

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»
(Самарский университет)

А.Л. САРАЕВ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ АНАЛИЗА РЫНОЧНОГО СПРОСА

Утверждено редакционно-издательским советом федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева» в качестве учебного пособия для бакалавров направлений 38.03.01 «Экономика» и 38.03.05 «Бизнес-информатика» и магистров направлений 38.04.01 «Экономика» и 38.04.05 «Бизнес-информатика»

Самара

Издательство Самарского университета

2016

УДК 330.101.542

ББК 65.012.1 я73

С20

Рецензенты:

доктор экономических наук, доцент Н.М. Тюкавкин,
доктор экономических наук, профессор Б.Я. Татарских

Сараев, Александр Леонидович

С20 **Математические методы и модели анализа рыночного спроса:** учеб.
пособие / *А.Л. Сараев.* – Самара: Изд-во Самарского университета, 2016. –
80 с.

ISBN 978-5-7883-1112-8

В публикуемом учебном пособии изложена сравнительная статика спроса и основы рыночного спроса. Изучены кривые «доход-потребление» и кривые Энгеля, кривые «цена – потребление», эффекты замещения и дохода, уравнение Слуцкого, определяющие факторы рыночного спроса, ценовая эластичность спроса, перекрестная эластичность спроса, эластичность спроса по доходу. Представлен набор заданий для самостоятельной работы.

Учебное пособие предназначено для бакалавров направлений 38.03.01 «Экономика» и 38.03.05 «Бизнес-информатика» и магистров направлений 38.04.01 «Экономика» и 38.04.05 «Бизнес-информатика».

УДК 330.101.542

ББК 65.012.1 я73

ISBN 978-5-7883-1112-8

© Самарский университет, 2016

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1. КРИВЫЕ «ДОХОД – ПОТРЕБЛЕНИЕ» И КРИВЫЕ ЭНГЕЛЯ.....	8
2. КРИВЫЕ «ЦЕНА – ПОТРЕБЛЕНИЕ».....	17
3. ЭФФЕКТ ЗАМЕЩЕНИЯ И ЭФФЕКТ ДОХОДА.....	21
4. УРАВНЕНИЕ СЛУЦКОГО.....	27
5. ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ФАКТОРЫ РЫНОЧНОГО СПРОСА	38
6. ЦЕНОВАЯ ЭЛАСТИЧНОСТЬ СПРОСА.....	44
7. ПЕРЕКРЕСТНАЯ ЭЛАСТИЧНОСТЬ СПРОСА.....	54
8 ЭЛАСТИЧНОСТЬ СПРОСА ПО ДОХОДУ.....	56
9. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ	59
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	78

ВВЕДЕНИЕ

Результаты взаимодействия экономических субъектов зависят от рассматриваемого интервала времени. Поэтому методы описания экономической ситуации делятся на методы статического анализа, методы сравнительной статистики и методы динамического анализа.

Методы статического анализа рассматривают ситуацию в экономике в определенный момент времени. Например, формирование цен при существующих спросе и предложении.

Методы сравнительной статистики сопоставляют результаты полученные методами статического анализа в различные моменты времени. Например, установление различий в цене данного блага в разные периоды.

Методы динамического анализа служат для выявления характера изменений экономических показателей между двумя моментами времени и установления определяющих факторов этих изменений. Если методы сравнительной статистики фиксируют только повышение цены на определенный товар за рассматриваемый интервал времени, то характер такого повышения (монотонный или колебательный) можно выяснить только методами динамического анализа.

В отличие от статического экономического равновесия, выражающего совпадение планов экономических субъектов на определенный момент, в динамических моделях используется понятие стационарного состояния. Оно характеризует сохраняющееся во времени равновесие при неизменных факторах формирования спроса и предложения.

При постановке и решении задач микроэкономики используются три способа описания их условий и результатов решения. Сюда относятся словесное описание сути проблемы, математическое описание задачи и графическое представление результатов.

В качестве примера рассмотрим задачу оптимального распределения ресурсов для индивидуального хозяйства предпринимателя.

Основной целью научной дисциплины и учебного курса микроэкономики является изучение механизма рыночного ценообразования. Число факторов, определяющих цену блага и объем продаж на конкретном рынке, велико. Это технология производства, вкусы потребителей, погодные условия, политический климат в стране, налоговая политика властей, обменный курс национальной валюты и т.д. Практически любое социально-экономическое событие в той или иной мере отражается на конъюнктуре рынка, а, следовательно, и на цене.

Очевидно, что каждый ценообразующий фактор воздействует на цену либо через спрос, либо через предложение. Поэтому спрос и предложение выступают в качестве двух агрегированных (суммарных) показателей, определяющих конкретное значение цены. В то же время для анализа процесса формирования цены и ее роли необходимо выяснять, что стоит за каждым из этих феноменов рынка. Типичная схема процесса рыночного ценообразования представлена на схеме.

Цена предлагаемого производителями объема благ определяется целями фирмы и затратами производства. Затраты зависят от цен факторов производства и технологии изготовления продукции. Технология выбирается в соответствии с количеством и качеством наличных факторов производства.

Спрос на каждое благо определяется в результате составления, реализации и взаимодействия планов потребления индивидами, стремящимися при заданных средствах максимально удовлетворить свои потребности.

Ассортимент и объем благ в индивидуальных планах потребления зависят от полезности благ и бюджета потребителя. Полезность конкретного блага зависит от потребностей и вкусов индивида. Бюджет индивида формируется из текущего дохода и фонда сбережений.

Прямые связи схемы, направленные от ценообразующих факторов к цене, дополняются обратными связями от цены к факторам, которые ее определяют.

С одной стороны цены определяют планы потребления индивидов, с другой стороны цены благ учитываются при составлении этих планов.

Точно так же, технология посредством затрат и объема предложения воздействует на цену, но сама технология зависит от цены реализации производимой продукции.

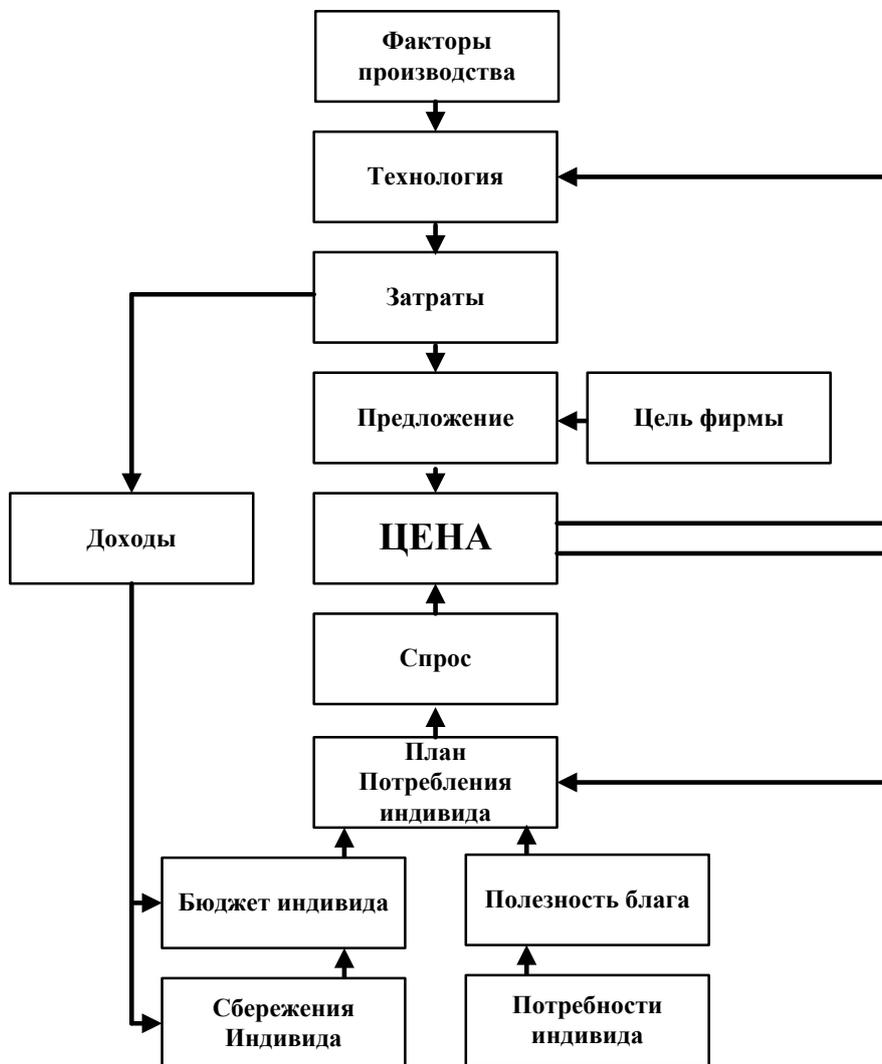


Схема рыночного ценообразования.

Особую роль в процессе ценообразования играют текущие доходы участников производства. Со стороны домашних хозяйств они определяют спрос на блага и предложение капитала, поскольку распределяются между текущим потреблением и сбережением. В то же время для фирм доходы участников производства являются затратами и в этом качестве определяют предложение благ на рынке.

Формирование цены на рынке при перечисленных факторах спроса и предложения зависит еще от конкретных условий торга и от типа рынка, на котором встречаются продавцы и покупатели.

Таким образом, микроэкономика является одной из двух составных частей современной экономической теории.

Предметом исследования микроэкономики является поведение отдельных экономических субъектов и процесс рыночного ценообразования.

Основным методом экономического анализа является моделирование изучаемых процессов.

Поведение отдельных экономических субъектов описывается посредством оптимизационных моделей, а результаты их совокупного взаимодействия – с помощью равновесных моделей.

По степени полноты охвата изучаемых взаимосвязей выделяют модели частичного и общего равновесия, по продолжительности наблюдения за процессами – статические, сравнительной статики и динамические.

Представления микроэкономики о механизме ценообразования начинается с построения моделей поведения отдельных экономических субъектов и частичного равновесия.

Полное представление о механизме ценообразования и его роли в национальном хозяйстве можно получить только на основе моделей общего экономического равновесия.

Целью микроэкономического анализа является моделирование экономической деятельности и взаимодействия отдельных экономических субъектов, которые преследуют свои частные интересы.

Реализация подобных частных интересов отдельным индивидом заключается в необходимости его постоянного участия в выборе правильного решения относительно соответствующей экономической ситуации.

Для построения модели оптимального выбора потребителя рассмотрим основные положения теории поведения потребителя, важные для корректного решения соответствующих проблем.

Экономическая модель поведения потребителя обусловлена его выбором лучшего из того, что он может себе позволить. Очевидно, что, прежде всего, необходимо сформулировать и разъяснить экономическое понятие «лучшее».

Основная проблема потребителя в рыночной экономике состоит в выборе таких уровней потребления различных товаров и услуг, которые были бы ему доступны для их покупки на рынке. Эти товары и услуги называются благами. Совокупность этих благ представляет собой товарный или потребительский набор, которые индивид потребляет в течение определённого периода времени.

Потребительские наборы являются объектами потребительского выбора.

1. КРИВЫЕ «ДОХОД – ПОТРЕБЛЕНИЕ» И КРИВЫЕ ЭНГЕЛЯ

Функции (30) некомпенсированного спроса потребителя по Маршаллу, приведенные в работе

$$x_i^* = D_i(\mathbf{p}, I) = D_i(p_1, p_2, \dots, p_n, I), (i = 1, 2, \dots, n)$$

показывают, что объемы требуемых на рынке товаров зависят от их цен, цен других товаров из потребительского набора и дохода потребителя.

Будем считать постоянными такие факторы спроса как вкусы потребителя и ожидания относительно цен и дохода в будущем. Выясним, как изменяется спрос потребителя в результате изменения цен и дохода. Вначале установим зависимость изменения спроса потребителя на первое благо от изменения дохода потребителя при фиксированных ценах и других факторов спроса. Особенности этой зависимости представлены на рис. 1.

Здесь три бюджетные линии показывают три различных уровня дохода потребителя. Первоначально индивид получает доход I_1 , находится на первой бюджетной линии и максимизирует полезность в точке касания 1, покупая x_1^1 единиц первого блага. Затем потребитель увеличивает свой доход до уровня I_2 , перемещается вверх на вторую параллельную бюджетную линию, и в новой

точке оптимального выбора 2 потребляет x_1^2 единиц первого блага. Наконец, наш потребитель увеличивает свой доход до уровня I_3 , перемещается бюджетная линия вверх на третью параллельную бюджетную линию, и в точке 3 покупает x_1^3 единиц первого блага. Соединяя все точки оптимального выбора $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ плавной линией, получаем кривую «доход – потребление».

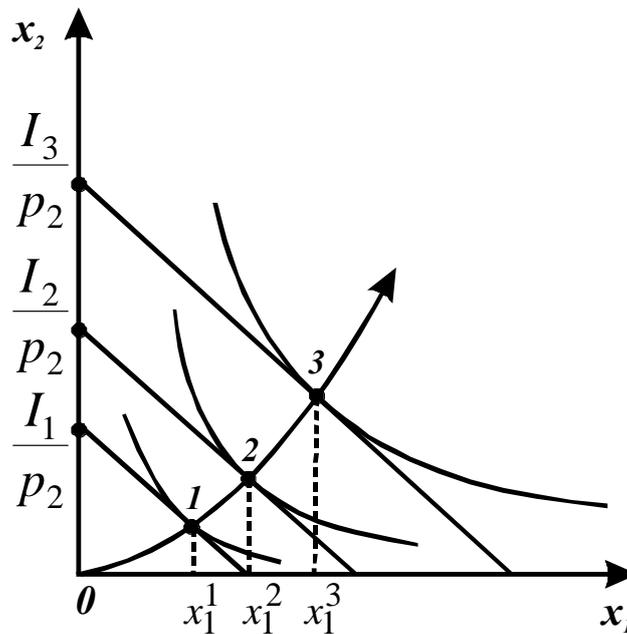


Рис. 1. Кривая «доход – потребление».

Кривая «доход – потребление» (иногда ее называют «путем расширения дохода») представляет собой траекторию расширения потребления за счёт роста дохода потребителя. На ней расположены все товарные наборы (x_1, x_2) , максимизирующие полезность при различной величине дохода потребителя и при неизменных ценах благ.

Другим графическим представлением спроса на одно из благ как функции от дохода при неизменности цен всех благ из потребительского набора и при прочих равных условиях является так называемая кривая Энгеля, изображенная на рис. 2.

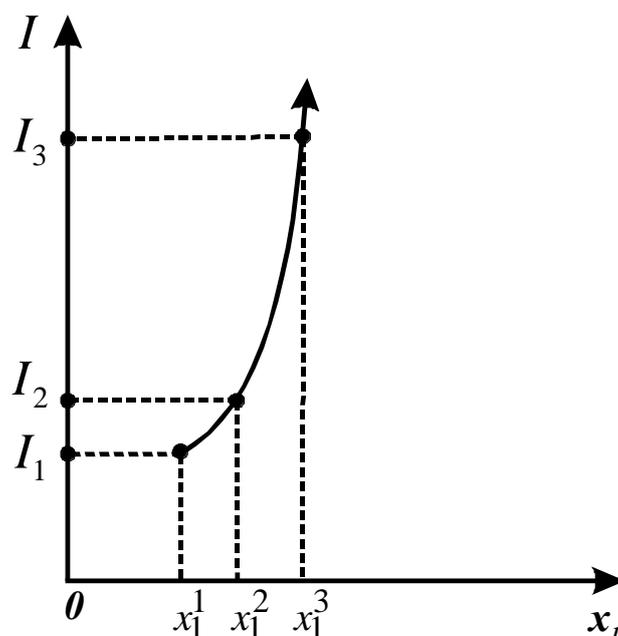


Рис. 2. Кривая Энгеля.

Для построения этой кривой на оси абсцисс оптимальные значения x_1^1, x_1^2, x_1^3 . На оси ординат откладываются соответствующие величины доходов потребителя I_1, I_2, I_3 . Соединяя полученные точки плавной линией, получаем кривую Энгеля, отражающую зависимость между величиной дохода потребителя и количеством запрашиваемого им первого блага.

Форма кривой на рис. 2 показывает, что величина спроса увеличивается с ростом дохода потребителя и снижается с уменьшением этого дохода. Такой товар называется нормальным благом. Для таких благ имеет место очевидные соотношения

$$\frac{\partial x_1}{\partial I} > 0, \frac{\partial x_2}{\partial I} > 0 \quad (1)$$

Графики кривой «доход-потребление» на рис. 1 имеет положительной наклон и изгибается по направлению к оси ординат. Это означает, что потребление второго блага растет даже более быстрым темпом, чем потребление первого блага. Таким образом, не только первое, но и второе благо является нормальным. В соответствии с принятой экономической

терминологией первый товар можно назвать предметом первой необходимости, а второй товар можно назвать предметом роскоши.

Это означает, что прирост дохода на 1% увеличивает объем спроса со стороны потребителя на второе благо более чем на 1% при прочих равных условиях. При фиксированных ценах общая сумма расходов на данный товар тоже возрастает более чем на 1%. Таким образом, доля потребительских расходов, приходящаяся на предметы роскоши, растёт с ростом дохода. Кривая Энгеля для предметов роскоши изображена на рис. 3.

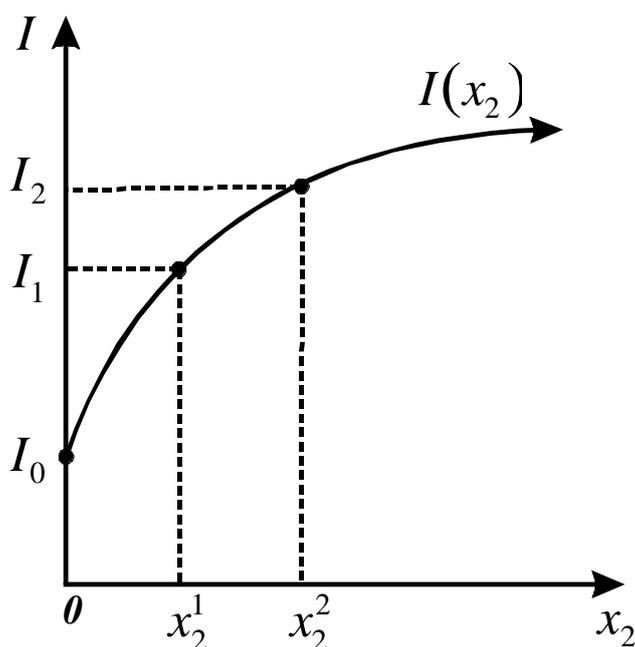


Рис. 3. Кривая Энгеля для предметов роскоши.

Она показывает, что потребление второго блага растёт более быстрым темпом, чем доход

$$\frac{\partial^2 x_2}{\partial I^2} > 0 \quad (2)$$

Кривая Энгеля для предметов первой необходимости изображена на рис. 4.

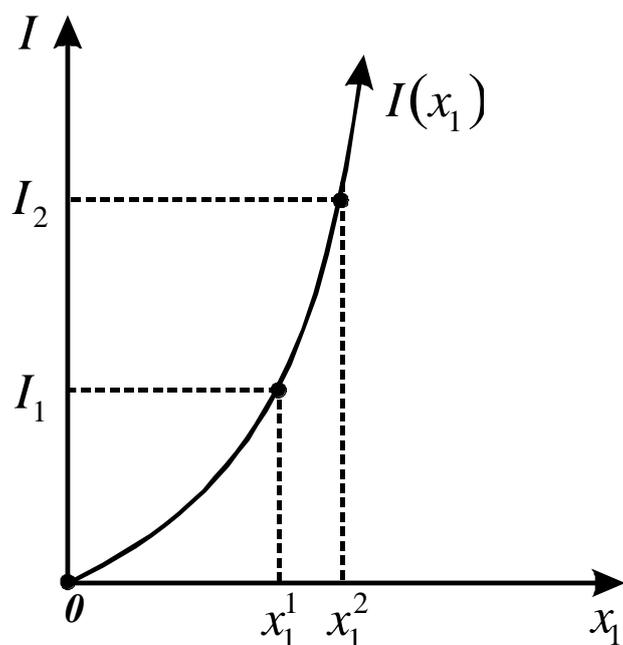


Рис. 4. Кривая Энгеля для предметов первой необходимости.

Форма этой кривой показывает, что в этом случае доля потребительских расходов падает с ростом дохода

$$\frac{\partial^2 x_2}{\partial I^2} < 0 \quad (3)$$

Кривая «доход – потребление» может изгибаться назад в обратную сторону. Это возможно в том случае, если потребитель при увеличении дохода станет потреблять меньшее количество одного из благ. Такое благо является малоценным благом или товаром низшей категории и называется инфериорным благом. Такая кривая «доход – потребление» представлена на рис. 5.

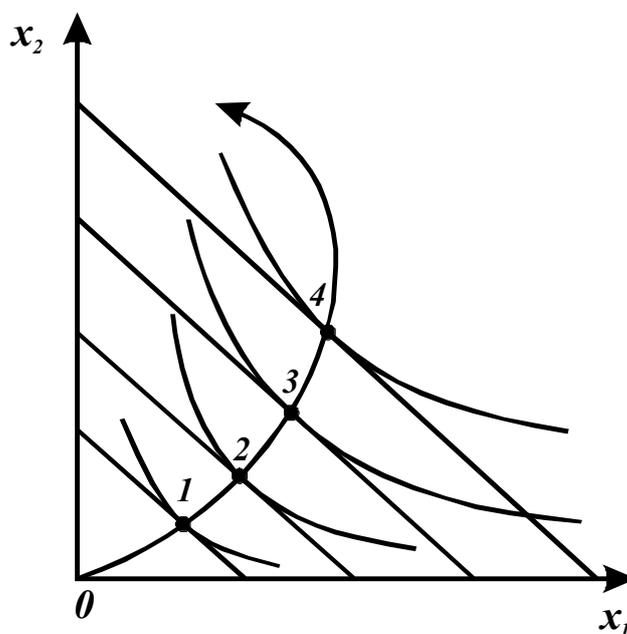


Рис. 5. Кривая «доход – потребление» для инферiorsного блага.

Кривая «доход – потребление» на рис. 5 показывает, что инферiorsным является первое благо. Второе благо при этом будет обязательно нормальным. Таким образом, спрос на инферiorsные блага снижается с ростом дохода и возрастает с уменьшением дохода

$$\frac{\partial x_1}{\partial I} < 0 \quad (4)$$

Кривая Энгеля для инферiorsного блага изображена на рис. 6.

Согласно кривой Энгеля для инферiorsного блага, на первых порах при низких уровнях дохода потребитель увеличивает спрос на первое благо с ростом дохода до некоторого уровня I_0 . На этом этапе первое благо является нормальным. Однако, начиная с некоторого уровня дохода I_0 , потребитель сокращает потребление первого блага и тратит свой возросший доход на более ценные, с его точки зрения, товары и услуги.

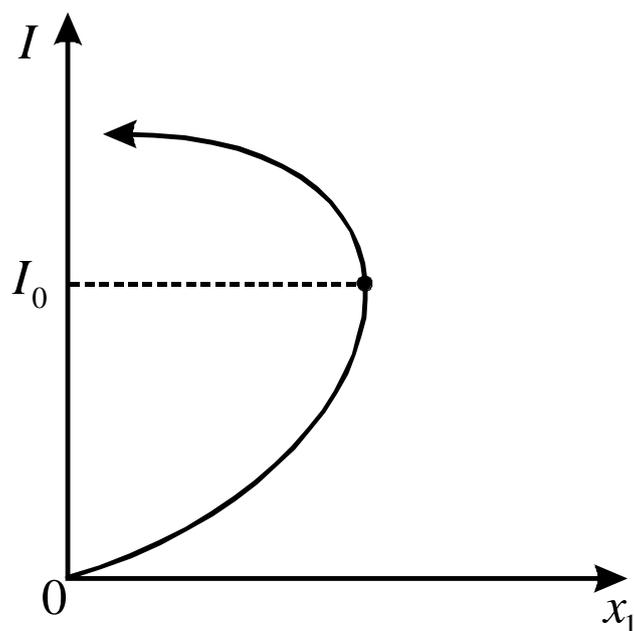


Рис.6. Кривая Энгеля для инферииорного блага.

Кривая «доход – потребление» и кривая Энгеля могут быть и вертикальными линиями, если отношение предпочтения потребителя оказывается квазилинейным.

Отношение предпочтения (\succeq) называется квазилинейным относительно второго блага, если выполняются два условия:

1. Все кривые безразличия являются параллельными смещениями друг друга вдоль оси x_2 .
2. Потребитель очень сильно предпочитает второе благо первому благу.

Функция полезности для квазилинейного отношения предпочтения является линейной относительно второго блага x_2 и нелинейной относительно первого блага x_1

$$U(x_1, x_2) = \varphi(x_1) + x_2. \quad (5)$$

Линии уровня для функции полезности (5) имеют вид

$$U(x_1, x_2) = \varphi(x_1) + x_2 = C_i,$$

или

$$x_2 = C_i - \varphi(x_1). \quad (6)$$

Примерами квазилинейных функций полезности могут служить функции

$$U(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + x_2, U(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2.$$

Чем больше константа C_i , тем выше уровень полезности. На рис. 7 показано, что каждая кривая безразличия является параллельным сдвигом предыдущей кривой вдоль оси ординат.

Экономический смысл квазилинейности состоит в том, что потребление первого товара не зависит от величины дохода. Индивид потребляет одно и то же количество первого товара, как при росте, так и при снижении дохода.

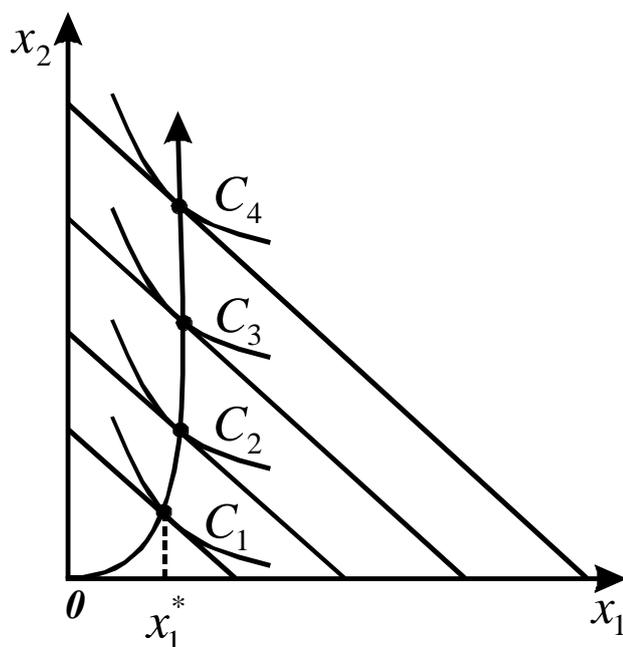


Рис. 7. Вертикальная кривая «доход – потребление».

Примерами таких предметов первой необходимости являются соль, мыло, зубная паста, туалетная бумага и т.д. Для таких благ имеет место очевидные соотношения

$$\frac{\partial x_1}{\partial I} = 0, \frac{\partial x_2}{\partial I} > 0 \quad (7)$$

Следует отметить, что кривая «доход – потребление» становится вертикальной только при определенном уровне дохода. При росте дохода с нуля до этого уровня благо является нормальным и лишь после этого уровня становится товаром низшей категории.

Кривая Энгеля представленная на рис. 8 становится строго вертикальной только при определенном уровне дохода I_0 .

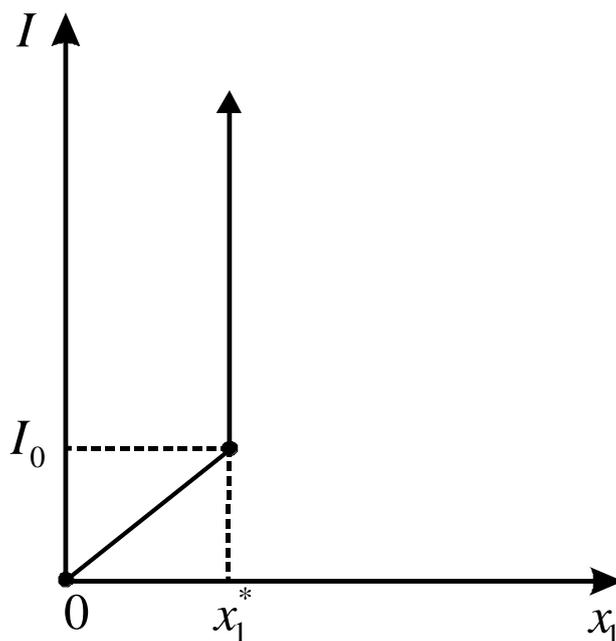


Рис. 8. Вертикальная кривая Энгеля.

При более низком доходе потребитель увеличивает спрос на первое благо с ростом своего дохода.

Примеры:

1. Потребитель делает выбор между двумя благами, являющимися совершенными субститутами. Построить кривую «доход – потребление», кривую Энгеля для первого блага и кривую Энгеля для второго блага.

2. Потребитель делает выбор между двумя благами, являющимися совершенными комплементариями, расходуя весь свод доход. Построить кривую «доход – потребление», кривую Энгеля для первого блага и кривую Энгеля для второго блага.

2. КРИВЫЕ «ЦЕНА – ПОТРЕБЛЕНИЕ»

В рамках первого этапа анализа статики спроса, который определяет меру изменения спроса потребителя при изменении дохода и цен, установлено влияние дохода на спрос. На втором этапе этого анализа выясним влияние изменения цены некоторого блага на его спрос.

$$x_1^* = D_1(p_1, p_2, I)$$

Доход и цены на другие блага предполагаются постоянными $p_2 = const, I = const$. Пусть первое благо является обычным благом. Спрос на него растёт с уменьшением цены или падает с ростом цены. Так, например, если спрос на благо растёт – $x_1^1 < x_1^2 < x_1^3$, то и его цена уменьшается – $p_1^1 > p_1^2 > p_1^3$

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_1} > 0. \quad (8)$$

Противоположностью для обычных благ являются так называемые товары Гиффена, потребление которых при прочих равных условиях увеличивается с повышением цен. Эффект замещения от изменения цены такого товара

перевешивается действием эффекта дохода. Для обычных товаров характерно снижение потребления при повышении цены. Например, при повышении цен на мясо его потребление уменьшается и вытесняется рыбой, грибами и т.д. Для товаров Гиффена все происходит наоборот. Например, при повышении цен на картофель его приобретение увеличивается. Все товары Гиффена являются малоценными товарами. Они занимают в потребительском бюджете значительное место и для них отсутствует равнозначный заменитель. Примерами товарами Гиффена являются соль, чай, табак и т.д. Повышение цен на определенные виды товара первой необходимости с одновременным повышением их потребления за счёт экономии на других товарах называется парадоксом Гиффена.

На рис. 9 представлен оптимальный выбор потребителя, максимизирующего полезность при фиксированном доходе и понижающейся цене первого блага.

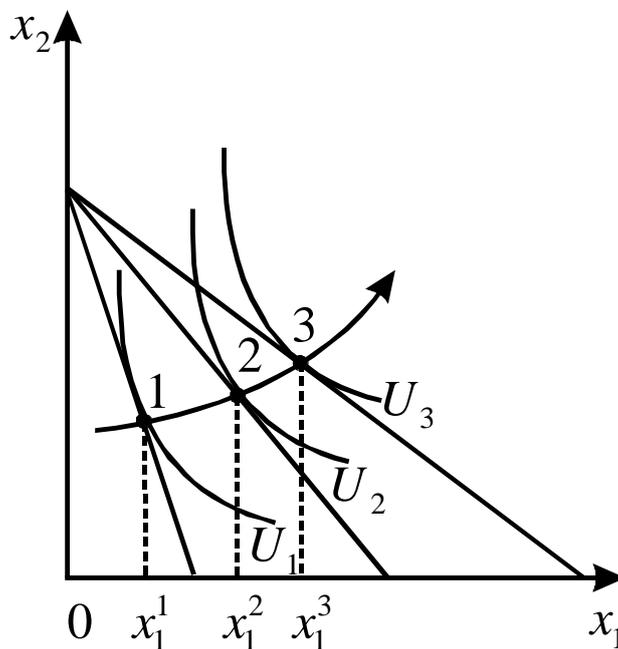


Рис. 9. Оптимальный выбор потребителя, при фиксированном доходе и понижающейся цене первого блага. Кривая «цена – потребление».

Первоначально оптимальный набор соответствовал потреблению первого товара в объеме x_1^1 и находился в точке касания 1 линии бюджетного ограничения и кривой безразличия для уровня полезности U_1 .

Затем, при снижении цены, линия бюджетного ограничения становится более полой, а оптимальный набор соответствующий потреблению первого товара в объеме x_1^2 перемещается в точку касания 2 линии бюджетного ограничения и кривой безразличия для уровня полезности U_2 .

Наконец еще одно снижение цены p_1 делает бюджетную линию ещё более полой, и оптимальный набор соответствующий потреблению первого товара в объеме x_1^3 перемещается в точку касания 3 линии бюджетного ограничения и кривой безразличия для уровня полезности U_3 .

Соединяя точки оптимального выбора 1, 2 и 3 плавной линией, получаем кривую «цена – потребление». Таким образом, кривая «цена – потребление» на рис. 2.28 есть геометрическое место точек соответствующих товарным наборам (x_1, x_2) , максимизирующих полезность потребителя при различных ценах первого товара при неизменном доходе и неизменной цене второго товара.

На рис. 10 изображена кривая некомпенсированного спроса потребителя на первое благо.

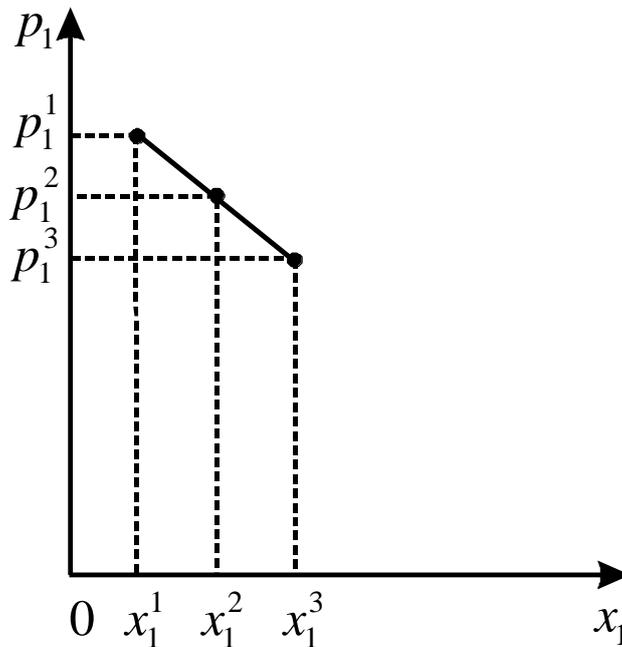


Рис. 10. Кривая некомпенсированного спроса потребителя на первое благо.

На оси абсцисс откладываются значения объемов потребления x_1^1 , x_1^2 и x_1^3 , на оси ординат откладываются соответствующие значения рыночной цены первого блага p_1^1, p_1^2, p_1^3 . Построенная кривая спроса на товар имеет отрицательный наклон.

Кривая некомпенсированного спроса потребителя показывает зависимость между ценой первого товара и величиной спроса на первый товар при неизменном доходе и неизменной цене второго товара.

Отметим основные свойства кривой некомпенсированного спроса потребителя на рис. 10, отражающие её экономический смысл.

1. Каждая точка на кривой некомпенсированного спроса показывает то количество первого блага, которое максимизирует полезность потребителя при каждой возможной цене этого блага.

2. Достижимый уровень полезности изменяется по мере движения вдоль кривой некомпенсированного спроса. Причём, чем ниже цена блага, тем выше уровень полезности, достигаемый потребителем. Исключение составляет

кривая некомпенсированного спроса на благо, являющееся совершенным субститутутом по отношению к другому товару.

3. Номинальный (денежный) доход потребителя не изменяется при движении вдоль кривой некомпенсированного спроса.

3. ЭФФЕКТ ЗАМЕЩЕНИЯ И ЭФФЕКТ ДОХОДА.

Изменения цены товара и изменения дохода потребителя влияют на количество потребляемого блага. При этом, зависимость этого количества от изменения цены является более сложным, чем аналогичная зависимость от изменения дохода. Это связано с тем, что при изменении дохода линия бюджетного ограничения перемещается только параллельно самой себе, а при изменении цены меняется и ее наклон. Следовательно, движение к новому выбору с максимальной полезностью сопровождается не только движением к другой кривой безразличия, но и изменением предельной нормы замещения *MRS*. Таким образом, изменение цен порождает эффект замещения и эффект дохода.

Эффект замещения проявляется следующим образом. Уменьшение цены некоторого товара при постоянстве цен прочих товаров представляет собой снижение относительной цены этого товара. Он дешевле по сравнению со всеми другими товарами. Несмотря на то, что номинальные денежные цены других товаров не меняются, они становятся дороже относительно данного товара. Потребитель стремится заместить относительно подорожавшие блага относительно подешевевшим благом, и спрос на него возрастет. Эффект замещения представляет собой изменение в потреблении товара только в результате изменения его цены по отношению к ценам всех других благ.

Эффект дохода возникает вследствие того, что уменьшение цены некоторого товара приводит к увеличению реального дохода потребителя, и он может купить большее количество любых других благ. Если потребитель ощущает себя богаче в результате снижения цены на малоценное

(инфериорное) благо, а остальные блага являются нормальными, то рост реального дохода может привести к уменьшению спроса на подешевевшее это инфериорное благо. Эффект дохода представляет собой изменение в потреблении товара в ответ на изменение его цены, изменяющей реальный доход потребителя. Потребитель не может оставаться на первоначально кривой безразличия, и должен переместиться на новую кривую безразличия.

Выясним геометрический смысл эффекта замещения и эффекта дохода.

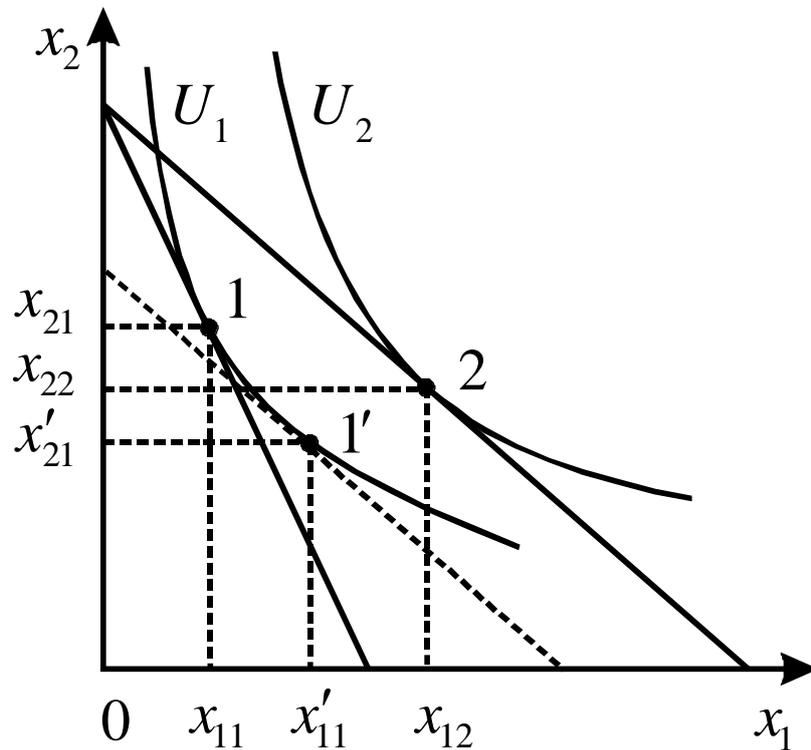


Рис. 11. Геометрический смысл эффекта замещения и эффекта дохода.

Рассмотрим на рис. 11 две кривые безразличия U_1, U_2 и соответствующие линии бюджетного ограничения. Пусть первое благо является нормальным, его цена снижается и потребитель перемещается из точки 1 в точку 2. При этом общее изменение величины спроса на первое благо, вызванное снижением цены этого блага, выражается формулой

$$\Delta x_1 = x_{12} - x_{11}.$$

Выделим на графиках рис. 11 эффект дохода и эффект замещения по методу Хикса, согласно которому эффект замещения состоит в том, что благосостояние потребителя и уровень полезности при изменении цены не улучшилось и не ухудшилось, а осталось прежним.

Перемещение потребителя ($1 \rightarrow 2$) из точки 1 в точку 2 разделим на два этапа. На первом этапе переместим потребителя вдоль кривой безразличия U_1 в точку $1'$, к которой касательная бюджетная линия параллельна бюджетной линии для кривой безразличия U_2 . Такая касательная линия называется компенсированной, или фиктивной, бюджетной линией. На этом этапе перемещения вдоль кривой безразличия U_1 ($1 \rightarrow 1'$) проявляется только эффект замещения. Изменение величины спроса на первое благо, вызванное снижением цены этого блага при перемещении вдоль кривой безразличия U_1 ($1 \rightarrow 1'$), выражается формулой

$$\Delta x_1|_{(1 \rightarrow 1')} = x'_{11} - x_{11}.$$

На втором этапе ($1' \rightarrow 2$) потребитель перемещается из точки с $1'$ кривой безразличия U_1 в точку 2 кривой безразличия U_2 . Здесь изменение величины спроса на первое благо вызвано увеличением реального дохода индивида в результате уменьшения цены блага и выражается формулой

$$\Delta x_1|_{(1' \rightarrow 2)} = x_{12} - x'_{11}.$$

На втором этапе перемещения ($1' \rightarrow 2$) от кривой безразличия U_1 к кривой безразличия U_2 проявляется только эффект дохода. Очевидно, что

$$\Delta x_1 = \Delta x_1|_{(1 \rightarrow 1')} + \Delta x_1|_{(1' \rightarrow 2)} = x_{12} - x_{11}. \quad (9)$$

Для разделения на практике эффекта замещения от эффекта дохода следует высвободившуюся из-за снижения цены у потребителя сумму денег изъять для неизменности уровня его благосостояния. Такое изъятие можно назвать компенсацией со знаком минус.

На рис. 12 показан вариант компенсации для случая роста цены первого блага.

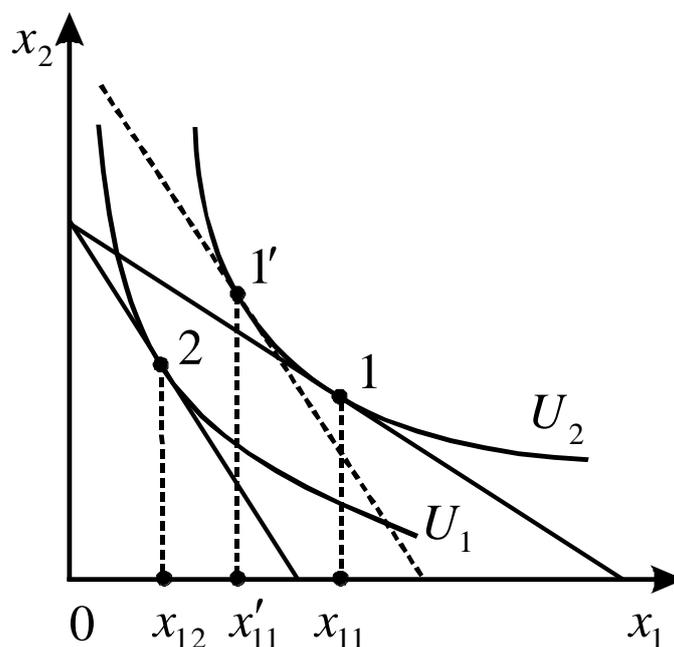


Рис. 12. Геометрический смысл эффекта замещения и эффекта дохода.

Здесь она представляет собой ту сумму денег, которую нужно выдать потребителю, чтобы он остался на прежнем высоком уровне благосостояния U_2 .

Рассмотрим теперь кривые компенсированного спроса.

Для обычных кривых некомпенсированного спроса полезность потребителя изменяется вдоль этих кривых. Действительно, при снижении цены на первое благо, потребитель перемещается на более высокую кривую безразличия, так как номинальный доход потребителя не изменяется. Таким образом, уменьшение цены p_1 улучшает благосостояние потребителя за счёт увеличения реальной покупательной способности денег.

Альтернативный подход основан на неизменности уровня полезности или неизменности реального дохода потребителя. Он выявляет реакцию только на изменение цены p_1 . Геометрический смысл этой ситуации продемонстрирован на рис. 13.

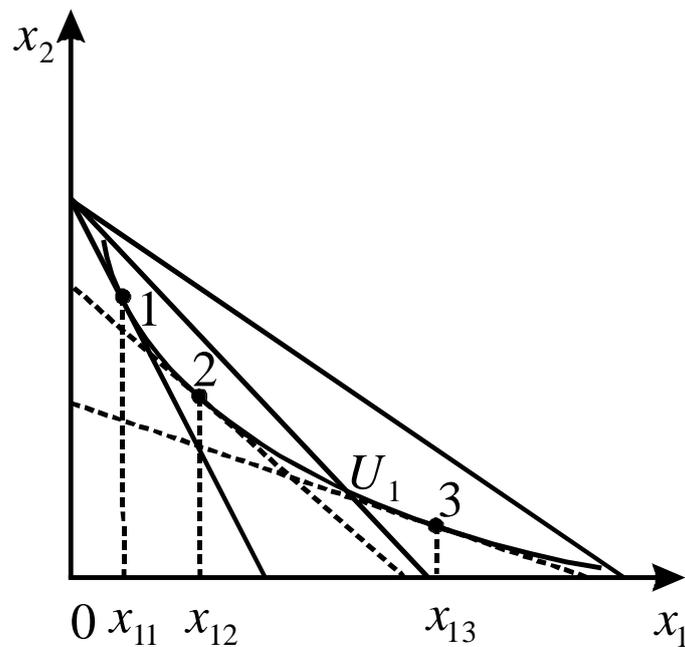


Рис. 13. Реакция на изменение цены первого блага.

Здесь уровень полезности U_1 остается постоянным при снижении цены первого блага. Поскольку p_1 уменьшается, номинальный доход потребителя умышленно урезается, чтобы помешать любому увеличению полезности от происходящего снижения цены. Другими словами, эффект дохода от изменения цены «компенсируется» так, чтобы оставить потребителя на прежнем уровне полезности U_1 . В случае увеличения цены p_1 компенсация будет положительной. Ведь для нахождения потребителя прежней кривой безразличия денежный доход должен возрасти. Таким образом, кривая компенсированного спроса показывает взаимосвязь между ценой блага и количеством этого блага, которое покупается потребителем при данной цене, при условии, что цены других благ и полезность остаются постоянными.

На рис. 14 показана кривая компенсированного спроса.

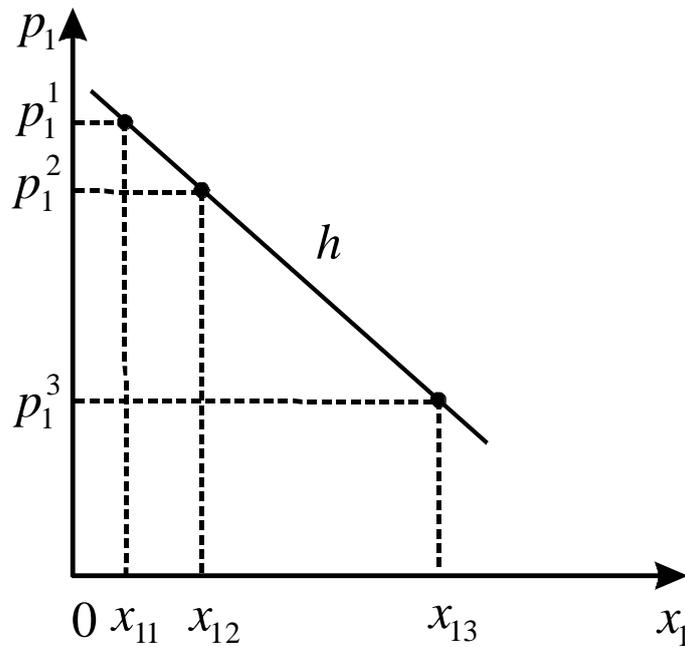


Рис. 14. Кривая компенсированного спроса.

Кривая компенсированного спроса строится следующим образом. Пусть цены первого блага уменьшаются два раза $p_1^1 > p_1^2 > p_1^3$. Это приводит к появлению второй и третьей бюджетных линий. Наклоны бюджетных линий составляют соответственно $\left(-\frac{p_1^1}{p_2}, -\frac{p_1^2}{p_2}, -\frac{p_1^3}{p_2}\right)$. Поскольку $p_2 = const$ и

$p_1^1 > p_1^2 > p_1^3$, то выбранное количество благ составит (x_{11}, x_{12}, x_{13}) , соответственно. На координатной плоскости (x_1, p_1) образуются точки $(x_{11}, p_1^1), (x_{12}, p_1^2), (x_{13}, p_1^3)$. Соединяя эти точки плавной линией, получаем кривую компенсированного спроса, являющуюся решением задачи минимизации расходов потребителя при фиксированном уровне полезности и при изменении цены первого блага.

Таким образом, мы построили график функции компенсированного спроса $x_1^* = H_1(p_1, p_2, U_1)$ при $p_2 = const$ и $U_1 = const$.

Отметим свойства кривой компенсированного спроса.

1. Каждая точка на кривой компенсированного спроса показывает то количество первого блага, которое минимизирует расходы потребителя при достижении им определённого уровня полезности \bar{U} при каждой возможной цене первого блага.

2. Достижимый уровень полезности не меняется по мере движения вдоль кривой компенсированного спроса.

3. Номинальный доход потребителя изменяется. При уменьшении цены у индивида «отбирается» часть денег для сохранения неизменным его реального дохода и уровня полезности. При повышении цены потребителю компенсируется снижение его жизненного уровня для сохранения прежнего уровня полезности.

Напомним, что при движении вдоль кривой некомпенсированного спроса номинальный доход потребителя остаётся неизменным. При этом, однако, изменяется реальный доход потребителя, так как отсутствует эффект компенсации, и увеличение объёма спроса происходит как за счёт эффекта замещения в результате снижения цены, так и за счёт эффекта дохода в результате роста реального дохода. Кривые же компенсированного спроса отражают только эффекты замещения от изменения цен; эффекты дохода здесь отсутствуют.

4. УРАВНЕНИЕ СЛУЦКОГО.

Аналитическое представление эффекта замещения и эффекта дохода может быть представлено в виде уравнения Слуцкого. Перед непосредственным выводом этого уравнения рассмотрим сначала несколько вспомогательных утверждений.

Рассмотрим некоторую целевую функцию с параметром $g(x_1, x_2, a)$ и ограничение $h(x_1, x_2, a) = 0$. Обозначим минимальное значение этой функции при соответствующем ограничении

$$M(a) = \min_{x_1, x_2} g(x_1, x_2, a). \quad (10)$$

Это значение получается путем минимизации функции Лагранжа

$$L = g(x_1, x_2, a) - \lambda \cdot h(x_1, x_2, a),$$

при решении системы уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{\partial g}{\partial x_1} - \lambda \cdot \frac{\partial h}{\partial x_1} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial x_2} = \frac{\partial g}{\partial x_2} - \lambda \cdot \frac{\partial h}{\partial x_2} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = h(x_1, x_2, a) = 0 \end{cases} \quad (11)$$

Решение этой системы определяет функции оптимального выбора $x_1(a), x_2(a)$ и минимальное значение целевой функции

$$M(a) \equiv g(x_1(a), x_2(a), a). \quad (12)$$

Теорема об огибающей.

Доказать, что имеет место соотношение

$$\begin{aligned} \frac{\partial M(a)}{\partial a} &= \frac{\partial L(x_1, x_2, a)}{\partial a} \Big|_{x_i=x_i(a)} = \frac{\partial g(x_1, x_2, a)}{\partial a} \Big|_{x_i=x_i(a)} - \\ &- \lambda \cdot \frac{\partial h(x_1, x_2, a)}{\partial a} \Big|_{x_i=x_i(a)} = 0, \quad (i = 1, 2). \end{aligned} \quad (13)$$

Следует отметить, что частные производные функций вычисляются по параметру a в фиксированной точке оптимального выбора $x_1(a), x_2(a)$.

Доказательство.

Продифференцируем тождество (12) по параметру a

$$\frac{dM}{da} = \frac{\partial g}{\partial x_1} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial a} + \frac{\partial g}{\partial x_2} \cdot \frac{\partial x_2}{\partial a} + \frac{\partial g}{\partial a}. \quad (14)$$

Из первых двух условий системы (11) получаем

$$\begin{cases} \frac{\partial g}{\partial x_1} = \lambda \cdot \frac{\partial h}{\partial x_1} \\ \frac{\partial g}{\partial x_2} = \lambda \cdot \frac{\partial h}{\partial x_2} \end{cases} \quad (15)$$

Подставим формулы (15) в соотношение (14)

$$\frac{dM}{da} = \lambda \cdot \left(\frac{\partial h}{\partial x_1} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial a} + \frac{\partial h}{\partial x_2} \cdot \frac{\partial x_2}{\partial a} \right) + \frac{\partial g}{\partial a}. \quad (16)$$

Очевидно, что функции оптимального выбора должны тождественно удовлетворять условию связи

$$h(x_1(a), x_2(a), a) \equiv 0. \quad (17)$$

Продифференцировав тождество (17) по переменной a , получаем

$$\frac{\partial h}{\partial x_1} \cdot \frac{dx_1}{da} + \frac{\partial h}{\partial x_2} \cdot \frac{dx_2}{da} + \frac{\partial h}{\partial a} \equiv 0. \quad (18)$$

или

$$\frac{\partial h}{\partial x_1} \cdot \frac{dx_1}{da} + \frac{\partial h}{\partial x_2} \cdot \frac{dx_2}{da} = -\frac{\partial h}{\partial a}. \quad (19)$$

Подставляя формулу (19) в соотношение (16), находим

$$\frac{dM}{da} = \frac{\partial g}{\partial a} - \lambda \cdot \frac{\partial h}{\partial a}. \quad (20)$$

Что и требовалось доказать.

Лемма Шепарда.

Если $x_1 = h_1(p_1, p_2, \bar{U})$ представляет собой компенсированный спрос потребителя на первое благо, а функция расходов потребителя $E(p_1, p_2, \bar{U})$ является дифференцируемой и $p_1 > 0$, то

$$x_1 = h_1(p_1, p_2, \bar{U}) = \frac{\partial E(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_1} \quad (21)$$

Доказательство.

Применим теорему об огибающей. В соответствии с ней E представляет собой минимальное значение целевой функции $g(x_1, x_2) = p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2$. Роль переменной a играет цена первого блага p_1 .

Тогда в соотношение (13) принимает вид

$$\frac{\partial E(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial a} = \frac{\partial g(x_1, x_2, p_1)}{\partial p_1} \Big|_{x_i=x_i(p_1)} - \lambda \cdot \frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial p_1} \Big|_{x_i=x_i(p_1)}. \quad (22)$$

Поскольку функция ограничения не зависит от p_1 , то $\frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial p_1} = 0$. С

другой стороны $\frac{\partial g}{\partial p_1} = x_1$. Таким образом,

$$\frac{\partial E(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_1} = x_1 = h_1(p_1, p_2, \bar{U}), \quad (23)$$

при заданном уровне полезности оптимальное количество каждого блага в задаче минимизации расходов потребителя представляет собой значение функции компенсированного спроса при определённой цене этого блага.

Вывод уравнения Слуцкого.

Для вывода уравнения Слуцкого следует использовать принцип двойственности между задачей максимизации полезности при заданном бюджетном ограничении потребительского выбора и задачей минимизации расходов потребителя при заданном уровне полезности.

Поскольку здесь для первой задачи рассматривается изменение цены только первого блага, то понадобится анализ функции некомпенсированного спроса потребителя только на первое благо

$$x_1 = D_1(\mathbf{p}, I) = D_1(p_1, p_2, \dots, p_n, I). \quad (24)$$

Для второй задачи так же рассматривается изменение цены только первого блага, и здесь потребуется анализ функции компенсированного спроса потребителя только на первое благо

$$x_1 = H_1(\mathbf{p}, I) = H_1(p_1, p_2, \dots, p_n, \bar{U}). \quad (25)$$

Для установления связи между косвенной функцией полезности и функцией расходов воспользуемся первыми двумя из тождеств (41) – (44) работы

$$E(\mathbf{p}, V(\mathbf{p}, I)) \equiv I \quad (26)$$

$$H_1(\mathbf{p}, \bar{U}) = D_1(\mathbf{p}, E(\mathbf{p}, \bar{U})) \quad (27)$$

Здесь

$$E = E(\mathbf{p}, \bar{U}) = E(p_1, p_2, \dots, p_n, \bar{U})$$

– функция расходов потребителя.

Продифференцируем уравнение (27) по переменной p_1

$$\frac{\partial H_1(\mathbf{p}, \bar{U})}{\partial p_1} = \frac{\partial D_1(\mathbf{p}, E(\mathbf{p}, \bar{U}))}{\partial p_1} + \frac{\partial D_1(\mathbf{p}, E(\mathbf{p}, \bar{U}))}{\partial E} \cdot \frac{\partial E(\mathbf{p}, \bar{U})}{\partial p_1} \quad (28)$$

Подставим тождество (26) в уравнение (28)

$$\frac{\partial H_1(\mathbf{p}, \bar{U})}{\partial p_1} = \frac{\partial D_1(\mathbf{p}, I)}{\partial p_1} + \frac{\partial D_1(\mathbf{p}, I)}{\partial I} \cdot \frac{\partial E(\mathbf{p}, \bar{U})}{\partial p_1} \quad (29)$$

Подставляя в уравнение (29), в соответствии с леммой Шепарда, соотношение (22), получаем уравнение Слуцкого

$$\frac{\partial D_1(\mathbf{p}, I)}{\partial p_1} = \frac{\partial H_1(\mathbf{p}, \bar{U})}{\partial p_1} - \frac{\partial D_1(\mathbf{p}, I)}{\partial I} \cdot D_1(\mathbf{p}, I) \quad (29)$$

или

$$\frac{\partial x_1(\mathbf{p}, I)}{\partial p_1} = \frac{\partial H_1(\mathbf{p}, \bar{U})}{\partial p_1} - \frac{\partial x_1(\mathbf{p}, I)}{\partial I} \cdot x_1(\mathbf{p}, I) \quad (30)$$

Левая часть уравнения Слуцкого (30) $\frac{\partial x_1(\mathbf{p}, I)}{\partial p_1}$ представляет собой изменение в некомпенсированном спросе потребителя на первое благо при бесконечно малом изменении цены этого блага.

Первое слагаемое правой части уравнения Слуцкого $\frac{\partial H_1(\mathbf{p}, \bar{U})}{\partial p_1}$ представляет собой изменение в компенсированном спросе потребителя на первое благо при бесконечно малом изменении цены этого блага. Поскольку в компенсированном спросе элиминирован эффект дохода это слагаемое отражает в чистом виде эффект замещения. Таким образом, второе слагаемое в правой части уравнения $-\frac{\partial x_1(\mathbf{p}, I)}{\partial I} \cdot x_1(\mathbf{p}, I)$ представляет собой эффект дохода, возникающий при изменении цены.

Анализ уравнения Слуцкого (30) позволяет дать объяснение направлению эффекта замещения и эффекта дохода. Предположим, что цена первого блага снижается. Тогда в результате действия эффекта замещения потребитель сократит потребление этого блага, заменяя его другими, относительно более дешёвыми, товарами и эффект замещения станет отрицательным

$$\frac{\partial H_1(\mathbf{p}, \bar{U})}{\partial p_1} < 0$$

Знак эффекта дохода зависит от того является рассматриваемое благо нормальным или инфериорным.

Если, например, рассматриваемый товар является нормальным благом

$$\frac{\partial x_1}{\partial I} > 0 \Rightarrow \frac{\partial x_1}{\partial I} \cdot x_1 > 0,$$

то эффект дохода как и эффект замещения тоже будет отрицательным

$$-\frac{\partial x_1}{\partial I} \cdot x_1 < 0.$$

Соответственно общее изменение в спросе в результате изменения цены будет тоже отрицательным

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_1} < 0.$$

В этом случае, как показано на рис. 15 кривая некомпенсированного спроса имеет отрицательный наклон.

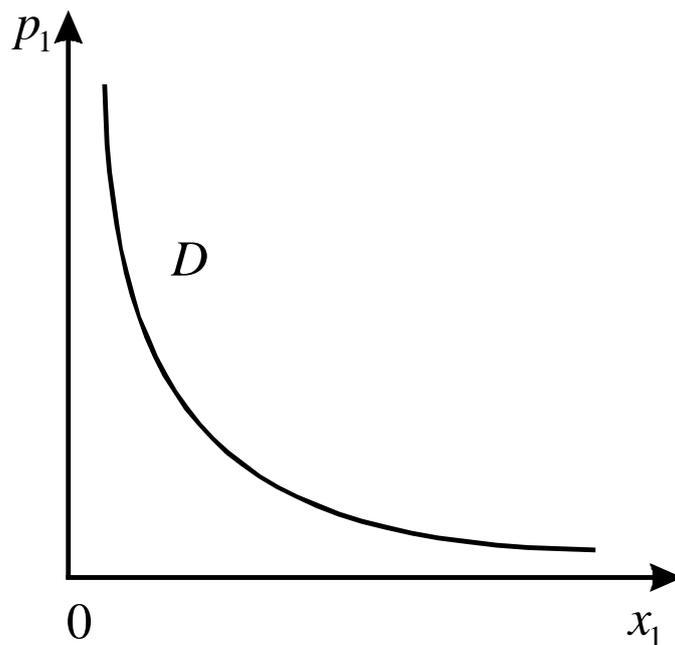


Рис. 15. Кривая некомпенсированного спроса для нормального блага.

Если же рассматриваемый товар является инфериорным благом (товаром низшей категории)

$$\frac{\partial x_1}{\partial I} < 0 \Rightarrow \frac{\partial x_1}{\partial I} \cdot x_1 < 0,$$

то эффект дохода как и эффект замещения тоже будет положительным

$$-\frac{\partial x_1}{\partial I} \cdot x_1 > 0.$$

Следовательно, при понижении цены товара низшей категории потребитель расширяет его потребление в силу действия эффекта замещения, но сокращает потребление этого блага в результате влияния эффекта дохода.

Общее изменение в спросе в результате изменения цены определяется здесь абсолютной величиной разнонаправленных эффектов.

Если эффект замещения по модулю превышает эффект дохода

$$\left| \frac{\partial x_1}{\partial p_1} \right| > \left| - \frac{\partial x_1}{\partial I} \cdot x_1 \right| \Rightarrow \frac{\partial x_1}{\partial p_1} < 0,$$

то закон спроса продолжает действовать и кривая некомпенсированного спроса, показанная на рис. 16 сохраняет, хотя и не такой пологий как в случае с нормальным благом, отрицательный наклон.

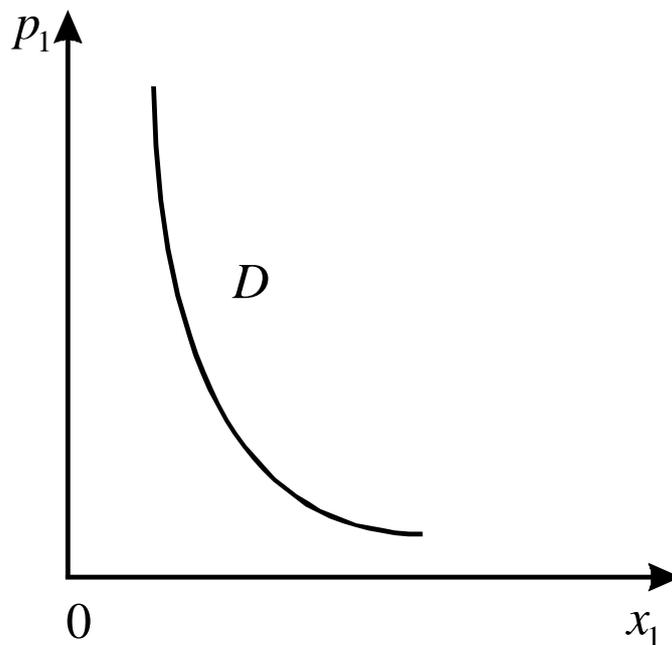


Рис. 16. Кривая некомпенсированного спроса для

инфериорного блага для случая $\frac{\partial x_1}{\partial p_1} < 0$.

Если абсолютные величины эффекта замещения и эффекта дохода совпадают

$$\left| \frac{\partial x_1}{\partial p_1} \right| = \left| - \frac{\partial x_1}{\partial I} \cdot x_1 \right| \Rightarrow \frac{\partial x_1}{\partial p_1} = 0,$$

то спрос потребителя на данное благо в результате изменения его цены не изменяется, закон спроса в этой ситуации не действует, и кривая спроса, как показано на рис. 17 представляет собой вертикальную линию.

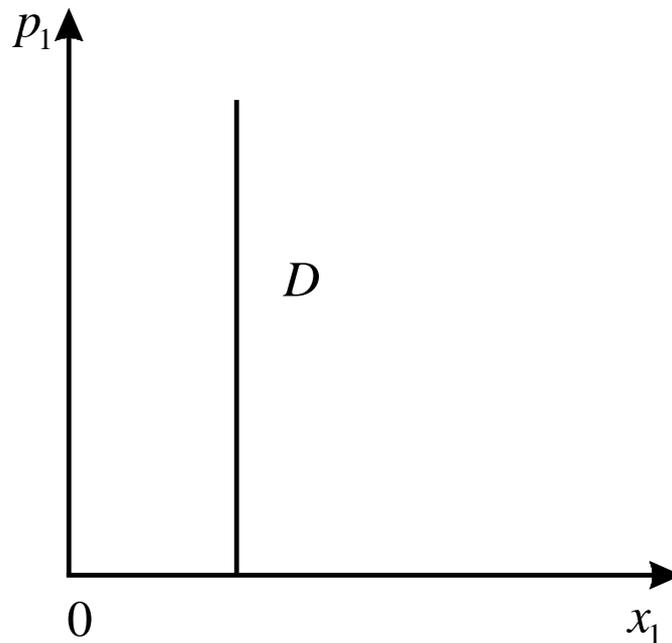


Рис. 17. Кривая некомпенсированного спроса для инферииорного блага для случая $\frac{\partial x_1}{\partial p_1} = 0$.

В реальной экономической практике обычно действует закон спроса и продемонстрированный на рис. 17 случай встречается достаточно редко.

Если эффект замещения по модулю не превышает эффект дохода

$$\left| \frac{\partial x_1}{\partial p_1} \right| < \left| - \frac{\partial x_1}{\partial I} \cdot x_1 \right| \Rightarrow \frac{\partial x_1}{\partial p_1} > 0,$$

то спрос потребителя на инферiorное благо в результате уменьшения его цены сокращается, общее изменение в спросе становится положительным, и кривая некомпенсированного спроса, как показано на рис. 18, имеет положительный наклон.

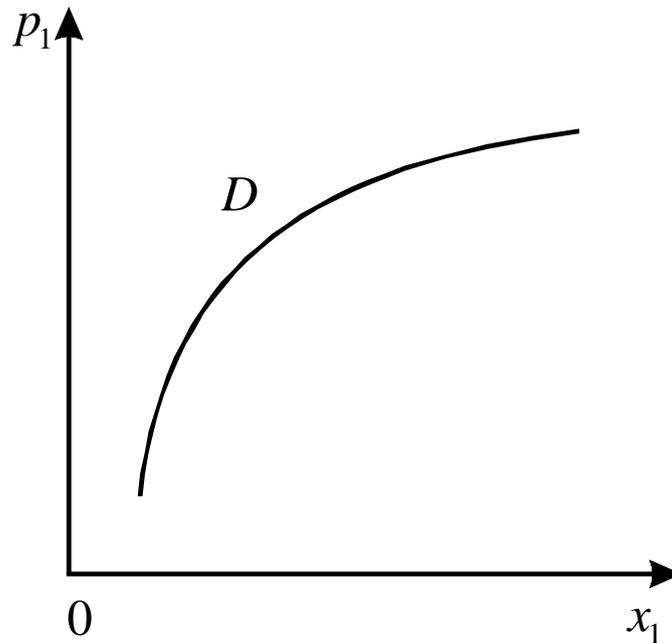


Рис. 18. Кривая некомпенсированного спроса для инферiorного блага для случая $\frac{\partial x_1}{\partial p_1} > 0$.

Ситуация показанная на рис. 18 представляет собой теоретический вариант развития событий и на практике не реализуется.

5. ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ФАКТОРЫ РЫНОЧНОГО СПРОСА

Рассмотрим экономическую ситуацию, в которой фигурируют только два потребителя, потребляющих только два блага X_1 и X_2 . Рассмотрим функции

индивидуального спроса (30), полученные нами при решении задачи максимизации полезности при заданном бюджетном ограничении в работе¹.

Функция индивидуального спроса первого потребителя на товар X_1 имеет вид

$$x_{11} = D_{11}(\mathbf{p}, I_1) = D_{11}(p_1, p_2, I_1). \quad (31)$$

Функция индивидуального спроса второго потребителя на товар X_1 , имеет вид

$$x_{12} = D_{12}(\mathbf{p}, I_2) = D_{12}(p_1, p_2, I_2). \quad (32)$$

Здесь x_{11} и x_{12} представляют собой объемы товара X_1 , запрашиваемого на рынке первым и вторым потребителем, соответственно, p_1 – цена товара X_1 , p_2 – цена товара X_2 , I_1 и I_2 – доходы первого и второго потребителя. Предполагается, что для каждого индивида цены на товар X_1 и цены на товар X_2 одинаковы. Влияние каждого потребителя на рыночные цены исключается.

Очевидно, что общий спрос потребителей на товар X_1 выражается суммой объемов запрашиваемых обоими потребителями благ

$$Q_1 = x_{11} + x_{12} = D_{11}(p_1, p_2, I_1) + D_{12}(p_1, p_2, I_2) \quad (33)$$

или

$$Q_1 = D_1(p_1, p_2, I_1, I_2) \quad (34)$$

¹ Сараев А.Л. Микроэкономика. Основы теории поведения потребителя // Учебное пособие. Самара: СамГУ, 2015. – 72 с.

Если величины p_2, I_1, I_2 считать постоянными, то кривая рыночного спроса $p_1 \sim Q_1$ имеет вид, представленный на рис.19

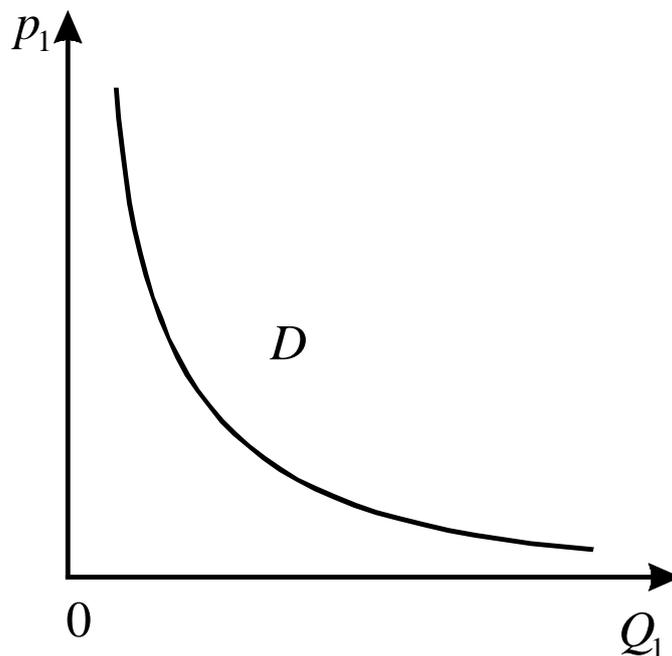


Рис. 19. Кривая рыночного спроса.

Кривая рыночного спроса, который образуется в результате сложения объемов товара, запрашиваемых на рынке каждым отдельным потребителем при каждой возможной цене товара, строится с помощью горизонтального суммирования кривых индивидуального спроса.

На рис. 20 представлен вариант такого построения кривой рыночного спроса для случая, когда кривые индивидуального спроса являются отрезками прямых линий.

Известно, что кривые индивидуального спроса для обычных благ имеют отрицательный наклон. Очевидно, что кривая рыночного спроса интерпретирует обратную зависимость между ценой товара и покупаемым потребителями объемом. Такая обратная зависимость называется законом спроса, согласно которому для высокой цены предъявляется спрос на меньший объем товара, и наоборот, для низкой цены предъявляется спрос на больший объем товара.

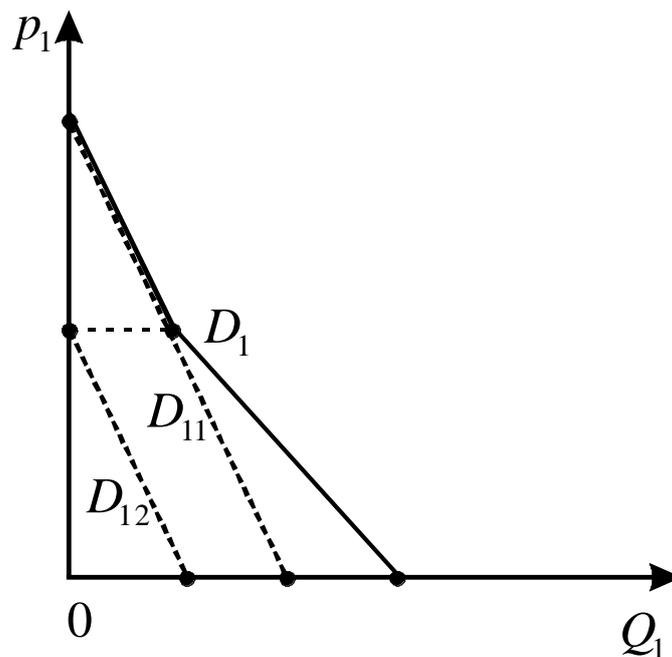


Рис. 20. Горизонтальное суммирование для кривой рыночного спроса.

Изменение объёма спроса может осуществляться при скольжении некоторой точки вдоль кривой спроса или при смещении всей кривой либо вправо (увеличение спроса) либо влево (уменьшение спроса).

В первом случае причиной изменения объёма спроса является изменение цены данного блага.

Во втором случае причиной изменения объёма спроса является не изменение цены данного блага, а изменение других факторов спроса, так называемых, неценовых детерминант спроса. К ним могут быть отнесены вкусы и предпочтения потребителей, число покупателей на рынке, цены на взаимозаменяемые и взаимодополняющие товары, изменения в доходе потребителей, ожидание будущего изменения цен и доходов и т.д.

Например, изменения вкусов, вызванные влиянием моды или рекламы, вызывают сдвиг кривой спроса. Рост спроса на модные товары, увеличение числа покупателей на рынке сдвигают кривую спроса вправо.

Для взаимозаменяемых товаров X_1 и X_2 (например, кукурузное и подсолнечное масло) увеличение цены товара X_2 при неизменной цене товара

X_1 приведет к росту спроса потребителей на товар X_1 и кривая спроса на товар X_1 сдвинется вправо. Если же цена товара X_2 упадет, то кривая спроса на товар X_1 сдвинется влево.

Для взаимодополняющих товаров X_1 и X_2 (например, автомобили и бензин) имеет место обратная ситуация. Снижение цены товара X_2 ведёт к увеличению спроса на товар X_1 , а повышение цены товара X_2 ведёт к сокращению спроса на товар X_1 .

В отношении большинства товаров повышение дохода приводит к увеличению спроса. По мере роста доходов потребители, как правило, покупают больше мясных продуктов, фруктов, бытовой техники, модной одежды, а при снижении доходов спрос на эти товары падает. Товары, спрос на которые изменяется в прямой зависимости от изменения денежного дохода, называются нормальными благами, или товарами высшей категории.

На рис. 21 и рис. 22 показаны сдвиги кривых спроса на нормальное благо при изменении доходов потребителей.

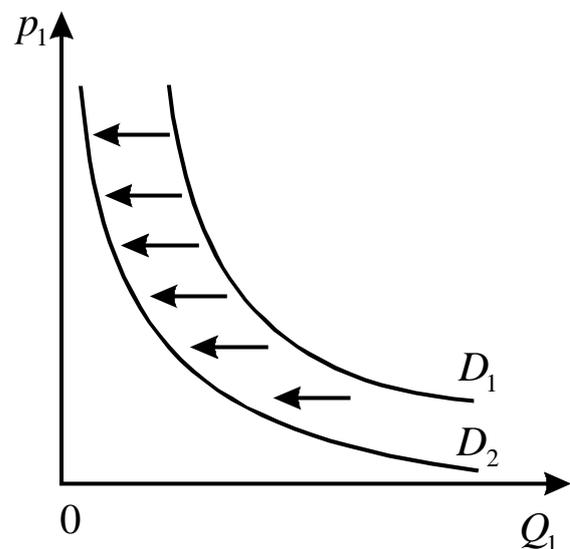
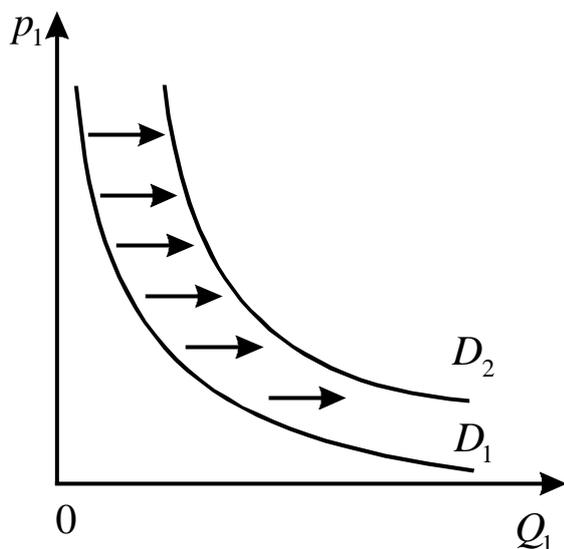


Рис. 21. Возрастание спроса на нормальное благо при увеличении доходов потребителей. Рис. 22. Снижение спроса на нормальное благо при уменьшении доходов потребителей.

На определенную группу товаров спрос, напротив, может уменьшиться с возрастанием доходов потребителей. У потребителей с низким уровнем дохода в пищевом рационе преобладают хлеб, макаронные изделия, крупы, дешёвые овощи. Если существенно увеличить доходы этой группы потребителей, то они переключились бы на покупку дорогих сортов мяса и рыбы, фруктов, кондитерских изделий. Блага, спрос на которые снижается с ростом доходов и увеличивается с уменьшением доходов, называются инфериорными благами, или товарами низшей категории.

На рис. 23 и рис. 24 показаны сдвиги кривых спроса на инфериорное благо при изменении доходов потребителей.

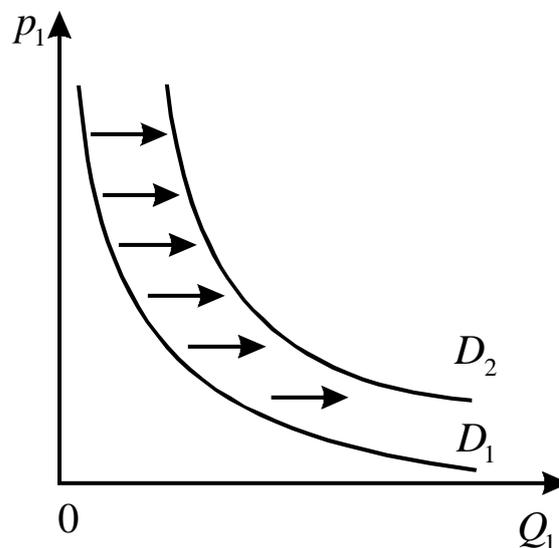
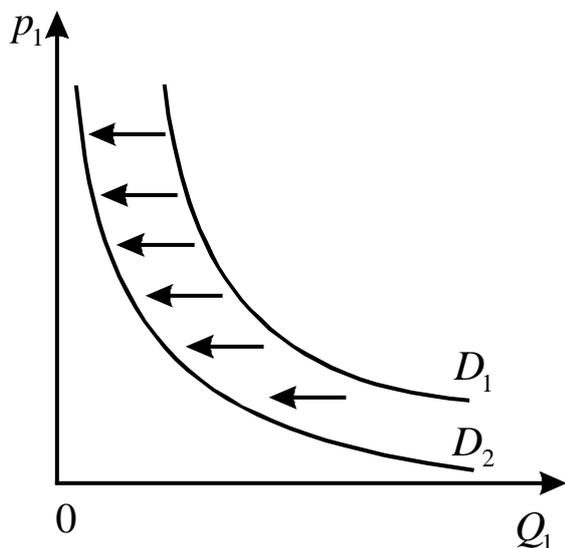


Рис. 23. Снижение спроса на инфериорное благо при увеличении доходов потребителей.

Рис. 24. Возрастание спроса на инфериорное благо при уменьшении доходов потребителей.

Кроме того, существуют товары, которые нельзя отнести ни к нормальным ни инфериорным благам. Эти товары потребитель покупает в одном и том же количестве независимо от величины дохода. К ним можно отнести зубную пасту, туалетную бумагу, авторучки, соль и т.д. Очевидно, что для таких благ кривая спроса не изменит своего положения при изменении доходов потребителей.

6. ЦЕНОВАЯ ЭЛАСТИЧНОСТЬ СПРОСА.

Пусть Q – некоторый объем приобретаемого блага, P – цена этого блага. Обозначим ΔQ – изменение объема спроса, ΔP – изменение цены этого спроса. Эластичностью спроса по цене называется безразмерная величина

$$E_P = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta P}{P}} = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P}{Q}, \quad (35)$$

которая показывает, на сколько процентов изменится спрос, если цена изменится на один процент. Поскольку обычно повышение цены на товар $\Delta P > 0$ приводит к сокращению его спроса $\Delta Q < 0$, то эластичность спроса по цене представляет собой отрицательную величину. Очевидно, что чем меньше приращение цены ΔP , тем точнее будет оценка эластичности спроса.

Предельный переход в формуле (35) при $\Delta P \rightarrow 0$ дает определение точечной эластичности, измеряющей ее значение в каждой точке кривой спроса

$$E_P = \frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q}, \quad (36)$$

К сожалению самое корректное в теоретическом анализе понятие точечной эластичности (36) не всегда возможно применять на практике. Это связано с ограниченной информацией об аналитических представлениях о функции спроса.

Если ценовые изменения невелики, то с успехом применяется формула (35). Если ценовые изменения существенны, то применяется, так называемый, коэффициент дуговой эластичности, оценивающий эластичность спроса в серединной точке

$$E_P = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{\bar{P}}{\bar{Q}}, \quad (37)$$

Здесь $\bar{P} = \frac{P_1 + P_2}{2}$, $\bar{Q} = \frac{Q_1 + Q_2}{2}$, P_1, P_2 – начальная и конечная цены,

Q_1, Q_2 – начальный и конечный объемы спроса.

Спрос считается эластичным, если заданное процентное изменение цены товара приводит к большему процентному изменению его запрашиваемого объема. Например, если снижение цены товара на 2% вызовет рост спроса этого товара на 4%, то такой спрос считается эластичным. Таким образом, величина эластичного спроса удовлетворяет неравенству $-\infty < E_P < -1$.

Спрос считается неэластичным, если заданное процентное изменение цены товара сопровождается относительно меньшим изменением его запрашиваемого объема. Например, если снижение цены товара на 3% приводит к росту объема запрашиваемой продукции на 1%, то такой спрос считается неэластичным. Таким образом, величина неэластичного спроса удовлетворяет неравенству $-1 < E_P < 0$.

Спрос с единичной эластичностью $E_P = -1$ наблюдается, если заданное процентное изменение цены товара приводит к такому же процентному изменению его запрашиваемого объема.

Совершенно неэластичный спрос имеет место тогда, когда объем спроса абсолютно нечувствителен к изменениям цены. При любом увеличении или уменьшении цены товара его объем, покупаемый потребителем, остается неизменным.

На рис. 25 показана кривая совершенно неэластичного спроса, которая представляет собой вертикальную линию.

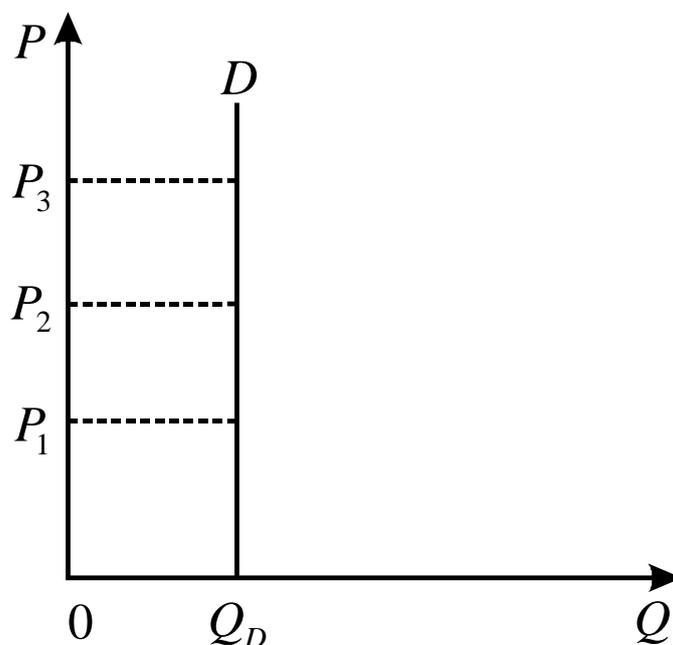


Рис. 25. Кривая совершенно неэластичного спроса.

Эта линия показывает, что при любой рыночной цене потребитель будет покупать одинаковое количество рассматриваемого блага. В этом случае изменение объема спроса не происходит, ($\Delta Q = 0$) и коэффициент ценовой эластичности спроса тоже обращается в нуль ($E_P = 0$).

Примером блага с совершенно неэластичным спросом может служить какой-либо жизненно необходимый лекарственный препарат (например инсулин), отказ от применения которого равносителен летальному исходу.

Совершенно эластичный спрос имеет место, когда цена товара абсолютно не зависит от количества этого товара, которое покупается потребителями.

На рис. 26 показана кривая совершенно эластичного спроса, которая представляет собой горизонтальную линию.

Эта линия показывает, что при определенной рыночной цене P_D потребитель готов купить любое количество рассматриваемого блага. В этом случае изменение цены не происходит, ($\Delta P \rightarrow 0$) и коэффициент ценовой эластичности спроса обращается в бесконечность ($E_P \rightarrow \infty$).

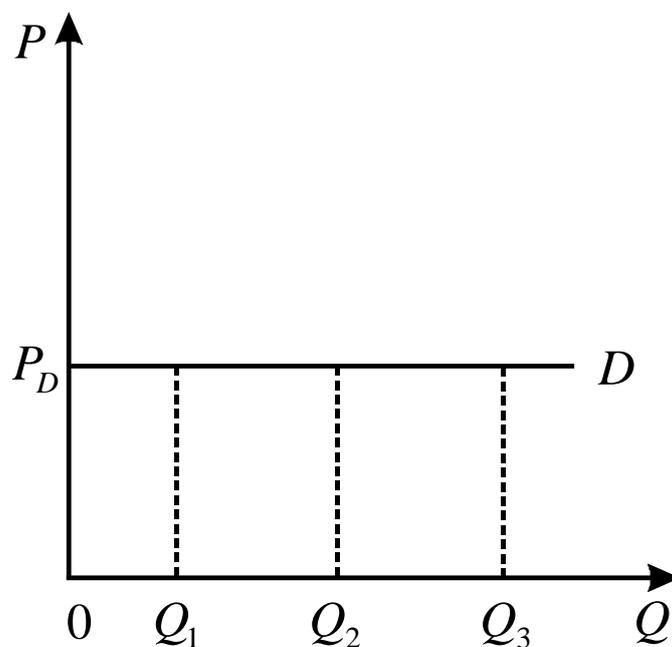


Рис. 26. Кривая совершенно эластичного спроса.

На практике чрезвычайно сложно привести пример блага с совершенно эластичным спросом. В экономической теории совершенно эластичный спрос может характеризовать кривую спроса, с которой сталкивается маленькая конкурентная фирма, работающая на большом по масштабу рынке.

Рассмотрим наиболее часто применяющиеся на практике виды функций спроса. Самой простой функцией спроса является линейная функция

$$Q = a - b \cdot P. \quad (38)$$

Здесь P, Q – цена единицы блага и запрашиваемый объем этого блага, соответственно, $a > 0, b > 0$ – числовые коэффициенты.

На рис. 27 показан график линейной функции (38).

Прямая линия спроса пересекается с осями координат в двух точках

$$(P = 0, Q = a) \text{ и } \left(P = \frac{a}{b}, Q = 0 \right).$$

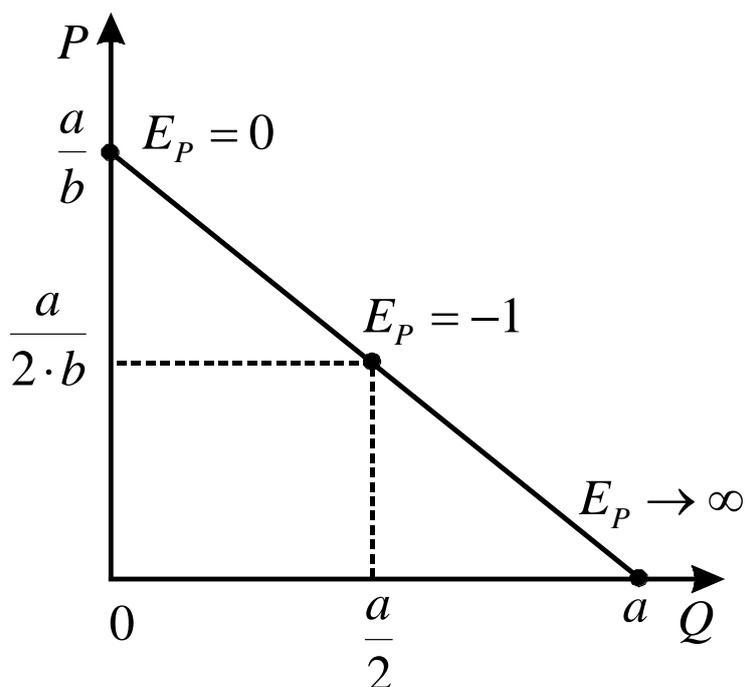


Рис. 27. График линейной функции спроса.

Коэффициент точечной эластичности спроса по цене находится по формуле (36)

$$E_P = \frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q} = -\frac{b \cdot P}{a - b \cdot P}. \quad (39)$$

Формула (39) показывает, что при нулевой цене $P = 0$ коэффициент точечной эластичности тоже обращается в нуль $E_P = 0$ и в этой точке наблюдается совершенно неэластичный спрос.

С другой стороны при нулевом объеме $Q = 0$ коэффициент точечной эластичности тоже обращается в бесконечность $E_P \rightarrow \infty$ и в этой точке наблюдается совершенно эластичный спрос.

Вычислим значение цены, при котором будет наблюдаться единичная эластичность спроса

$$E_P = -\frac{b \cdot P}{a - b \cdot P} = -1. \quad (40)$$

Решая уравнение (40), находим

$$P = \frac{a}{2 \cdot b}.$$

Соответствующая величина спроса определяется выражением

$$Q = \frac{a}{2}.$$

Точка линии спроса с единичной эластичностью $E_P = -1$ соответствует середине отрезка $(0, a)$. Таким образом, интервал $\left(0, \frac{a}{2}\right)$ представляет собой участок эластичного спроса, а интервал $\left(\frac{a}{2}, a\right)$ представляет собой участок неэластичного спроса.

Таким образом, при перемещении вдоль отрезка на рис. 27 коэффициент ценовой эластичности пробегает всевозможные значения интервала $(-\infty, 0)$.

Построим теперь такую функцию спроса, для которой при перемещении вдоль кривой спроса наблюдается постоянное значение коэффициента эластичности. В этом случае величины P, Q должны удовлетворять уравнению

$$E_P = \frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q} = b, \quad (41)$$

Уравнение (2.101) представляет собой дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

$$\frac{dQ}{Q} = b \cdot \frac{dP}{P}.$$

Общее решение этого уравнения имеет вид

$$\ln Q = b \cdot \ln P + \ln a,$$

или

$$Q = a \cdot P^b. \quad (42)$$

Таким образом, функцией спроса с постоянной ценовой эластичностью является степенная функция. Очевидно, что параметры этой функции должны удовлетворять неравенствам $a > 0$ и $b < 0$. Постоянная интегрирования $a > 0$ может быть определена из некоторого начального условия

$$Q_0 = a \cdot P_0^b. \quad (43)$$

Отсюда получаем

$$a = \frac{Q_0}{P_0^b},$$

и функция спроса (42) принимает вид

$$\frac{Q}{Q_0} = \left(\frac{P}{P_0} \right)^b. \quad (44)$$

Установим теперь связь между эластичностью спроса по цене и выручкой (доходом) продавцов.

Выручкой или доходом продавцов R , работающих на некотором отраслевом рынке, является денежная сумма, образованная при продаже определенного объема товара Q по цене единицы товара P .

$$R(P) = P \cdot Q(P). \quad (45)$$

Если с ростом цены доход продавцов увеличивается, то производная функции выручки по цене (45) должна быть положительной

$$\frac{dR(P)}{dP} = Q(P) + P \cdot \frac{dQ(P)}{dP} = Q(P) \cdot \left(1 + \frac{P}{Q(P)} \cdot \frac{dQ(P)}{dP} \right) > 0.$$

Поскольку объем является всегда величиной положительной $Q(P) > 0$, то

$$1 + \frac{P}{Q(P)} \cdot \frac{dQ(P)}{dP} > 0.$$

Отсюда следует

$$E_P = \frac{P}{Q(P)} \cdot \frac{dQ(P)}{dP} > -1.$$

Таким образом, выручка продавцов возрастает с ростом цены только в том случае, если спрос на товар является неэластичным по цене.

В самом деле, даже при очень значительном повышении цены на товары неэластичного спроса (соль, мыло, детское питание и т.д.) потребители сократят покупку данных товаров лишь незначительно. Увеличение выручки от роста цены превзойдет снижение выручки от сокращения объема продаж. Если же цена на товары неэластичного спроса понизится, то уменьшится и общая выручка. Товары неэластичного спроса потребители всегда покупают при любых ценах в нужном количестве. Существенное удешевление этих благ увеличит их покупки незначительно.

Если с ростом цены доход продавцов уменьшается, то производная функции выручки по цене (45) должна быть отрицательной

$$\frac{dR(P)}{dP} = Q(P) + P \cdot \frac{dQ(P)}{dP} = Q(P) \cdot \left(1 + \frac{P}{Q(P)} \cdot \frac{dQ(P)}{dP} \right) < 0.$$

Поскольку объем является всегда величиной положительной $Q(P) > 0$, то

$$1 + \frac{P}{Q(P)} \cdot \frac{dQ(P)}{dP} < 0.$$

Отсюда следует

$$E_P = \frac{P}{Q(P)} \cdot \frac{dQ(P)}{dP} < -1.$$

Таким образом, выручка продавцов уменьшается с ростом цены только в том случае, если спрос на товар является эластичным по цене.

Здесь повышение цены приведёт к сокращению общей выручки, так как ее прирост, вызванный ростом цены единицы продукции, меньше, чем потеря выручки, связанная со снижением объема продаж. Снижение цены приведет к росту общей выручки, так как даже при меньшей цене, уплачиваемой за единицу продукции, прирост продаж оказывается более чем достаточным для компенсации потерь от снижения цены.

Максимальный доход продавцов соответствует ситуации, при производная функции выручки по цене (45) равна нулю

$$\frac{dR(P)}{dP} = Q(P) + P \cdot \frac{dQ(P)}{dP} = Q(P) \cdot \left(1 + \frac{P}{Q(P)} \cdot \frac{dQ(P)}{dP} \right) = 0.$$

Поскольку объем является всегда величиной положительной $Q(P) > 0$, то

$$1 + \frac{P}{Q(P)} \cdot \frac{dQ(P)}{dP} = 0.$$

Отсюда следует

$$E_P = \frac{P}{Q(P)} \cdot \frac{dQ(P)}{dP} = -1.$$

Таким образом, максимальная выручка продавцов реализуется только в том случае, если коэффициент эластичности $E_P = -1$.

Следует отметить, что полученные результаты могут быть отнесены не только к доходам продавцов, но к расходам покупателей. Продавцы на рассматриваемом отраслевом рынке могут выручить ровно столько денег от продажи своего товара, сколько покупатели затратят на его покупку.

7. ПЕРЕКРЕСТНАЯ ЭЛАСТИЧНОСТЬ СПРОСА.

Рыночный спрос на многие товары определяется не только их объемом и ценами, но и объемами и ценами некоторых других товаров. Такого рода товары называются сопряженными благами. Среди таких благ можно выделить взаимозаменяемые в потреблении друг друга товары (товары-субституты), и, взаимодополняющие друг друга в потреблении товары (товары-комплементы).

Перекрестная эластичность спроса позволяет оценить, на сколько процентов изменится запрашиваемое количество товара X_1 в результате однопроцентного изменения цены товара X_2 .

Пусть Q_1 – некоторый объем товара X_1 , P_2 – цена некоторого объема товара X_2 . Обозначим ΔQ_1 – изменение объема спроса товара X_1 , ΔP_2 – изменение цены объема товара X_2 . Коэффициентом перекрестной эластичности по цене называется безразмерная величина

$$E_{P_2}^1 = \frac{\frac{\Delta Q_1}{Q_1}}{\frac{\Delta P_2}{P_2}} = \frac{\Delta Q_1}{\Delta P_2} \cdot \frac{P_2}{Q_1}, \quad (46)$$

которая показывает, на сколько процентов изменится запрашиваемое количество товара X_1 , если цена товара X_2 изменится на один процент.

Формула (2.106) определяет коэффициент перекрестной эластичности в среднем на интервале $(P_2, P_2 + \Delta P_2)$. Предельный переход в формуле (46) при $\Delta P_2 \rightarrow 0$ дает точечный коэффициент перекрестной эластичности

$$E_{P_2}^1 = \lim_{\Delta P_2 \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta Q_1}{\Delta P_2} \cdot \frac{P_2}{Q_1} \right) = \frac{\partial Q_1}{\partial P_2} \cdot \frac{P_2}{Q_1}, \quad (47)$$

Коэффициент точечной перекрестной эластичности (2.107) применяется только тогда, когда известна функциональная зависимость величины спроса на товар X_1 от цены товара X_2 .

Если функция спроса не задана, а приращения цен и объемов благ являются малыми величинами, то целесообразно использовать формулу (46).

Для значительных изменений приращения цен и объемов благ применяется показатель дуговой эластичности

$$E_{P_2}^1 = \frac{\Delta Q_1}{\Delta P_2} \cdot \frac{P_2 + \frac{\Delta P_2}{2}}{Q_1 + \frac{\Delta Q_1}{2}}, \quad (48)$$

Легко видеть, что для взаимозаменяемых товаров X_1 и X_2 коэффициент перекрестной эластичности $E_{P_2}^1$ является положительной величиной. В самом деле, если увеличить цену на товар X_2 ($\Delta P_2 > 0$) и не изменять цену на товар X_1 , то объем потребления блага X_1 возрастет ($\Delta Q_1 > 0$). Отношение $\frac{\Delta Q_1}{\Delta P_2} > 0$ становится положительным, величины $(P_2 > 0, Q_1 > 0)$ всегда принимают положительные значения и, таким образом, коэффициент перекрестной эластичности $E_{P_2}^1 > 0$ действительно является положительной величиной. Если же уменьшить цену на товар X_2 ($\Delta P_2 < 0$) и не изменять цену на товар X_1 , то объем потребления блага X_1 упадет ($\Delta Q_1 < 0$). Отношение $\frac{\Delta Q_1}{\Delta P_2} > 0$ останется положительным, величины $(P_2 > 0, Q_1 > 0)$ всегда принимают положительные значения и, таким образом, коэффициент перекрестной эластичности $E_{P_2}^1 > 0$ снова окажется положительной величиной.

Совершенно аналогично можно показать, что для взаимодополняющих благ коэффициент перекрёстной эластичности спроса представляет отрицательную величину $E_{P_2}^1 < 0$, поскольку в этом случае изменение цены и изменение спроса разнонаправлены ($\Delta P_2 > 0, \Delta Q_1 < 0$) или ($\Delta P_2 < 0, \Delta Q_1 > 0$).

Значение абсолютной величины коэффициента перекрёстной эластичности тем больше, чем больше взаимодополняемость рассматриваемых двух благ. Значение абсолютной величины коэффициента перекрёстной эластичности тем больше, чем больше взаимозаменяемость рассматриваемых двух благ.

Коэффициент перекрёстной эластичности равен нулю $E_{P_2}^1 = 0$ только в том случае, если рассматриваемые товары никак не связаны между собой в потреблении.

Примером такой пары товаров может служить ювелирные изделия и овощи.

Коэффициент перекрёстной эластичности спроса имеет важную практическую значимость. Его прогнозирование помогает осуществлять тщательное планирование производственной и рыночной деятельности.

Например, известно, что электроэнергия и газ являются взаимодополняющими благами. Если экономические расчеты дают прогноз значительного повышения цен на природный газ, то следует ожидать увеличение спроса на электроэнергию.

8 ЭЛАСТИЧНОСТЬ СПРОСА ПО ДОХОДУ.

Пусть Q – некоторый объем приобретаемого потребителем блага, I – доход этого потребителя. Обозначим ΔQ – изменение объема спроса, ΔI – изменение дохода потребителя. Коэффициентом эластичности спроса по доходу или просто эластичностью спроса по доходу называется безразмерная величина

$$E_I = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta I}{I}} = \frac{\Delta Q}{\Delta I} \cdot \frac{I}{Q}, \quad (49)$$

которая показывает, на сколько процентов изменится объем запрашиваемого товара в результате однопроцентного изменения величины дохода.

Поскольку обычно повышение цены на товар $\Delta P > 0$ приводит к сокращению его спроса $\Delta Q < 0$, то эластичность спроса по цене представляет собой отрицательную величину. Очевидно, что чем меньше приращение цены ΔP , тем точнее будет оценка эластичности спроса.

Предельный переход $\Delta P \rightarrow 0$ в формуле (49) приводит к понятию точечной эластичности, измеряющей ее значение в каждой точке кривой спроса

$$E_I = \frac{dQ}{dI} \cdot \frac{I}{Q}, \quad (50)$$

Как и в случае с эластичностью по цене следует отметить, что самое корректное в теоретическом анализе понятие точечной эластичности по доходу (50) не всегда возможно применять на практике, поскольку ограниченной информацией о виде функции спроса часто ограничена.

Для незначительных колебаний спроса и дохода в окрестности некоторой точки кривой Энгеля удобно использовать формулу (49).

Для существенных изменений дохода и объема запрашиваемого товара обычно используют показатель дуговой эластичности, оценивающий эластичность спроса в серединной точке

$$E_I = \frac{\Delta Q}{\Delta I} \cdot \frac{\bar{I}}{\bar{Q}}, \quad (51)$$

Здесь $\bar{I} = \frac{I_1 + I_2}{2}$, $\bar{Q} = \frac{Q_1 + Q_2}{2}$, I_1, I_2 – начальный и конечный доходы,

Q_1, Q_2 – начальный и конечный объемы спроса.

Знак коэффициента эластичности по доходу определяется свойством благ, которые он описывает.

Для нормальных благ показатель эластичности спроса по доходу всегда больше нуля, так как увеличение дохода при прочих равных условиях сопровождается увеличением объема покупок товара высшей категории.

В самом деле, если $\Delta Q > 0$, то $\Delta I > 0$ и $E_I > 0$. Если же доход будет уменьшаться $\Delta I < 0$, то на нормальное благо будет падать и спрос $\Delta Q < 0$ и снова $E_I > 0$.

Для товаров низшей категории коэффициент эластичности, напротив, будет величиной отрицательной. Это связано с тем, что изменения величин дохода и спроса происходят здесь в противоположном направлении. Увеличение дохода $\Delta I > 0$ приведёт к сокращению спроса $\Delta Q < 0$ и $E_I < 0$.

Если потребление товара не чувствительно к любому изменению дохода, то коэффициент эластичности спроса по доходу будет равен нулю. В самом деле, если $\Delta Q = 0$ для любого изменения дохода $\Delta I > 0$ или $\Delta I < 0$, то $E_I = 0$. Такой случай соответствует вертикальной кривой Энгеля.

Понятие эластичности спроса по доходу является весьма полезным механизмом для выявления существенного различия между предметами роскоши и предметам первой необходимости. Обе эти категории товаров относятся к нормальным благам.

Доля потребительских расходов на предметы роскоши увеличивается с ростом дохода, а доля потребительских расходов на предметы первой необходимости с ростом дохода уменьшается.

Таким образом подтверждается наблюдение, что богатые люди тратят больше своих доходов на предметы роскоши, чем бедные; а бедные тратят

большую часть своих доходов на предметы первой необходимости, чем богатые.

9. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Задача 1.

Нарисуйте кривые «цена – потребление» и кривые некомпенсированного спроса для пары благ, являющихся совершенными субститутами, и для пары благ, являющихся совершенными компонентами.

Задача 2.

Представьте на графике декомпозицию по Хиксу и объясните ее экономический смысл для двух благ, являющихся совершенными компонентами.

Задача 3.

Представьте на графике декомпозицию по Хиксу и объясните ее экономический смысл для двух благ, являющихся совершенными субститутами.

Задача 4.

Представьте на графике декомпозицию по Хиксу и объясните ее экономический смысл для двух благ, описываемых квазилинейными предпочтениями.

Задача 5.

Доказать, что для предметов первой необходимости коэффициент эластичности спроса по доходу удовлетворяет неравенству $0 < E_I < 1$.

Задача 6.

Доказать, что для предметов роскоши коэффициент эластичности спроса по доходу больше единицы $E_I > 1$.

Задача 7.

Доказать, что для функций спроса порождаемых функцией полезности Кобба-Дугласа, коэффициент эластичности спроса по доходу равен единице $E_I = 1$.

Задача 8.

Построить линии «цена–потребление», если функция полезности задана формулой

$$U(X, Y) = X \cdot Y,$$

доход потребителя составляет $I = 100$ денежных единиц, а цена $P_Y = 10$ денежных единиц.

Задача 9.

Построить линии «цена–потребление», если функция полезности задана формулой

$$U(X, Y) = X \cdot (Y + 10),$$

доход потребителя составляет $I = 100$ денежных единиц, а цена $P_Y = 5$ денежных единиц.

Задача 10.

Построить линии «цена–потребление», если функция полезности задана формулой

$$U(X, Y) = \sqrt{X \cdot Y},$$

доход потребителя составляет $I = 100$ денежных единиц, а цена $P_Y = 2$ денежные единицы.

Задача 11.

При ценах $P_X = 4$ и $P_Y = 5$ уравнение линии «доход–потребление» потребителя имеет вид

$$Y = 2 \cdot X + 5,$$

Определить количество блага X , приобретаемое потребителем при бюджете $I = 333$.

Задача 12.

При ценах $P_X = 2$ и $P_Y = 1$ уравнение линии «доход–потребление» потребителя имеет вид

$$Y = 0,2 \cdot X^2,$$

Определить на сколько единиц потребитель изменит приобретение каждого блага при увеличении его бюджета с $I = 120$ денежных единиц до $I = 240$ денежных единиц.

Задача 13.

При ценах $P_X = 1$ и $P_Y = 2$ уравнение линии «доход–потребление» потребителя имеет вид

$$Y = 0,1 \cdot X^2,$$

Определить на сколько единиц потребитель изменит приобретение каждого блага при увеличении его бюджета с $I = 100$ денежных единиц до $I = 150$ денежных единиц.

Задача 14.

Спрос потребитель на благо отображается функцией

$$Q^D = 60 - 3 \cdot P.$$

После снижения своего дохода потребитель при любой цене стал покупать на шесть единиц блага меньше. Определить цену, при которой потребитель покупал бы 21 единицу блага.

Задача 15.

Бюджет потребитель равен $I = 200$ денежных единиц. Если при цене $P_Y = 5$ меняется цена блага X , то уравнение линии «цена–потребление» отображается формулой

$$Y = X + 4,$$

Определить количество блага Y , которое будет приобретать потребитель при цене $P_X = 4$.

Задача 16.

Бюджет потребителя равен $I = 120$ денежных единиц. При цене $P_Y = 2$ уравнение линии «цена–потребление» имеет вид

$$Y = 0,1 \cdot X^2,$$

Определить на сколько единиц потребитель изменит приобретение каждого блага при повышении цены блага X с $P_X = 1$ денежных единиц до $P_X = 8$ денежных единиц.

Задача 17.

Бюджет потребителя равен $I = 120$ денежных единиц. При цене $P_Y = 4$ уравнение линии «цена–потребление» имеет вид

$$Y = 0,5 \cdot X,$$

Определить на сколько единиц потребитель изменит приобретение каждого блага при снижении цены блага X с $P_X = 1$ денежных единиц до $P_X = 0,5$ денежных единиц.

Задача 18.

Построить линию «доход-потребление», если $P_X = 5$ денежных единиц и $P_Y = 5$ денежных единиц, а функция полезности задана формулой

$$U(X, Y) = X \cdot Y.$$

Задача 19.

Построить линию «доход-потребление», если $P_X = 5$ денежных единиц и $P_Y = 5$ денежных единиц, а функция полезности задана формулой

$$U(X, Y) = (X + 10) \cdot Y.$$

Задача 20.

Построить линию «доход-потребление», если $P_X = 2$ денежных единиц и $P_Y = 5$ денежных единиц, а функция полезности задана формулой

$$U(X, Y) = 5 \cdot X + 4 \cdot Y.$$

Задача 21.

Функция полезности потребителя имеет вид

$$U(X, Y) = X \cdot Y.$$

Его бюджет равен $I = 140$ денежных единиц, а цены равны $P_X = 7$ денежных единиц и $P_Y = 20$ денежных единиц. Определить равновесную (оптимальную) структуру покупок потребителя.

Задача 22.

Функция полезности потребителя имеет вид

$$U(X, Y) = X \cdot Y.$$

Его бюджет равен $I = 140$ денежных единиц, а цены равны $P_X = 7$ денежных единиц и $P_Y = 20$ денежных единиц. Определить функцию спроса потребителя на благо Y , если цена $P_X = 7$ остается неизменной.

Задача 23.

Функция полезности потребителя имеет вид

$$U(X, Y) = X \cdot Y.$$

Его бюджет равен $I = 140$ денежных единиц, а цены равны $P_X = 7$ денежных единиц и $P_Y = 20$ денежных единиц. Определить эффект дохода и эффект замены при снижении цены $P_Y = 20$ денежных единиц до цены $P_Y = 5$ денежных единиц по Хиксу.

Задача 24.

Функция полезности потребителя имеет вид

$$U(X, Y) = X \cdot Y.$$

Определить количество приобретаемых потребителем товаров X и Y при доходе $I = 140$ денежных единиц и ценах $P_X = 7$ денежных единиц и $P_Y = 20$ денежных единиц. Построить на графике точку оптимума.

Задача 25.

Функция полезности потребителя имеет вид

$$U(X, Y) = X \cdot Y.$$

Найти количество товаров X и Y , соответствующих максимуму полезности потребителя, если цена товара Y возрастет до $P_Y = 40$ денежных единиц.

Задача 26.

Функция полезности потребителя имеет вид

$$U(X, Y) = X \cdot Y.$$

Определить величину эффекта замены по Хиксу и по Слуцкому, эффекта дохода и общего эффекта изменения цены, если цена товара Y возрастет до $P_Y = 40$ денежных единиц.

Задача 27.

Функция полезности потребителя имеет вид

$$U(X, Y) = X \cdot Y.$$

Определить компенсирующее и эквивалентное изменение дохода.

Задача 28.

Определить графически эффект дохода, эффект замены и общий эффект изменения цены если товар X – нормальный, X и Y дополняют друг друга в потреблении, цена X снизилась.

Задача 29.

Определить графически эффект дохода, эффект замены и общий эффект изменения цены если товар Y – нормальный, X и Y являются взаимозаменяемыми благами, цена Y увеличилась.

Задача 30.

Определить графически эффект дохода, эффект замены и общий эффект изменения цены если товар X – низшего качества, X и Y дополняют друг друга в потреблении, цена X снизилась.

Задача 31.

Определить графически эффект дохода, эффект замены и общий эффект изменения цены если товар Y – низшего качества, X и Y являются независимыми благами, цена Y увеличилась.

Задача 32.

Определить графически эффект дохода, эффект замены и общий эффект изменения цены если товар X является товаром Гиффена, X и Y являются взаимозаменяемыми благами, цена X возросла.

Задача 33.

Определить графически эффект дохода, эффект замены и общий эффект изменения цены если товар X является товаром Гиффена, X и Y являются взаимодополняемыми благами, цена X возросла.

Задача 34.

Функция полезности потребителя имеет вид

$$U(X, Y) = (X + 5)^{0,5} \cdot (Y + 9)^{0,25}.$$

Его бюджет равен $I = 120$ денежных единиц, а цены благ равны $P_X = 3$ денежных единиц и $P_Y = 1$ денежных единиц. Определить сколько единиц каждого блага купит потребитель.

Задача 35.

Функция полезности потребителя имеет вид

$$U(X, Y) = (X + 5)^{0,5} \cdot (Y + 9)^{0,25}.$$

Его бюджет равен $I = 120$ денежных единиц, а цены благ равны $P_X = 3$ денежных единиц и $P_Y = 1$ денежных единиц. Определить сколько единиц каждого блага купит потребитель в случае уменьшения его бюджета до $I = 0$, и снижения цены блага с $P_Y = 1$ до $P_Y = 0,5$.

Задача 36.

Функция полезности потребителя имеет вид

$$U(X, Y) = (X + 5)^{0,5} \cdot (Y + 9)^{0,25}.$$

Его бюджет равен $I = 120$ денежных единиц, а цены благ равны $P_X = 3$ денежных единиц и $P_Y = 1$ денежных единиц. Определить сколько единиц каждого блага купит потребитель в случае снижения цены блага с $P_Y = 1$ до $P_Y = 0,5$ под воздействием эффекта замены и без учета эффекта дохода.

Задача 37.

Функция полезности потребителя имеет вид

$$U(X, Y) = (X + 5)^{0,5} \cdot (Y + 9)^{0,25}.$$

Его бюджет равен $I = 120$ денежных единиц, а цены благ равны $P_X = 3$ денежных единиц и $P_Y = 1$ денежных единиц. Определить компенсирующее

изменение бюджета потребителя в случае снижения цены блага с $P_Y = 1$ до $P_Y = 0,5$.

Задача 38.

Функция полезности потребителя имеет вид

$$U(X, Y) = (X + 5)^{0,5} \cdot (Y + 9)^{0,25}.$$

Его бюджет равен $I = 120$ денежных единиц, а цены благ равны $P_X = 3$ денежных единиц и $P_Y = 1$ денежных единиц. Определить коэффициент перекрестной эластичности спроса на благо X при исходных значениях бюджета и цен. Определить, являются товары X и Y для данного потребителя взаимозаменяемыми или взаимодополняемыми.

Задача 39.

Функция полезности потребителя имеет вид

$$U(X, Y) = (X + 5)^{0,5} \cdot (Y + 9)^{0,25}.$$

Его бюджет равен $I = 120$ денежных единиц, а цены благ равны $P_X = 3$ денежных единиц и $P_Y = 1$ денежных единиц. Определить коэффициент эластичности спроса на благо Y по бюджету при исходных значениях бюджета и цен.

Задача 40.

Функция спроса на благо имеет вид

$$Q = 9 - 2 \cdot P.$$

Эффект замены при росте цены товара с $P_Q = 2$ денежных единиц до $P_Q = 3$ денежных единиц составляет $(-0,75)$. Определить эффект дохода.

Задача 40.

Уравнение кривой Энгеля, выражающей зависимость объема спроса потребителя на картофель от его бюджета при неизменных ценах, имеет вид

$$Q = \frac{100 \cdot I^2}{(I + 10)^3}.$$

Определить размер бюджета потребителя, при котором он стал бы относить картофель к некачественным благам.

Задача 41.

Уравнение кривой Энгеля, выражающей зависимость объема спроса потребителя на маргарин от его бюджета при неизменных ценах, имеет вид

$$Q_M = 10 \cdot I - 0,25 \cdot I^2.$$

Определить размер бюджета потребителя, при котором он стал бы относить маргарин к некачественным благам.

Задача 42.

Функция полезности потребителя имеет вид

$$U(X, Y) = X \cdot Y.$$

Цены благ равны $P_X = 10$ денежных единиц и $P_Y = 1$ денежных единиц. Записать уравнения кривой Энгеля для товара X при уровнях дохода $I_1 = 100$ денежных единиц, $I_2 = 200$ денежных единиц, $I_3 = 300$ денежных единиц.

Задача 42.

Табличная функция спроса на товар X имеет вид

Цена (денежная единица за единицу товара)	Объем спроса (единицы товара)
1	18
2	11
3	10
4	8
5	2

Определить коэффициенты эластичности спроса по цене на трех участках $[1,2]$; $[3,4]$ и $[4,5]$.

Задача 43.

Эластичность спроса населения на данный товар по цене равна $(-0,15)$, по доходу $(+0,5)$. В предстоящем периоде доходы населения увеличатся на 5% , а цена данного товара возрастет на 10% . Найти изменения объема спроса на данный товар.

Задача 44.

Определить коэффициент прямой эластичности спроса по цене, если известно, что при цене 200 денежных единиц объем спроса на данный товар

составляет 40 000 шт., а при цене 600 денежных единиц составляет 30 000 шт.

Задача 45.

Определите коэффициент эластичности спроса по доходу, если известно, что при доходе 200 денежных единиц в месяц объем спроса на данный товар составит 10 кг, а при доходе 300 денежных единиц объем спроса на данный товар составит 18 кг в месяц.

Задача 46.

Потребитель потребляет только два вида товаров X и Y . Определить направление смещения кривой спроса на товар Y в результате повышения цены товара X , если спрос на товар X является неэластичным по цене.

Задача 47.

Функция спроса на товар X имеет вид

$$Q_{DX} = 100 - 2 \cdot P_X + 0,8 \cdot P_Y.$$

Цена товара $P_X = 10$ денежных единиц, цена товара $P_Y = 1$ денежных единиц. Определить коэффициенты прямой и перекрестной эластичности спроса по цене на товар X .

Задача 48.

Функция спроса на товар X имеет вид

$$Q_{DX} = 50 - 4 \cdot P_X + 0,8 \cdot P_Y.$$

Цена товара $P_X = 5$ денежных единиц, цена товара $P_Y = 10$ денежных единиц. Определить коэффициенты прямой и перекрестной эластичности спроса по цене на товар X .

Задача 49.

Функция спроса на товар X имеет вид

$$Q_{DX} = 2 - P_X + 0,8 \cdot P_Y.$$

Цена товара $P_X = 1$ денежных единиц, цена товара $P_Y = 2$ денежных единиц. Определить коэффициенты прямой и перекрестной эластичности спроса по цене на товар X .

Задача 50.

Функция спроса на товар X имеет вид

$$Q_{DX} = 800 - P_X + 0,4 \cdot P_Y.$$

Цена товара $P_X = 400$ денежных единиц, цена товара $P_Y = 500$ денежных единиц. Определить коэффициент прямой эластичности спроса по цене на товар X и коэффициент перекрестной эластичности спроса по цене на товар Y .

Задача 51.

Спрос на товар X зависит от его цены и цены его заменителя Y

$$Q_{DX} = 20 - 4 \cdot P_X + P_Y.$$

Определить коэффициент перекрестной эластичности спроса на товар X по цене товара Y при заданных ценах $P_X = 5$ и $P_Y = 10$.

Задача 52.

Дана функция спроса

$$Q^D = 8 - 0,5 \cdot P,$$

где Q^D – объем спроса в млн. шт., P – цена в денежных единицах. Определить цену, при которой коэффициент прямой эластичности спроса по цене составит значение $(-0,5)$.

Задача 53.

Функция спроса потребителя имеет вид

$$Q^D = 160 - 4 \cdot P.$$

Определить цену, при которой коэффициент прямой эластичности спроса по цене составит значение (-3) .

Задача 54.

Функция спроса на товар имеет вид

$$Q^D = 25 - 4 \cdot P.$$

В результате изменения цены на товар эластичность снизилась с $(-1,75)$ до $(-0,3)$. Найти изменение выручки продавцов.

Задача 54.

Потребитель покупает только три вида товаров: хлеб, колбасу и молоко. 20% своего дохода он расходует на хлеб, 50% он расходует на колбасу и 30% он расходует на молоко. Определить эластичность спроса на молоко по доходу, если эластичность спроса на хлеб по доходу равна $(-1,0)$, а эластичность спроса на колбасу по доходу равна $(+2,0)$.

Задача 55.

Эластичность спроса на продовольствие по доходу равна 0,8. Первоначально 50% своих доходов население расходовало на продовольствие. Предположим, доходы населения увеличились на 10%. Определить долю расходов на продовольствие в доходах населения.

Задача 56.

Дана таблица индивидуального спроса трех потребителей на рынке

Цена	Объем спроса потребителя № 1	Объем спроса потребителя № 2	Объем спроса потребителя № 3
10	2	0	0
9	5	1	0
8	8	5	0
7	12	10	5
6	16	14	12
5	21	18	14
4	27	22	12
3	35	25	11
2	45	27	14
1	60	29	10

Определить рыночный спрос. Построить график функции индивидуального спроса каждого потребителя и график функции рыночного спроса.

Задача 57.

Функции спроса Федора и Трифона на данный товар имеют соответственно вид

$$Q_F^D = 6 - P, Q_T^D = 4 - 0,5 \cdot P$$

Найти функцию суммарного спроса на данный товар обоих потребителей и построить ее график.

Задача 58.

На рынке имеются три покупателя со следующими функциями спроса

$$Q_1^D = 12 - P, Q_2^D = 16 - 4 \cdot P, Q_3^D = 13 - 0,5 \cdot P.$$

Определить количество единиц товара, которое будет продано на рынке при цене $P = 16$ и цену, по которой можно будет продать 30 единиц товара.

Задача 59.

На рынке имеются три покупателя со следующими функциями спроса

$$Q_1^D = 12 - P, Q_2^D = 16 - 4 \cdot P, Q_3^D = 13 - 0,5 \cdot P.$$

Определить эластичность спроса по цене при цене $P = 10$ и эластичность спроса по цене при спросе $Q = 12,5$

Задача 60.

На рынке имеются три покупателя со следующими функциями спроса

$$Q_1^D = 14 - P, Q_2^D = 20 - 4 \cdot P, Q_3^D = 13 - 0,5 \cdot P.$$

Определить количество единиц товара, которое будет продано на рынке при цене $P = 12$ и цену, по которой можно будет продать 36 единиц товара.

Задача 61.

На рынке имеются три покупателя со следующими функциями спроса

$$Q_1^D = 14 - P, Q_2^D = 20 - 4 \cdot P, Q_3^D = 13 - 0,5 \cdot P.$$

Определить эластичность спроса по цене при цене $P = 4$ и эластичность спроса по цене при спросе $Q = 12$

На рынке имеются три покупателя со следующими функциями спроса

Задача 62.

Спрос на товар предъявляют три группы покупателей с различной эластичностью спроса

$$q_1 = 50 - P, q_2 = 60 - 2 \cdot P, q_3 = 100 - 2,5 \cdot P.$$

В первой группе находятся 50 потребителей, во второй группе находятся 100 потребителей, в третьей группе находятся 80 потребителей. Определить объем рыночного спроса при цене $P = 32$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Басовский Л.Е. Микроэкономика // Учебник, М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013, 224 с.
2. Белоусова И.Э. Микроэкономика: Базовый курс // Учебник для бакалавров, М.: Юрайт, 2013, 263 с.
3. Вечканов Г.С. Микроэкономика // Учебник для вузов: Стандарт третьего поколения, СПб.: Питер, 2012, 464 с.
4. Воронин А.П. Микроэкономика. Экономическая теория в вопросах и ответах // Учебное пособие, М.: Экономика, 2009, 214 с.
5. Гальперин В.М. Микроэкономика // В 3-х т. Т. 2. Микроэкономика, СПб.: Эк. шк. ГУ ВШЭ, 2008, 512 с.
6. Громько В.В. Микроэкономика // Учебное пособие, М.: ИЦ РИОР, 2012, 159 с.
7. Гусейнов Р.М. Микроэкономика // Учебник для бакалавров, М.: Омега-Л, 2012, 447 с.
8. Ивасенко, А.Г. Микроэкономика // Учебное пособие, М.: КноРус, 2013, 280 с.
9. Ильяшенко В.В. Микроэкономика // Учебник, 2012, 288 с.
10. Малкина, М.Ю. Микроэкономика // Учебник, М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013, 395 с.
11. Микроэкономика : практикум / сост. В.И. Александров и др. – СПб. : Изд-во СПбГУЭФ, 2011. – 138 с.
12. Моховикова Г.А. Микроэкономика // Учебник для бакалавров, М.: Юрайт, 2013, 268 с.
13. Никулина И.Н. Микроэкономика // Учебник, М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013, 553 с.
14. Носова С.С. Микроэкономика. Конспект лекций // Учебное пособие, М.: КноРус, 2013, 224 с.

15. Нуреев, Р.М. Курс микроэкономики // Учебник, М.: Норма, НИЦ ИНФРА-М, 2012, 576 с.
16. Розанова Н.М. Микроэкономика. Руководство для будущих профессионалов // Учебник для бакалавров, М.: Юрайт, ИД Юрайт, 2013, 985 с.
17. Савицкая Е.В. Курс лекций по микроэкономике // Учебное пособие, М.:, 2002, 302 с.
18. Серяков С.Г. Микроэкономика // Учебник, М.: Магистр, ИНФРА-М, 2011, 416 с.
19. Симкина Л.Г. Микроэкономика // Учебное пособие, М.: КноРус, 2013, 360 с.
20. Тарануха Ю.В. Микроэкономика // Учебник, М.: КноРус, 2011, 320 с.
21. Тарасевич Л.С. Микроэкономика // Учебник для бакалавров, М.: Юрайт, 2013, 543 с.
22. Черемных Ю.Н. Микроэкономика. Продвинутый уровень // Учебник М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013, 844 с.

Учебное издание

Сараев Александр Леонидович

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ
АНАЛИЗА РЫНОЧНОГО СПРОСА**

Учебное пособие

Публикуется в авторской редакции

Подготовка оригинал-макета Т.С. Зинкина

Подписано в печать 10.11.2016. Формат 60x84/16. Бумага офсетная

Печать оперативная. Усл.-печ. л. 5,2; уч.-изд. л. 5,5.

Гарнитура Times. Тираж 300 экз. Заказ № .

Издательство Самарского университета,
443086, Самара, Московское шоссе, 34.

Отпечатано с готового оригинал-макета
в типографии ООО «Медиа-Книга».

г. Самара, ул. Песчаная, 1.

Тел. 8 (846) 267-36-82. E-mail: izdatkniga@yandex.ru

