

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА»

## **ЭНТРОПИЙНЫЕ МОДЕЛИ МИКРО- И НАНОСТРУКТУР**

*Утверждено Редакционно-издательским советом университета  
в качестве учебного пособия*

САМАРА  
Издательство СГАУ  
2007

УДК 535.42  
ББК 22.343  
В676



**Инновационная образовательная программа  
"Развитие центра компетенции и подготовка  
специалистов мирового уровня в области аэро-  
космических и геоинформационных технологий"**

Рецензенты: д-р физ.-мат. наук, профессор В.В. Ивахник,  
д-р физ.-мат. наук, профессор И.П. Завершинский

**Волков А.В.**

В 676 **Энтропийные модели микро- и наноструктур:** учеб. пособие / А.В. Волков,  
И.Н. Еремина, А.Г. Саноян – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та,  
2007. – 80 с.: ил.

**ISBN 978-5-7883-0605-6**

Технология создания микро- и наноструктур рассматривается как комплекс мер, направленных на повышение вероятности размещения определенных типов атомов в заданных точках физического пространства. Вероятностный подход при рассмотрении технологической проблематики реализован с позиций методологии теории информации. Предложены энтропийные критерии оценки качества микро- и нанотехнологий, позволяющие сформировать требования к технологическим процессам во взаимосвязи со сложностью и выходом годных изделий. Введены в рассмотрение представления об информационном потенциале и дефиците микро-технологий. Приведены результаты количественных оценок энтропийных показателей качества микро- и нанотехнологий и твердотельных структур.

Учебное пособие адресовано широкому кругу инженерно-технических работников, связанных по роду своей деятельности с вопросами разработки и создания микро- и наноразмерных устройств.

УДК 535.42  
ББК 22.343

**ISBN 978-5-7883-0605-6** © Волков А.В., Еремина И.Н., Саноян А.Г., 2007  
© Самарский государственный  
аэрокосмический университет, 2007

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	5
1. Информационная энтропия .....	8
1.1. Элементы теории информации.....	8
1.1.1. Определение энтропии в случае равновероятных возможностей (дискретный случай) .....	8
1.1.2. Энтропия в случае неравновероятных возможностей (дискретный случай) .....	10
1.1.3. Энтропия в случае неравновероятных возможностей (непрерывный случай).....	13
1.1.4. Асимптотическая равновероятность и энтропийная устойчивость последовательности случайных событий .....	14
1.2. Основы информационной теории измерительных процессов.....	18
1.2.1. Применение основных положений теории информации для характеристики процесса измерения .....	18
1.2.2. Понятие измерения как сужения интервала неопределенности ...	22
1.2.3. Практические методы определения энтропийного значения погрешности измерения.....	27
1.2.4. Информационная емкость диагностических сигналов измерительного процесса и погрешность измерения.....	30
1.3. Статистические методы анализа интенсивности протекания элементарных физико-химических процессов.....	32
1.3.1. Физическая сущность статистического метода анализа макроскопических систем.....	32
1.3.2. Активационная модель протекания элементарных физико- химических процессов .....	34
1.3.3. Определение концентрации активных частиц.....	35
1.3.4. Динамическое равновесие элементарных физико-химических процессов.....	36
1.3.5. Определение срока службы материалов и изделий на основе статистических методов физической надежности.....	39
2. Энтропийные модели микро- и нанотехнологий и структур .....	41
2.1. Цели и задачи энтропийного подхода .....	41
2.2. Формальное представление технических объектов и технологии их создания .....	42
2.3. Показатели качества технологий на микроскопическом уровне рассмотрения .....	45

2.4. Показатели качества технологий на макроэкономическом уровне рассмотрения .....	47
2.5. Показатели качества реальных технологий .....	48
2.6. Информационный потенциал и дефицит технологии создания изделий .....	50
2.7. Информационный запас качества и срок службы изделий .....	51
2.8. Процесс создания микроструктур в рамках представлений теории кодирования дискретной информации .....	52
2.9. Алгоритмическая энтропия и самоорганизация сложных атомных структур .....	55
2.10. Общие принципы пространственно-временной организации и эволюции микроэлектронных устройств .....	59
Заключение .....	66
Список литературы .....	67
Приложение 1 .....	69

“Всякая вещь есть форма проявления  
беспредельного разнообразия”  
*Козьма Прутков*

## **ВВЕДЕНИЕ**

Понятие «энтропия» широко используется в современной естественнонаучной (в особенности физико-химической) практике. Настолько широко, что в ряде случаев ее ставят по значимости наравне с понятием «энергия». По своей смысловой сути это понятие характеризует меру беспорядка (хаоса), присутствующего в системе. В этой связи, уменьшение энтропии системы следует рассматривать как привнесение в нее определенного порядка, в части атомно-молекулярного состава и структуры.

Поскольку любая инженерно-техническая деятельность непосредственно связана с процессами упорядочивания разнообразных материальных сред (для достижения определенного функционального качества изделия), то становится ясным, что понятие «энтропия» имеет самое непосредственное отношение к производственно-технической сфере. Это утверждение особенно актуально в тех случаях, когда речь идет об изделиях микро- и нанoeлектроники, для которых характерна чрезвычайно высокая степень упорядоченности используемых материальных сред и структур.

Следует, однако, отметить, что, несмотря на всю очевидность приведенных выше моментов, методы и подходы, основанные на энтропийных представлениях, не нашли широкого (адекватного их возможностям) распространения в современной инженерной практике. Здесь, в качестве едва ли не единственного примера успешного и плодотворного их использования в инженерной практике можно упомянуть о достижениях в области решения ряда прикладных задач в области теории связи. Причина подобного негативного положения состоит в том, что для успешного использования энтропийных методов анализа в современной конструкторско-технологической практике необходимы комплексные подходы, вбирающие в себя основные положения таких дисциплин, как «теория информации», «теория измерительных процессов» и «неравновесная термодинамика». В то же время, следует отметить, что указанные выше научные дисциплины представлены в современных учебных планах подготовки конструкторов и технологов различной отраслевой направленности (в том числе – электроники) весьма поверхностно.

Настоящее пособие не ставит своей целью устранение пробела в преподавании указанных выше научных дисциплин, поскольку эту задачу невозможно решить в рамках одного учебного пособия. Тем не менее ряд основных поло-

жений этих дисциплин, необходимых для понимания общей методологии практического использования энтропийных подходов в конструкторско-технологической практике, нашли свое отражение в пособии в объемах, достаточных для формирования целостного представления о предмете рассмотрения. Последнее обстоятельство наложило свой отпечаток на общую структуру изложения материала учебного пособия.

Междисциплинарный характер рассматриваемой проблематики создает известные трудности в части выбора оптимальной схемы подачи материала, рубрикации разделов и структуры изложения материалов в разделах. Ряд материалов имеет «пограничный» характер и их включении в тот или иной раздел обусловлен либо общностью методологического плана, либо - структурного.

В основной части первого раздела рассматриваются (без приведения доказательств) общие положения теории информации, относящиеся к методам определения числовых характеристик энтропийных показателей сложных структур, рассматриваемых как последовательности случайных величин. Этим вопросам посвящено большое количество литературных источников (в рамках настоящей работы использована методология изложения материала, представленная в [2]). Вводятся понятия случайной и усредненной энтропии ансамбля случайных величин (объектов) и энтропии единичного размещения. Приведены ключевые понятия теории информационной (энтропийной) емкости измерительных процессов. Дополнительно рассмотрены вопросы об использовании статистических методов анализа при исследовании кинетики индивидуальных физико-химических процессов в системах, в которых протекают процессы типа «рождение-гибель». Этот круг рассмотренных в разделе вопросов является конструктивной основой при определении энтропийных показателей твердых структур и технологий их создания.

Представленные в первом разделе материалы, как это было отмечено ранее, имеют вспомогательный и ознакомительный характер, и поэтому изложены в реферативной форме и в объеме, необходимом для понимания методологии проведения энтропийного анализ конструкторско-технологической деятельности.

С этой точки зрения, учитывая заявленные в названии работы цели, второй раздел следует считать основным. Методологической основой раздела является математический аппарат теории информации. В качестве первого шага в направлении использования энтропийных методов анализа применительно к инженерно-техническим объектам проведена формализация реальных физических структур (изделий), что позволило сблизить в части достижения единообразия методов анализа теоретические подходы теории информации и методы анализа, используемые конструкторами и технологами при разработке и

создании изделий. Рассмотрен широкий комплекс энтропийных показателей качества (на микроскопическом и макроскопическом уровнях анализа) технологических процессов создания изделий. Представлена взаимосвязь энтропийных показателей качества технологических процессов с производственными показателями, что позволяет распространить результаты теоретических анализов в сферу практических интересов. Определены значения энтропийных показателей качества технологических процессов в различных областях инженерной деятельности, и проведено их сравнение с аналогичными показателями биологических объектов. Показано, что для случая создания изделий наноскопического размера появляются дополнительные трудности, связанные с необходимостью реализации вырожденных элементов конструкций (число реализаций равно единице), что находится в противоречии с известными принципиальными ограничениями флуктуационной природы. Дополнительно рассмотрены вопросы деградации изделий, но уже с позиций аппарата неравновесной термодинамики (по материалам источников [21, 22]).

Учебное пособие адресовано широкому кругу инженерно-технических работников, связанных по роду своей деятельности с вопросами разработки и создания микро- и наноразмерных устройств.

# 1. ИНФОРМАЦИОННАЯ ЭНТРОПИЯ

## 1.1. Элементы теории информации

### 1.1.1. Определение энтропии в случае равновероятных возможностей (дискретный случай)

Термин «информация», указанный в заглавии раздела, понимается здесь не в том широком смысле, в каком его понимают работники средств массовой информации, а в том узком научном смысле, какой ему придал основоположник математической теории информации К. Шеннон.

Главным свойством случайных событий, изучение которых составляет один из основных предметов математической теории информации, является отсутствие полной уверенности в их наступлении, создающее известную неопределенность при выполнении связанных с этими событиями опытов. Однако совершенно ясно, что степень этой неопределенности в различных случаях будет совершенно разной. Для инженерной практики важно уметь численно оценивать степень неопределенности самых разнообразных опытов (ситуаций), чтобы иметь возможность сравнить их с этой стороны. Именно эта задача составляет предмет теории информации.

Пусть имеется  $M$  равновероятных возможностей реализации (исходов) некоторого опыта. (Например, при бросании правильной игральной кости  $M=6$ ). Конечно, в практической инженерной деятельности, ввиду комплексного влияния множества возмущающих факторов различной физической природы, формализация условий проведения опыта достигается не так просто и однозначно, как в приведенном случае игральных карт. Тем не менее предполагается, что оговоренная формализация успешно проведена и что действительно реализуется одна из  $M$  равновероятных возможностей (предполагается, что сумма вероятностей всех возможных реализаций удовлетворяет условию нормировки, т.е. равна нулю). Представляется очевидным (даже на интуитивном уровне рассмотрения), что априорная неопределенность результата опыта самым непосредственным образом связана со значением параметра  $M$ , и в частности, чем больше  $M$ , тем больше ожидаемая неопределенность результата опыта (при  $M=1$  процесс имеет детерминированный характер и априорная неопределенность исхода опыта заведомо равна нулю).



Таким образом, численная мера степени априорной неопределенности  $H$  опыта может быть представлена в виде

$$H = f(M), \quad (1.1.1)$$

где  $f(M)$  – некоторая возрастающая неотрицательная функция, определенная, по меньшей мере, для множества чисел натурального ряда.

Для более полного определения вида функции  $f(M)$  надо предъявить к ней дополнительные требования. Рассмотрим два независимых опыта  $\alpha$  и  $\beta$  (т.е. такие два опыта, что любые сведения об исходе первого из них никак не меняют вероятностей исходов второго). Пусть опыт  $\alpha$  имеет  $k$  равновероятных исходов, а опыт  $\beta$  имеет  $l$  равновероятных исходов. Рассмотрим далее сложный опыт  $\alpha\beta$ , состоящий в одновременном выполнении опытов  $\alpha$  и  $\beta$ . Представляется очевидным, что неопределенность опыта  $\alpha\beta$  больше неопределенности опыта  $\alpha$ , так как к неопределенности  $\alpha$  здесь добавляется еще неопределенность исхода опыта  $\beta$ . Естественно считать, что степень неопределенности опыта  $\alpha\beta$  равна сумме неопределенностей, характеризующих опыты  $\alpha$  и  $\beta$ . А так как опыт  $\alpha\beta$  имеет  $kl$  равновероятных комбинаций исходов опыта (они получаются, если комбинировать каждый из  $k$  возможных исходов опыта  $\alpha$  с каждым из  $l$  исходами опыта  $\beta$ ), то дополнительное требование, которому должна удовлетворять функция  $f(M)$ , формулируется в виде условия

$$f(kl) = f(k) + f(l). \quad (1.1.2)$$

Условие в виде выражения (1.1.2) наталкивает на мысль принять за меру неопределенности опыта, имеющего  $k$  равновероятных исходов, число  $\log k$ , поскольку  $\log(kl) = \log(k) + \log(l)$  (можно показать, что логарифмическая функция является единственной функцией, удовлетворяющей условию (1.1.2)). Принятое определение меры неопределенности согласуется также с условиями, что при  $k = 1$  она равна нулю и что при возрастании  $k$  она также возрастает.

Численная величина  $H = \log M$  получила название *энтропии* события с равновероятными исходами и характеризует априорную неопределенность опыта. Количество пришедшей (в результате проведения опыта) информации  $I$  естественно измерять величиной исчезнувшей неопределенности:

$$I = H_{pr} - H_{ps}, \quad (1.1.3)$$

где индекс «*pr*» означает «априори» (т.е. до проведения опыта), а индекс «*ps*» – «апостериори» (т.е. после проведения опыта).

Наличие фрагмента  $H_{ps}$  в выражении (1.1.3) отражает то обстоятельство, что в ряде случаев и после проведения опыта остается некоторая доля неопределенности (см. ниже раздел 1.3) состояния рассматриваемой системы (объекта).

Заметим, что выбор основания логарифма при определении энтропии  $H$  несущественен, так как в силу известной формулы  $\log_b k = \log_b a \cdot \log_a k$  переход от одной системы логарифмов к другой сводится к умножению функции  $f(k) = \log(k)$  на постоянный множитель (модуль перехода). В настоящее время в практических приложениях используются три единицы измерения энтропии и информации:

1. «бит» - сокращение от «binary digit», основание логарифма - число 2;
2. «нат» сокращение от «natural digit», основание логарифма - число  $e$  (натуральный логарифм);
3. «дит», основание логарифма - число 10.

Энтропию опыта при равновероятных исходах можно выразить не только путем использования количества исходов  $k$ , но и вероятности индивидуального исхода  $P = 1 / M$ . В этом случае получаем эквивалентное выражение для энтропии в виде

$$H = -\ln P. \quad (1.1.4)$$

В инженерно-физической практике часто используется «термодинамическая шкала» значений энтропии, и вычисление энтропии проводится по формуле  $H = k \cdot \ln M$ , где  $k=1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/град – постоянная Больцмана.

### ***1.1.2. Энтропия в случае неравновероятных возможностей (дискретный случай)***

Рассмотрим более сложный опыт, в котором вероятности различных реализаций (возможных исходов) неодинаковы. Если, как это было ранее, число различных исходов опыта равно  $M$ , то можно ввести в рассмотрение случайную величину  $\xi$ , принимающую одно из  $M$  значений. Приняв в качестве  $\xi$  номер исхода опыта, получим, что эти значения равны числовой последовательности  $1, \dots, M$ . По определению, вероятности  $P(\xi)$  неотрицательны и подчиняются условию нормировки

$$\sum_{\xi} P(\xi) = 1. \quad (1.1.5)$$

Если применить формальным образом выражение (1.1.4) к рассматриваемому случаю неравновероятных исходов, то получим, что каждому значению  $\xi$  (т.е. конкретному исходу) соответствует свое значение энтропии

$$H(\xi) = -\ln P(\xi). \quad (1.1.6)$$

Таким образом, каждому индивидуальному исходу опыта ставится в соответствие свое значение энтропии. Поскольку  $\xi$  – случайная величина, то и эту совокупность индивидуальных энтропий можно рассматривать как случайную величину, частота проявления которой определяется вероятностью  $P(\xi)$ . Из выражения (1.1.6) следует, что индивидуальная энтропия велика, когда априорная вероятность данной реализации мала, и наоборот. Этот факт вполне соответствует интуитивным представлениям, связанным с неожиданностью результата опыта. Если апостериорная энтропия после проведения опыта равна нулю, то, согласно выражению (1.1.3), информация, получаемая при выявлении реализации численно равна первоначальной энтропии

$$I(\xi) = H(\xi) = -\ln P(\xi). \quad (1.1.7)$$

Информация от конкретной реализации, как и рассмотренная выше энтропия, оказывается зависящей от типа реализации, т.е. тоже является случайной величиной. Энтропия в виде (1.1.6) получила название случайной энтропии и характеризует степень неопределенности появления конкретной реализации (исхода) опыта.

В практических приложениях нашла широкое распространение не случайная энтропия по (1.1.6) (соответственно информация по (1.1.7)), а усредненная по всему ансамблю возможных реализаций опыта, определяемая выражением

$$H_{\xi} = -\sum_{\xi} P(\xi) \ln P(\xi). \quad (1.1.8)$$

Случайная величина  $\xi$ , стоящая в индексе символа  $H_{\xi}$  (в отличие от  $H(\xi)$ ), отражает тот факт, что в данном случае рассматривается усредненная энтропия, которая описывает весь комплекс возможных реализаций в целом. Такая система обозначений в расширенном виде будет использована и в дальнейшем.

Неопределенность типа  $0 \cdot \ln 0$ , появляющаяся в (1.1.8), когда вероятности отдельных исходов равны нулю, всегда понимается в смысле  $0 \cdot \ln 0 = 0$ . Ввиду этого допущения, множество из  $M$  возможностей всегда можно дополнить любым количеством возможностей с нулевой вероятностью, а также в индексы энтропии вписать детерминированные (не случайные) величины.

Следует отметить, что различие между значениями усредненной энтропии и отдельными представителями случайной энтропии (из полного представительства значений последней) может достигать значительных величин, в чем можно убедиться непосредственным образом на основании данных табл. 1.1.1.

Данные таблицы свидетельствуют о том, что:

1. для случаев маловероятных исходов опыта случайная энтропия может иметь весьма большие значения, что вполне согласуется с интуитивными представлениями, связанными со степенью ожидания конкретного результата опыта;
2. диапазон возможных вариаций случайной энтропии (отношение  $H_{\max} / H_{\min}$ ) при различных вариантах исходов опыта может достигать весьма больших значений (в частности -  $10^4$ );
3. усредненная энтропия может существенно отличаться (как в большую, так и в меньшую сторону) от случайной энтропии отдельных реализаций опыта.

Ниже представлен ряд теорем (без доказательств), определяющих свойства усредненной энтропии по (1.1.8) и необходимых для дальнейшего рассмотрения.

Таблица 1.1.1. Примеры значений случайной и усредненной энтропии для ряда опытов (значения энтропии приведено в битах)

Вероятность индивидуального события / случайная энтропия события $P_i / H_i$					Усредненная энтропия
0,001/10	0,999/0,001	-	-	-	0,011
0,01/6,6	0,99/0,01	-	-	-	0,081
0,1/3,2	0,9/0,15	-	-	-	0,469
0,5/1,0	0,5/1,0	-	-	-	1,0
0,25/2,0	0,25/2,0	0,25/2,0	0,25/2,0	-	2,0
0,2/2,3	0,2/2,3	0,2/2,3	0,2/2,3	0,2/2,3	2,322
0,01/6,6	0,01/6,4	0,01/6,4	0,01/6,4	0,96/0,06	0,322
1,0/0,0	-	-	-	-	0,0

**Теорема 1.** Как случайная (1.1.6), так и средняя (1.1.8) энтропия всегда неотрицательна.

Поскольку  $P(\xi) \leq 1$  (по определению), то  $-\ln P(\xi) = H(\xi) \geq 0$ . Последнее неравенство сохраняется и после усреднения.

**Теорема 2.** Усредненная энтропия имеет максимальное значение, равное  $\ln M$ , когда все возможные реализации опыта равновероятны, т. е. когда  $P(\xi) = 1/M$ .

**Теорема 3.** Если несколько случайных величин  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$  являются независимыми друг от друга, то полная совместная энтропия  $H_{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n}$  распадается на сумму энтропий индивидуальных случайных величин

$$H_{\xi_1, \dots, \xi_n} = \sum_{j=1}^n H_{\xi_j}. \quad (1.1.9)$$

Свойство, отмеченное в теореме 3, весьма примечательно и является проявлением принципа аддитивности при проведении независимых испытаний, который и ранее был использован и привел к логарифмической функции энтропии. Факт аддитивности энтропии при независимых испытаниях весьма широко (см. ниже) используется на практике, ибо это обстоятельство существенно упрощает анализ сложных процессов и структур. Например, если речь идет о технологическом процессе атомной сборки наноразмерных устройства (и при этом размещение индивидуальных атомов можно считать статистически независимыми событиями), то суммарная энтропия технологического процесса будет равна сумме энтропий элементарных технологических операций по размещению индивидуальных атомов в пределах плоскости структуры. Более того, как будет показано ниже, строгое требование о статистической независимости может быть ослаблено (и заведомо перекрыто) всего лишь требованием об энтропийной устойчивости технологического процесса, что существенно расширяет возможный круг рассматриваемых процессов и структур.

### *1.1.3. Энтропия в случае неравновероятных возможностей (непрерывный случай)*

В рассмотренных выше разделах предполагалось, что случайная величина  $\xi$ , энтропии которой  $H(\xi)$  и  $H_{\xi}$  изучались, может принимать значения из некоторого ограниченного дискретного пространства, включающего в себя конечное или счетное число различных элементов. В то же время, в технической практике нашли широкое распространение также непрерывные величины, т.е. скалярные или векторные величины, которые могут принимать значения из непрерывного пространства  $X$ , например, пространства действительных чисел. В этом случае в качестве основной характеристики случайной величины  $\xi$  выступает плотность распределения вероятностей  $p(\xi)$ , определяющая вероятность попадания  $\Delta P$  случайной величины  $\xi$  в область  $\Delta X$  указанного пространства  $X$

$$\Delta P = \int_{\xi \in \Delta X} p(\xi) d\xi = p(A) \cdot \Delta V, \quad (1.1.10)$$

где  $d\xi = dV$  (дифференциал объема в пространстве состояний случайной величины);

$$A \in \Delta X .$$

Формальным методом определения энтропии (для случая непрерывной случайной величины) является использование выражения

$$H_\xi = -M \ln P(\xi) , \quad (1.1.11)$$

где  $M$  - оператор математического ожидания для случая дискретной случайной величины  $\xi$  по параметру  $\ln P(\xi)$ .

Суть формализма состоит в том, что вероятности  $P(\xi)$  в выражении (1.1.8) заменяются на соответствующие плотности распределения вероятностей  $p(\xi)$  - непрерывной функции в области допустимых значений  $X$  случайной величины

$$H_\xi = -M \ln p(\xi) = -\int_X p(\xi) \ln p(\xi) d\xi . \quad (1.1.12)$$

Такой подход является общепринятым, но создает известные трудности в случае комплексного проявления непрерывных и дискретных факторов случайного процесса.

#### ***1.1.4. Асимптотическая равновероятность и энтропийная устойчивость последовательности случайных событий***

Рассматривается сложное событие, состоящее в последовательном проведении  $n$  независимых опытов. В результате получается набор реализаций  $\eta = (\xi_1, \dots, \xi_n)$  случайной величины  $\xi_j$ , принимающей одно из двух значений 1 или 0 с вероятностями соответственно  $p < 1/2$  и  $q = 1 - p$ . Очевидно, число таких различных наборов (реализаций) равно  $2^n$ . Обозначим посредством  $\eta_{n_1}$  реализацию, содержащую в своем составе  $n_1$  единиц и  $n_0 = n - n_1$  нулей. Вероятность этой реализации равна

$$P(\eta_{n_1}) = p^{n_1} \cdot q^{n-n_1} . \quad (1.1.13)$$

Эти вероятности при различных значениях  $n_1$  различны. Отношение самой большей вероятности к самой малой, определяемое выражением

$$P(\eta_0) / P(\eta_n) = (q / p)^n \quad (1.1.14)$$

велико и сильно возрастает с ростом  $n$ . В этом случае возникает вопрос, о какой равновероятности (оговоренной в названии раздела) может идти речь? Суть дела в том, что по закону больших чисел количество единиц  $n_i$  испытывает тенденцию принимать значения, близкие к своему среднему значению

$$Mn_1 = \sum_{j=1}^n M\xi_j = n \cdot M\xi_j = np. \quad (1.1.15)$$

Определим дисперсию  $Dn_1 = D\{\xi_1 + \dots + \xi_n\}$  числа единиц. В силу независимости слагаемых имеем

$$Dn_1 = n \cdot D\xi = n \cdot [M\xi^2 - (M\xi)^2] = npq. \quad (1.1.16)$$

Среднее отклонение, равное

$$\Delta n_1 = n_1 - np \approx \sqrt{npq} \quad (1.1.17)$$

растет с ростом  $n$ , но медленнее, чем растет среднее значение произведения  $np$  и длина всего возможного диапазона  $0 < n_1 < n$ .

В пределах диапазона  $|n_1 - np| \approx \sqrt{npq}$  неодинаковость вероятностей  $P(\eta_{n_1})$  довольно велика

$$\frac{P(\eta_{n_1})}{P(\eta_{n_1 - \Delta n_1})} = \left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta n_1} \approx \left(\frac{q}{p}\right)^{\sqrt{npq}} \quad (1.1.18)$$

и увеличивается с ростом  $n$ . Но это увеличение происходит относительно медленно, т.е. гораздо медленнее, чем увеличивается обратная величина самой вероятности. Соответствующее этому утверждению неравенство

$$\ln \frac{P(\eta_n)}{P(\eta_{n - \Delta n_1})} \leq \ln \frac{1}{P(\eta_n)} \quad (1.1.19)$$

при  $\Delta n_1 \approx \sqrt{npq}$  становится все более сильным с ростом  $n$ .

**Теорема 4.** Все  $2^n$  реализаций  $\eta$  можно разделить на два множества  $A_n$  и  $B_n$  так, что

1. суммарная вероятность одного множества ( $A_n$ ) исчезает  $P(A_n) \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$ ; (1.1.20)
2. а реализации второго множества  $B_n$  становятся относительно равновероятными в следующем смысле

$$\left| \frac{\ln P(\eta) - \ln P(\eta')}{\ln P(\eta)} \right| \rightarrow 0, \quad \eta \in B_n, \quad \eta' \in B_n. \quad (1.1.21)$$

**Теорема 5.** Пусть  $B_n$  - множество, описанное в теореме 4. Число  $M$  его элементов таково, что

$$\frac{\ln M}{n} \rightarrow -(p \ln p + q \ln q) \equiv H_{\xi_1} \quad \text{при } n \rightarrow \infty. \quad (1.1.22)$$

**Теорема 6.** Если считать реализации множества  $A_n$  имеющими нулевую вероятность их появления, а реализации множества  $B_n$  равновероятными и вычислять энтропию  $H_n$  по простой формуле  $H_n = \ln M$ , то удельная энтропия  $H_n/n$  в пределе будет совпадать с энтропией, вычисленной по формуле (1.1.8). т.е.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln M}{n} = -(p \ln p + q \ln q) \quad \text{при } n \rightarrow \infty. \quad (1.1.23)$$

В случае, когда  $\xi_1$  принимает одно из нескольких ( $m$ ) значений, то имеется  $m^n$  различных реализаций процесса  $\eta = (\xi_1, \dots, \xi_n)$  с независимыми значениями, из которых заслуживают внимания лишь  $M = e^{nH_{\xi_1}}$  реализаций, которые можно считать равновероятными. Следовательно, подавляющее большинство реализаций при этом является несущественным и его можно отбросить.

Представленные выше моменты, касающиеся асимптотической эквивалентности неравновероятных возможностей равновероятным, могут быть распространены на значительно более широкий класс случайных последовательностей и процессов. Не обязательно, чтобы случайные величины  $\xi_j$ , образующие отрезок последовательности  $\eta = (\xi_1, \dots, \xi_n)$ , принимали одно из двух значений. Не обязательно, чтобы они имели одинаковый закон распределения  $P(\xi_j)$ . Не обязательно, наконец, чтобы они были статистически независимы, не обязательно даже, чтобы  $\eta$  была последовательностью  $\eta = (\xi_1, \dots, \xi_n)$ . Что же является обязательным для описанной асимптотической эквивалентности?

Дать общую формулировку свойства асимптотической эквивалентности неравновероятных возможностей равновероятным помогает понятие энтропийной устойчивости семейства случайных величин. Семейство случайных



величин  $\{\eta^n\}$  является энтропийно устойчивым, если отношение  $H(\eta^n)/H_{\eta^n}$  при  $n \rightarrow \infty$  сходится по вероятности к единице ( $H(\eta^n)$  - случайная энтропия единичной последовательности;  $H_{\eta^n}$  - средняя энтропия по ансамблю последовательностей). Это значит, что каковы бы ни были  $\varepsilon > 0$ ,  $\eta > 0$ , найдется такое  $N(\varepsilon, \eta)$ , что будет выполнено неравенство

$$P\left\{|H(\eta^n)/H_{\eta^n} - 1| \geq \varepsilon\right\} \leq \eta \text{ при любом } n \geq N(\varepsilon, \eta). \quad (1.1.24)$$

В приведенном выше определении подразумевается, что  $H_{\eta^n}$  не убывает с ростом  $n$  (обычно  $H_{\eta^n} \rightarrow \infty$ ). Факт асимптотической равновероятности можно сформулировать при помощи понятия энтропийной устойчивости в виде следующей теоремы.

**Теорема 7.** Если семейство случайных величин  $\{\eta^n\}$  является энтропийно устойчивым, то множество реализаций каждой случайной величины можно разбить на два подмножества  $A_n$  и  $B_n$  таким образом, что

1. суммарная вероятность реализации подмножества  $A_n$  исчезает

$$P(A_n) \rightarrow 0 \text{ при } n \rightarrow \infty; \quad (1.1.25)$$

2. реализации второго подмножества становятся равновероятными в смысле выполнения соотношения

$$\left| \frac{\ln P(\eta) - \ln P(\eta')}{\ln P(\eta)} \right| \rightarrow 0, \text{ при } n \rightarrow \infty, \eta \in B_n, \eta' \in B_n; \quad (1.1.26)$$

3. число реализаций  $M_n$  множества  $B_n$  связано с энтропией  $H_{\eta^n}$  соотношением

$$\ln(M_n / H_{\eta^n}) \rightarrow 1 \text{ при } n \rightarrow \infty. \quad (1.1.27)$$

Фактор энтропийной устойчивости семейства случайных последовательностей  $\{\eta^n\}$  можно проверить, вычисляя дисперсию согласно выражению

$$DH(\eta^n) = MH^2(\eta^n) - H_{\eta^n}^2. \quad (1.1.28)$$

Если эта дисперсия медленно растет с ростом  $n$ , то случайная последовательность энтропийно устойчива.

Рассмотренные выше моменты будут в дальнейшем использованы при определении энтропийных показателей технологических процессов, используемых при создании микро- и наноструктур.

## **1.2. Основы информационной теории измерительных процессов**

### ***1.2.1. Применение основных положений теории информации для характеристики процесса измерения***

Под измерением во всех случаях практики понимается процесс получения человеком или машиной информации о количественном значении измеряемой величины. Однако дать точное словесное определение измерения оказывается далеко не просто. В настоящее время принято сущность процесса измерения определять следующим образом: «Измерением называется познавательный процесс, заключающийся в сравнении путем физического эксперимента данной величины с некоторым ее значением, принятым за единицу сравнения» [2]. Для установления системы исходных положений теории измерений, собственно, как и любой другой научной теории, необходим аксиоматический выбор некоторых логических начал. Такие начала, как известно, составляют систему исходных понятий, которые приходится принять без каких-либо доказательств, после чего последующие положения теории обосновываются уже логически. Истинность этих понятий не может быть логически обоснована сама по себе, а устанавливается лишь опытной проверкой всей системы результатов построенной на них теории. Для понимания сущности измерения исходными понятиями являются понятия однородных величин, натурального ряда однородных величин, шкалы реперов, функциональной шкалы и измерительного преобразования.

Познание, приобретенное человеком в результате повторяющихся практических наблюдений, убеждает нас в том, что различные предметы могут сравниваться между собой лишь по однородным свойствам. При этом под однородными свойствами и характеризующими их величинами понимаются лишь такие, которые могут быть сопоставлены между собой по признаку «больше — меньше».

Действительно, сопоставляя параметры различных объектов друг с другом, обнаруживаются признаки их отличия, например: данный предмет тяжелее или легче другого, тверже или мягче, теплее или холоднее, длиннее или короче и т. п. Разложим предметы в ряд так, чтобы каждый последующий был тверже предыдущего, или таким же образом, но по какому-либо другому признаку, относительно которого такое разложение взятых предметов возможно. Ряды, составленные по однородным свойствам различных предметов, называются последовательными натуральными рядами. Однородными называются сравнимые по признаку «больше — меньше» величины, которые могут быть расположены в последовательный ряд, составленный так, что каждая из входящих в него величин будет больше всех предыдущих и меньше всех последующих.

Если под измерением будем понимать лишь сравнение измеряемой величины с некоторым ее значением, принятым за единицу, то измерения по натуральным шкалам, в которых еще нет постоянной единицы измерения (например, определение чувствительности фотоматериалов), придется рассматривать как что-то «недостойное» называться измерениями. Однако в действительности эта оценка не так уж и груба. Так, например, если в результате опыта стало известно, что измеряемая температура была такова, что серебряный образец уже расплавился, а золотой еще оставался твердым, то температура, следовательно, находилась в интервале от  $960,5^\circ$  до  $1063^\circ\text{C}$ . Этот результат можно записать как  $t = 1010 \pm 50^\circ\text{C}$ , а оставшуюся после измерения неопределенность характеризовать относительной погрешностью, равной  $\pm 5\%$ . Таким образом, информация, содержащаяся в результате измерения по натуральным шкалам, ничем не хуже той, которая может быть получена от других измерительных устройств с той же погрешностью измерения. Основным недостатком натуральных шкал является полное отсутствие уверенности в том, что интервалы между выбранными реперами хотя бы в какой-то мере являются равновеликими, т. е. отсутствие пропорционального деления (с понятием натуральных шкал еще не связано представление о пропорциональном делении величины). Именно таково положение с минералогической шкалой твердости или шкалой Бофорта.

Точность измерений обычно характеризуется числовым значением полученных при измерении или предполагаемых погрешностей. При этом используются понятия абсолютной и относительной приведенной погрешностей. Если измерительное устройство имеет диапазон измерения от  $X_1$  до  $X_2$ , т. е. может измерять величины, находящиеся в пределах от  $X_1$  до  $X_2$ , с абсолютной

погрешностью  $\pm \Delta$ , не зависящей от текущего значения  $x$  измеряемой величины, то, получив результат измерения в виде показания  $X_{\text{п}}$ , записываем его как  $X_{\text{п}} \pm \Delta$  и характеризуем относительной приведенной погрешностью

$$\gamma = \pm \frac{\Delta}{X_2 - X_1}. \quad (1.2.1)$$

Рассмотрение этих же самых действий с позиций теории информации носит несколько иной характер, отличающийся тем, что всем перечисленным понятиям придается вероятностный, статистический смысл, а итог проведенного измерения истолковывается как сокращение области неопределенности измеряемой величины. В теории информации тот факт, что измерительный прибор имеет диапазон измерений от  $X_1$  до  $X_2$ , означает, что при использовании этого прибора могут быть получены показания  $X_{\text{п}}$  только в пределах от  $X_1$  до  $X_2$ . Другими словами, вероятность получения отсчетов, меньших  $X_1$  и больших  $X_2$  равна нулю. Вероятность же получения отсчета где-то в пределах от  $X_1$  до  $X_2$  равна единице.

Если предположить, что плотность вероятности распределения различных значений измеряемой величины вдоль всей шкалы прибора одинакова, то с точки зрения теории информации наше знание о значении измеряемой величины до измерения может быть представлено графиком распределения плотности вероятности  $p(x)$  вдоль шкалы значений  $x$ , показанным на рис. 1.1.

Так как полная вероятность получить отсчет где-то в пределах от  $X_1$  до  $X_2$  равна единице, то под кривой  $p(x)$  должна быть заключена площадь, равная единице (условие нормирования). При равномерном распределении плотности вероятности до проведения измерения это приводит к выражению

$$p(x) = \frac{1}{X_2 - X_1}. \quad (1.2.2)$$

После проведения измерения получаем показание прибора, равное  $X_{\text{п}}$ . Однако вследствие погрешности прибора, равной  $\pm \Delta$ , нельзя утверждать, что измеряемая величина точно равна значению  $X_{\text{п}}$ . Поэтому результат измерения представляется в виде  $X_{\text{п}} \pm \Delta$ . Это означает, что действительное значение измеряемой величины  $X$  лежит где-то в пределах от  $X_{\text{п}} + \Delta$  до  $X_{\text{п}} - \Delta$ , т. е. в пределах участка  $2\Delta$ , как показано на рис. 1.1.

С точки зрения теории информации результат измерения состоит лишь в том, что до измерения область неопределенности простиралась от  $X_1$  до  $X_2$  и характеризовалась малой плотностью вероятности  $p_{\text{апр}}(x) = 1/(X_2 - X_1)$ , а после

измерения она сократилась до величины  $2\Delta$  и характеризуется намного большей плотностью вероятности  $p_{\text{апост}}(x) = 1/2\Delta$ .

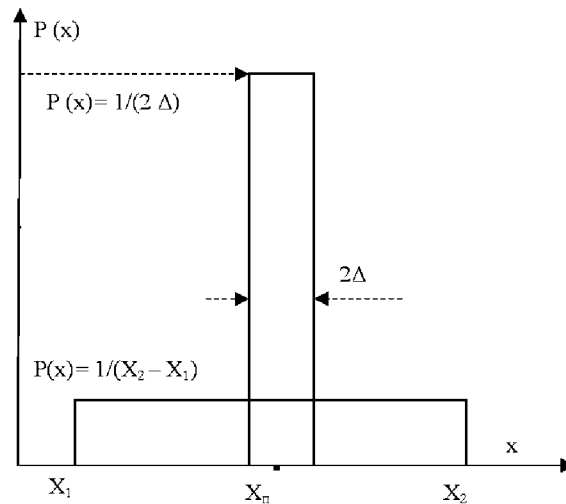


Рис. 1.1. Плотность распределения измеряемой величины до и после проведения измерения

Таким образом, получение какой-либо информации об интересующей нас величине заключается в уменьшении неопределенности ее значения. Теория информации облекает это логически понятное, но довольно расплывчатое рассуждение в строгую математическую форму. Формальный прием для математической записи этого логического заключения достаточно прост и состоит в определении количества информации  $I$  как уменьшения энтропии от значения  $H(X)$ , которое характеризует неопределенность измеряемой величины перед измерением, до значения  $H(X/X_n)$ , которое остается после получения показания прибора  $X_n$ , т.е. как

$$I = H(X) - H(X/X_n). \quad (1.2.3)$$

Величина  $H(X)$  представляет собой исходную энтропию, а значение  $H(X/X_n)$  характеризует ту неопределенность, которая остается после получения показания прибора  $X_n$  и называется условной энтропией (при условии, что  $X_n$  известно).

В приведенном примере с равномерным законом распределения плотности вероятности как до, так и после измерения исходная, или безусловная, энтропия составляет:

$$H(X) = \log(X_2 - X_1), \quad (1.2.4)$$

а оставшаяся, или условная, энтропия результата измерения после получения отсчета  $X_n$  равна

$$H\left(\frac{X}{X_n}\right) = \log 2\Delta. \quad (1.2.5)$$

Отсюда полученное количество информации, равное разности исходной и оставшейся энтропии, записывается как

$$I = -\log \frac{2\Delta}{X_2 - X_1}. \quad (1.2.6)$$

В этой замене операции деления  $\Delta$  на  $(X_2 - X_1)$ , используемой обычно при определении относительной погрешности измерения, на операцию вычитания исходной и оставшейся неопределенностей, характеризуемых соответствующими значениями энтропии, и заключается основной прием анализа теории информации.

### *1.2.2. Понятие измерения как сужения интервала неопределенности*

Получение любой информации, в том числе и измерительной, теория информации трактует как устранение некоторой части неопределенности, а количество информации определяется как разность неопределенностей ситуаций до и после получения данного сообщения. В случае измерения по натуральным шкалам весь диапазон возможных значений измеряемой величины разбивается реперными (эталонными) точками на ряд интервалов. Неопределенность до измерения характеризуется тем, что мы не знаем, в каком из этих интервалов лежит значение измеряемой величины, т.е. область неопределенности до измерения простирается на все интервалы натуральной шкалы (от «штиля» до «урагана» по шкале Бофорта или от «мягче талька» до «тверже алмаза» по минералогической шкале и т. д.). Результатом измерения является указание того, что измеряемая величина лежит в данном интервале, т.е. сужение области неопределенности от полной длины натуральной шкалы до длины указанного интервала.

Таким образом, с точки зрения теории информации результат измерения заключается в выборе данного интервала из целого ряда возможных интервалов. Если при этом предположить, что вероятности попадания измеряемой величины в любой из интервалов равны между собой, то неопределенность исходной ситуации характеризуется безусловной энтропией, равной логарифму числа  $n$  интервалов, т.е.

$$H(X) = \log n, \quad (1.2.7)$$

а получаемая в результате измерения информация, соответствующая устранению этой неопределенности, равна:

$$I = \log n. \quad (1.2.8)$$

Подводя итог проведенному предварительному рассмотрению, мы должны заключить, что в самом общем случае измерение представляет собой сравнение измеряемой величины с тем или иным образом построенной шкалой возможных значений этой величины, а результат измерения состоит в выборе одного интервала из всего множества интервалов этой шкалы. При этом основная особенность результата измерения состоит в том, что он никогда не может представлять собой точного значения измеряемой величины, а является лишь указанием более или менее узкого интервала возможных значений.

Основной недостаток натуральной шкалы реперов, как уже указывалось, состоит в отсутствии каких-либо данных о соотношении между собой отдельных интервалов, заключенных между реперными точками. Для интерполяции значений измеряемой величины внутри этих интервалов, а также для сравнительной оценки протяженности этих интервалов необходимо использовать какой-то определенный принцип пропорционального деления. В качестве такого принципа при теоретическом рассмотрении часто выдвигают принцип последовательного счета единичных значений измеряемой величины. При этом как классический пример приводят измерение длины в виде счета мерных отрезков, откладываемых по одной прямой линии. Поскольку счет конкретных вещей весьма нагляден, то и измерение, выполняемое счетом отдельных количественных содержаний величины, подкупает кажущейся ясностью. Но при внимательном ознакомлении обнаруживается, что такое представление не соответствует действительности и что в основе измерения лежит способ, принципиально отличный от последовательного счета. В действительности основным методом интерполяции шкалы измеряемых величин между реперными точками служит метод измерительных преобразований, представляющий собой определение измеряемой величины по значению другой величины, функционально с ней связанной. Понятие об измерительном преобразовании является ключевым понятием современной теории измерительных устройств и с физической точки зрения означает, что измеряемая величина не может быть определена сама по себе, а может быть воспринята только вместе с тем физическим процессом, в котором она проявляется.

Согласно разделу 1.2.1., вопрос о виде функции плотности распределения (случайной) измеряемой величины имеет первостепенное значение. В современных

приложениях теории информации к задачам измерительной практики существует два представления о виде закона априорного распределения значений измеряемой величины. Попытаемся рассмотреть, чему соответствуют эти два представления о законе распределения плотности исследуемых величин при информационном анализе измерительных устройств.

С точки зрения теории информации измерение представляет собой выбор узкого интервала, в котором находится действительное значение измеряемой величины, из большого числа интервалов, перекрывающих весь диапазон возможных ее значений. При этом величина этих малых интервалов независимо от нашего желания не может быть выбрана безотносительно к размеру самой измеряемой величины. Для того, чтобы размер измеряемой величины определить с какой-то заданной или выбранной точностью, протяженность намечаемых для последующего выбора малых интервалов должна быть в определенное число раз меньше текущего значения самой измеряемой величины. При нарушении этого соотношения измерение становится невозможным.

Так, например, если при измерении длины за такой интервал принят 1 км, то измерение расстояния между двумя городами порядка 500 км будет сводиться к выбору одного значения из ряда возможных значений с шагом 1 км, т.е. из значений 498, 499, 500, 501, 502 км. Это обстоятельство объективно приводит к тому, что вследствие уменьшения протяженности различных градаций (малых интервалов) по мере уменьшения текущего значения измеряемой величины возрастает число этих интервалов на каждую единицу измеряемой величины, т.е. возрастает их плотность распределения.

Обратимся к примеру. Пусть при определении вольт-амперной характеристики какого-либо элемента были измерены токи 10, 20, ..., 90 и 100 мА, т.е. с интервалом 10 мА. Затем оказалось, что представляет интерес обследовать также и районы значений тока меньше 10 мА и больше 0,1 А, например до 1 А. При этом в районе от 0 до 10 мА сохранить прежний шаг, равный 10 мА, вообще невозможно, так как, по-видимому, должны быть обследованы точки 1, 2, ..., 8 и 9 мА. Исследование же области от 0,1 до 1 А с шагом 10 мА нецелесообразно, здесь более рационален шаг 0,1 А. Этот пример показывает, что при эксплуатации широкодиапазонных измерительных устройств действительно наблюдается изменение плотности определяемых нами значений измеряемой величины в широких пределах. Так, в диапазоне от 0,1 до 1 А в нашем примере эта плотность составляла 10 (1/А), в диапазоне от 10 до 100 мА —



100 (1/A), а на участке от 1 до 10 мА достигала 1000 (1/A), т. е. изменялась в 100 раз обратно пропорционально текущему значению измеряемой величины.

Сам принцип выбора интервалов по геометрической прогрессии далеко не нов (древнегреческий астроном Гиппарх (во II веке до н. э.) разделил все видимые на небосводе звезды на 6 степеней по яркости, используя для этого геометрическую прогрессию со знаменателем 2,5). В различных областях техники построение рядов предпочтительных чисел по геометрической прогрессии распространилось настолько широко, что Международная организация по стандартизации (ISO) ввела в действие стандарт на некоторые ряды предпочтительных чисел, учитывающие особенности десятичной системы счисления. Однако упомянутый стандарт — это лишь законодательное подтверждение интуитивно обнаруженного на основе длительного опыта объективно существующего в природе распределения величин в геометрической прогрессии. Более того, везде, где природа в течение длительного периода естественного отбора формировала наиболее совершенные информационные устройства, она также заложила принцип выбора градаций по геометрической прогрессии. Именно в силу этой закономерности естественно развившиеся информационные устройства имеют логарифмическую чувствительность. Логарифмический масштаб длины интервалов, из которых выбираются значения измеряемой величины, объясняется тем, что для обнаружения существенны только относительные изменения измеряемой величины. Таким образом, общей закономерностью при измерении любой величины в широком диапазоне ее изменения является необходимость изменения шага выбираемых малых интервалов пропорционально текущему значению самой измеряемой величины. Коэффициент этой пропорциональности зависит от заданной относительной погрешности измерения, однако необходимость самого пропорционального изменения шага сохраняется при любом выбранном значении относительной погрешности измерения.

Поэтому замену действительного закона распределения равномерным законом распределения нельзя считать даже приближенно правомерной. Если бы этот закон приближался к равномерному распределению, то в логарифмических координатах он должен был бы изображаться горизонтальной прямой, в то время как в экспериментально полученных зависимостях закон распределения в широком диапазоне изменения измеряемой величины является гиперболическим. В результате приведенных общих соображений и рассмотренных данных статистики можно считать, что общей закономерностью изменения

плотности вероятности различных значений одной и той же величины в широком диапазоне ее изменения является закон гиперболического изменения плотности вероятности, т. е. закон логарифмически-равномерного распределения. Интересно отметить, что гиперболический закон для плотности распределения вероятностей значений измеряемой величины в широком диапазоне ее изменения лежит в основе многих практически установившихся положений измерительной техники.

В том случае, когда действительное распределение плотности подлежащих определению значений измеряемой величины отклоняется от равномерного распределения, но остается достаточно симметричной, исходное предположение о равномерном распределении измеряемой величины можно рассматривать как более или менее правомерное приближение к действительному распределению. На практике это соответствует анализу приборов с очень малым рабочим диапазоном, например, приборов технологического контроля, постоянно установленных для измерения только одной величины, изменяющейся вследствие свойств самого технологического процесса лишь в узких, ограниченных пределах. Действительное распределение значений в этих пределах не является, естественно, равномерным. Оно подчиняется, скорее всего, ограниченному нормальному закону или близкому к нему несколько асимметричному распределению. Тем не менее в первом приближении замену действительного распределения равномерным при анализе подобных измерительных устройств с узким рабочим диапазоном можно считать правомерной.

Совсем другим является распределение плотности различных значений измеряемой величины при лабораторных измерениях или научных исследованиях, когда именно вследствие гиперболического распределения плотности экспериментатор вынужден использовать многопредельные универсальные измерительные устройства, а не однопредельные щитовые приборы. Этот характер закона распределения и следует учитывать при исследовании широкодиапазонных измерительных устройств.

Следует обратить внимание на то, что на краях диапазона измеряемых величин наблюдается снижение плотности  $p(x)$ . С математической точки зрения гиперболическое распределение величины  $x$  соответствует равномерному распределению величины  $\lg x$ , т. е. гиперболический закон распределения можно трактовать как логарифмически-равномерный закон распределения. Принятие логарифмически-равномерного закона распределения  $x$  означает, что

плотность  $I_{g,x}$  сохраняется постоянной в каком-то диапазоне изменения измеряемой величины, а затем на границе этого диапазона скачком падает до нуля.

### 1.2.3. Практические методы определения энтропийного значения погрешности измерения

Согласно рассмотренным выше моментам, энтропийное значение погрешности может быть представлено в виде

$$\Delta = \pm \frac{1}{2} \exp H(X/X_n). \quad (1.2.9)$$

Последнее выражение позволяет вычислить энтропийную погрешность процесса измерения по значению условной энтропии  $H(X/X_n)$ , т. е. энтропии  $H(\Delta)$  закона распределения погрешности  $p(\Delta)$ .

Однако при оценке точности измерительных устройств или измерений мы располагаем не самим законом распределения погрешности  $p(\Delta)$ , а лишь некоторым конечным числом  $n$  конкретных значений случайной величины  $\Delta$ , подчиняющихся этому закону. На основании этого ограниченного числа результатов может быть построена лишь ступенчатая гистограмма (рис.1.2), в той или иной степени приближающаяся к действительному закону распределения  $p(\Delta)$ . Поэтому практически желательно иметь формулу для вычисления энтропийного значения погрешности, исходя из такой приближенной гистограммы.

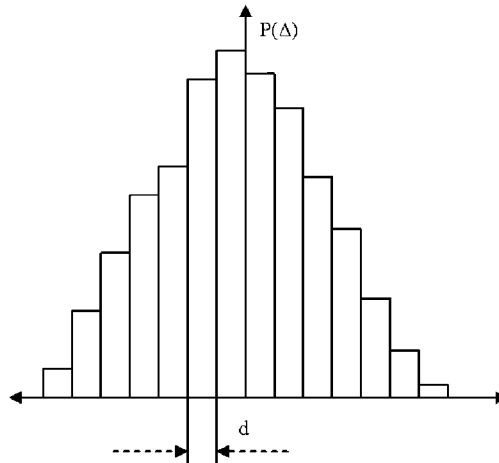


Рис. 1.2. Гистограмма распределения погрешности измерительного процесса

Если гистограмма состоит из  $m$  столбцов с границами в координатах  $X_0, X_1, \dots, X_b, X_{i+1}, \dots, X_m$  и каждый столбец шириной  $d_i = X_{i+1} - X_i$  включает в себя  $n_i$  результатов, то плотность вероятности на протяжении каждого из столбцов остается постоянной и равной

$$p(\Delta) = \frac{n_i}{nd_i}. \quad (1.2.10)$$

Энтропия такого ступенчатого распределения погрешностей измерения равна:

$$H(\Delta) = - \int_{-\infty}^{+\infty} p(\Delta) \ln p(\Delta) dx = - \sum_{i=1}^m \int_{X_{i-1}}^{X_i} \frac{n_i}{nd_i} \ln \frac{n_i}{nd_i} dx = \sum_{i=1}^m \frac{n_i}{n} \ln \frac{nd_i}{n_i}. \quad (1.2.11)$$

Если ширина всех столбцов одинакова, т.е.  $d_i=d$ , то

$$H(\Delta) = \sum_{i=1}^m \frac{n_i}{n} \ln \frac{n}{n_i} + \ln d. \quad (1.2.12)$$

Таким образом, энтропия гистограммы определяется как взятая с обратным знаком сумма произведений вероятности случайной величины на логарифм этой вероятности, а член  $\ln d$  обеспечивает независимость значения величины энтропии от произвольного выбора величины  $d$  ступеньки гистограммы.

Для проведения расчетов выражение (1.2.12) можно представить в виде:

$$H(\Delta) = \sum_{i=1}^m \ln \left( \frac{n}{n_i} \right)^{\frac{n_i}{n}} + \ln d = \ln \left[ d \prod_{i=1}^m \left( \frac{n}{n_i} \right)^{\frac{n_i}{n}} \right], \quad (1.2.13)$$

тогда энтропийное значение погрешности будет равно

$$\Delta = \frac{1}{2} e^{H(\Delta)} = \frac{d}{2} \cdot \frac{n}{10^{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^m n_i \lg n_i}}. \quad (1.2.14)$$

Исследование формул (1.2.14) свидетельствует, что полученная оценка является смещенной, но это смещение убывает по мере увеличения  $n$  и  $m$ . При этом  $m$  и  $d$  могут выбираться произвольно, но с ограничением  $n_i \geq 2$ , так как наличие интервалов с  $n_i = 0$  или  $n_i = 1$  не изменяет энтропии, ибо  $1^1 = 1$  и при определении энтропии полагают  $0^0 = 1$ .

Воспользоваться соотношением (1.2.14) можно практически только тогда, когда общее число наблюдений  $n$  настолько велико, что может быть разбито на  $m$  (по крайней мере 5—7) интервалов шириной  $d$ , в крайние из которых еще попадает по 1—2 наблюдения. Это приводит к тому, что вычислить энтропийное значение погрешности, исходя из основного определения можно лишь, располагая серией из 30—50 наблюдений. Это и понятно, так как для определения

энтропийного значения погрешности  $\Delta$  требуется такой объем испытаний  $n$ , при котором уверенно определяется вид закона распределения вероятностей погрешностей, а следовательно, и его энтропия. Поэтому метод прямого вычисления энтропийного значения погрешности может быть использован только при обстоятельном исследовании характеризуемой погрешности, что связано с достаточно большой затратой времени и средств.

Однако, используя связь между энтропийным и среднеквадратическим значениями погрешности через энтропийный коэффициент  $K$  в виде  $\Delta = K\sigma$ , можно указать ряд упрощенных способов определения энтропийной погрешности. Идея поиска этих способов заключается в том, что большая серия наблюдений необходима лишь для установления вида закона распределения, т. е. для определения величины энтропийного коэффициента  $K$ , в то время как для установления интенсивности погрешности, т. е. ее дисперсии или среднеквадратического значения  $\sigma$ , вполне достаточно относительно короткой серии, состоящей из 15—30 наблюдений. Поэтому, если надо вычислить энтропийное значение погрешности для ряда однотипных приборов или измерений, то обстоятельное исследование (50—200 наблюдений) может быть проведено один раз с целью установления значения энтропийного коэффициента  $K$ . Далее же при предположении, что значение  $K$  остается неизменным, все последующие испытания могут состоять из серий по 15—30 наблюдений, проводимых только для определения среднеквадратического значения  $\sigma$  погрешности, а энтропийное значение погрешности может вычисляться как  $\Delta = K\sigma$ .

Еще более простой метод определения энтропийной погрешности состоит в предварительной классификации измерений или измерительных устройств по значениям присущего им энтропийного коэффициента. Так, приборы, не содержащие подвижных элементов с сухим трением (стрелочные приборы на растяжках, электронные приборы, приборы для измерения неэлектрических величин без сухого трения, гидравлические и пневматические приборы и т. п.), характеризуются наиболее высоким значением энтропийного коэффициента, и большинство из них имеет  $K = 1,8 \pm 0,2$ . Вторую группу приборов составляют стрелочные приборы на кернах, т. е. приборы с существенным влиянием сухого трения (или гистерезиса). Для большинства из них значение энтропийного коэффициента лежит в пределах  $K = 1,7 \pm 0,3$ . И, наконец, цифровые приборы, характеризуются значением  $K = 1,6 \pm 0,4$ .

Конечно, малая статистика далеко не достаточна для присвоения тем или иным группам приборов определенных значений энтропийного коэффициента. Для этого подобная работа должна быть проделана в более крупном масштабе с целью получения более представительной статистики. Однако сам метод нахождения энтропийной погрешности реальных измерений или приборов

по заранее выбираемому значению энтропийного коэффициента и по  $\sigma$ , получаемой из небольшой серии испытаний, по-видимому, целесообразен.

И, наконец, можно использовать упрощенный метод определения энтропийного значения погрешности  $\Delta$  как  $\Delta = 2\sigma$ , где в качестве предельного округленного значения энтропийного коэффициента для любых приборов или измерений принимается значение  $K = 2$ . Действительно, наиболее вероятным значением  $K$ , как это следует из экспериментальных исследований, является значение  $K = 2$ . К этому же значению  $K$  приводит и теоретическое сравнение различных методов оценки точности измерительных приборов.

#### *1.2.4. Информационная емкость диагностических сигналов измерительного процесса и погрешность измерения*

Одной из характерных составляющих погрешности электрической аппаратуры для измерения как электрических, так и неэлектрических величин является погрешность от наводки на вход прибора (в частности синусоидального напряжения с частотой питающей сети). Эта помеха, являясь чисто аддитивной, складывается с полезным сигналом и в ряде случаев определяет порог чувствительности измерительных устройств.

Синусоидальное напряжение помехи от наводок питающего напряжения два раза за период частоты сети проходит через нуль, а между этими значениями достигает положительного и отрицательного максимумов. Однако при синусоидальном изменении этого напряжения во времени прохождение района нуля происходит относительно быстро, и поэтому вероятность отсчета именно в эти моменты времени оказывается малой. В районе же максимумов, наоборот, изменение напряжения помехи замедляется, напряжение долго сохраняется относительно большим, и поэтому вероятность проведения отсчетов именно в эти моменты относительно велика.

Таким образом, если напряжение помехи изменяется по закону  $x = X_m \cos \omega t$  или при  $X_m = 1$  по закону  $x = X \cos \omega t$ , то, учитывая, что измерение с равной вероятностью может быть проведено в любой момент времени, не синхронизированный с кривой помехи, вероятность появления значения  $x$  погрешности надо считать обратно пропорциональной скорости изменения  $x$  в данный период времени, т. е. равной

$$p(x) = \frac{A}{\cos \varphi} = \frac{A}{\cos(\arcsin x)} = \frac{A}{\sqrt{1-x^2}}. \quad (1.2.9)$$

Нормируя этот закон распределения в пределах  $x$  от  $+1$  до  $-1$ , для нормирующего множителя  $A$  получаем уравнение

$$\int_{-1}^{+1} p(x) dx = A \int_{-1}^{+1} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = A\pi = 1 \quad (1.2.10)$$

и окончательную формулу закона распределения вероятностей в виде

$$p(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{1-x^2}}. \quad (1.2.11)$$

Кривая этого закона распределения вероятностей показана на рис.1.3. Для вычисления неопределенности, вносимой в результат измерения погрешностью  $x$  с таким законом распределения вероятностей, найдем условную энтропию закона

$$\begin{aligned} H(X/X_n) &= -\int_{-1}^{+1} p(x) \ln p(x) dx = \\ &= \frac{\ln \pi}{\pi} \int_{-1}^{+1} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^{+1} \frac{\ln \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^2}} dx = \ln \pi - \ln 2 = \ln \frac{\pi}{2}. \end{aligned} \quad (1.2.12)$$

Отсюда энтропийная погрешность, вносимая таким распределением, равна

$$\Delta = (\pi/4) X_m = 0,785 X_m, \quad (1.2.13)$$

а энтропийный коэффициент  $K_c$  такого косинусоидального распределения равен

$$K_c = \frac{\Delta}{\sigma} = \frac{(\pi/4)}{(1/\sqrt{2})} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1,11. \quad (1.2.14)$$

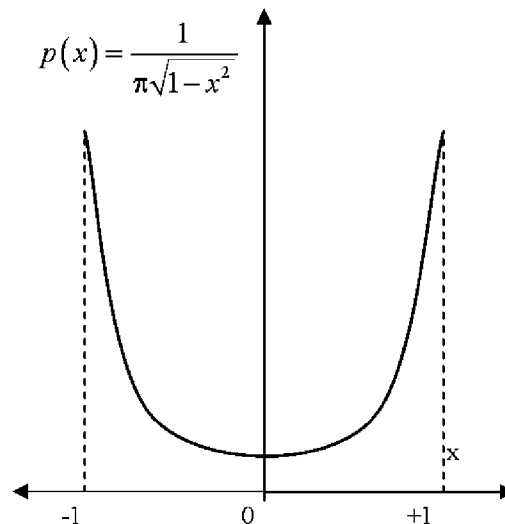


Рис. 1.3. Кривая распределения вероятности для косинусоидального сигнала

Таким образом, вычисляя для фактического распределения энтропийное значение отклонения и энтропийный коэффициент, получаем все необходимые данные для точного определения энтропийной погрешности измерительного устройства. Трудность в предложенном методе вычисления суммарной погрешности измерительного устройства составляет определение энтропийного коэффициента  $K_{\Sigma}$  суммарного распределения по значениям энтропийных коэффициентов  $K_1, K_2, \dots$  составляющих и их весам в суммарном распределении.

Иногда значение суммарного энтропийного коэффициента достаточно точно можно выбрать путем логического анализа рассматриваемого случая. Так, например, если число составляющих погрешности достаточно велико и все составляющие имеют примерно значения одного и того же порядка, то, согласно предельной теореме теории вероятностей, суммарное распределение стремится к нормальному и его энтропийный коэффициент может быть принят равным  $K = 2,4-2,07$  без дополнительного анализа. Более трудно найти энтропийный коэффициент суммарного распределения, когда число суммируемых составляющих погрешности мало. Однако и в этом случае имеются достаточно четкие ориентиры для его определения. Так, например, известно, что минимальным, практически встречающимся энтропийным коэффициентом обладают двухмодальные и заостренные распределения. Композиция нескольких таких распределений приводит к повышению энтропийного коэффициента до значения  $K = 1,73$ , соответствующего равномерному распределению. Композиция двух равных равномерных распределений приводит к треугольному распределению с  $K = 2,02$ . А пределом возрастания энтропийного коэффициента при суммировании погрешностей является энтропийный коэффициент нормального распределения  $K = 2,07$ . Отсюда в ряде практических случаев энтропийный коэффициент суммарного распределения может быть просто логически выбран из ряда значений, известных для определенных законов распределений. В других же случаях его можно достаточно точно вычислить.

Рассмотренные выше моменты могут быть распространены не только на помехообразующие факторы, но и на сами диагностические сигналы. В этом случае изменение энтропии диагностического сигнала может выступать в качестве информативного параметра диагностируемой структуры (изделия).

### **1.3. Статистические методы анализа интенсивности протекания элементарных физико-химических процессов**

#### ***1.3.1. Физическая сущность статистического метода анализа макроскопических систем***

Все конденсированные среды (твердые тела и жидкости) имеют концентрацию атомов (молекул) порядка  $10^{22} - 10^{23}$  (атомов/см.<sup>3</sup>). Столь большое количество



частиц не позволяет проводить анализ состояния макросистем с помощью законов (уравнений) механики. Именно поэтому для этой цели используются статистические подходы и методы анализа. Учитывая значительную роль понятия энергии при рассмотрении динамики протекания практически всех физических процессов, она (энергия) принята в качестве основного параметра статистического подхода.

Согласно выводам молекулярной физики средняя кинетическая энергия движения частиц равна:

$$W_k = n \cdot (k \cdot T) / 2, \quad (1.3.1)$$

где  $n$  – число степеней свободы у индивидуальной частицы (поступательные, вращательные, колебательные);  $k$  – постоянная Больцмана ( $1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К);  $T$  – температура (в градусах Кельвина).

Из выражения (1.3.1) следует, что каждая степень свободы обеспечивается энергией (в среднем по ансамблю частиц) равной  $(k T / 2)$ . Отметим, что индивидуальные частицы в веществе (ввиду хаотического характера теплового движения) обладают различными энергиями, отличающимися от  $(k T / 2)$  как в меньшую, так и в большую сторону. В этой связи, более тонкий анализ состояния макросистемы предполагает определение количества частиц  $- \Delta N_i$ , энергия которых заключена в интервале значений:  $(W_i) \div (W_i + \Delta W)$ . В физической и технической практике принято оперировать не параметром  $\Delta N_i$  (который при устремлении  $\Delta W$  к нулю теряет физический смысл), а параметром  $- \Delta N_i / \Delta N$ , который получил название - полной функции распределения частиц по энергиям. В классическом приближении (статистика Максвелла-Больцмана) с использованием предельного перехода ( $\Delta \rightarrow d$ ) имеем

$$dN / dW = \alpha \cdot W^{1/2} \cdot \exp(-W / kT), \quad (1.3.2)$$

где  $\alpha$  - постоянный нормирующий множитель.

График зависимости  $(d N / d W) = \varphi (W)$  представлен на рис. 1.4.

Представленный на рис. 1.4. типичный вид функции распределения плотности частиц по энергиям (с максимумом) обусловлен конкурентным влиянием двух частных функций:

- монотонно возрастающей функцией плотности квантовых энергетических состояний (см. выражение (1.3.2), фрагмент  $- W^{1/2}$ );
- монотонно убывающей функцией вероятности заполнения квантовых энергетических состояний (см. выражение (1.3.2), фрагмент  $- \exp(-W/k T)$ ).

Для последующего изложения представляют интерес следующие моменты, представленные на рис. 1.4:

- площадь под графиком полной функции плотности распределения частиц по энергиям равна полному количеству частиц в макросистеме -  $N_0$ ;
- положение максимума на графике полной функции плотности распределения частиц по энергиям соответствует значению энергии -  $W = k T$ ;
- с увеличением температуры в макросистеме значение максимума плотности распределения частиц по энергиям снижается, а положение максимума смещается в сторону больших значений энергии.

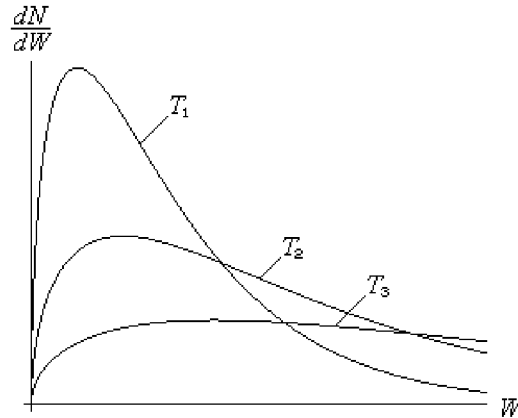


Рис. 1.4. Полная функция распределения частиц по энергиям при различных температурах ( $T_1 < T_2 < T_3$ )

Приведенная выше статистика Максвелла применима к атомам (молекулам), находящимся в бесполеовом пространстве. В противном случае (т.е. при наличии потенциальных полей) в числителе под экспонентой появляется сумма кинетической (тепловой) и потенциальной составляющих энергии частицы (этот случай не рассматривается в рамках настоящей работы).

### ***1.3.2. Активационная модель протекания элементарных физико-химических процессов***

Все элементарные физико-химические процессы, лежащие в основе технологии создания изделий и их последующей деградации, имеют активационный характер. Последнее означает, что для реализации этих процессов, атомам (молекулам) изначально необходимо обладать энергией более некоторого определенного порогового значения (характерного для рассматриваемого процесса), называемого энергией активации процесса —  $W_a$ . Именно этим обстоятельством обусловлена определенная устойчивость технических объектов

к внешним возмущениям и технологические трудности создания изделий на этапах их производства.

Диапазон типичных значений энергий активации  $W_a$  для ряда (распространенных в технологической практике создания электронной аппаратуры) элементарных физико-химических процессов приведены в табл. 1.3.1.

Таблица 1.3.1

№ п/п	Наименование элементарного процесса	Энергия активации процесса, $W_a$ ( эВ )	
		Min	Max
1	Адсорбция (физическая)	0,005	0,01
2	Хемосорбция	0,01	3,0
3	Диффузия (поверхностная)	0,5	2,0
4	Диффузия (объемная )	1,0	3,0
5	Ионизация атомов	1,5	28
6	Химический процесс	1,0	5,0
7	Образование атомных вакансий в кристаллах	2,5	4,0
8	Перемещение атома в междоузлии кристалла	2,0	5,0

(Поскольку в ряде справочников значение энергии активации  $W_a$  приводится в единицах Ккал/моль, в рамках выполнения настоящей работы следует произвести перевод единиц измерения согласно равенству: 1 эВ = 23 Ккал/моль.)

Необходимо отметить, что приведенные в справочниках значения энергии активации  $W_a$  относятся к индивидуальным процессам как таковым, в то время как на практике зачастую имеет место параллельное протекание сразу нескольких индивидуальных процессов. В этом случае в качестве энергии активации принято рассматривать некоторое условное значение  $W_a$ , в котором собирательно нашли свое проявление все индивидуальные процессы.

### 1.3.3. Определение концентрации активных частиц

Согласно вышеизложенной активационной модели протекания индивидуальных физико-химических процессов следует, что в указанном процессе могут принимать участие только те атомы, энергия которых превышает энергию активации -  $W_a$ . В первом приближении можно принять, что скорость (интенсивность)

протекания индивидуальных физико-химических процессов будет пропорциональна концентрации таких высокоэнергетических частиц –  $N_a$ . Определим концентрацию  $N_a$ . Для этого проинтегрируем выражение (1.3.2)

$$N_a = \int_W a \cdot W^{1/2} \cdot \exp(-W/kT) dW, \quad (1.3.3)$$

где интегрирование проводится в интервале значений энергии  $\{W_a \div \infty\}$ .

Для упрощения операции интегрирования учтем то обстоятельство, что в практическом плане интересен случай, когда выполняется условие  $W_a \gg kT$ , т.е. существенным является только фрагмент -  $\exp(-W/kT)$ .

$$N_a = \beta \int_W \exp(-W/kT) dW, \quad (1.3.4)$$

где  $\beta$  - нормировочная постоянная.

В результате интегрирования для концентрации активных частиц имеем

$$N_a = N_0 \cdot \exp(-W_a/kT), \quad (1.3.5)$$

где  $N_0$  - полная концентрация частиц.

Графическая интерпретация концентрации активных частиц -  $N_a$  представлена на рис. 1.5 в виде заштрихованного участка.

Согласно рис. 1.5, концентрация активных частиц  $N_a$  (площадь заштрихованного участка):

- уменьшается с увеличением энергии активации рассматриваемого процесса -  $W_a$ ;
- увеличивается с увеличением температуры в макроскопической системе -  $T$ .

Из выше изложенного следует то, что неблагоприятные физико-химические процессы (с большими значениями энергии активации -  $W_a$ ), приводящие к деградации элементов конструкций устройств, являются принципиально неустраняемыми.

#### *1.3.4. Динамическое равновесие элементарных физико-химических процессов*

Все физико-химические процессы, протекающие в макроскопических системах, на атомном уровне рассмотрения являются обратимыми. Последнее означает, что параллельно с каждым элементарным атомным процессом (назовем его условно – прямым) протекает обратный ему процесс, противодействующий протеканию прямого процесса. Некоторые примеры обратимого характера протекания элементарных процессов приведены в таблице 1.3.2.

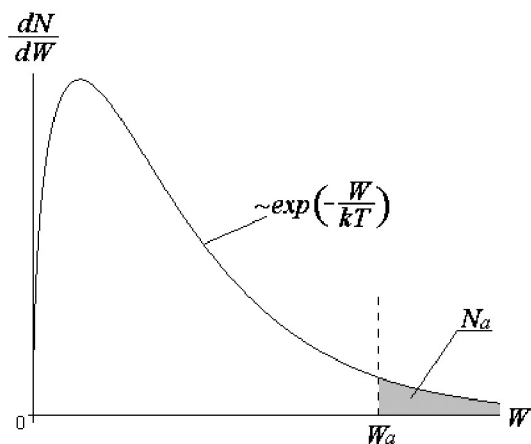


Рис. 1.5. Определение количества активных частиц с помощью статистики распределения частиц по энергии

Таблица 1.3.2

№ п/п	Элементарный физико-химический процесс	
	«прямой процесс»	«обратный процесс»
1	Адсорбция атомов	Десорбция атомов
2	Ионизация атома	Рекомбинация иона
3	Поглощение фотона	Испускание фотона
4	Диссоциация	Ассоциация
5	Реакция разложения	Реакция соединения
6	Реакция окисления	Реакция восстановления

Анализ условия динамического равновесия между прямыми и обратными процессами, протекающими в атомно-молекулярных системах, можно проиллюстрировать на примере химического процесса, являющегося типичным представителем широкого круга элементарных физико-химических процессов, протекающих по механизму, получившему условное название «рождение - гибель»



где  $A$  – атомы реагента;  $B$  – атомы продукта;  $K_n, K_o$  – соответственно константы скорости протекания прямого и обратного химического процесса, определяемые в виде

$$K_n = K_{n0} \cdot \exp(-W_{an} / kT), \quad (1.3.7)$$

$$K_o = K_{o0} \cdot \exp(-W_{ao} / kT), \quad (1.3.8)$$

где  $K_{n0}$ ,  $K_{o0}$  – постоянные для данного химического процесса величины;  $W_{an}$ ,  $W_{ao}$  – соответственно энергии активации протекания прямого и обратного химического процесса.

Скорости прямого ( $v_n$ ) и обратного ( $v_o$ ) химических процессов можно представить в виде

$$v_n = d[A]/dt = K_n[A], \quad (1.3.9)$$

$$v_o = d[B]/dt = K_o[A], \quad (1.3.10)$$

где  $[A]$ ,  $[B]$  – текущие концентрации реагента и продукта в системе.

В условиях химического равновесия (т. е. при  $v_n = v_o$ ) имеем

$$K_p = K_n/K_o = [B_p]/[A_p], \quad (1.3.11)$$

где  $[A_p]$ ,  $[B_p]$  – равновесные концентрации реагента и продукта;  $K_p$  – константа равновесия химического процесса.

Таким образом, факт химического равновесия в системе свидетельствует о существовании определенного соотношения между равновесными концентрациями атомов (молекул) реагента и продукта (что свидетельствует о принципиальной невозможности достижения полной переработки реагента в продукт). Последнее обстоятельство представляется весьма важным в практическом плане, когда речь идет о технологии создания высокоупорядоченных структур, поскольку оно выдвигает принципиальные ограничения (по своей сути постулирует невозможность) на пути достижения 100% качества обработки материалов. Данный момент характерен не только для случая химических процессов, но и для всей совокупности физико-химических процессов, используемых в технологической практике создания изделий. В этой связи, как конструктору, так и технологу изделия необходимо учитывать это обстоятельство на всех этапах конструкторско-технологической проработки изделия.

В рассмотренном случае статистические факторы нашли свое проявление в выражениях (1.3.7) и (1.3.8). Более наглядно этот момент представлен на рис. 1.6, на котором отображены полные функции распределения ансамблей молекул реагента и продукта по энергии в различные моменты времени протекания химического процесса.

Центральным моментом рис. 1.6 является то обстоятельство, что площади под кривыми распределения реагента уменьшаются (ввиду протекания прямого химического процесса) со временем, а площади продукта – увеличиваются. Этот процесс продолжается до тех пор, пока концентрации активных частиц для прямого и обратного процессов не сравняются. В последнем случае имеет место

динамическое равновесие в системе. Термин – «динамическое равновесие», характеризует тот факт, что равновесные концентрации реагента и продукта удовлетворяют условию (1.3.11), но при этом в системе непрерывно происходят прямые и обратные химические процессы на элементарном (атомном) уровне.

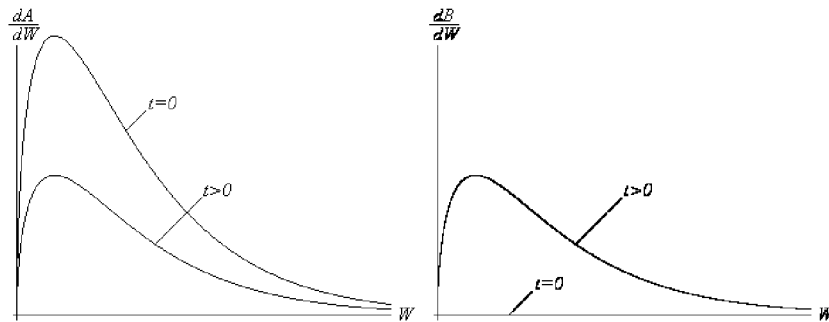


Рис. 1.6. Эволюция полных функций распределения молекул реагента и продукта по энергии со временем

### 1.3.5. Определение срока службы материалов и изделий на основе статистических методов физической надежности

Изложенные выше методы физической статистики могут быть использованы для проведения оценки срока службы (долговечности) изделия при различных температурах эксплуатации. Предполагается, что процесс разрушения (деградации) изделия протекает по механизму термической активации, и, следовательно, процессу деградации изделия можно поставить в соответствие некоторое интегральное значение энергии активации старения –  $W_c$  (на практике, в качестве  $W_c$  используется наименьшая энергия активации процесса, приводящего к деградации изделия по рассматриваемому функциональному показателю изделия).

Предположим, что на основании экспериментальных данных известен срок службы изделия –  $\tau_1$  при температуре эксплуатации изделия –  $T_1$ . Требуется оценить срок службы изделия –  $\tau_2$  при температуре эксплуатации изделия –  $T_2$  в предположении, что температура  $T_2$  не очень сильно отличается от  $T_1$  в том смысле, что физико-химический механизм деградации изделия остается неизменным.

Примем гипотезу, что потеря функционального качества изделия наступает по мере накопления в изделии микроскопических (на атомном уровне) дефектов в количестве –  $N_d$ . В этом случае, в первом приближении можно принять, что  $N_d$  пропорционально сроку службы изделия  $\tau$  и вероятности возникновения микродефекта:

$$N_d = \gamma \cdot \tau_1 \cdot \exp(-W_c/kT_1), \quad (1.3.12)$$

$$N_d = \gamma \cdot \tau_2 \cdot \exp(-W_c/kT_2), \quad (1.3.13)$$

где  $\gamma$  - постоянная величина.

Из выражений (12) и (13) после алгебраических преобразований имеем

$$\tau_2 = \tau \cdot \exp\left(\frac{W_c}{k} \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_1 \cdot T_2}\right). \quad (1.3.14)$$

При использовании выражения (1.3.14) следует проявлять известную осторожность в выборе интервала  $(T_1 - T_2)$  с той точки зрения, чтобы при изменении температуры имело место сохранение физического механизма процесса деградации изделия.

Выражение (1.3.14) может быть использовано для определения режимов ускоренных испытаний изделий с целью сокращения длительности и трудоемкости процесса испытаний путем повышения температурных режимов при определении срока службы изделия. Здесь уместно отметить, что при  $W_c > 1$  эВ (это значение характерно для современных устройств современной твердотельной электроники, изготавливаемых по планарной технологии) эффективный объем выборки, подтверждающий надежность и долговечность изделия, достигает значений  $10^9 - 10^{10}$  (изделий\*час) при проведении испытаний в условиях, соответствующих штатным режимам эксплуатации изделия.



## 2. ЭНТРОПИЙНЫЕ МОДЕЛИ МИКРО- И НАНОТЕХНОЛОГИЙ И СТРУКТУР

### 2.1. Цели и задачи энтропийного подхода

Для современных интегральных электронных устройств характерна чрезвычайно высокая степень упорядоченности материальных сред, обеспечивающая функциональное качество устройств. В практическом плане это обстоятельство приводит к необходимости развития технологической базы, способной реализовать элементы конструкций субмикронных размеров. В этой связи все большую роль приобретают вопросы обеспечения топологического и континуального порядка физических сред, уровень проработки которых в настоящее время недостаточен для практических целей. Достигнутые и перспективные уровни микроминиатюризации оперируют с физическими объемами менее  $10^{-6}$  мкм<sup>3</sup>, что обуславливает проблематичность использования в конструкторско-технологической практике макроскопических подходов анализа, основанных на методах физики сплошных сред. Состояние отмеченных выше моментов стимулирует развитие нетрадиционных методов анализа технологических процессов, позволяющих объединить микро- и макроскопические подходы.

Целью настоящего раздела является разработка энтропийных показателей качества микро- и нанотехнологий, основанных на базовых принципах теории информации, что позволит:

- ввести в конструкторско-технологическую практику универсальные критерии качества технологических процессов и сложности изделий независимо от функционального назначения последних;
- установить уровень информационного обеспечения технологии создания изделия, необходимый для достижения приемлемых с практической точки зрения производственно-технических показателей;
- обеспечить эффективный диалог между конструктором и технологом изделий на основе единых, с методологической точки зрения, представлений о процессе создания изделий новой техники;
- сблизить микро- и макроскопические подходы и методы анализа материальных сред и функциональных факторов в конструкторско-технологической практике создания изделий;

- определить необходимый уровень априорного запаса качества изделия, необходимого для обеспечения заданного срока службы изделия в регламентированных условиях эксплуатации;
- оценить целесообразный (предельно достижимый) уровень обеспечения упорядоченности материальных (атомно-молекулярных) сред в изделии в зависимости от интенсивности воздействующих возмущающих факторов среды эксплуатации;
- разработать в обозримом будущем методы и подходы, необходимые при анализе параметров стабильности технологических процессов атомной сборки изделий, с учетом интенсивности проявления факторов флуктуационной природы.

Рассматриваемая энтропийная модель и критерии оценки качества технологических процессов применимы к технологическим процессам и изделиям любого типа (вне зависимости от функционального назначения изделия), однако их практическая эффективность тем выше, чем больше сложность изделия (в части уровня требований к атомно-молекулярной упорядоченности твердотельных структур). В этой связи, приведенные результаты количественных оценок относятся в основном к изделиям нано- и микроэлектроники, для которых характерна весьма высокая степень упорядоченности материальных сред в элементном и структурном отношениях.

## **2.2. Формальное представление технических объектов и технологии их создания**

Пусть имеется некоторый объем физического пространства  $V$ , в пределах которого необходимо реализовать техническое изделие с заданным функциональным назначением. Не умаляя общности рассмотрения, указанный объем может быть представлен в виде совокупности упорядоченных  $N$  ячеек размещения индивидуальных атомов определенного типа. Имеется также рабочая среда, содержащая  $(m+1)$  типов атомов, как необходимого для заполнения индивидуальной ячейки размещения, так и нежелательного (примесного) характера (в количестве  $m$  типов). Процесс создания изделия состоит в размещении определенных типов атомов в индивидуальных ячейках объема  $V$ . Результат размещения атомов считается удачным, если он обеспечивает появление в изделии необходимого функционального назначения.

В качестве примера подобного упорядоченного размещения атомов можно рассмотреть диодную структуру, реализованную на основе полупроводникового плавного  $p-n$  перехода. На рис. 2.1 представлены (в одномерном приближении) зависимости концентраций донорной  $C_d(x)$  и акцепторной  $C_a(x)$  примесей от глубины залегания  $x$  слоя легирующей примеси в  $p-n$  переходе. Характерная особенность  $p-n$  перехода состоит в том, что он с термодинамической точки зрения является неравновесной структурой (как и любое другое изделие), и поэтому во временной эволюции испытывает тенденцию к разрушению искусственно созданной структурой.

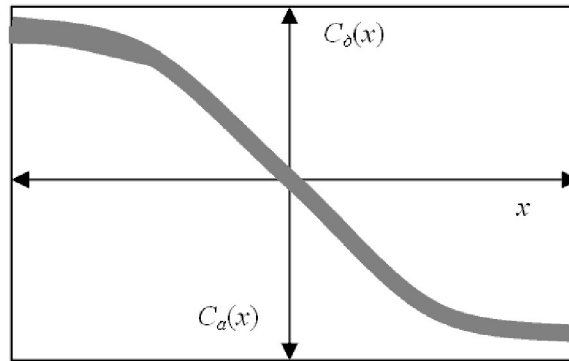


Рис. 2.1. Зависимости концентраций донорной  $C_d(x)$  и акцепторной  $C_a(x)$  примесей от глубины залегания  $x$  слоя легирующей примеси

Темной штриховкой на рисунке обозначена область допустимых (с точки зрения конструктора изделия) вариаций концентрационных зависимостей, обеспечивающих функциональное назначение (качество) диодной структуры. Следует отметить тот факт, что данное изделие является вырожденной конструкцией (ансамбль), поскольку в этом случае необходимое функциональное назначение изделия может быть реализовано чрезвычайно большим количеством частных кривых распределения примесей, находящихся в пределах оговоренной штриховой области (негативным следствием вырожденности конструкции изделия является появление начального разброса функциональных параметров изделия). Последнее обстоятельство облегчает (в ряде случаев существенно) процесс изготовления изделия, ибо допускает определенную нестабильность технологических процессов, а, следовательно, способствует повышению выхода годных изделий. Поэтому, с точки зрения практических интересов технолога, желательно, чтобы эта область была максимально широкой. Таким образом, видно, что интересы конструктора и технолога изделия

диаметрально расходятся в части их отношения к допустимому уровню вырожденности изделия, и их взаимоотношения должны строиться на компромиссных началах. Следует, однако, отметить, что в настоящее время конструктивная основа для принятия подобного рода компромиссов отсутствует, что переводит эту проблематику в плоскость волевых решений, и, как правило, в пользу интересов конструкторов изделий, поскольку именно они являются инициаторами разработки новой техники. Это приводит к тому, что технолог постоянно вынужден «догонять» в своей практической деятельности запросы конструктора. В подобной ситуации, с учетом тенденции непрерывного возрастания сложности изделий, отсутствие единой методологической базы на пути установления упомянутого компромисса выступает в качестве сдерживающего фактора, поскольку конструктор не может предъявить технологу объективную количественную меру необходимого уровня технологического обеспечения при создании изделий новой техники. Это вынуждает технолога «вслепую», методом проб и ошибок разрабатывать необходимое технологическое обеспечение (как правило, на основании имеющейся у него технологической базы), не располагая возможностью точно оценить несоответствие информационных потенциалов (см. ниже) изделия и технологии.

В рамках рассматриваемого подхода, под технологией создания изделия следует понимать комплекс мер, направленных на *повышение вероятности размещения атомов необходимого типа в определенных ячейках объема  $V$*  (такой «нейтральный» подход не противоречит интересам и конструктора, и технолога, и в то же время сближает их позиции в методологическом плане).

Очевидно, что факту отсутствия технологии как таковой (назовем это условно «случайной технологией») соответствует множество реализаций размещения атомов мощностью

$$N_c = (m+1)^N, \quad (2.1)$$

где  $N$  - количество ячеек размещения в объеме  $V$ , необходимых для создания изделия.

Наличие такого фактора, как технология в процессе создании изделия обеспечивает избирательный характер размещения атомов в элементарные ячейки объема  $V$ , что позволяет существенно уменьшить количество различных реализаций изделия до уровня  $N_t \ll N_c$  (следует отметить, что понятие избирательности технологии включает в свой состав не только факторы химического (элементного) состава, но и факторы структурного характера). Последнее обстоятельство предполагает включение в указанную совокупность  $(m+1)$  типов атомов и структурных микрообъектов, например, дефектов кристаллической структуры, таких как: «атомная вакансия», «примесный атом» и т.д.).

Как правило, не все реализации множества  $N_i$  обеспечивают необходимое функциональное качество изделия. Обозначим посредством  $N_i$  совокупности реализаций, обеспечивающих функциональное качество изделия. Тогда, в свете принятого подхода, практическая эффективность технологии создания изделия будет всецело определяться степенью перекрытия множеств реализации  $N_i$  и  $N_i$ . В частности, при выполнении условия  $N_i < N_i$ , выход годных изделий составит 100% (если только множества  $N_i$  и  $N_i$  не смещены относительно друг друга).

### 2.3. Показатели качества технологий на микроскопическом уровне рассмотрения

Рассматривая процесс размещения атома в индивидуальной ячейке объема  $V$  как случайное событие, для энтропии единичного размещения на атомном уровне имеем

$$h_i = - \sum_{i=1}^{(m+1)} p_i \cdot \lg p_i, \quad (2.2)$$

где  $h_i$  - энтропия единичного размещения при наличии технологии;  $p_i$  - вероятность размещения в индивидуальной ячейке атома  $i$ -го типа.

Выражение (2.2) является базовым для последующего рассмотрения энтропийного подхода. Однако его практическое использование сопряжено с трудностями, обусловленными необходимостью определения значений параметров  $p_i$  для всей совокупности атомов примесного характера. В этой связи, введем в рассмотрение понятие избирательности технологии  $\alpha$  в виде отношения вероятности размещения необходимого атома к суммарной вероятности размещения остальных  $m$  типов атомов, выступающих в качестве нежелательной примеси. Следует отметить, что для современного уровня развития технологии обработки материалов вероятность размещения необходимого атома  $P \approx 1$ . В этой связи, количественную оценку параметра  $\alpha$  можно произвести согласно выражению

$$\alpha = n_0 / n, \quad (2.3)$$

где  $n_0$  - полная концентрация атомов в технологических рабочих средах, включая как необходимые атомы, так и атомы примесного характера;  $n$  - полная концентрация атомов примесного характера.

С учетом допущения о равновероятности размещения примесных атомов и выражения (2.2), для энтропии размещения единичного атома имеем

$$h_i = \frac{\lg m + (\alpha + 1) \cdot \lg(\alpha + 1) \cdot \alpha \cdot \lg \alpha}{\alpha + 1}. \quad (2.4)$$

Примем в качестве показателя качества технологии на микроскопическом (атомном) уровне рассмотрения параметр

$$K = (h_c - h_t) / h_c, \quad (2.5)$$

где  $h_c = \lg(m+1)$  - энтропия единичного размещения атома при случайной технологии.

В табл. 2.1 представлены значения рассмотренных показателей ( $K, \alpha, h_t, h_c$ ) при значении параметра  $m = 100$ , характерные для различных уровней технологии (определение параметра  $\alpha$  проведено на основании предельно допустимой концентрации атомов примесного характера, согласно выражению (2.3)).

Первые две позиции табл. 2.1 характеризуют соответственно перспективный (нанoeлектроника) и достигнутый (микроэлектроника) уровни технологий, используемых при создании современных интегральных схем.

Данные позиции 3 позволяют оценить уровень технологий, используемых в микроэлектронике, по отношению к возможностям макротехнологий, используемых в других отраслях техногенной деятельности.

Таблица 2.1. Зависимость избирательности технологии  $\alpha$ , энтропии единичного размещения  $h_t$  и показателя качества технологии  $K$  от уровня технологии (при  $m=100$ )

№	Уровень технологии	$\alpha$	$h_t$	$K$
1.	Нанотехнология (нанoeлектроника)	$>10^{10}$	$1 \times 10^{-9}$	$0,9^{(9)}$
2.	Микротехнология (микроэлектроника)	$10^8$	$1 \times 10^{-7}$	$0,9^{(7)}$
3.	Макротехнология (машиностроение)	$10^4$	$8 \times 10^{-4}$	0,9996
4.	Случайный (отсутствие технологии)	$10^{-2}$	2,004	0
5.	Биологический (ДНК):			
	а) уровень нуклеотида	$>10^{10}$	$<1 \times 10^{-9}$	$>0,9^{(9)}$
	б) атомный уровень	$>10^{12}$	$<1 \times 10^{-11}$	$>0,9^{(11)}$
6.	Критический (флуктуационный):			
	а) $W=1$ эВ $T=300$ К	$10^{21}$	$2 \times 10^{-20}$	$0,9^{(20)}$
	$T=600$ К	$10^9$	$1 \times 10^{-8}$	$0,9^{(8)}$
	б) $W=0,5$ эВ $T=300$ К	$10^9$	$1 \times 10^{-8}$	$0,9^{(8)}$
	$T=600$ К	$10^5$	$1 \times 10^{-5}$	$0,9^{(4)}$

Примечание: запись вида  $0,9^{(3)}$  означает 0,999.

Данные позиции 5 (исходные атомно-молекулярные характеристики взяты из специальных источников) являются своеобразными ориентирами показателей качества антропогенных технологий. В позиции 6 приведены значения предельно достижимых энтропийных показателей в зависимости от показателей температурных режимов проведения технологических процессов и энергии

активации элементарных физико-химических процессов (использовано допущение о термоактивационном механизме элементарных физико-химических процессов (см. раздел 1.3)).

Данные позиции 6 свидетельствуют о проблематичности достижения избирательности  $\alpha > 10^8$  (характерной для устройств микроэлектроники) при температурах проведения технологических процессов более  $600^\circ\text{K}$  и энергиях активации элементарных процессов порядка  $0,5 \div 1,0$  эВ. Данные позиции 4 позволяют оценить абсолютный уровень развития всех типов технологий, начиная от макроскопических и до нанотехнологий.

#### 2.4. Показатели качества технологий на макроскопическом уровне рассмотрения

Непосредственный анализ энтропийных показателей качества на макроскопическом уровне рассмотрения сопряжен со значительными трудностями, обусловленными необходимостью учета условных энтропий всевозможных реализаций атомных последовательностей длиной  $N$ . Однако учитывая тот факт, что в реальной технологической практике создания элементов конструкций микроэлектронных устройств параметры  $\alpha > 10^4$  и  $N > 10^6$  (при минимальном объеме элементов устройства более  $10^{-6}$  мкм<sup>3</sup>) можно считать, что технологический процесс является энтропийно устойчивым. В этом случае, согласно теореме об асимптотической равновероятности индивидуальных случайных реализаций (теорема 7: выражения (1.1.25), (1.1.26), (1.1.27)), полное множество реализаций, включающих в себя  $N$  атомов (элементов), может быть представлено в виде суммы двух подмножеств, одно из которых имеет нулевую суммарную вероятность его проявления, а другое, с существенно меньшей мощностью, состоит из совокупности равновероятных реализаций. Таким образом, для энтропии технологического процесса, используемого при создании атомной структуры, содержащей  $N$  элементов (атомов), имеем

$$H_t = N \cdot h_t = \lg N_t, \quad (2.6)$$

где  $N_t$  - мощность множества равновероятных реализаций с учетом фактора избирательности технологии.

В табл. 2.2 представлены значения энтропии  $H_t$  в зависимости от физического объема устройства и уровня технологии, используемого при его создании.

Использование допущения в форме выражения (2.6) приводит к равенству показателей качества технологии на микро- и макроскопических уровнях рассмотрения. Представляется очевидным, что в реальной производственной практике показатель качества технологии на макроскопическом уровне

рассмотрения должен быть непосредственно связан со сложностью изделия (см. ниже выражение (2.9)). С позиций энтропийного подхода, в качестве объективной меры сложности устройства  $S$  следует принять показатель вида

$$C = (H_c - H_i) / H_c, \quad (2.7)$$

где  $H_c = \lg N_c$  - энтропия в отсутствии технологии как таковой;  $H_i = \lg N_i$  - энтропия реализаций, обеспечивающих функциональное качество устройств.

Таблица 2.2. Зависимость энтропии макроскопических объектов  $H_i$  от их объема и уровня технологии (при  $m=100$ )

№	Уровень технологии	Объем устройства			
		1мм <sup>3</sup>	1мкм <sup>3</sup>	10 <sup>-3</sup> мкм <sup>3</sup>	10 <sup>-6</sup> мкм <sup>3</sup>
1	Перспективный (нанотехнология)	1×10 <sup>15</sup>	1×10 <sup>3</sup>	1×10 <sup>0</sup>	1×10 <sup>-3</sup>
2	Высокий (микротехнология)	1×10 <sup>17</sup>	1×10 <sup>5</sup>	1×10 <sup>2</sup>	1×10 <sup>-1</sup>
3	Случайный	2×10 <sup>24</sup>	2×10 <sup>12</sup>	2×10 <sup>9</sup>	2×10 <sup>6</sup>

Определение значения параметра  $N_i$  относится к проблематике конструктора изделия. Следует, однако, отметить, что в настоящее время конструктор не готов к такой постановке вопроса, а оперирует в своей деятельности макропараметрами (материальных сред и устройств) термодинамического характера. Подобный подход эффективен для устройств и технологий их создания при  $\alpha < 10^4$ , для которых не играют существенной роли эффекты флуктуационной природы. В противном случае становится проблематичным использование в конструкторско-технологической практике представлений непрерывного характера. В этой связи возможность объединения микро- и макроскопических подходов в рамках единой методологии рассмотрения является позитивным моментом энтропийных моделей технологии создания изделий, в особенности для устройств микроэлектроники.

## 2.5. Показатели качества реальных технологий

Ввиду сложности определения параметра  $N_i$  прямыми методами проведем его оценку на основе традиционных производственных показателей. Из всей совокупности последних в качестве параметра, определяющего взаимосвязь между параметрами  $H_t$  и  $H_i$ , уместно рассмотреть вероятность выхода годных изделий. Представляется очевидным, что в первом приближении вероятность выхода годных изделий  $P$  зависит от соотношения между избирательностью технологии  $\alpha_t$  и избирательностью  $\alpha_i$ , заложенной конструктором изделия для



безусловного ( $P=1$ ) достижения функционального качества устройства (на практике, как правило, выполняется условие:  $\alpha_i < \alpha_i$ )

$$P = \alpha_i / \alpha_i . \quad (2.8)$$

С учетом выражения (3) и (7) для необходимой энтропии единичного размещения  $h_i$ , при условии  $\alpha_i \gg 1$ , имеем

$$h_i = \frac{P}{\alpha_i} \cdot \lg \frac{m \cdot \alpha_i}{P} . \quad (2.9)$$

В табл. 2.3 представлены значения параметров  $\alpha_i$  и  $h_i$  в зависимости от уровня технологии и вероятности выхода годных устройств при  $m=100$ .

Согласно данным табл. 2.3 следует, что достижение приемлемой эффективности производства ( $P > 0,1$ ) возможно для изделий с показателями  $\alpha_i < 10^{11}$  и  $10^9$ , соответственно для перспективного и высокого уровней технологии. В табл. 2.4 представлены значения  $N_i$  в зависимости от объема и вероятности выхода годных устройств, полученные на основании данных табл. 2.3.

Таблица 2.3. Зависимость избирательности и энтропии единичного размещения  $h_i$  от уровня технологии и вероятности выхода годных устройств (при  $m=100$ )

№	Уровень технологии	Показатель	Вероятность выхода годных устройств				
			$10^{-3}$	$10^{-2}$	$10^{-1}$	0,5	1,0
1	Перспективный (нанотехнологии)	$h_i$	$1,5 \times 10^{-12}$	$1,4 \times 10^{-11}$	$1,3 \times 10^{-10}$	$6,2 \times 10^{-10}$	$1,2 \times 10^{-9}$
		$\alpha_i$	$10^{13}$	$10^{12}$	$10^{11}$	$2 \times 10^{10}$	$10^{10}$
2	Высокий (микротехнологии)	$h_i$	$1,3 \times 10^{-10}$	$1,2 \times 10^{-9}$	$1,1 \times 10^{-8}$	$5,2 \times 10^{-8}$	$10^{-7}$
		$\alpha_i$	$10^{11}$	$10^{10}$	$10^9$	$2 \times 10^8$	$10^8$

Наличие в табл. 2.4 значений  $N_i$ , близких единице, свидетельствует о том, что для данных позиций конструктором закладывается, а технологу необходимо реализовать (при приемлемой вероятности выхода годных изделий) практически вырожденные конструкции, которым соответствует единичная реализация размещения атомов. В то же время следует отметить, что для современных устройств ( $V > 1 \text{ мкм}^3$ ) количество реализаций  $N_i$  при  $P > 0,1$  достигает значений  $N_i > 10^{130}$ . В свете вышеизложенного, весьма важным моментом является установление взаимосвязи между сложностью изделий (закладываемой конструктором на этапе проектирования) и возможностью их практической реализации технологом. Указанная взаимосвязь может быть установлена на основании выражений (2.4), (2.6) и (2.7) в виде

$$P = \frac{1-C}{1-K}. \quad (2.10)$$

Таблица 2.4. Зависимость количества реализаций  $N_i$  от физического объема и вероятности выхода годных устройств (при  $m=100$ )

№	Уровень технологии	Объем мкм <sup>3</sup>	Вероятность выхода годных устройств				
			10 <sup>-3</sup>	10 <sup>-2</sup>	10 <sup>-1</sup>	0,5	1,0
1	Перспективный (нанотехнологии) $\alpha_i = 10^{10}$	1	31	(14)	(130)	(620)	(10 <sup>3</sup> )
		10 <sup>-3</sup>	1,00	1,03	1,34	4,23	15,8
		10 <sup>-6</sup>	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2	Высокий (микротехнологии) $\alpha_i = 10^8$	1	(130)	(10 <sup>3</sup> )	(10 <sup>4</sup> )	(5×10 <sup>4</sup> )	(10 <sup>5</sup> )
		10 <sup>-3</sup>	1,34	15,8	(11)	(52)	(10 <sup>2</sup> )
		10 <sup>-6</sup>	1,00	1,00	1,02	1,12	1,26

*Примечание: запись вида (14) означает, что  $\lg N_i = 14$ .*

Последнее выражение устанавливает эффективность согласования конструкторских решений (параметр -  $C$ ) с технологическими возможностями изготовления (параметр -  $K$ ) устройств для типичных производственных ситуаций, удовлетворяющих условию  $H_i > H_i$ .

## 2.6. Информационный потенциал и дефицит технологии создания изделий

В соответствии с общими концепциями теории информации [15], в качестве информационного потенциала технологий уместно рассматривать параметр вида

$$I = H_c - H_i, \quad (2.11)$$

где, в отличие от вышеизложенного, целесообразно рассматривать энтропии преобразования единичного объема физического пространства. В этом случае параметр  $I$  выступает в качестве объективной меры абсолютного уровня достижений технологии в историческом разрезе, т.е. с учетом всего практического опыта, накопленного человечеством до настоящего момента времени. Однако, в повседневной практике технолога интересует не столько информационный потенциал, сколько информационный дефицит  $\Delta I$ , ограничивающий выход годных изделий

$$\Delta I = H_i - H_i. \quad (2.12)$$

С учетом выражений (2.4 - 2.6) и (2.9) имеем

$$\Delta I = N \cdot h_i \cdot (1 - P). \quad (2.14)$$

Устранение информационного дефицита достигается посредством расширения метрологического обеспечения технологии. Отсюда следует, что минимальное количество метрологических операций, устраняющих информационный дефицит технологии, составит

$$n = \Delta I / I_1, \quad (2.15)$$

где  $I_1$  - информационная емкость единичной метрологической операции.

Устанавливая параметр  $I_1$  в виде [21]

$$I_1 = \lg(L/l), \quad (2.16)$$

где  $L$  и  $l$  соответственно диапазон измерения и погрешность измеряемой величины, и используя выражения (2.12) и (2.13), получаем

$$n = \frac{N \cdot h_t \cdot (1-P)}{\lg(L/l)}. \quad (2.17)$$

(Для проведения количественных оценок можно использовать усредненное значение  $\lg(L/l) = 6$ , характерное для всех отраслей технической деятельности. Например, этому значению логарифма соответствует значение абсолютной погрешности 1  $\mu$ А при измерении силы тока в интервале 0÷1А. Подробнее этот вопрос рассмотрен в разделе 1.2). Параметр  $n$  определяет необходимую меру информационных потоков в системе «рабочая среда – технология – изделие» с целью обеспечения негэнтропийного принципа создания техногенных объектов. В частности, для устранения информационного дефицита технологии создания изделия, реализуемого в объеме  $V=1$  мкм<sup>3</sup> с вероятностью выхода годных  $P=0,5$ , с целью обеспечения показателя  $P=1$  потребуется количество метрологических операций  $n$  порядка  $10^2$  и  $10^4$ , соответственно для перспективного и высокого уровней технологии.

## 2.7. Информационный запас качества и срок службы изделий

Атомную структуру изделия можно рассматривать как своеобразную матрицу памяти, в которой «записано» функциональное назначение изделия. Качество «записи» определяется начальной физической (конфигурационной) энтропией  $S_o = k H_t$ , где  $k$  - постоянная Больцмана. В процессе эксплуатации изделия в нем происходят процессы деградации на атомном уровне, что приводит к возрастанию физической энтропии и, следовательно, к «стиранию» функциональной памяти (процесс деградации можно рассматривать как процесс нежелательной «технологии» с энтропийными показателями, представленными в позиции 6 табл. 2.1).

Суммарное возрастание энтропии изделия в процессе эксплуатации  $\Delta S$  может быть определено с помощью параметра «скорости производства энтропии» -  $\upsilon$ .

$$\Delta S = \int_0^{\tau} \upsilon dt, \quad (2.18)$$

где  $\tau$  - длительность процесса эксплуатации изделия.

Введя в рассмотрение понятия о критических уровнях физической и информационно-энтропийных энтропий  $S_k = k \cdot H_k$  (при которых наступает полная потеря функционального качества изделия) и используя условие

$$\Delta S = S_k - S_0, \quad (2.19)$$

определяем срок службы изделия в виде уравнения интегрального типа

$$k \cdot (H_k - H_t) = \int_0^{\tau_k} \upsilon dt, \quad (2.20)$$

где  $\tau_k$  - предельный срок службы изделия.

Таким образом, параметр  $\Delta I_k = H_c - H_t$  выступает в качестве информационного запаса качества изделия, обеспечивающего его функциональное качество на протяжении срока службы изделия -  $\tau_k$ .

### 2.8. Процесс создания микроструктур в рамках представлений теории кодирования дискретной информации

Как упоминалось выше, упорядоченные атомные микроструктуры можно рассматривать как своеобразную матрицу памяти, в которой «записано» функциональное назначение изделия. С этой точки зрения можно считать, что в атомной структуре проведено кодирование определенной дискретной информации относительно ее упорядоченности (с точки зрения реализации необходимого функционального назначения). Подобный подход позволяет при проведении анализа энтропийных параметров микроструктур использовать теории кодирования дискретной информации. Возможность использования теории кодирования дискретной информации основана на том, что реальные микро- и наноструктуры могут быть представлены в виде совокупности отдельных атомно-молекулярных слоев, при этом позиция каждого атома в мономолекулярном слое может рассматриваться в качестве элемента сообщения.

На рис. 2.2 представлено схематическое отображение возможного способа информационного «кодирования» твердотельной структуры на примере упорядоченного расположения индивидуальных атомов в мономолекулярном слое.

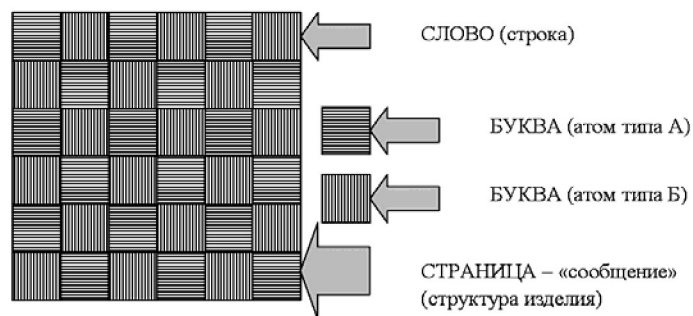


Рис. 2.2. Схематическое отображение фрагмента структуры изделия в рамках представлений теории кодирования сигналов

При выполнении кодирования предполагается заданной последовательность (как правило, большая) сообщений (объектов)  $\xi_1, \xi_2, \dots$  вместе со своими вероятностями появления, т.е. последовательность случайных величин. Следовательно, может быть вычислена соответствующая ей энтропия (и количество информации  $H$ , содержащееся в этой случайной последовательности, воспринимаемой как «сообщение»). Эта информация может быть записана различными реализациями записи, в рассматриваемом случае - расположением индивидуальных атомов в пределах подложки.

Представленное выше определение количества информации целесообразно при рассмотрении процессов преобразования информации из одного вида в другой, т.е. при проведении процедуры кодирования информации (технологический процесс, в расширенной трактовке, также следует рассматривать в качестве своеобразного кодирования структуры изделия на атомном уровне физической реализации).

Существенно, что при таком преобразовании выполняется закон сохранения количества информации. Здесь можно провести аналогию с законом сохранения энергии. Этот закон является ключевым основанием для введения понятия энергии. Однако закон сохранения информации сложнее закона сохранения энергии в двух отношениях. Закон сохранения энергии устанавливает точное равенство энергий при их взаимопревращениях, в процессе эволюции физической системы. При превращении же информации имеет место более сложное соотношение, а именно «не больше - ( $\leq$ )», т.е. информация не может возрасть при проведении кодирования.

Знак равенства соответствует случаю оптимального кодирования. Поэтому при формулировке закона сохранения информации приходится говорить лишь о возможности существования такого кодирования. Таким образом, должно иметь место равенство количества информационного обеспечения технологии

(применительно к рассматриваемому случаю, речь может идти об адекватном соответствии информационного потенциала технологии, в части совершенства оборудования и используемых материалов) и информационного потенциала изделия, изначально заложенного конструктором на этапе проектирования.

Второе обстоятельство состоит в том, что равенство является приближенным (а не точным), асимптотическим, т.е. справедливым для достаточно сложных сообщений (объектов). Точный знак равенства возможен в предельном случае. В последнем случае имеется полная аналогия с законами статистической термодинамики, которые справедливы для систем, состоящих из очень большого числа атомов. Информация может быть записана различными реализациями, в особенности, если речь идет о невырожденной (см. выше) конструкции изделия. Если  $N$  – число таких реализаций, то указанный закон сохранения количества информации заключается в равенстве  $H = \ln M$ , осложняемый упомянутыми двумя обстоятельствами (в действительности  $H < \ln M$ ).

Методология анализа качества технологических процессов, основанная на принципах кодирования случайных последовательностей, может быть распространена на все типы производственных процессов, но ее применение представляется более предпочтительным для случая технологий атомной сборки. Примем, что дискретный процесс создания изделия по технологии атомной сборки является стационарным, т.е. все законы распределения  $P\{\xi_1, \dots, \xi_r\}$  (произвольной кратности  $r$ ) не меняются при сдвиге

$$P\{\xi_1, \dots, \xi_r\} = P\{\xi_{k_1+a}, \dots, \xi_{k_r+a}\}, \quad (2.21)$$

где  $a$  – любое целое число.

Величина сдвига  $a$  предполагается такой, что значения  $\{k_1+a, \dots, k_r+a\}$  не выходят за пределы области  $K$  определения параметра  $k$ . Предполагается, что область определения параметра не ограничена в обе стороны.

В практическом плане понятие стационарности оговоренных выше случайных последовательностей ассоциирует с представлениями об устойчивости (стабильности) реальных технологических процессов в производственной практике создания изделий и перекликается с введенными ранее представлениями об энтропийной устойчивости случайных процессов. Выполнение этого условия позволяет рассмотреть процесс создания изделия на основе методологии теории информации в части анализа процессов «передачи сообщений» при наличии помех и пропускной способности каналов связи. В последнем случае, под пропускной способностью следует понимать взаимосвязь элементов из всей совокупности информационного обеспечения технологических процессов производства изделия.

## 2.9. Алгоритмическая энтропия и самоорганизация сложных атомных структур

В последнее время все настойчивее проявляется тенденция к использованию технологии атомной сборки при создании наноразмерных изделий (структур). При этом предлагается использовать механизмы самосборки изделий на атомно-молекулярном уровне обеспечения технологических процессов. Сочетание этих двух моментов сближает позиции в понимании понятия «технологический процесс» применительно к созданию как техногенных, так и биологических объектов (изделий). В этой связи уместно рассмотреть проблематику технологических процессов атомной самосборки наноразмерных изделий на примере формальных аспектов механизмов создания и эволюции элементарных биологических структур – «биополимеров». Приводя нижеследующие материалы, преследуется цель раскрыть методологические принципы кинетического анализа с привлечением фактора самоорганизации систем, нежели ознакомить читателя с достижениями в области теории биологической эволюции.

Рассмотрим множество линейных объектов (в частности цепных макромолекул), построенных из элементарных «кирпичиков» A, B, C, D (в качестве последних могут выступать как индивидуальные атомы, так и отдельные молекулярные образования). При длине линейного объекта  $v$  (количество элементов цепи) возможны  $4^v$  различных реализаций последовательностей. Если допустить, что длина цепи составит  $10^6$  «кирпичиков» (характерное значение для биополимеров), то число возможных последовательностей оказывается столь огромным и открывает такое число возможностей, которые за  $10^{18}$  секунд существования вселенной не могло быть реализовано и вполне может считаться «практически бесконечным».

Рассмотрим теперь кинетическую модель системы последовательностей (реализаций), например

$$\{DABC\}, \{BDABD\}, \{DDABCD\},$$

которые в результате взаимодействия с внешней средой могут самовоспроизводиться с некоторой скоростью. При копировании в редких случаях могут спонтанно возникать случайные ошибки (мутации), из-за которых копия будет немного отличаться от оригинала. Существует также возможность присоединения к последовательности справа или слева одного из четырех мономеров. Далее, на систему накладывается условие отбора (элемента самоорганизации):

- либо ограничивается общее число существующих в системе полимеров (проблема существования);

- либо ограничивается приток мономеров из окружающей среды (проблема сырья).

Множество всех последовательностей произвольной длины можно упорядочить, пронумеровав их натуральными числами. Из многих возможных способов выберем следующую процедуру нумерации:

$i = 0$ ;  $\emptyset$  = нулевая последовательность,

$i = 1-4$ ; A, B, C, D,

$i = 5-20$ ; AA, AB, AC, AD, BA, BB, BC, BD, CA, CB, CC, CD, DA, DB, DC, DD,

$i = 21-32$ ; AAA, AAB, AAC, AAD, ABA, ABB, ABC, ABD, ACA, ACB, ACC, ACD и т. д.

Изучение последовательностей молекул тесно связано с задачами кодирования в теории информации. Молекулярные «кирпичики» A, B, C, D соответствуют символам четырехбуквенного алфавита. В теории информации всякую конечную последовательность букв называют словом, поэтому мы можем называть наши последовательности молекул «молекулярными словами». Пользуясь такой формальной аналогией между цепными молекулами и «словами» из теории информации, мы можем непосредственно позаимствовать многие понятия и теоремы теории кодирования.

Возьмем, например, понятие расстояния  $d(i, j)$  между двумя последовательностями (реализациями)

$$i = \{z_1, z_2, \dots, z_k\}, j = \{y_1, y_2, \dots, y_L\} \text{ где } z_n, y_n \in \{A, B, C, D\},$$

которое мы определим как минимальное число несовпадений двух последовательностей при всевозможных наложениях их друг на друга. Для определения расстояния между последовательностями  $i = \{DACB\}$  и  $j = \{BDADBB\}$  построим всевозможные наложения и проведем сравнение с целью выявления совпадающих фрагментов

D A C B	D A C B	D A C B
<u>B D A D B B</u>	<u>B D A D B B</u>	<u>B D A D B B</u>

и т. д.

и, подсчитав минимальное число несовпадений, получим, что  $d(i, j) = 3$ .

Еще более важным является введенное Колмогоровым понятие алгоритмической энтропии  $K(i)$  последовательности  $i$ , которую можно понимать как меру сложности последовательности. Понятие «сложность» системы (по Колмогорову) имеет очень большое значение для практических целей, поскольку



она позволяет математически строго отличать упорядоченные и случайные последовательности. Основная идея Колмогорова состоит в том, что последовательность считают случайной, если ее нельзя построить с помощью программы, которая была бы короче самой последовательности. Таким образом, «сложность», грубо говоря, есть мера длины кратчайшей программы, задающей последовательность. Другими словами, сложность последовательности  $i$  есть длина кратчайшего описания последовательности на языке  $L$ .

Общий алгоритм вычисления  $K(i)$  для данной последовательности  $i$  неизвестен, однако к искомому минимуму можно приблизиться, сравнивая длину различных программ, представляющих последовательность. Понятие алгоритмической энтропии является существенным обобщением понятия информационной энтропии Шеннона. Интуитивно ясно, что  $K(i)$  можно рассматривать как меру содержащейся в последовательности  $i$  информации. Сложность  $K(i)$  определяет меру упорядоченности множества последовательностей и показывает, увеличивается или уменьшается количество информации при переходе от последовательности  $i$  к последовательности  $j$  (например, в результате мутации). Принято считать, что только сочетание идей Эйгена и Колмогорова может помочь ответить на вопрос, каким образом в природе могли возникнуть молекулы нуклеиновых кислот, в которых закодирован большой объем информации.

Перейдем теперь к математической формулировке кинетики эволюции рассматриваемой системы последовательностей. Обозначим через  $N_i(t)$  число существующих в системе в момент  $t$  цепных молекул с последовательностью

$$i = \{z_1, z_2, \dots, z_v\}; z_k \in \{A, B, C, D\},$$

а их концентрацию - через  $x_i(t) = N_i(t)/V$ . Полное число цепных молекул всех видов предполагается постоянным, так что в формальной математической записи условие отбора имеет вид

$$N = \sum_i N_i(t) = \text{const.} \quad (2.22)$$

Условие постоянства общего числа цепных молекул приводит к конкуренции между различными их видами; исход этой борьбы определяется главным образом скоростью самовоспроизведения цепной молекулы  $E_i$ . Кинетику эволюции можно описать кинетическим уравнением

$$\Delta N_i(t) = (E_i - \langle E \rangle) N_i(t) \Delta t + q_i(t) \Delta t. \quad (2.23)$$

Здесь  $\Delta N_i(t)$  — изменение числа молекул вида  $i$  за интервал времени  $\Delta t$ , состоящее из вклада точного самовоспроизведения и вклада воспроизведения с ошибкой  $q_i(t) \Delta t$ .

Скорости воспроизведения  $E_i$  и мутационные функции  $q_i$  являются в нашей простой модели единственными величинами, которые предполагаются известными. Из этого вытекают все существенные для процесса эволюции свойства цепных молекул. Для настоящих цепных молекул истинный вид функций  $E_i$  и  $q_i$ , конечно, неизвестен. Однако с физической точки зрения кажутся весьма правдоподобными два предположения:

1. Скорость воспроизведения  $E_i$  является возрастающей функцией сложности  $K(i)$  цепной молекулы.
2. Вероятность  $a_{ij}$  перехода от последовательности  $j$  к последовательности  $i$  уменьшается с увеличением расстояния между последовательностями  $d(ij)$ .

Справедливость второго предположения очевидна, поскольку ошибочная копия должна всегда быть близкой к оригиналу; действительно, как правило, не на месте оказывается только один мономер, в худшем случае — несколько. Примером может служить мутация вида:  $\text{BDACAD} \rightarrow \text{BDABAD}$ , имеющая одно несовпадение с оригиналом, и соответственно  $d(ij) = 1$ . Предположение об относительной малости изменений при мутации обеспечивает известную плавность процесса эволюции: вновь возникающие виды не слишком отличаются от прежних.

Значительно сложнее обосновать предположение о связи между сложностью и скоростью воспроизведения. Следует исходить из предположения, что воспроизведение цепной молекулы из имеющихся в окружающей среде «кирпичиков» представляет сложный процесс, для осуществления которого необходима информация. Вообще говоря, для осуществления такого воспроизведения цепной молекуле необходимо прежде всего создать «воспроизводящий аппарат», принцип и способ действия которого должны быть заложены в последовательности. Подтверждением того, что такое предположение соответствует действительности, может служить анализ воспроизведения ДНК в клетке. В этом процессе в числе других участвует фермент, так называемая ДНК-полимераза. При синтезе белков содержащаяся в молекуле ДНК информация вначале «переписывается» на короткие, легко считываемые простые спирали молекулы РНК-носителя (аппарат транскрипции). За распознавание «кирпичиков» и установку их в правильном порядке целиком отвечает транспортная молекула РНК при участии активного фермента.

Таким образом, видно, что в самовоспроизведении ДНК принимает участие сложный аппарат, для создания которого молекула должна иметь его «чертежи» и «функциональные схемы». Отсюда можно сделать вывод, что скорость воспроизведения цепной молекулы должна увеличиваться с ростом

ее сложности, т.е. с увеличением количества закодированной в ней информации. Такую же или даже более важную роль играет, конечно, качество закодированной информации. Во всяком случае некоторое количество закодированной информации является хотя и не достаточным, но необходимым условием для осуществления процесса самовоспроизведения молекулы.

На основе изложенного можно, например, принять для простых математических моделей процесса эволюции, что

$$E_i = g[K(i)], \quad (2.24)$$

где  $K(i)$  — сложность системы (по Колмогорову), а  $g(K)$  — монотонно возрастающая действительная функция действительного аргумента  $K$ .

Если информация взвешена, то вместо сложности  $K(i)$  следует использовать величину  $\omega(i) = K(i)G(i)$ , где  $G(i)$  — действительная положительная весовая функция.

## 2.10. Общие принципы пространственно-временной организации и эволюции микроэлектронных устройств

Настоящий раздел в некотором роде дополняет материалы раздела (2.7.) в части внесения большей конкретики в анализ процессов деградации применительно к микроэлектронным структурам (МЭС). В разделе 2.7. вопросы старения (деградации) изделий рассматривались с позиции процессов эволюции информационной энтропии изделия в процессе его срока службы. В целях установления общности энтропийных подходов (информационных и термодинамических), вопрос о деградации изделий в процессе его эксплуатации будет рассмотрен и с термодинамической точки зрения.

Теория флуктуации термодинамических параметров является связующим звеном между теориями термодинамического равновесия и необратимых (неравновесных) процессов. Согласно ее выводам, вероятность возникновения флуктуации в изолированной системе для равновесного состояния выражается формулой Эйнштейна

$$P = B \exp(\Delta S/k), \quad (2.25)$$

где  $k$  - постоянная Больцмана;  $B$  - постоянный коэффициент;  $\Delta S$  - отклонения энтропии от своего равновесного значения.

При малых отклонениях от состояния термодинамического равновесия выражение (2.25) может быть представлено в виде

$$P = B \exp\left(1/2(\Delta^2 S/k)\right). \quad (2.26)$$

Правомерность (2.26) следует из возможности разложения в степенной ряд функции  $S = S_0 + \Delta S + \frac{1}{2} \Delta^2 S$  и учета того обстоятельства, что в равновесном состоянии  $\Delta S$  обращается в нуль.

Справедливость выражения (2.26) для неравновесных состояний постулируется на основе гипотезы локального равновесия при выполнении определенных условий разделения временных масштабов между флуктуирующей системой и внешней средой: временные характеристики флуктуации должны быть малы по сравнению со временами релаксации параметров внешней среды. Из такой интерпретации очевидно, что критерии эволюции системы непосредственно связаны с вероятностью флуктуации. При этом стационарные (равновесные) состояния оказываются более вероятными, чем любые неравновесные состояния.

Выполнение критериев эволюции соответствует условиям термодинамической устойчивости, когда флуктуации, как внешние, так и внутренние, являются затухающими и влияют только на характеристики шумов, но не на общие закономерности эволюции состояния системы. Положение существенно меняется, когда возникает неустойчивость вдали от равновесных или стационарных состояний при нелинейных соотношениях, например в области фазовых переходов. В этом случае флуктуации могут возрастать и в конечном итоге определяют новое устойчивое макроскопическое состояние системы. Таким образом, новые макроскопические состояния и структуры в смысле временной и пространственной организации являются результатом неустойчивости системы и возникают благодаря флуктуациям параметров в системе. Такая «самоорганизация» имеет непосредственное отношение к локальным процессам отказа МЭС, например, процессам электрического пробоя изолирующих слоев интегральных схем.

В соответствии с макроскопическим подходом затухание флуктуации для устойчивых состояний термодинамических систем подчиняется релаксационным законам необратимых процессов, что является основанием для введения понятия мелкомасштабных и крупномасштабных флуктуации. При этом макроскопические неравновесные состояния и соответствующие им необратимые процессы интерпретируются в качестве крупномасштабных флуктуаций. Таким образом, термодинамический подход, основанный на необратимости физических процессов, объединяет различные точки зрения: классическую термодинамическую теорию устойчивости, теорию устойчивости Ляпунова, флуктуационную и эволюционную теорию. Такое обобщение термодинамики имеет существенное методологическое значение с точки зрения единства макроскопического процессуального подхода при описании сложных объектов различной физической природы.

Рассмотрим некоторые следствия из термодинамического анализа эволюционных и флуктуационных процессов, касающиеся задач и методов диагностики состояния и надежности МЭС.

1. Масштабы флуктуационных процессов непосредственно связаны с крупнозернистым представлением пространства и времени и соответствуют условию сохранения макроскопических параметров системы за счет усреднения мелкомасштабных флуктуаций по пространству и времени. Последнее условие есть условие макроскопичности объектов и применимости феноменологических параметров и соотношений неравновесной термодинамики. Для объектов МЭС такие условия должны однозначно выполняться, поскольку функциональные процессы МЭС являются процессами макроскопического порядка. Существенное влияние мелкомасштабных флуктуаций на функциональные процессы компенсируется за счет физической избыточности структур МЭС.

Тенденции эволюции МЭС определяются их стремлением к достижению предельных характеристик по степени интеграции, быстродействию, потребляемой мощности, информационной, функциональной и физической сложности. В этих условиях термодинамические и квантовые флуктуационные ограничения на процессы измерений, хранения, передачи и обработки информации в МЭС приобретают не только теоретический, но и практический смысл, и выступают в качестве принципиальных физических ограничений. Термодинамические ограничения имеют порядок  $k$  (постоянная Больцмана) для энтропии или  $kT$  для энергии. В частности, нижний предел энергии  $U_0$ , затрачиваемой на одну элементарную логическую или информационную операцию, определяется известным соотношением Дж. фон Неймана

$$U_0 = kT \ln 2. \quad (2.27)$$

Другие ограничения имеют квантовую природу и определяются соотношением неопределенностей типа

$$\Delta U \geq h/\Delta t, \quad (2.28)$$

где  $h$  — постоянная Планка.

Данные ограничения имеют смысл принципиальных ограничений, поэтому если не использовать новых принципов физической и функциональной организации МЭУ, то единственным физическим способом обеспечения стабильности и надежности систем остается сохранение энтропийной (структурной), энергетической и временной избыточности с соответствующими ограничениями предельных характеристик и сложности МЭС.

2. Из анализа эволюционных и флуктуационных процессов следует, что с термодинамической точки зрения принципиально возможны два основных типа

отказов МЭС. Первый тип отказов (внезапный) имеет характер бурной флуктуации функциональных параметров объекта под воздействием внешних или внутренних возмущающих факторов, а также нарушением технологии производства изделия. Такие отказы являются случайными и имеют ярко выраженный необратимый характер эволюции объекта. Другой тип отказов связан с протеканием медленных эволюционных процессов, т. е. с процессами производства и накопления энтропии непосредственно в объеме (конструкционных материалах) объекта. Такие отказы являются закономерными с точки зрения термодинамики и имеют характер необратимых деградационных процессов.

По мере увеличения физической сложности МЭС, за счет возрастания степени изначальной неравновесности объектов, влияния деградационных процессов значительно опережает влияние флуктуационных процессов. Действительно, если принять за меру сложности МЭС количество типовых физических структур  $N$  в объеме твердого тела, то степень неравновесности системы и соответственно влияние деградационных процессов растут пропорционально  $N$ , а уровень флуктуации — пропорционально  $\sqrt{N}$ . В частности, деградационные процессы приобретают существенное значение для СБИС. Кроме того, флуктуационные процессы имеют локальный характер, а деградационные — интегральный (пространственно распределенный) характер относительно физической структуры объекта. Поэтому помимо флуктуационных ограничений, деградационные, или энтропийные ограничения приобретают смысл принципиальных физических ограничений для случая сложных МЭС. Именно энтропийные ограничения определяют верхний предел сложности МЭС при конкретном способе реализации физической и функциональной организации изделия.

3. Из эволюционно-флуктуационных представлений физических систем следует, что интегральные параметры, такие как экстенсивные термодинамические функции состояния, обладают тонкой пространственно-временной структурой. Поэтому их практическое использование в диагностике МЭС требует проведения прецизионных измерений. Например, рассмотрим МЭС содержащие  $10^3$  СБИС, каждая из которых содержит  $10^6$  элементов, включающих 10 элементарных физических структур каждый. Для таких объектов нижний предел относительной точности измерения интегральных параметров, считая интегральные параметры аддитивными относительно свойств элементарных физических структур, имеет порядок  $10^{10}$ . Поэтому вопросы точности измерений приобретают принципиальное значение в интегральной диагностике МЭС.

С термодинамической точки зрения процесс измерений имеет ряд особенностей. Во-первых, существует непосредственная взаимосвязь между

энтропийными и информационными характеристиками процессов измерений, передачи и обработки информации. Пределы точности измерений определяются рассмотренными выше термодинамическими ( $kT$ ) и квантовыми ( $h/\Delta t$ ) ограничениями. Во-вторых, необратимый характер процессов измерения как процессов взаимодействия измерительного прибора и объекта обуславливает определенную взаимосвязь (предельные соотношения) между термодинамическими характеристиками (энергия, энтропия) и информационными (точность, количество информации). Такая взаимосвязь проявляется, в частности, в форме минимальной энергетической и энтропийной цены точности и количества информации (см. выше) и в форме термодинамических ограничений на сложность процессов передачи и обработки информации.

4. Для мелкомасштабных флуктуаций существует понятие характерного интервала или минимального масштаба времени проявления последствий от отклонения от равновесия

$$\tau = \frac{\Delta y}{\partial y / \partial t}, \quad (2.29)$$

где  $y$  — макроскопический параметр системы;  $\Delta y$  — минимально регистрируемое изменение параметра  $y$ .

Со статистической точки зрения масштаб  $\tau$  определяется механизмом взаимодействия частиц (молекул) физической системы, т. е., по существу, спецификой столкновительного члена  $(\partial f / \partial t)_{\text{столк}}$  кинетического уравнения Больцмана.

В табл. 2.5 представлены временные масштабы флуктуаций для типичных сред МЭС. Принципиальное наличие подобных масштабов времени как характерных свойств термодинамических систем является основанием для введения понятия временной организации как интегрального системного свойства МЭУ.

Релаксационный характер крупномасштабных эволюционных и мелкомасштабных флуктуационных процессов обусловлен общими свойствами неравновесных состояний физических систем. Общей формой эволюционных и флуктуационных процессов являются решения кинетических уравнений во временной области. Существенно, что экспоненциальная форма решений не зависит от конкретного вида исходных уравнений. Такая независимость означает инвариантность относительно типа и устройства объектов, условий их взаимодействия со средой, типа и масштабных факторов рассматриваемых процессов.

Таблица 2.5. Временные масштабы флуктуации  
для типичных физических сред МЭС

Физическая среда МЭС и ее рабочие параметры или процессы	Масштаб времени (время релаксации)
Разреженный газ, проводимость Ферромагнетики, магнитная проницаемость	$\tau = l/v_m$ , где $l$ — длина свободного пробега частиц, $v_m$ — тепловая скорость частиц
Газоразрядная плазма Электронная плазма Металл (проводимость)	$\tau = r_o/v_o$ , где $r_o$ — дебаевский радиус экранирования
Полупроводниковый материал, диффузия	$\tau = 1/2l^2/D$ , где $D$ — коэффициент диффузии

Эффективным методологическим приемом разделения (декомпозиции) релаксационных процессов является их классификация по времени релаксации  $\tau_{jk}$ . Действительно, можно выделить ряд процессов существенно различных по порядку  $m_{jk}$ :

- функциональные электромагнитные процессы с  $\tau \approx 10^{-10} \div 10^{-6}$  с;
- процессы взаимодействия МЭС с внешней средой, например, тепловые процессы с  $\tau \approx 10^{-1} \div 10^3$  с;
- эволюционные процессы физической структуры МЭС, например, процессы начального этапа с  $\tau \approx 10 \div 10^3$  с;
- деграционные физические процессы расходования ресурса с  $\tau \approx 10^4 \div 10^6$  с.

Понятие и смысл времени релаксации сохраняется и для более сложных форм решения кинетических уравнений (например, в случае нелинейных соотношений между потоками и силами. При этом во всех случаях исходный временной масштаб задается минимальным масштабом времени флуктуации конкретных физических сред МЭС (см. табл. 3.5).

Рассматриваемая методология анализа временных масштабов является, по существу, методологией временной организации (под этим понимается упорядоченность процессов по временам релаксации в зависимости от рассматриваемых функциональных или надежности свойств) объектов. Основой такой методологии является принятие термодинамического подхода в качестве базового элемента при проведении анализа состояния изделия. Позитивным следствием методологий временной организации является использование в явном виде временных характеристик  $\tau_{jk}$  в качестве интегральных параметров кинетических процессов на различных уровнях организации МЭС. Тогда оказывается естественным представление  $\tau_{jk}$  в качестве параметра собственного



характеристического времени каждого объекта. Такое представление является не только физическим, но и системным и полностью согласуется с развивающейся в термодинамике необратимых процессов концепцией времени как внутренней переменной, присущей каждой организованной системе.

Методология временной организации обуславливает делокализацию пространственно-временных макроскопических характеристик физических систем. Это обусловлено не только целесообразностью, но и необходимостью использования интегральных подходов в феноменологической физике, основанных на системной интерпретации термодинамики необратимых процессов и включающих в качестве методологической основы эволюционную идеологию.

Относительно задач диагностики и обеспечения надежности МЭС процессуально-временной подход оказывается существенно отличным от общепринятого элементно-функционального подхода. Такое различие проявляется в:

- универсальности процессуально-временного подхода относительно объектов различного функционального назначения, физического содержания и сложности;
- информативности и ограниченной размерности процессуально-временных интегральных характеристик относительно функциональных и надежных свойств МЭС;
- процессуальных и временных особенностях агрегирования и декомпозиции объектов, позволяющих распространять свойства подсистем в традиционном смысле на системы значительного уровня сложности;
- относительной простоте и унификации метрологического обеспечения процессуально-временных характеристик МЭС.

Существенной особенностью процессуально-временного подхода является переопределение большинства задач и методов диагностики, контроля и индивидуального прогнозирования как задач и методов анализа и оценки собственных времен, т. е. времен релаксации соответствующих процессов МЭС. При этом проблема индивидуальных надежных свойств МЭС оказывается проблемой индивидуальных собственных времен, первичных относительно характеристик надежности объектов. Существующая связь между неравновесными состояниями МЭС, необратимыми процессами и собственными временами объектов определяет ведущую роль процессуально-временного подхода в формировании интегрального физического или феноменологического направления в теории и практике надежности МЭС.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренные энтропийные модели изделий и критерии качества технологий наиболее эффективны применительно к изделиям высокой сложности.

С практической точки зрения, представленные подходы позволяют оценить предельные возможности технологий и целесообразный уровень сложности (упорядоченности) изделий, обеспечивающих приемлемые производственные показатели.

Дальнейшее развитие энтропийного подхода предполагает отказ от гипотезы равновероятности индивидуальных реализаций в пределах множества  $N_i$  в пользу использования более реалистичного (в частности нормального) распределения последних. В этом случае следует ожидать некоторого смягчения требований к параметру избирательности технологического процесса -  $\alpha_i$ .

Существенный интерес представляет рассмотрение вопросов корреляции при размещении индивидуальных атомов. Однако несмотря на значительные достижения по данному вопросу в математическом плане, на этом пути имеются определенные трудности физического характера, обусловленные отсутствием уверенных данных об атомных корреляционных функциях в конденсированных средах.

Рассмотренные энтропийные модели и подходы органично согласуются по своей методологической базе со спецификой технологических процессов атомной сборки наноструктур. Действительно, и в том и другом случае речь идет о последовательности дискретных событий (размещении индивидуальных атомов в заданное место расположения в структуре) с привлечением факторов вероятностного характера.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

### По разделу 1

1. **Гнеденко, Б.В.** Курс теории вероятностей / Б.В. Гнеденко. - М.: Наука, 1999. - 408 с.
2. **Стратанович, Р.Л.** Теория информации / Р.Л. Стратанович. - М.: Сов. радио, 1975. - 424 с.
3. **Стратанович, Р.Л.** Количество информации и энтропия отрезков стационарных гауссовых процессов / Р.Л. Стратанович // Проблемы передачи информации, 1967. - Т.3. - Вып.2. - С. 92-104.
4. **Шеннон, К.** Работы по теории информации и кибернетики. / К. Шеннон; пер.с англ. - М.: ИЛ, 1963. - 547 с. (Shannon C.E. Recent development in communication theory. Electronics. April. 1950)
5. **Новицкий, П.В.** Основы информационной теории измерительных устройств / П.В. Новицкий - Л.: Энергия, 1968. - 248 с.
6. **Бриллюэн, Л.** Наука и теория информации. / Л. Бриллюэн; пер. с англ. - М.: Физматгиз. 1960. - 392 с. (Brillouin L.J. Science and information theory. Academic Press. Inc.Publishers. N.Y. 1956.)
7. **Волькенштейн, М.В.** Энтропия и информация / М.В. Волькенштейн. - М.: Наука. 1986. - 579 с.
8. **Кадомцев, Б.Б.** Динамика и информация / Б.Б. Кадомцев // Избранные труды : в 6 т. - М., 2003. - Т. 2. - С. 508-515.
9. **Яглом, А.М.** Вероятность и информация / А.М. Яглом, И.М. Яглом. - М.: Наука, 1973. - 512 с.

### По разделу 2

10. International Technology Roadmap for Semiconductors 2002 Update (<http://public.net>).
11. **Валиев, К.А.** Физика субмикронной литографии / К.А. Валиев. - М.: Наука, 1990. - 541 с.
12. **Брандон, Д.** Микроструктура материалов. Методы исследования и контроля / Д. Брандон, У. Каплан - М.: Техносфера, 2004. - 377 с. (Brandon D., Caplan U. Microstructural Characterization of Materials. John Wiley & Sons Ltd. 1999.)
13. **Френкель, Я.И.** Кинетическая теория жидкости / Я.И. Френкель. - Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004. - 424 с.
14. **Займан, Дж.** Модели беспорядка. / Дж. Займан; пер.с англ. - М.: Мир, 1982. - 592 с. (Ziman J.M. Models of disorder. Cambridge: University Press. 1979).
15. **Волькенштейн, М.В.** Молекулярная биофизика / М.В. Волькенштейн. - М.: Наука, 1975. - 616 с.
16. **Саноян, А.Г.** Энтропийные модели и критерии оценки качества обработки материалов в микро- и нанотехнологиях / А.Г. Саноян. - М.: ФХОМ, 2006. - № 6. - С. 69 - 74.
17. **Саноян, А.Г.** Энтропийные модели биологических структур. / А.Г. Саноян // сб. научных трудов Самарский медицинский институт «Реавиз».- Самара, 2004. - С. 168 - 176.

18. **Саноян, А.Г.** Энтропийные модели конструкторско-технологической деятельности / А.Г. Саноян // Мировое сообщество: проблемы и пути решения. – Уфа, 1999. - № 4-5. – С.107-116.
19. **Эйген, М.** Самоорганизация материи и эволюция биологических макромолекул / М. Эйген. - М: Мир, 2003. – 284 с.
20. **Эбелинг, В.** Образование структур при необратимых процессах: Введение в теорию диссипативных структур / В. Эбелинг. – Москва-Ижевск: Инст. компьютер. исслед. Мир, 2004. – 256 с. (Ebeling W/ Structurbildung bei Irreversiblen Prozessen. Teubner Verlags-gesellschaft/ -1999.)
21. **Воробьев, В.Л.** Термодинамические основы диагностики и надежности микроэлектронных устройств / В.Л. Воробьев. – М.: Наука, 1989.-160 с.
22. **Федюкин, В.Н.** Методы термодинамики в задачах теории надежности / В.Н. Федюкин // Основные вопросы теории и практики надежности. - М.: Сов.радио, 1985. - С. 228-246.
23. **Барыбин, А.А.** Физико-технологические основы электроники / А.А. Барыбин, В.Г. Сидоров. – СПб.: Издательство «Лань», 2001. – 272 с.
24. **Эйринг, Г.** Основы химической кинетики / Г. Эйринг, С.Г. Лин, С.М. Лиин. – М.: Мир, 1999. – 528 с.(Eiring G., Lin S.G., Lin S.V. Basic Chemucal Kinetics. John Wiley & Sons. N.Y. 1997)

ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ

По разделу 1

**Задание 1.1.** Определить значения случайной и средней энтропии.

Варианты:

- a) Для случая однократного выброса игральной кости.
- b) Для случая однократного выбора определенной карты.
- c) Для случая  $n$ -кратного выброса игральной кости.
- d) Для случая  $n$ -кратного выбора определенной карты (с вложением предыдущей).

**Задание 1.2.** Вероятность события, состоящего в том, что студент сдаст экзамен, равна  $P$ . Определить значения случайной энтропии для случаев сдачи и несдачи экзамена.

Вариант №	$P$	Вариант №	$P$
1	0,999	5	0,500
2	0,990	6	0,100
3	0,900	7	0,050
4	0,800	8	0,010

**Задание 1.3.** Вероятность события, состоящего в том, что студент сдаст экзамен, равна  $P$ . Определить значение средней энтропии процедуры сдачи экзамена.

Вариант №	$P, \%$	Вариант №	$P, \%$
1	99,99	5	75,00
2	99,90	6	50,00
3	99,00	7	10,00
4	85,00	8	1,000

**Задание 1.4.** Суть технологии атомной сборки состоит в том, что на подложке избирательно размещаются атомы определенного типа. Вероятность размещения атома необходимого типа равна  $P$ . Определить вероятность и энтропию создания линейной атомной цепочки определенной конфигурации длиной  $N$ , содержащей  $n$  атомов необходимого типа.

Вариант №	$N$	$1 - P$
1	5	$10^{-6}$
2	10	$10^{-7}$
3	15	$10^{-8}$
4	20	$10^{-9}$
5	25	$10^{-10}$

**Задание 1.5.** Построить график зависимости относительной концентрации ( $N_a / N_0$ ) активных частиц (атомов) от температуры при известном значении энергии активации элементарного процесса -  $W_a$ .

№ варианта	$W_a$ , эВ	Температура вещества, К			
		100	150	200	300
1	0,25	100	150	200	300
2	0,50	100	150	200	300
3	0,75	200	300	400	500
4	1,00	200	300	400	500
5	1,20	200	300	400	500

**Задание 1.6.** Во сколько раз необходимо повысить температуру вещества (начальные температуры -  $T_0$ ), чтобы концентрация активных частиц возросла в десять раз. (При известном значении энергии активации элементарного процесса -  $W_a$ .)

№ варианта	$W_a$ , эВ	Температура вещества - $T_0$ , К		
		100	150	200
1	0,25	100	150	200
2	0,50	100	150	200
3	0,75	200	300	400
4	1,00	200	300	400
5	1,20	200	300	400

**Задание 1.7.** Определить концентрацию носителей зарядов в собственном полупроводнике при известном значении ширины запрещенной зоны -  $W_n$ .

№ варианта	$W_n$ , эВ	Температура полупроводника, К			
		100	150	200	250
1	1,0	100	150	200	250
2	1,1	100	150	200	250
3	1,2	100	150	200	250
4	1,3	150	200	250	300
5	1,4	150	200	250	300

**Задание 1.8.** Определить относительную концентрацию ионов в газовой фазе при известном значении энергии ионизации ( $W_n$ ) и температуре газа.

№ варианта	Вещество	$W_n$ , эВ	$T$ , К
2	He	24,6	1500
3	N	14,5	900
4	O	13,6	700
5	H <sub>2</sub>	15,4	1000

**Задание 1.9.** Определить макроскопическую скорость движения носителей зарядов (ионов) -  $v_E$ , принимая во внимание прыжковый (термоактивационный) механизм подвижности ( $\mu$ ) носителей зарядов в конденсированных средах.

(Примечание:  $\mu = \mu_0 \cdot \exp(-W_n/k \cdot T)$ ,

где :  $\mu_0 = 10^{-8}$  (м<sup>2</sup>/с)/В.).

№ варианта	$W_n$ , эВ	$E$ , В/см	$T$ , К
1	0,25	500	150
2	0,50	400	175
3	0,75	300	200
4	1,00	200	250
5	1,20	100	300

**Задание 1.10.** Отношение  $N_{a1}/N_{a2} = 2$ , где индексы 1 и 2 характеризуют различные температуры вещества  $T_1$  и  $T_2$ . Определить температуру  $T_2$ , если известны :  $T_1, W_{a1}, W_{a2}$ .

№ варианта	$W_{a1}$ , эВ	$W_{a2}$ , эВ	$T_1$ , К
1	1,20	1,30	200
2	1,50	1,75	200
3	1,75	2,00	400
4	2,00	2,50	350
5	2,50	2,75	300

**Задание 1.11.** Разность температур  $\Delta T = T_2 - T_1$  обеспечивает выполнение условия  $N_{a1}/N_{a2} = 0,1$ . Определить значение энергии активации процесса ( $W_a$ ).

№ варианта	$\Delta T$ (К)	$T_1$ (К)
1	100	150
2	50	175
3	50	200
4	70	250
5	70	300

№ варианта	Тип иона		Подвижность *10 <sup>7</sup> (м <sup>2</sup> /с)/В
	Катион	Анион	
1	К		67
2	Na		44
3	Li		33
4	H		320
5	Ag		54
6	Zn		46
7		J	67
8		Br	68
9		Cl	66
10		OH	174
11		NO <sub>2</sub>	62
12		VnO <sub>4</sub>	53

**Задание 1.12.** Определить энергию активации подвижности ионов в разбавленных растворах, по известному значению подвижности ионов при температуре 18° С .

**По разделу 2**

**Задание 2.1.** Оценить равновесную концентрацию точечных дефектов (вакансий) в кристаллической решетке при условиях, что заданы: энергия активации образования точечного дефекта  $W_{ад}$ ; температура кристалла  $T$ ;  $N_0 = n$  (Моль/литр).

№ варианта	$W_{ад}$ , эВ	$n$	$T$ , К
1	0,50	11	900
2	0,75	10	800
3	0,75	9	700
4	0,75	8	600
5	0,80	7	500

**Задание 2.2.** Используя условия задания 2.1., определить значение отношения  $N_{a,T=300K} / N_{a,T}$ .

**Задание 2.3.** Определить скорость процесса десорбции примесных атомов с поверхности твердого тела, если известны значения энергия активации процесса десорбции  $W_D$  и поверхностная концентрация примесных атомов  $N_0$ .

№ варианта	$T$ , К	$W_D$ , эВ	$N_0$ , атом/см <sup>2</sup>
1	50	0,5 (1,0)	$10^{12}$
2	100		
3	200		
4	400		

**Задание 2.4.** Определить значения и построить график зависимости константы равновесия химического процесса от температуры.

№ варианта	$W_{аО}$ , эВ	$W_{ап}$ , эВ	$T$ , К			
			50	100	300	600
1	0,6	0,5	50	100	300	600
2	0,8					
3	1,0					
4	1,2					

**Задание 2.5.** Построить график зависимости скорости химического процесса от температуры в начальный момент времени ( $C_0$  – начальная концентрация реагента).

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8
$W_{ап}$ , эВ	0,5	0,7	0,9	1,2	1,5	1,8	2,1	2,4
$C_0$ , Моль/л	0,01	0,1	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0



**Задание 2.6.** Построить график зависимости скорости химического процесса от времени ( $C_0 = 1$  Моль/л – начальная концентрация реагента).

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7
$W_{ап}, \text{эВ}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
$T, \text{К}$	50	100	150	200	250	300	350

**Задание 2.7.** Определить срок службы материалов  $\tau$  при температуре эксплуатации  $T$ , если известен срок службы материала  $\tau_0$  при температуре эксплуатации  $T_0$ .

№ варианта	$\tau_0, \text{с}$	$T_0, \text{К}$	$W_C, \text{эВ}$	$T, \text{К}$
1	$10^6$	300	1,0	600
2			1,1	650
3			1,2	700
4			1,3	750

**Задание 2.8.** Во сколько раз увеличится срок службы изделия, если энергия активации процесса старения изделия  $W_C$  возрастет на 10 % (при температуре эксплуатации изделия  $T_0$ ).

№ варианта	$W_C, \text{эВ}$	$\tau_0, \text{с}$	$T_0, \text{К}$
1	1,0	$10^6$	600
2	1,1		650
3	1,2		700
4	1,3		750

**Задание 2.9.** Определить температуру ( $T$ ) режима ускоренных испытаний изделия, обеспечивающую сокращение продолжительности штатного режима испытаний ( $\tau_0$ ) в  $n$  раз, если известны:  $T_0$  – температура штатного режима испытаний;  $W_C$  – энергия активации процесса старения изделия.

№ варианта	$T_0, \text{К}$	$W_C, \text{эВ}$	$\tau_0, \text{с}$	$n$
1	300	1,0	$10^4$	10
2	310			
3	320	1,2	$5 \times 10^4$	8
4	330			

**Задание 2.10.** Построить график зависимости количества возможных реализаций  $N_c$  от количества ячеек размещения  $N$  в наноструктуре при условии равной вероятности размещения каждого из  $m$  типов различных атомов, содержащихся в рабочей среде.

**Задание 2.11.** Определить количество реализаций  $Ig N_c$  в зависимости от размеров рабочего поля наноструктуры ( $n_x, n_y$ ) и количества типов размещаемых атомов -  $m$ .

№ варианта	Количество ячеек рабочего поля		Количество типов размещаемых атомов $m$
	$n_x$	$n_y$	
1	5	5	10
2	10	10	10
3	20	20	10
4	50	50	10
5	5	5	50
6	10	10	50
7	20	20	50
8	50	50	50
9	5	5	100
10	10	10	100

**Задание 2.12.** Количество размещаемых типов атомов -  $m = 2$  (атомы типа - А и В). Вероятности размещения атомов:  $P_A = 0,9$ ;  $P_B = 0,1$ . Количество ячеек размещения атомов в рабочем поле наноструктуры (отображаемом в виде линейной цепочки) при  $N = 5$ .

Определить вероятность получения наноструктуры типа:

№ варианта	а	б	в	г
1	ВВВВВ	ААААА	АВВВВ	ВАААА
2	АВВВА	ВАААВ	ААВАА	ВВАВВ
3	АВАВА	ВАВАВ	АААВВ	ВВВАА

**Задание 2.13.** Определить значения информационной энтропии размещения единичного атома при наличии технологии  $h$ , при заданных значениях  $m$  и  $p_i$ .

№ варианта	вероятность размещения в индивидуальной ячейке атома $i$ -го типа $p_i$										
	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	$p_6$	$p_7$	$p_8$	$p_9$	$p_{10}$	$p_{11}$
1	0,5	0,5									
2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2						
3	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	
4	0,9	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
5	0,99	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
6	0,999	$10^{-4}$	$10^{-4}$	$10^{-4}$	$10^{-4}$	$10^{-4}$	$10^{-4}$	$10^{-4}$	$10^{-4}$	$10^{-4}$	$10^{-4}$
7	$0,9^{(4)}$	$10^{-5}$	$10^{-5}$	$10^{-5}$	$10^{-5}$	$10^{-5}$	$10^{-5}$	$10^{-5}$	$10^{-5}$	$10^{-5}$	$10^{-5}$
8	$0,9^{(5)}$	$10^{-6}$	$10^{-6}$	$10^{-6}$	$10^{-6}$	$10^{-6}$	$10^{-6}$	$10^{-6}$	$10^{-6}$	$10^{-6}$	$10^{-6}$

Продолжение табл. к Заданию 2.13

№ варианта	вероятность размещения в индивидуальной ячейке атома $i$ -го типа $p_i$										
	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	$p_6$	$p_7$	$p_8$	$p_9$	$p_{10}$	$p_{11}$
9	$0,9^{(6)}$	$10^{-7}$	$10^{-7}$	$10^{-7}$	$10^{-7}$	$10^{-7}$	$10^{-7}$	$10^{-7}$	$10^{-7}$	$10^{-7}$	$10^{-7}$
10	0,9	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,091
11	0,999	$10^{-6}$	$10^{-6}$	$10^{-6}$	$10^{-6}$	$10^{-6}$	$10^{-6}$	$10^{-6}$	$10^{-6}$	$10^{-6}$	$9,91 \times 10^{-4}$
12	$0,9^{(4)}$	$10^{-7}$	$10^{-7}$	$10^{-7}$	$10^{-7}$	$10^{-7}$	$10^{-7}$	$10^{-7}$	$10^{-7}$	$10^{-7}$	$9,91 \times 10^{-5}$
13	$0,9^{(5)}$	$10^{-8}$	$10^{-8}$	$10^{-8}$	$10^{-8}$	$10^{-8}$	$10^{-8}$	$10^{-8}$	$10^{-8}$	$10^{-8}$	$9,91 \times 10^{-6}$
14	$0,9^{(5)}$	$10^{-8}$	$10^{-8}$	$10^{-8}$	$10^{-8}$	$10^{-8}$					$9,95 \times 10^{-6}$
15	$0,9^{(5)}$	$10^{-8}$	$10^{-8}$	$10^{-8}$	$10^{-8}$	$10^{-8}$	$10^{-8}$	$4,97 \times 10^{-6}$	$4,97 \times 10^{-6}$		
16	0,0909090 - для всех типов атомов («случайная» технология)										

Примечание: запись вида  $0,9^{(4)}$  означает  $0,9999$ .

**Задание 2.14.** Определить значения энтропийных показателей ( $K$ ,  $\alpha$ ,  $h_t$ ) для случаев (вариантов), рассмотренных в задании 2.2.

**Задание 2.15.** Определить значения информационной энтропии нано- и микроструктур  $H_t$  при различных значениях параметров  $N$  и  $h_t$  (в позиции « $h_t$ » указан № варианта из задания 2.1.).

№ варианта	$N$	$h_t$	№ варианта	$N$	$h_t$
1	10	№1	11	100	№3
2	20	№1	12	100	№3
3	50	№1	13	100	№3
4	$10^2$	№1	14	100	№3
5	$10^3$	№1	15	100	№3
6	$10^4$	№2	16	$10^8$	№4
7	$10^5$	№2	17	$10^9$	№4
8	$10^6$	№2	18	$10^{10}$	№4
9	$10^7$	№2	19	$10^{11}$	№4
10	$10^8$	№2	20	$10^{12}$	№4

**Задание 2.16.** Определить меру сложности устройства  $C$  в зависимости от параметров  $N$ ,  $m$  и величины отношения  $H_c / H_t$ .

№ варианта	$N$	$m$	$H_c / H_t$	№ варианта	$N$	$m$	$H_c / H_t$
1	$10^{10}$	100	$10^7$	11	5	10	1
2	$10^8$	100	$10^7$	12	10	10	5

Продолжение таблицы к Заданию 2.16

№ варианта	$N$	$m$	$H_c/H_i$	№ варианта	$N$	$m$	$H_c/H_i$
3	$10^6$	100	$10^7$	13	20	10	10
4	$10^4$	100	$10^7$	14	50	10	$10^2$
5	$10^3$	100	$10^7$	15	$10^2$	10	$10^3$
6	$10^2$	100	$10^7$	16	$2 \cdot 10^2$	50	10
7	50	100	$10^7$	17	$5 \cdot 10^2$	50	$10^3$
8	10	100	$10^7$	18	$10^3$	50	$10^6$
9	5	100	$10^7$	19	$10^4$	50	$10^9$
10	1	100	$10^7$	20	$10^6$	50	$10^{12}$

**Задание 2.17.** Определить энтропию единичного размещения атомов  $h_i$  в нано- и микроструктурах, обеспечивающую необходимый процент выхода годных изделий  $P$ , при известных значениях параметров  $\alpha_i$  и  $m$ .

№ варианта	$P, \%$	$m$	$\alpha_i$	№ варианта	$P, \%$	$m$	$\alpha_i$
1	99	10	$10^4$	15	99	10	$10^{10}$
2	90	10	$10^4$	16	90	10	$10^{10}$
3	60	10	$10^4$	17	60	10	$10^{10}$
4	40	10	$10^4$	18	40	10	$10^{10}$
5	10	10	$10^4$	19	10	10	$10^{10}$
6	1,0	10	$10^4$	20	1,0	10	$10^{10}$
7	0,1	10	$10^4$	21	0,1	10	$10^{10}$
8	99	10	$10^8$	22	99	1	$10^4$
9	90	10	$10^8$	23	10	1	$10^4$
10	60	10	$10^8$	24	99	1	$10^8$
11	40	10	$10^8$	25	10	1	$10^8$
12	10	10	$10^8$	26	99	1	$10^{10}$
13	1,0	10	$10^8$	27	50	1	$10^{10}$
14	0,1	10	$10^8$	28	10	1	$10^{10}$

**Задание 2.18.** Определить процент выхода годных изделий  $P$ , если известно, что  $h_c=2,004$  и  $h_i, h_i$  (см. данные таблицы).

№ варианта	$h_i$	$h_i$	$N$	№ варианта	$h_i$	$h_i$	$N$
1	$10^{-9}$	$10^{-9}$	$10^2$	15	$10^{-9}$	$10^{-9}$	$10^4$
2	$10^{-8}$	$10^{-9}$	$10^2$	16	$10^{-8}$	$10^{-9}$	$10^4$
3	$10^{-7}$	$10^{-9}$	$10^2$	17	$10^{-7}$	$10^{-9}$	$10^4$

Продолжение таблицы к Заданию 2.18

№ варианта	$h_t$	$h_i$	$N$	№ варианта	$h_t$	$h_i$	$N$
4	$10^{-6}$	$10^{-9}$	$10^2$	18	$10^{-3}$	$10^{-9}$	$10^4$
5	$10^{-5}$	$10^{-9}$	$10^2$	19	10	$10^{-9}$	$10^4$
6	$10^{-4}$	$10^{-9}$	$10^2$	20	$10^{-9}$	$10^{-9}$	$10^8$
7	$10^{-3}$	$10^{-9}$	$10^2$	21	$10^{-8}$	$10^{-9}$	$10^8$
8	$10^{-2}$	$10^{-9}$	$10^2$	22	$10^{-7}$	$10^{-9}$	$10^8$
9	2,004	$10^{-9}$	$10^2$	23	$10^{-3}$	$10^{-9}$	$10^8$
10	$10^{-6}$	$10^{-7}$	$10^3$	24	10	$10^{-9}$	$10^8$
11	$10^{-4}$	$10^{-7}$	$10^3$	25	$10^{-9}$	$10^{-9}$	$10^{12}$
12	$10^{-3}$	$10^{-7}$	$10^3$	26	$10^{-8}$	$10^{-9}$	$10^{12}$
13	$10^{-2}$	$10^{-7}$	$10^3$	27	$10^{-7}$	$10^{-9}$	$10^{12}$
14	10	$10^{-7}$	$10^3$	28	$10^{-3}$	$10^{-9}$	$10^{12}$

**Задание 2.19.** Определить информационный дефицит технологии создания микро- и наноструктур  $\Delta I$  по значениям, заданным в упражнении 2.9.

**Задание 2.20.** Определить минимальное количество метрологических операций  $n$ , устраняющих информационный дефицит технологии, по значениям, заданным в упражнении 2.9.

**Задание 2.21.** Определить выход годных изделий  $P$  в зависимости от информационного дефицита  $\Delta I$ , объема микро- наноструктуры  $V$  и энтропии единичного размещения атомов в элементарной ячейке  $h_t$ .

№ варианта	$h_t$	$\Delta I$	$V$ , мкм <sup>3</sup>	№ варианта	$h_t$	$\Delta I$	$V$ , мкм <sup>3</sup>
1	$10^{-9}$	$10^{-7}$	$10^{-9}$	15	$10^{-9}$	0.4	$10^{-3}$
2	$10^{-8}$	$0,2 \times 10^{-5}$	$10^{-9}$	16	$10^{-8}$	$0,3 \times 10$	$10^{-3}$
3	$10^{-7}$	$0,3 \times 10^{-4}$	$10^{-9}$	17	$10^{-7}$	$0,2 \times 10^2$	$10^{-3}$
4	$10^{-6}$	$0,4 \times 10^{-3}$	$10^{-9}$	18	$10^{-3}$	$0,3 \times 10^6$	$10^{-3}$
5	$10^{-5}$	$0,5 \times 10^{-2}$	$10^{-9}$	19	10	$0,4 \times 10^{10}$	$10^{-3}$
6	$10^{-4}$	$0,6 \times 10^{-1}$	$10^{-9}$	20	$10^{-9}$	$0,5 \times 10^3$	1,0
7	$10^{-3}$	$0,7 \times 1,0$	$10^{-9}$	21	$10^{-8}$	$0,6 \times 10^4$	1,0

Продолжение таблицы к заданию 2.21

№ варианта	$h_t$	$\Delta I$	$V, \text{мкм}^3$	№ варианта	$h_t$	$\Delta I$	$V, \text{мкм}^3$
8	$10^{-2}$	$0,8 \times 10$	$10^{-9}$	22	$10^{-7}$	$0,7 \times 10^5$	1,0
9	2,004	$2 \times 10^2$	$10^{-9}$	23	$10^{-3}$	$0,8 \times 10^9$	1,0
10	$10^{-6}$	0,6	$10^{-6}$	24	10	$0,9 \times 10^{13}$	1,0
11	$10^{-4}$	$0,9 \times 10^2$	$10^{-6}$	25	$10^{-9}$	$0,8 \times 10^6$	$10^3$
12	$10^{-3}$	$0,8 \times 10^3$	$10^{-6}$	26	$10^{-8}$	$0,7 \times 10^7$	$10^3$
13	$10^{-2}$	$0,7 \times 10^4$	$10^{-6}$	27	$10^{-7}$	$0,6 \times 10^8$	$10^3$
14	10	$0,6 \times 10^7$	$10^{-6}$	28	$10^{-3}$	$0,5 \times 10^{12}$	$10^3$

**Задание 2.22.** Определить суммарное возрастание энтропии изделия в процессе эксплуатации  $\Delta S$ , если известны зависимости скорости производства энтропии в процессе эксплуатации микро- и наноструктуры и срока службы изделия  $\tau$ .

№ варианта	зависимости скорости производства энтропии, $v, \text{Дж} \cdot (\text{град} \cdot \text{с})^{-1}$	$\tau, \text{с}$
1	$v=v_0=\text{const} (v_0=10^{-9} \text{ Дж} \cdot (\text{град} \cdot \text{с})^{-1})$	$2 \cdot 10^8$
2	$v=v_0 + \beta t (v_0=10^{-10} \text{ Дж} \cdot (\text{град} \cdot \text{с})^{-1}, \beta=10^{-15} \text{ Дж} \cdot \text{град}^{-1} \cdot \text{с}^{-2})$	$10^7$
3	$v=v_0 + \gamma t^2 (v_0=10^{-9} \text{ Дж} \cdot (\text{град} \cdot \text{с})^{-1}, \gamma=10^{-7} \text{ Дж} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{град}^{-1})$	$5 \cdot 10^7$
4	$v=v_0 + \beta t + \gamma t^2 (v_0=10^{-8} \text{ Дж} \cdot (\text{град} \cdot \text{с})^{-1}, \beta=10^{-8} \text{ Дж} \cdot \text{град}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}, \gamma=10^{-16} \text{ Дж} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{град}^{-1})$	$10^8$
5	$v=v_0 e^{\epsilon t} (v_0=10^{-6} \text{ Дж} \cdot (\text{град} \cdot \text{с})^{-1}, \epsilon=10^{-8} \text{ с}^{-1})$	$10^9$
6	$v=v_0 e^{-\epsilon t} (v_0=10^{-6} \text{ Дж} \cdot (\text{град} \cdot \text{с})^{-1}, \epsilon=10^{-9} \text{ с}^{-1})$	$5 \cdot 10^8$
7	$v=v_0 + \gamma t^2 - \sigma e^{\epsilon t} (v_0=10^{-6} \text{ Дж} \cdot (\text{град} \cdot \text{с})^{-1}, \gamma=10^{-16} \text{ Дж} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{град}^{-1}, \epsilon=10^{-8} \text{ с}^{-1})$	$10^7$

**Задание 2.23.** Определить срок службы изделия  $\tau_k$ , если известны энтропия изделия с учетом технологического фактора  $H_t$ , критическая энтропия  $H_k$  и параметры скорости производства энтропии  $v_0, \beta, n$ .

№ варианта	$H_t$ , дит	$H_k/H_t$	$v_0, \text{Дж} \cdot (\text{град} \cdot \text{с})^{-1}$	$\beta, \text{Дж} \cdot (\text{град} \cdot \text{с})^{-1}$	$n$	Примечание
Стационарный процесс деградации изделия: $v=\text{const}$						
1	$10^5$	1,1	$10^{-12}$			Температура эксплуатации $T=300 \text{ К}$ Энергия активации процесса деградации $W=2,0 \text{ эВ}$
2	$10^4$	1,1	$10^{-12}$			
3	$10^3$	1,1	$10^{-12}$			
4	$10^2$	1,1	$10^{-12}$			

Продолжение таблицы к Заданию 2.23

№ варианта	$H_b$ , дит	$H_k/H_t$	$\nu_0$ , Дж(град·с) <sup>-1</sup>	$\beta$ , Дж(град) <sup>-1</sup>	$n$	Примечание
5	10 <sup>1</sup>	1,1	10 <sup>-12</sup>			
6	10 <sup>3</sup>	11	10 <sup>-8</sup>			Температура эксплуатации $T=600$ К Энергия активации процесса деградации $W=1,4$ эВ
7	10 <sup>4</sup>	11	10 <sup>-8</sup>			
8	10 <sup>3</sup>	11	10 <sup>-8</sup>			
9	10 <sup>2</sup>	11	10 <sup>-8</sup>			
10	10 <sup>1</sup>	11	10 <sup>-8</sup>			
Нестационарный линейный процесс деградации изделия: $\nu=\nu_0+\beta t$						
11	10 <sup>3</sup>	1,1	10 <sup>-12</sup>	1		Температура эксплуатации $T=300$ К Энергия активации процесса деградации $W=1,5$ эВ
12	10 <sup>4</sup>	1,1	10 <sup>-12</sup>	5		
13	10 <sup>3</sup>	1,1	10 <sup>-12</sup>	10		
14	10 <sup>2</sup>	1,1	10 <sup>-12</sup>	20		
15	10 <sup>1</sup>	1,1	10 <sup>-12</sup>	50		
16	10 <sup>3</sup>	11	10 <sup>-8</sup>	1		Температура эксплуатации $T=600$ К Энергия активации процесса деградации $W=1,1$ эВ
17	10 <sup>4</sup>	11	10 <sup>-8</sup>	2		
18	10 <sup>3</sup>	11	10 <sup>-8</sup>	10		
19	10 <sup>2</sup>	11	10 <sup>-8</sup>	20		
20	10 <sup>1</sup>	11	10 <sup>-8</sup>	50		
Нестационарный нелинейный процесс деградации изделия: $\nu=\nu_0+\beta t^n$						
21	10 <sup>3</sup>	1,1	10 <sup>-12</sup>	1	0,1	Температура эксплуатации $T=300$ К Энергия активации процесса деградации $W=1,3$ эВ
22	10 <sup>4</sup>	1,1	10 <sup>-12</sup>	5	1	
23	10 <sup>3</sup>	1,1	10 <sup>-12</sup>	10	2	
24	10 <sup>2</sup>	1,1	10 <sup>-12</sup>	20	3	
25	10 <sup>1</sup>	1,1	10 <sup>-12</sup>	50	4	
26	10 <sup>3</sup>	11	10 <sup>-8</sup>	1	0,1	Температура эксплуатации $T=600$ К Энергия активации процесса деградации $W=0,9$ эВ
27	10 <sup>4</sup>	11	10 <sup>-8</sup>	2	1	
28	10 <sup>3</sup>	11	10 <sup>-8</sup>	10	2	
29	10 <sup>2</sup>	11	10 <sup>-8</sup>	20	3	
30	10 <sup>1</sup>	11	10 <sup>-8</sup>	50	4	

Учебное издание

*Волков Алексей Васильевич  
Еремина Ирина Николаевна  
Саноян Ашот Геворкович*

**ЭНТРОПИЙНЫЕ МОДЕЛИ  
МИКРО- И НАНОСТРУКТУР**

*Учебное пособие*

Компьютерная вёрстка С. В. Смагин, Я.Е. Тахтаров, М.А. Вахе  
Редакторская обработка  
Доверстка

Подписано в печать . Формат 60x84 1/16.  
Бумага офсетная. Печать офсетная.  
Усл. печ. л. 5,0  
Тираж 120 экз. Заказ . ИП-91/2007

Самарский государственный  
аэрокосмический университет.  
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

---

Изд-во Самарского государственного  
аэрокосмического университета.  
443086 Самара, Московское шоссе, 34.