quad (6.1.7)$$

-добротность гидропривода, характеризующая его быстродействие.

Из неравенства (6.1.6) следует, что устойчивость гидропривода в значительной мере зависит от коэффициентов k_{mp} и K_{Qp} .

Если $k_{mp} = 0$, то гидропривод может быть устойчив только при $K_{Qp} > 0$.

В то же время из формулы для K_{Qp} следует, что с приближением к равновесному состоянию значение $K_{Qp} \rightarrow 0$, если в золотнике нет утечек и перетечек жидкости по зазорам, т.е. запас устойчивости системы снижается.

$$K_{Qp} = \frac{\partial Q_z}{\partial P_n} \Big|_{P_{no}} \Big|_{x_{zo}} = \left| \frac{k'_z x_{zo}}{2\sqrt{2(P_n - P_{cl} - P_{xo} \sin x_{zo})}} \right|$$

Кроме того, условие (6.1.6) ограничивает значение добротности гидропривода D_z и, тем самым, ограничивает его быстродействие.

Аналогичное исследование можно провести и для гидропривода с объемным регулированием.

Исследование устойчивости и определение запасов устойчивости по модулю и фазе можно провести, если воспользоваться частотным критерием устойчивости Найквиста. Для рассмотренного следящего гидропривода

анализируется АФЧХ разомкнутой части системы, которая строится на основе передаточной функции гидропривода разомкнутом состоянии.

$$W_{раз}(s) = K_{oc} W_{с.ч.}(s) = \frac{K_{oc}}{T_e s \cdot (T_y^2 s^2 + 2\zeta_y T_y s + 1)}, \quad (6.1.8)$$

Характеристическое уравнение разомкнутого контура системы определяет знаменатель передаточной функции (8), приравняв который к нулю можно определить его корни: один нулевой (по интегрирующему звену), и два комплексных с отрицательной вещественной частью. Следовательно, замкнутая система является нейтрально устойчивой.

Подставив в формулу (6.1.8) $s = j\omega$, получим АФЧХ разомкнутого контура системы. Эта характеристика, построенная при $K_{oc} = 1$, представлена на рис. 6.3. Согласно критерию Найквиста, замкнутая система устойчива, так как точка $(-1; j_0)$ не охвачена АФЧХ разомкнутого контура. С увеличением коэффициента усиления K_{oc} АФЧХ будет приближаться к точке $(-1; j_0)$ и при каком то его значении пройдет через эту точку, а при дальнейшем его увеличении будет ее охватывать. Замкнутая система станет неустойчивой. Для того, чтобы провести анализ запасов устойчивости замкнутой системы построим логарифмические частотные характеристики разомкнутой системы. При этом предположим: $K_{oc} = 1$; $T_e > T_y$ и $0 < \zeta_y < 1$.

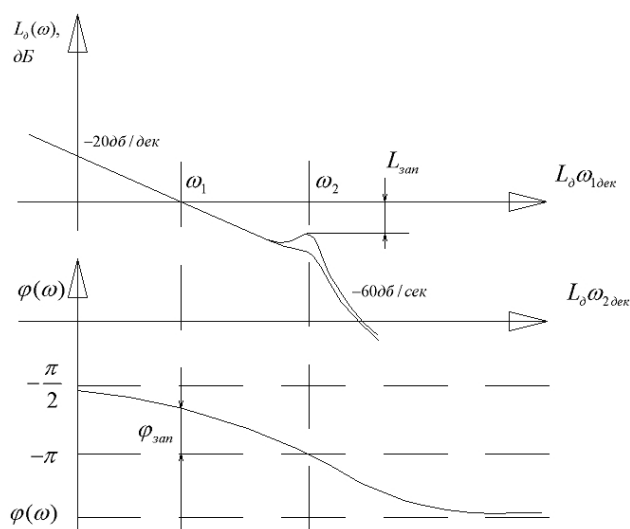


Рис. 6.4. Логарифмические АЧХ и ФЧХ разомкнутого контура следящего гидропривода с дроссельным регулированием

Поскольку составляющие разомкнутой системы интегрирующее и колебательное типовые звенья, соединенные последовательно, просуммируем ЛАХ и ЛФХ звеньев при одинаковых частотах.

Так как $T_2 > T_y$, то $\omega_1 = \frac{1}{T_2} < \omega_2 = \frac{1}{T_y}$ и при ω_1 $L(\omega_1) = 0 \text{ дБ}$, т.к. $K_{o.c.} = 1$. Точкам 1 и 2

на АФЧХ $W_{pos}(j\omega)$ на рис. 6.3 соответствуют точки на ЛАХ и ЛФХ для которых частоты равны ω_1 и ω_2 . Запасы устойчивости определяют величины A_π , $\varphi_{зан}$ и $L_{зан}$

причем $L_{зан} = 20 \lg\left(\frac{1}{A_\pi}\right)$. Величину $\varphi_{зан}$ называют запасом по фазе, а величину

$L_{зан}$ - запасом по амплитуде. Когда АФЧХ проходит через точку $(-1; j_0)$,

значения $\varphi_{зан}$ и $L_{зан}$ обращаются в нуль. Многочисленные исследования

показывают, что при избыточно больших запасах $\varphi_{зан}$ и $L_{зан}$ системы имеют

малое быстродействие, вследствие чего увеличивается время переходного

процесса, а при малых запасах $\varphi_{зан}$ и $L_{зан}$ возрастает колебательность системы

во время переходного процесса.

Наиболее приемлемое качество переходного процесса обеспечивается

при $\varphi_{зан} = 30 - 40^\circ$ и $L_{зан} = 6 - 8 \text{ дБ}$. Значения запасов по фазе и амплитуде можно

изменить варьированием коэффициента усиления разомкнутого контура, в

данном случае $K_{o.c.}$. При увеличении $K_{o.c.}$ ЛАХ смещается вверх на $20 \lg K_{o.c.}$, а

ЛФХ не изменяется. Вследствие такого смещения частота, при которой ЛАХ

пересекает ось частот смещается вправо, что вызывает уменьшение $\varphi_{зан}$ и $L_{зан}$.

Наоборот, уменьшение $K_{o.c.}$ позволяет увеличить $\varphi_{зан}$ и $L_{зан}$.

ЛАХ показывает также, что на устойчивость системы существенно

влияет коэффициент относительного демпфирования ζ_y , при уменьшении

которого уменьшается $L_{зан}$.

Если изменить соотношение между постоянными времени так, что значение T_2 станет меньше T_u , то частоты ω_1 и ω_2 поменяются местами и замкнутая система будет неустойчивой.

Если замкнутая система имеет несколько контуров, то в первую очередь проверяют внутренние контуры, начиная с того контура, который состоит из прямой цепи и обратной связи. Если этот контур устойчив, то его заменяют одним звеном и проверяют устойчивость следующего внутреннего контура и так далее до основного контура. Если будет обнаружена неустойчивость хотя бы одного контура, то ее нужно устранять либо изменением его параметров, либо включением корректирующих звеньев, выбор схем и параметров которых будет дан в следующих разделах конспекта лекций.

6.2. Исследование автоколебательных процессов в системах гидропривода

Автоколебания – это процесс самовозбуждающихся колебаний в системах гидропривода, для реализации которых необходимы по крайней мере 3 условия:

- 1) наличие источника энергии;
- 2) наличие элемента или элементов с существенно нелинейными характеристиками;
- 3) наличие контура обратной связи или колебательного контура в структуре гидропривода.

Общий подход в изучении автоколебательных процессов изложен достаточно подробно и с примерами, близкими к гидроприводу, в курсе лекций «Управление в технических системах».

Амплитуда и частота автоколебаний могут быть рассчитаны по различным методикам. Аналитические зависимости для расчета возможных автоколебательных процессов получены при использовании линеаризации характеристик нелинейных элементов методом гармонической линеаризации, в

основу которого положено исследование нелинейной характеристики $y = F(x)$ в виде линеаризованной функции

$$y = q_1(A)x + \frac{q_1(A)}{\omega} \cdot \frac{dx}{dt}, \text{ где}$$

$$q(A) = \frac{1}{\pi A} \cdot \int_0^{2\pi} F(A \sin \psi) \cdot \sin \psi d\psi$$

$$W_n(s_1, A_1, \omega) = \frac{Y_{\text{вых}}}{X_{\text{вх}}} = q_1(A) + \frac{q_1(A)}{\omega}$$

$$q_1(A) = \frac{1}{\pi A} \cdot \int_0^{2\pi} F(A \sin \psi) \cdot \cos \psi d\psi$$

$$\psi = \omega t$$

$$W_3 = \frac{W_n(As_1) \cdot W_A(s)}{1 + W_n(As_1) \cdot W_A(s)}$$

$$D_3(s) = 1 + W_n(As_1) \cdot W_A(s)$$

Автоколебания в устройстве «сопло-заслонка»

Автоколебания заслонки, управляющей расходом рабочей среды через сопло могут быть вызваны действием гидродинамических сил. Для определения условий возникновения автоколебаний составим математическую модель устройства, схема которого представлена на рис. 6.5.

Уравнения движения заслонки 1 вместе с якорем 2 ЭМП запишем в виде.

$$J_{\text{я}} \frac{d^2\varphi}{dt^2} + M_{\text{д.я.}} + 2 \cdot \gamma_{\text{нр}} L_{\text{нр}}^2 \frac{h_y}{L} + P_{\text{з.д.}} L = M_{\text{э}}, \quad (6.2.1)$$

где- $J_{\text{я}}$ - момент инерции якоря заслонки,

φ - угол отклонения якоря от центрального положения,

$M_{\text{д.я.}} = K_{\text{д.я.}} \cdot \frac{d\varphi_{\text{я}}}{dt}$ - момент демпфирующий якорь,

$\gamma_{\text{нр}}$ - жесткость пружины,

$P_{\text{з.д.}}$ - гидродинамическая сила, действующая на заслонку при истечении рабочей среды через сопло 3.

$$L_{\text{нр}} = L - L_1.$$

При малых углах поворота якоря

$$h_y = L \cdot \varphi_y \text{ или } \varphi_y = \frac{h_y}{L}. \quad (6.2.2)$$

Гидродинамическая сила зависит от режима истечения рабочей среды через сопло. При малых зазорах h_c поток жидкости может прижимать к торцу сопла, а при несколько больших значениях h_c не соприкасается с ним.

Изменение режима истечения отражается на гидродинамической силе, определить которую сложно. Однако для анализа возможных автоколебаний эту силу представить в виде функции

$$P_{c.d.} = F(h_y). \quad (6.2.3)$$

Такая функция не линеаризуется методом малых отклонений, поэтому применим метод гармонической линеаризации. После такой линеаризации с учетом нулевой составляющей разложения в ряд Фурье в общем виде нелинейную функцию можно представить в виде

$$P_{c.d.} = q(a_h) \cdot h_y + \frac{q_1(a_h)}{\omega} \cdot \frac{dh_y}{dt}, \quad (6.2.4)$$

где

a_h - амплитуда возможных колебаний заслонки относительно установившегося значения,

$q(a_h)$, $q_1(a_h)$ - коэффициенты гармонической линеаризации.

$$q(a_h) = \frac{1}{\pi a_h} \int_0^{2\pi} F(a_h \sin \psi) \sin \psi d\psi, \quad (5)$$

$$q_1(a_h) = \frac{1}{\pi a_h} \int_0^{2\pi} F(a_h \sin \psi) \cos \psi d\psi, \quad (6)$$

где $\psi = \omega t$

После подстановки вместо φ значения $\varphi = \frac{h_y}{L}$ в линеаризованное выражение

для гидродинамической силы, получим

$$\frac{J_y}{L} \cdot \frac{d^2 h_y}{dt^2} + \left(\frac{k_{d.y.}}{L} + \frac{L q_1(a_h)}{\omega} \right) \cdot \frac{dh_y}{dt} + \frac{2\gamma_{np} L_{np} h_y}{L} + q(a_h) L h_y = M_y. \quad (6.2.7)$$

Левая часть уравнения (6.2.7) представляет собой характеристическое уравнение сопла заслонки, которую представим в следующей операторной форме

$$\frac{J_a}{L^2} \cdot s^2 + \left(\frac{k_{\partial.я.}}{L^2} + \frac{q_1(a_h)}{\omega} \right) \cdot s + \frac{2\gamma_{np} L_{np}^2}{L^2} + q(a_h) = 0. \quad (6.2.8)$$

Уравнение (6.2.8) представляет собой собственный оператор устройства «сопло-заслонка», которое можно исследовать. Заменяя оператор $s = j\omega$,

$$D(j\omega a_h) = \frac{2\gamma_{np} L_{np}^2}{L^2} + q(a_h),$$

$$D(j\omega_1 a_h) = \frac{2\gamma_{np} L_{np}^2}{L^2} + q(a_h) - \frac{J_a}{L^2} \omega^2 + j \left[\frac{k_{\partial.я.}}{L^2} + \frac{q_1(a_h)}{\omega} \right] \omega = \text{Re } D(j\omega_1 a_h) + \text{Im } D(j\omega_1 a_h) = 0. \quad (6.2.9)$$

Приравнявая к нулю действительные и мнимые части $D(j\omega_1 a_h)$, получим

$$\frac{2\gamma_{np} L_{np}^2}{L^2} + q(a_h) - \frac{J_a}{L^2} \omega^2 = 0, \quad (6.2.10)$$

$$\frac{\omega k_{\partial.я.}}{L^2} + q_1(a_h) = 0, \quad (6.2.11)$$

Из уравнения (6.2.10) можно определить выражение частоты возможных автоколебаний

$$\omega = \sqrt{\frac{2\gamma_{np} L_{np}^2 + q(a_h) L^2}{J_a}}, \quad (6.2.12)$$

подставив которое в (6.2.11), получим зависимость для определения амплитуды возможных автоколебаний

$$\sqrt{\frac{2\gamma_{np} L_{np}^2 + q(a_h) L^2}{J_a}} \frac{k_{\partial.я.}}{L^2} q_1(a_h) = 0. \quad (6.2.13)$$

Решить уравнение (6.13) можно численно, либо графически. Определив a_h из (6.2.13) и подставив в (6.2.12) определим частоту возможных автоколебаний.

Далее необходимо проверить условия возбуждения и реализации автоколебаний. Для этого можно воспользоваться зависимостью

$$\frac{\partial \text{Re } D(j\omega_1 a_h)}{\partial a_h} \frac{\partial \text{Im } D(j\omega_1 a_h)}{\partial \omega} - \frac{\partial \text{Re } D(j\omega_0 a_h)}{\partial a_h} \frac{\partial \text{Im } D(j\omega_0 a_h)}{\partial \omega} > 0, \quad (6.2.14)$$

Если при полученных значениях a_h и ω выполняется неравенство (6.14), то автоколебания существуют, иначе автоколебания не реализуются. Так как уравнение второго порядка, то можно оценить реализуемость автоколебаний непосредственно по мнимой части годографа Михайлова $\text{Im} D(j\omega_1, a_h)$. Если при увеличении a_h на Δa_h , мнимая часть положительна, то автоколебания в сопле-заслонке устанавливаются, иначе нет.

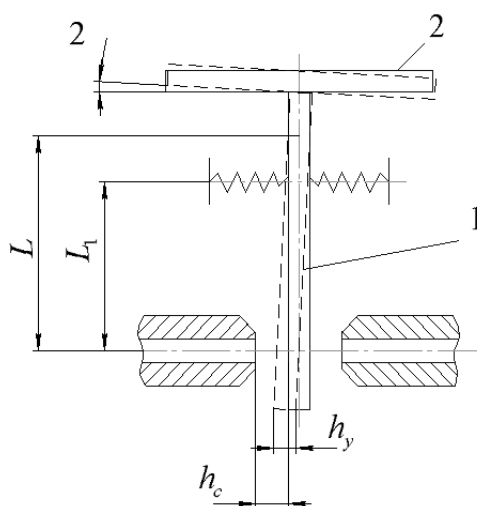


Рис. 6.5. Схема устройства «сопло-заслонка» для расчета автоколебаний

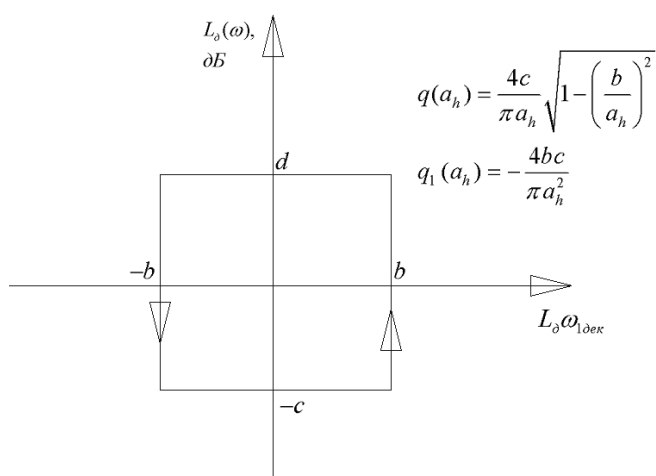


Рис. 6.6. Зависимость гидродинамической силы от изменения зависимости при расчете автоколебательного процесса

7. КОРРЕКЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ГИДРОПРИВОДОВ

Коррекция динамических характеристик гидропривода с использованием различных дополнительных средств, называемых корректирующими устройствами (КУ), необходима при разрешении противоречия между обеспечением требуемого запаса устойчивости и заданными показателями качества переходного процесса. Известно, что чем больше добротность гидропривода, тем быстрее протекает переходный процесс, т.е. меньше время установления нового процесса, но при этом снижается запас устойчивости гидропривода.

При проектировании и доводке гидропривода могут использоваться следующие методы корректирования их динамических характеристик.

1. Введение перетечки жидкости между полостями гидроцилиндра.
2. Обеспечение дополнительной обратной связи с использованием упругости опоры гидроцилиндра.
3. Подключение гидродинамического демпфера к золотнику
4. Включение дополнительных обратных связей по производным от давления в полостях гидроцилиндра или перемещения его штока.

Рассмотрим более подробно некоторые из указанных методов.

7.1. Коррекция динамических характеристик гидроприводов введением перетечек

Самым простым и действенным является введение перетечки жидкости между полостями гидроцилиндра, организуемой каналом с малым проходным сечением. Канал может быть выполнен в виде сквозного отверстия в поршне гидроцилиндра [20] (см. рис. 7. 1).

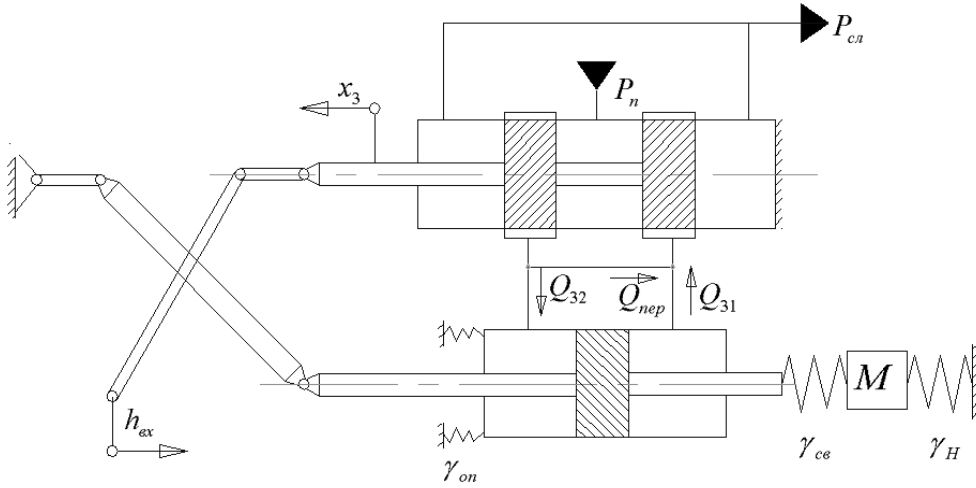


Рис. 7.1. Схема гидропривода с наличием перетечек

Рассмотрим устойчивость привода при наличии перетечки между полостями гидроцилиндра, пренебрегая силой трения (идет в запас по обеспечению устойчивости привода). Кроме того, условимся считать связь штока с массой M абсолютно жесткой $y_{ум} = y_M, \gamma_{св} \rightarrow \infty$ и не учитывать позиционную нагрузку ($\gamma_n = 0$). При таких допущениях уравнения, описывающие динамику гидропривода, будут таковы:

$$Q_3 = K_{Qx} \cdot x_3 - K_{Qp} \cdot P_H, \quad (7.1)$$

- уравнение расхода жидкости через золотник,

$$M \frac{\partial^2 y_{cm}}{\partial t^2} = F_h \cdot P_H, \quad (7.2)$$

- уравнение движения поршня с нагрузкой,

$$Q_3 = F_n \frac{\delta y_{cm}}{\delta t} + \frac{V_0}{F_y} \frac{dP_H}{dt} + Q_{неp}, \quad (7.3)$$

- уравнение баланса расхода жидкости,

$$x_3 = k_{xh} h_{эx} - k_{oc} y_{ум}, \quad (7.4)$$

- уравнение рычагов управления с обратной связью по $y_{ум}$.

Обозначения параметров соответствуют приведенным в разделе 2 параметрам, дополнительно введен расход перетечки $Q_{неp}$ через канал, соединяющий полости гидроцилиндра.

Пренебрегая инерцией жидкости в узком канале перетечки и предполагая квазистационарность процесса истечения заменим выражения для расхода перетечки.

$$Q_{nep} = k_{nep} P_H, \quad (7.5)$$

где $k_{nep} = \frac{\pi d_k^4}{128 \mu_i}$ - проводимость канала перетечки.

$$P_H = \frac{M}{F_n} \frac{d^2 y_{cm}}{dt^2}$$

$$F_n \frac{dy_{cm}}{dt} + \frac{V_0 dP_H}{E_y dt} + k_{nep} P_H = K_{Qx} K_{xh} h_{ex} + K_{Qx} K_{oc} y_{ucm}$$

$$\frac{W_0}{E_y} \frac{M}{F_n K_{Qx}} \frac{d^3 y_{ucm}}{dt^3} + \frac{k_{nep} M}{K_{Qx} F_n} \frac{d^2 y_{ucm}}{dt^2} + \frac{F_n}{K_{Qx}} \frac{dy_{ucm}}{dt} + K_{oc} y_{ucm} = K_{xh} h_{ex}$$

Принимая в уравнении (7.1) $K_{Op} = 0$, получаем наиболее неблагоприятный в отношении неустойчивости случай. С учетом этого приведем уравнения (7.1)...(7.5) к одному уравнению третьего порядка

$$\frac{V_0 M}{2E_y F_n K_{Qx}} \frac{d^3 y_{ucm}}{dt^3} + \frac{k_{nep} M}{F_n K_{Qx}} \frac{d^2 y_{ucm}}{dt^2} + \frac{F_n}{K_{Qx}} \frac{dy_{ucm}}{dt} + k_{oc} y_{ucm} = k_{xh} h_{ex}, \quad (7.6)$$

Все коэффициенты левой части уравнения (7.6) положительна, поэтому условие устойчивости по критерию Рауса-Гурвица можно представить одним неравенством (относительно k_{nep})

$$k_{nep} > \frac{K_{Qx} K_{oc} V_0}{2E_y F_n}$$

или ,

$$k_{nep} > \frac{D_r V_0}{2E_y} \quad (7.7)$$

где $D_r = \frac{K_{Qx} K_{oc}}{F_n}$ - добротность гидропривода.

Из неравенства (7.7) следует, что для выполнения условия устойчивости проводимость канала перетечки должна быть тем больше, чем выше добротность гидропривода и меньше значение E_y . Последняя величина

снижается с уменьшением жесткости опоры гидропривода и увеличением количества нерастворенного воздуха в жидкости.

Величина $k_{пер}$ определяется из условия обеспечения устойчивости и заданных показателей качества переходного процесса. При известном $k_{пер}$ и заданной длине канала определяется его диаметр d_k .

Введение перетечки – простой способ увеличения запаса устойчивости, однако следует иметь ввиду, что при этом снижается точность работы гидропривода. При малых смещениях золотника от нейтрального положения уменьшается изменение перепада давления P_H в полостях гидроцилиндра и при наличии сухого трения поршень гидроцилиндра не будет перемещаться. Кроме того, при наличии перетечки жидкости из одной полости гидроцилиндра в другую появляется «просадка» поршня под действием внешней нагрузки. В связи с этим имеются некоторые ограничения в области применения рассмотренного метода повышения устойчивости системы.

7.2. Подключение демпфера к золотнику

Схема гидропривода, золотник которого снабжен демпфером, приведена на рис. 7.2. Демпфер состоит из поршня 1, жестко соединенного с золотником. Полости цилиндра 2 демпфера заполнены жидкостью. В цилиндре имеется отверстие 3 малого диаметра, по которому жидкость перетекает из одной полости в другую. При этом на поршне демпфера возникает перепад давления, нагружающий золотник в осевом направлении силой, пропорциональной скорости движения поршня относительно цилиндра. Для того, чтобы демпфер оказывал влияние на устойчивость гидропривода необходимо, чтобы точка А рычага АОВ могла перемещаться посредством пружины 4 с жесткостью γ_{np} .

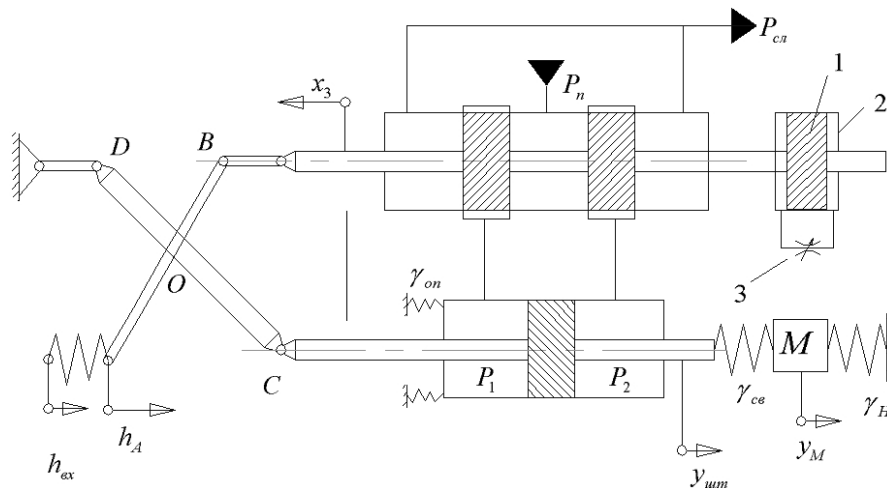


Рис. 7.2. Схема дроссельного гидропривода с демпфером у золотника.

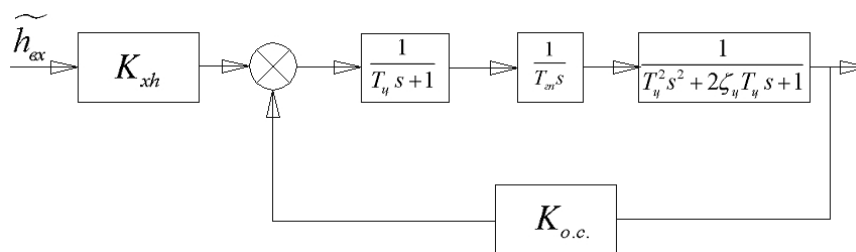


Рис. 7.3. Структурная схема гидропривода с демпфером у золотника

Предположим, что массы рычагов золотника и поршня демпфера, а также пружины в шарнирах золотника поршня демпфера пренебрежимо малы. Тогда

уравнение моментов сил, поворачивающих рычаг АОВ относительно О, записываются в виде

$$\gamma_n (h_{ex} - h_A) \cdot AO = N_o \cdot OB, \quad (7.8)$$

В равенстве (7.8), где N_o - сила, приложенная к золотнику со стороны демпфера, определяемая из равенств

$$N_o = F_o P_o, \quad (9)$$

$$Q_o = k_o P_o, \quad (10)$$

$$Q_o = F_o \frac{dx_A}{dt}, \quad (11)$$

где F_o - площадь поршня демпфера, k_o - проводимость отверстия в цилиндре демпфера, x_A - перемещение золотника, вызванное перемещением точки А рычага АОВ при действии входного сигнала h_{ex} . Из равенств (7.9)-(7.11) находим

$$N_o = \frac{F_o^2}{k_o} \frac{dx_A}{dt}. \quad (7.12)$$

Подставляя полученное значение N_o из (7.12) в (7.8) и имея ввиду, что $h_A = x_A \frac{AO}{OB}$, будем иметь

$$x_A = h_{ex} \frac{AO}{OB} - \frac{F_o^2}{\gamma_n k_o} \left(\frac{AO}{OB} \right)^2 \frac{dx_A}{dt}. \quad (7.13)$$

Смещение x_3 золотника от нейтрального положения определяется разностью перемещений x_A и x_c , причем x_c является следствием действия обратной связи от y_{um} . Величину x_c можно связать с перемещением y_{um} штока гидроцилиндра соотношением

$$x_c = y_{um} \frac{DO}{DC} \frac{AO}{OB} - h_y \frac{OB}{AO}, \quad (7.14)$$

где h_y - перемещение точки А рычага АОВ при перемещении точки С рычага СОД на величину y_{um} .

Сила N_{o1} , приложенная к золотнику со стороны демпфера, при этом перемещении рычагов равна

$$N_{o1} = \frac{F_{o1}}{k_o} \frac{dx_c}{dt}, \quad (7.15)$$

Используя уравнения моментов сил относительно точки О, приложенных к рычагу АОВ и зависимости для x_c и N_{o1} из (7.14), (7.15) получаем

$$x_c = y_{um} \frac{DO}{DC} \frac{AB}{AO} - \frac{F_o^2}{k_o \gamma_n} \left(\frac{OB}{AO} \right)^2 \frac{dx_c}{dt}, \quad (7.16)$$

От совместного действия сигнала управления и отрицательной обратной связи перемещение золотника $x_3 = x_A - x_c$, поэтому

$$x_3 = K_{xh} h_{ex} - K_{o.c.} y_{um} - T_o \frac{dx_3}{dt}, \quad (7.17)$$

где $K_{xh} = \frac{OB}{AO}$, $K_{o.c.} = \frac{DO}{DC} \frac{AB}{AO}$,

$T_o = \frac{F_o^2}{k_o \gamma_n} \left(\frac{OB}{AO} \right)^2$ - постоянная времени демпфера, присоединенного к золотнику.

Преобразовав уравнение (7.17) по Лапласу при нулевых начальных условиях, получим

$$(T_o s + 1) x_3^{\square} = K_{xh} h_{ex}^{\square} - K_{o.c.} y_{um}^{\square}. \quad (7.18)$$

Откуда следует

$$x_3^{\square} = \frac{1}{(T_o s + 1)} \left[K_{xh} h_{ex}^{\square} - K_{o.c.} y_{um}^{\square} \right]. \quad (7.19)$$

Если обратиться к структурной схеме гидропривода с дроссельным регулированием, принимая связь штока гидроцилиндра с нагрузкой абсолютно жесткой, ($y_M = y_{um}$), и учитывая, что x_3 определяется равенством (7.19), структурную схему гидропривода с демпфером представим в виде (рис. 7.3).

Влияние демпфера на устойчивость гидропривода можно оценить по логарифмическим частотным характеристикам, представленным на рис. 7.4.

Частотные характеристики всего разомкнутого контура проведены сплошными линиями при условии $K_{o.c.} = 1$, а пунктирными – без демпфера. Из протекания ЛАХ и ЛФХ характеристик ясно, что гидропривод без демпфера

неустойчив, а с демпфером устойчив, причем с запасом по фазе $\varphi_{зан}$ и при амплитуде $L_{зан}$.

Наиболее благоприятным для обеспечения устойчивости гидропривода с помощью демпфера, присоединенного к золотнику являются значения относительного демпфирования $\zeta_{\delta} = 0.1 \dots 0.3$.

Из формулы для T_{δ} ясно, что при $\gamma_n \rightarrow \infty$, $T_{\delta} \rightarrow 0$, поэтому без упругого звена в механизме управления демпфер золотника не оказывает влияния на устойчивость гидропривода. Если сравнить оба рассмотренных способа, то ясно, что первый способ повышения устойчивости связан с увеличением демпфирования, а второй с существенной деформацией частотных характеристик путем добавления нового звена.

7.3. Коррекция электрогидравлических и электропневматических приводов

Для электроуправляемых приводов целесообразно применять электрические электро- или пневмомеханические коррекционные устройства. Применение таких КУ связано в основном с недостаточностью демпфирования исполнительных двигателей. Увеличить демпфирующие свойства, соединяющего в прямой цепи регулирования аperiodическое и колебательное звенья можно вводя дополнительную обратную связь по ускорению выходного звена привода. Если ввести отрицательную обратную связь по ускорению штока, то уравнение, описывающее зависимость выходной величины от входного сигнала в изображениях по Лапласу, будет иметь вид

$$T_2 s(T_u^2 s^2 + 2\zeta_u T_u s + 1)Y_{um} = X_s - K_{xa} s^2 Y_{um}, \quad (7.20)$$

где K_{xa} - коэффициент преобразования ускорения штока в перемещение золотника. После несложных преобразований уравнение (7.20) можно привести к виду

$$T_2 s(T_u^2 s^2 + \left(2\zeta_u T_u + \frac{K_{xa}}{T_2}\right) s + 1)Y_{um} = X_s. \quad (7.21)$$

Согласно последнему равенству, требуемое демпфирование гидроцилиндра достигается с помощью отрицательной обратной связи по ускорению штока, если назначить K_{xa} так, чтобы обеспечивалось требуемое значение скорректированного коэффициента относительного демпфирования

$$(\zeta_u)_k = \zeta_u + \frac{K_{xa}}{2T_2 T_u}, \quad (7.22)$$

Реализовать обратную связь по ускорению выходного штока можно либо электрически, либо гидромеханически.

Электрическая обратная связь несколько усложняет схему, приводит к дополнительным помехам в системе управления гидропривода.

Достаточно простые устройства можно реализовать, если иметь ввиду, что перепад давления на поршне гидропривода примерно пропорционален его ускорению. Тогда сигнал обратной связи можно представить в виде

$$x_{oc} = \frac{K_{xp} T_{o.c} s}{T_{o.c} s + 1} P_H, \quad (7.23)$$

где K_{xp} и $T_{o.c}$ - коэффициент преобразования и постоянная времени для звена дополнительной обратной связи.

В низкочастотной области ($\omega < \frac{1}{T_{o.c}}$) обратная связь действует как дифференцирующее звено, при котором не возникает установившейся ошибки из-за того, что P_H изменяется в зависимости от положения штока. В высокочастотной области уравнение (7.23) приближается к уравнению пропорционального звена, входным сигналом которого является P_H , пропорциональное ускорению штока.

Схема электрогидравлического привода с дополнительной обратной связью по скорости изменения разности давлений в полостях гидроцилиндра показана на рис. 7.5.

Дополнительная обратная связь осуществляется с помощью поршня 1, золотника 2 и дросселя 3. При смещении золотника влево от заднего положения поршень 1 под давлением P_n также перемещается влево, преодолевая силу от действия поршня. Вытесняемая поршнем жидкость частично перетекает через дроссель в канал, соединенный золотником со сливом, частично направляется в полость, в которой расположен плунжер 2. Вследствие гидравлического сопротивления дросселя 3 давление $P_{o.c.}$ возрастает и становится больше P_{y2} . Под действием разности давлений $P_{o.c.} - P_{y1}$ золотник начинает перемещаться в сторону среднего положения, при этом расход жидкости, обеспечивающий движение поршня, будет уменьшаться, т.о. обеспечивается более устойчивое состояние гидропривода.

Кроме обратных связей, обеспечивающих устойчивость гидропривода, для улучшения согласованности внешней характеристики привода и характеристики нагрузки применяют еще дополнительные обратные связи по скорости выходного звена привода. При этом скорость выходного звена контролируется с помощью датчиков скорости.

Электрические обратные связи могут охватывать все устройство привода и позволяют непосредственно контролировать движение его входного звена, что является их преимуществом по сравнению с гидромеханическими обратными связями. Однако они более уязвимы к действию электромагнитных и радиационных полей, ударным нагрузкам и могут генерировать помехи в контуре управления приводом.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Гидравлика, гидромашины и гидропневмопривод [Текст] : [учеб. пособие для вузов по специальностям направления подгот. дипломиру. специалистов "Эксплуатация назем. трансп. и трансп. оборудования" / Т.В. Артемьева, Т.М. Лысенко, А.Н. Румянцева, С.П. Стесин; под ред. С.П. Стесина. - 3-е изд., стер. - М. : Академия, 2007. - 335 с.
2. Гидравлика и гидропневмопривод. Ч. 2: Гидравлические машины и гидропневмопривод [Текст] : [учеб. по специальности "Автомобиле- и тракторостроение"] // Федер. агентство по образованию, Моск. гос. индустр. ун-т, Ин-т дистанц. образования. - 4-е изд., доп. и перераб. [Текст] / А. В. Лепешкин, А. А. Михайлин, А. А. Шейпак; под ред. А. А. Шейпака. М.: МГИУ, - 2007. - 351 с.
3. Гимадиев, А.Г. Выбор параметров, расчет статических и динамических характеристик регулятора расхода топлива [Текст] : [учеб. пособие] / А. Г. Гимадиев, Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С. П. Королева. - Самара : Изд-во СГАУ, 2007. - 63 с.
4. Даршт, Я.А. Расчетный комплекс машиностроительной гидравлики [Текст] / Я.А. Даршт. - Ковров: КГТА, 2003. - 412 с.
5. Динамические измерения и обработка экспериментальных данных при испытаниях гидросистем [Текст] : учеб. пособие/ М.С. Гаспаров, А.Н. Крючков, А.Б. Прокофьев, Е.В. Шахматов. - Самара: Изд-во СГАУ, 2006. - 128 с.
6. Динамические процессы в системах двигательных установок космических аппаратов [Текст] / В.П. Шорин, А.Е. Жуковский, А.Ф. Малеев, Е.А. Вакулич, В.Я. Свербилов, В.А. Герасимов. - Самара: СГАУ, 1998. - 316 с.
7. Жуковский, А. Е. Разработка методов оптимизации и коррекции динамических свойств топливоподающих систем двигательных установок космических аппаратов [Текст] / А.Е. Жуковский, А.Ф. Малеев // Ракетно-космическая техника : научно-технический сборник / Центр научно-технической информации "Поиск", ГОНТИ-9. - Самара, 1995. - Сер. 4, вып. 2. - С. 130-131.
8. Загузов, И.С. Разработка математической модели криогенных трубопроводов для исследования динамических характеристик систем топливопитания КА [Текст] / И.С. Загузов, А.Ф. Федечев // Ракетно-космическая техника : научно-технический сборник / Центр научно-технической информации "Поиск", ГОНТИ-9. - Самара, 1995. - Сер. 4, вып. 2. - С. 136.

9. Исследование насосных агрегатов и разработка мероприятий по совершенствованию их динамических свойств [Текст] / Е.В. Шахматов [и др.] // Ракетно-космическая техника : научно-технический сборник / Центр научно-технической информации "Поиск", ГОНТИ-9. - Самара, 1995. - Сер. 4, вып.2. - С. 132-133.
10. Лепешкин, А В. Гидравлические и пневматические системы [Текст] : учебник : [по специальностям 1201 "Технология машиностроения", 1202 "Пр-во летат. аппаратов"] [Текст] / А.В. Лепешкин, А.А. Михайлин ; под ред. Ю.А. Беленкова. - 3-е изд., стер. - М.: Академия, 2006. - 332 с.
11. Методы обеспечения функциональной надежности пневмогидравлических и топливных систем ракетно-космического комплекса [Текст] / В.П. Шорин, С.А. Петренко, Е.А. Вакулич, В.А. [и др.]. - Самара: СГАУ, 1994. - 296 с.
12. Моделирование процессов управления в технических системах [Текст] : учеб. пособие / А.А. Иголкин, М.С. Гаспаров, А.А. Игонин, Н.Д. Быстров, А.Г. Гимадиев. - Самара: Изд-во СГАУ, 2006. - 180 с.
13. Никитин, О.Ф. Рабочие жидкости гидроприводов [Текст] : классификация, свойства, рекомендации по выбору и применению : [учеб. пособие для вузов по направлению 150800 "Гидравл., вакуум. и компрессор. техника" специальности 150802 "Гидравл. машины, гидропроводы и гидропневмоавтоматика"] [Текст] / О. Ф. Никитин. - М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2007. - 150 с.
14. Навроцкий, К.Л. Моделирование и динамический расчет на ЭВМ гидро- и пневмоприводов. Ч. 1. Моделирование приводов типовыми звеньями и руководство к универсальной программе расчета: учеб. пособие [Текст] / К.Л. Навроцкий. - М.: МАДИ (ТУ), 1999. - 96 с.
15. Навроцкий, К.Л. Моделирование и динамический расчет на ЭВМ гидро- и пневмоприводов. Ч. 2. Динамические процессы и структурные схемы математических моделей приводов: учебное пособие [Текст] / К.Л. Навроцкий. - М.: МАДИ (ТУ), 2000. - 116 с.
16. Основы создания агрегатов автоматики пневмогидравлических систем летательных аппаратов и двигателей [Текст] / А. Е. Жуковский [и др.] ; под ред. В. П. Шорина ; Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С. П. Королева. - Самара : [НПО: Импульс], 1995. Ч. 2 : Обеспечение качества динамических процессов и устойчивости систем с агрегатами управления и регулирования. - 215 с.
17. Петренко, С.А. Системы аэрокосмических аппаратов [Текст]: Учеб. пособие / С.А. Петренко, А.Г. Гимадиев, А.Н. Нечаев; Самар. гос.

аэрокосм. ун-т им. С. П. Королева, Волж. КБ Ракет.-косм. корпорация "Энергия" им. С. П. Королева. - Самара, 2000. - 174 с.

18. Пневмогидравлические системы двигательных установок с жидкостными ракетными двигателями [Текст] / В.Н. Челомей, Д.А. Полухин, Н.Н. Миркин [и др.]; под ред. В. Н. Челомея. - М. : Машиностроение, 1978. - 239 с.
19. Попов, Д.Н. Механика гидро- и пневмоприводов: учеб. для ВУЗов.- 2-е издание, стереотипное [Текст] / Д.Н. Попов. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. - 320 с.
20. Попов, Д.Н. Динамика и регулирование гидро- пневмосистем: Учебник для ВУЗов по специальностям "Гидропневмоавтоматика и гидропривод" и "Гидравлические машины и средства автоматизации". - 2-е изд, перераб. и доп. [Текст] / Д.Н. Попов. - М.: Машиностроение, 1987. - 464 с.
21. Попов, Д.Н. Гидромеханика: [учеб. для вузов по направлению подгот. дипломир. специалистов "Гидравл., вакуум. и компрессор. техника"] [Текст] / Д. Н. Попов, С. С. Панайотти, М. В. Рябинин ; под ред. Д. Н. Попова. - 2-е изд., стер. - М.: Изд-во МГТУ, 2002. - 383 с.
22. Правила выполнения схем авиационных гидропневмосистем : Метод. указания [Текст] / Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С. П. Королева ; сост. А. Г. Конев. - Самара : [б. и.], 1995. - 23 с.
23. Регуляторы расхода для топливных систем двигателей летательных аппаратов [Текст] / А.А. Горячкин, А.Е. Жуковский, С.М. Игначков, В.П. Шорин; под ред. акад РАН В.П. Шорина. – М.: Машиностроение, 2000. – 200 с.
24. Свербилов, В.Я. Гидропривод и гидравлические средства автоматизации [Электронный ресурс] : электрон. учеб. пособие / В. Я. Свербилов, А. Б. Прокофьев ; Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С. П. Королева. - Электрон. текстовые дан. - Самара : СГАУ, 2006. - 1 эл. опт. диск (CD-ROM).
25. Снижение виброакустических нагрузок в гидромеханических системах [Текст] / А.Г. Гимадиев, А.Н. Крючков, В.В. Леньшин, А.Б. Прокофьев, Е.В. Шахматов, В.П. Шорин; под ред. акад. РАН В.П. Шорина, д.т.н. Е.В. Шахматова. – Самара: СГАУ, 1998. – 270 с.
26. Сравнительный анализ статических и энергетических характеристик автономных приводов дроссельного и объемно-дроссельного регулирования [Текст] : сборник / О.Б. Белоногов [и др.] // Ракетно-космическая техника : труды / Ракет. -косм. корпорация "Энергия" им. С. П. Королева. [Текст]. Ред. Ю. П. Семенов, ред. В. В. Кудрявцев : ОНТИ, 1997. - Сер. 12, Вып. 1. - С. 68-96.

27. Теория линейных систем автоматического регулирования двигателей летательных аппаратов: учеб. пособие [Текст] / А.Г. Гимадиев, А.Н. Крючков, А.Б. Прокофьев, Е.В. Шахматов, В.П. Шорин. - Самара : СГАУ, 2006. - 183 с.
28. Шестаков, Г.В. Создание корректирующих устройств для пневмогидравлических систем летательных аппаратов и ППП по автоматизации их проектирования [Текст] / Г.В. Шестаков, Ю.К. Перлов, А.Б. Прокофьев // Ракетно-космическая техника : научно-технический сборник / Центр научно-технической информации "Поиск", ГОНТИ-9. - Самара, 1995. - Сер. 4, Вып.2.
29. Шорин, В.П. Устранение колебаний в авиационных трубопроводах [Текст] / В.П. Шорин. - М.: Машиностроение, 1980. – 156 с.
30. Шорин, В. П. Гидравлические и газовые цепи передачи информации [Текст] / В.П. Шорин, А.Г. Гимадиев, Н.Д. Быстров. - М.: Машиностроение, 2000. -328 с.