

*В. И. КУРЕНКОВ,  
В. А. КАПИТОНОВ*

**МЕТОДЫ РАСЧЕТА  
И ОБЕСПЕЧЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ  
РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКИХ  
КОМПЛЕКСОВ**

**2007**



**САМАРА**

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА»

*В. И. КУРЕНКОВ, В. А. КАПИТОНОВ*

МЕТОДЫ РАСЧЕТА И ОБЕСПЕЧЕНИЯ  
НАДЕЖНОСТИ РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКИХ  
КОМПЛЕКСОВ

*Утверждено Редакционно-издательским советом университета  
в качестве учебного пособия*

САМАРА  
Издательство СГАУ  
2007

УДК 629.78 (075)  
ББК 39.62  
К 93



**Инновационная образовательная программа  
"Развитие центра компетенции и подготовка  
специалистов мирового уровня в области аэро-  
космических и геоинформационных технологий"**

Рецензенты: начальник сектора надежности ГНП РКЦ «ЦСКБ -  
Прогресс» В. И. Крысенко;  
канд. техн. наук, доц. А. С. Кучеров

*Куренков В. И.*

К 93 **МЕТОДЫ РАСЧЕТА И ОБЕСПЕЧЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ РА-  
КЕТНО-КОСМИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ:** учеб. пособие  
*/В. И. Куренков, В. А. Капитонов* – Самара: Изд-во Самар. гос.  
аэрокосм. ун-та, 2007. – 320 с. : ил.

**ISBN 978-5-7883-0504-2**

Рассматривается место и роль надежности в основных тактико-технических характеристиках ракетно-космического комплекса. Излагаются методы расчета надежности сложных технических систем и их элементов. Рассматриваются методические вопросы нормирования надежности ракетно-космических комплексов. Приводятся организационные и технические аспекты решения проблемы обеспечения надежности ракетно-космической техники на различных этапах жизненного цикла изделий.

Учебное пособие предназначено студентам специальностей 160801 «Ракетостроение», 160802 «Космические аппараты и разгонные блоки» и специальности 230301 «Моделирование и исследование операций в организационно-технических системах». Оно также может быть полезно молодым специалистам ракетно-космической отрасли.

Подготовлено на кафедре летательных аппаратов.

УДК 629.78 (075)  
ББК 39.62

**ISBN 978-5-7883-0504-2**

© Куренков В. И., Капитонов В.А., 2007

© Самарский государственный  
аэрокосмический университет, 2007

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	7
ВВЕДЕНИЕ	8
1. ИСТОРИЧЕСКИЙ АСПЕКТ НАДЕЖНОСТИ РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ	10
1.1. История появления и развития методов количественной оценки надежности технических систем	10
1.2. Надежность ракетной техники	12
1.3. Надежность космической техники	17
1.4. Краткий обзор современной литературы по надежности	19
1.5. Объем изучаемых вопросов	24
2. НАДЕЖНОСТЬ И ЭФФЕКТИВНОСТЬ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ	26
2.1. Структура ракетно-космического комплекса	27
2.2. Эффективность системы	32
2.3. Надежность системы	37
2.4. Изменение надежности ракетно-космического комплекса в процессе жизненного цикла	39
3. ТЕРМИНЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ	45
3.1. Основные технические состояния	45
3.2. Дефекты, повреждения, отказы	46
3.3. Временные понятия	48
3.4. Техническое обслуживание и ремонт	49
3.5. Общетехнические показатели надежности	50
3.6. Термины и определения надежности космических комплексов и ракетно-космических систем	52
3.7. Показатели надежности космических комплексов и ракетно-космических систем	54
4. НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ	59
4.1. Элементы теории множеств	59
4.2. Мощность и мера множества	63
4.3. Вероятность случайного события	64
4.4. Свойства случайных событий	64
4.5. Независимость и зависимость случайных событий	67
4.6. Условная вероятность	68
4.7. Случайные величины	72
4.8. Биномиальный закон распределения	74
4.9. Распределение Пуассона	76
4.10. Непрерывные случайные величины	79
4.11. Некоторые законы распределения	83
4.12. Математическое ожидание и дисперсия функции случайных величин	88
4.13. Элементы математической статистики	90
4.14. Доверительные интервалы	93
5. МЕТОДЫ РАСЧЕТА ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ	95
5.1. Надежность как вероятность случайного события	96
5.1.1. Доверительные границы надежности	97

5.1.2. Доверительные границы надежности для высоконадежных элементов	100
5.2. Надежность как качество, развернутое во времени	102
5.2.1. Функция надежности	102
5.2.2. Средняя наработка до отказа	105
5.2.3. Интенсивность отказов	106
5.2.4. Экспоненциальный закон надежности	110
5.2.5. Планы испытания на надежность	114
5.3. Надежность как вероятностная прочность	119
5.3.1. Вычисление показателя надежности элемента при произвольных законах распределения нагрузки и прочности	120
5.3.2. Вычисление показателя надежности элементов при нормальных законах распределения нагрузки и прочности	125
5.3.3. Использование метода для оценки надежности отделения створок головного обтекателя	129
5.3.4. Связь между показателем надежности и коэффициентом безопасности	132
5.3.5. Форсированные испытания	137
5.4. Надежность как вероятность невыброса случайного процесса за заданный уровень	140
5.4.1. Некоторые сведения о случайной функции	140
5.4.2. Основные понятия теории надежности В. В. Болотина	142
5.4.3. Выбросы случайного процесса за заданный уровень	143
6. ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМ	148
6.1. Метод структурных схем надежности	148
6.2. Расчет надежности систем при последовательном соединении элементов	153
6.3. Расчет надежности систем при параллельном соединении элементов	158
6.4. Смешанное соединение элементов	163
6.5. Вероятность безотказной работы системы "не менее $m$ из $n$ "	165
7. ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ	166
7.1. Основные понятия и постановки задач статистической динамики	166
7.2. Классификация систем в задачах статистической динамики	172
7.3. Методы решения задач статистической динамики	173
7.4. Метод статистической линеаризации	173
7.4.1. Теоретические основы метода статистической линеаризации	173
7.4.2. Использование метода статистической линеаризации в задачах прочности	176
7.4.3. Использование метода статистической линеаризации в задачах надежности безударного разделения	179
7.5. Метод статистических испытаний	183
7.5.1. Суть метода статистических испытаний	183
7.5.2. Моделирование реализаций случайных величин на ЭВМ	185
7.5.3. Программная реализация моделирования реализаций случайных величин с нормальным законом распределения	189

7.5.4. Моделирование реализаций случайных величин с произвольными законами распределения	191
7.5.5. Моделирование дискретных случайных величин	194
7.5.6. Использование метода статистических испытаний в задачах оценки надежности безударного разделения	196
<b>8. ЛОГИКО-ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ НАДЕЖНОСТИ СТРУКТУРНО-СЛОЖНЫХ СИСТЕМ</b>	203
8.1. Некоторые сведения из математической логики	203
8.2. Правила и законы математической логики	205
8.3. Основные определения функций алгебры логики	207
8.4. Деревья отказов	210
8.5. Методы перехода от логических функций к вероятностным	214
8.5.1. Метод перехода от логических функций к вероятностным на основе формулы вероятности суммы совместных событий	214
8.5.2. Метод перехода от логических функций к вероятностным на основе приведения функции алгебры логики к совершенной дизъюнктивной нормальной форме	216
8.5.3. Алгоритм для автоматизированного приведения функции алгебры логики к совершенной дизъюнктивной нормальной форме	217
8.5.4. Метод статистического моделирования при оценке вероятности состояния логических функций	221
8.6. Метод структурно-логических схем надежности	224
8.7. Анализ чувствительности элементов системы	225
8.8. Применение логико-вероятностных методов для анализа надежности системы с элементами, соединенными по схеме ненагруженного резерва	228
8.9. Использование структурно-логических схем для анализа надежности системы разделения	233
<b>9. НАДЕЖНОСТЬ СИСТЕМ С СЕТЕВОЙ СТРУКТУРОЙ</b>	236
9.1. Представление системы в виде сетевой модели	236
9.2. Некоторые сведения из теории графов	238
9.2.1. Представление сетевой модели в терминах теории графов	238
9.2.2. Аналитические методы определения вероятности парной связности узлов графа	243
9.2.3. Метод вычисления вероятности связности узлов графа с помощью статистического моделирования	248
9.3. Использование методов оценки надежности систем с сетевой структурой в задачах безопасности полетов	250
9.3.1. Сетевая модель выхода из аварийной ситуации и постановка задачи	250
9.3.2. Оценка вероятностных характеристик отдельных работ, производимых при выходе из аварийной ситуации	253
9.3.3. Оценка вероятности парной связности базы и антибазы графа	255
<b>10. НОРМИРОВАНИЕ НАДЕЖНОСТИ</b>	256
10.1. Техничко-экономическое обоснование значений показателей надежности космического комплекса	257
10.2. Нормирование надежности составных частей ракетно-космического комплекса	262

10.2.1. Нормирование надежности составных частей ракетно-космического комплекса на основе системного подхода	262
10.2.2. Нормирование надежности ракетно-космической техники по изделиям-аналогам	263
10.2.3. Нормирование надежности бортовых систем летательных аппаратов на основе системного подхода	267
10.2.4. Метод нормирования надежности бортовых систем летательного аппарата с помощью весовых коэффициентов	268
10.2.5. Нормирование надежности составных частей бортовых систем летательных аппаратов	274
10.3. Задание требований по надежности проектируемых летательных аппаратов	275
<b>11. ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОБЕСПЕЧЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ НА РАЗЛИЧНЫХ ЭТАПАХ ЖИЗНЕННОГО ЦИКЛА</b>	<b>280</b>
11.1. Программа обеспечения надежности	281
11.1.1. Анализ требований по надежности	282
11.1.2. Анализ организационно-технических требований	282
11.1.3. Нормирование надежности составных частей летательных аппаратов	283
11.1.4. Анализ видов, последствий и критичности отказов	284
11.1.5. Обоснование различных видов резервирования	291
11.1.6. Перечень расчетно-теоретических работ	294
11.1.7. Перечень экспериментальных работ	296
11.2. Комплексная программа экспериментальной отработки	296
11.2.1. Состав комплексной программы экспериментальной отработки	297
11.2.2. Состав и рекомендуемая последовательность проведения видов испытаний и проверок при автономной отработке приборов, агрегатов, узлов	301
11.2.3. Цели и задачи испытаний, проводимых при наземной отработке космических аппаратов	302
11.3. Программа повышения надежности	305
<b>12. ЛЕТНАЯ ОТРАБОТКА ИЗДЕЛИЙ РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНИКИ</b>	<b>308</b>
12.1. Методология организации управления и контроля при летных испытаниях	308
12.1.1 Цели и задачи летных испытаний	308
12.1.2. Особенности построения управления космическими аппаратами в нештатных ситуациях	309
12.1.3. Организация контроля состояния космического аппарата в полете	313
12.2. Планирование объема летных испытаний	327
12.3. Прогнозирование ожидаемого срока активного существования	331
12.4 Оценка надежности ракетно-космического комплекса по результатам летных испытаний	336
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b>	<b>339</b>
<b>СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ</b>	<b>340</b>

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящее учебное пособие предназначено студентам специальностей 160802 «Ракетостроение», 160801 «Космические аппараты и разгонные блоки» и специальности 230301 «Моделирование и исследование операций в организационно-технических системах». Оно может быть использовано при изучении теоретического материала по дисциплинам «Методы обеспечения надежности летательных аппаратов» и «Надежность аэрокосмической техники», при выполнении лабораторных работ, курсовых проектов по дисциплинам выше-названных специальностей, а также при дипломном проектировании.

Материал данного пособия может быть использован студентами специальности 160801 и 160802 при изучении курсов «Проектирование летательных аппаратов и комплексов» и «Автоматизация проектирования и конструирования летательных аппаратов».

Учебное пособие предназначено студентам, впервые изучающим вопросы надежности изделий ракетно-космической техники. Может быть полезно молодым специалистам ракетно-космической отрасли. В нем учтены современные требования к методам расчета и обеспечения надежности ракет-носителей и автоматических космических аппаратов.

Хочется выразить глубокую признательность коллегам профессору В. В. Салмину и доценту А. Г. Прохорову за научное и техническое редактирование рукописи учебного пособия, рецензентам - начальнику сектора отдела надежности ГНП РКЦ «ЦСКБ-Прогресс» В. И. Крысенко и доценту А. С. Кучерову за ценные замечания и рекомендации, которые были учтены при подготовке рукописи к изданию.

## ВВЕДЕНИЕ

При создании ракетно-космических систем большое внимание уделяется их надежности, тем не менее отказов ракетно-космической техники избежать не удастся и они приводят к огромным потерям средств, сил и времени, а иногда и к человеческим жертвам. Поэтому проблема создания надежных изделий ракетно-космической техники не только не снимается с повестки дня, но становится еще более актуальной. Это связано с усложнением техники, возрастанием сложности решаемых задач, особыми условиями эксплуатации.

В этой связи встает задача подготовки специалистов, способных ориентироваться в вопросах надежности ракетно-космической техники, владеющих методами теории надежности и умеющих их использовать при решении инженерных задач.

Настоящее учебное пособие посвящено методам расчета и обеспечения надежности ракетно-космических комплексов и систем, а также организационно-техническим вопросам надежности на всех этапах жизненного цикла изделий ракетно-космической техники.

*Цель учебного пособия* - оказать методическую помощь студентам в освоении методов расчета и обеспечения надежности ракетно-космической техники, используемых при проектировании и отработке ракет-носителей и космических аппаратов.

Данная цель достигается последовательным изложением методических и организационно-технических вопросов, основных положений теории надежности с достаточной степенью детализации для понимания сущности вопроса и практической направленностью, подтвержденной простыми примерами расчетов с использованием полученных зависимостей. Материал пособия при переходе от одного раздела к другому постепенно усложняется, последующие выводы основаны на знании материала предыдущих разделов.

Ключевыми разделами учебного пособия, важными для понимания сущности вопросов надежности ракетно-космических комплексов, являются следующие:

место и роль надежности в тактико-технических характеристиках ракетно-космического комплекса;  
методы расчета показателей надежности элементов;  
методы, используемых в теории надежности систем;  
задачи и методы статистической динамики;  
логико-вероятностные методы исследования надежности структурно-сложных систем;  
методы исследования надежности систем с сетевой структурой;  
вопросы нормирования надежности ракетно-космических комплексов и их составных частей;  
методы обеспечения надежности ракет-носителей и космических аппаратов на различных этапах их жизненного цикла.

Для успешного освоения материала обучающимся необходимо повторить теорию вероятностей и математическую статистику, которые являются как бы «азбукой надежности». Данные дисциплины изучались студентами на младших курсах. Поэтому во втором разделе учебного пособия приведены некоторые минимальные сведения из теории множеств, теории вероятностей и математической статистики, которые необходимы студентам для понимания изучаемых вопросов.

# 1. ИСТОРИЧЕСКИЙ АСПЕКТ НАДЕЖНОСТИ РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ

## 1.1. История появления и развития методов количественной оценки надежности технических систем

В течение длительного времени понятие надежности носило, по существу, интуитивный, субъективный и качественный характер. Метод расчета надежности как вероятностной прочности конструкции был разработан в 1926-1929 гг. Н. Ф. Хоциаловым и М. Майером, но развивался слабо [24]. Первые работы в этом направлении не получили широкого одобрения, не нашли применения в практике и не вышли за границы дискуссионного характера.

Первые статьи, посвященные оценке надежности систем энергетики, в отечественной литературе появились лишь в середине 30-х годов 20 века, однако это направление стало сразу бурно развиваться.

По сравнению с теорией надежности систем энергетики теория надежности механических систем вначале развивалась более медленными темпами. Лишь работы Н. С. Стрелецкого в конце 30-х и середине 40-х годов и послевоенные работы А. Р. Ржаницына и Я. Б. Шора [1], а также других ученых стали постепенно прокладывать этому направлению путь в практику.

Необходимость в количественной оценке надежности особенно остро стала ощущаться в годы второй мировой войны. Внимание к анализу надежности явилось косвенным следствием проблем, связанных с разработкой в начале 40-х годов 20-го века радиоэлектронных систем наших союзников в войне, предназначенных для военных целей.

По мере усложнения этих систем возрастали проблемы, связанные с радиоэлектронным оборудованием, что побудило военно-воздушные силы и сухопутные войска США учредить комитеты для исследования вопросов надежности. В 1952 году Министерство обороны США скоординировало их деятельность и организовало консультативную группу по вопросам надежности радиоэлектронной

аппаратуры.

Развитие теории надежности в нашей стране можно отнести к концу 50-х годов 20 века. Именно с этого времени советская школа теории надежности заняла ведущие позиции в мире.

Интенсивное развитие военной, а затем и космической техники привело к созданию современной теории надежности, широко использующей количественные показатели. Такие показатели можно задавать, анализировать, измерять как конструктивный параметр.

В проблеме надежности условно можно выделить два направления: расчет надежности и ее обеспечение. Если первое направление основывается в основном на применении специальных математических методов, то второе связано с решением традиционных конструкторских и технологических задач по созданию высококачественных изделий и правильной их эксплуатации.

В начальный период развития теории и практики надежности возникли тенденции противопоставления этих двух направлений, что объективно было вызвано, в частности, особенностями подготовки специалистов, занимающихся надежностью. Одна научная школа надежности признавала только количественные (расчетные) методы, другая - только качественные (если соблюдены все технологические процессы, то отказов не будет и, следовательно, расчеты надежности бесполезны).

Специалисты по прикладным методам теории вероятностей и математической статистики, разрабатывающие аппарат теории надежности, недостаточно ясно представляли себе специфику технических задач и порой переоценивали роль количественных методов в обеспечении высокого качества изделий.

Конструкторы и технологи, глубоко понимающие пути и возможности создания высококачественной техники, но недостаточно владеющие математическими методами теории надежности, считали бесполезными расчеты количественных показателей выпускаемой ими продукции.

В процессе становления науки и практики в области надежности сложных технических систем стало понятно, что отдельно взятыми расчетными, конструкторскими или одними организационными методами проблему надежности не решить.

Постепенно ситуация изменилась в пользу разумного сочетания методов расчета надежности и организационно-технического обеспечения надежности ракетно-космической техники с помощью нормирования, конструкторских решений и экспериментальной отработки, включая летные испытания.

## 1.2. Надежность ракетной техники

Впервые количественная оценка надежности баллистических ракет, по данным работы [60], была проведена немецкими специалистами в конце Великой Отечественной войны. В декабре 1944 г. Каммлер выпустил обзор надежности ракет А-4 (V-2). В войсковые части за рассмотренный им период было доставлено 625 ракет. Из них 87, или 12,3%, были сразу возвращены заводу («Миттельверк») из-за дефектов в системе управления. Из оставшихся 538 ракет были пущены 495. Из этого числа 44 пуска зарегистрированы как неудачные. При этом на отказы системы управления приходилось 41%, двигательной установки - 13%, на пожары в хвостовой части - 13%, взорвались на старте 2,9% ракет. Таким образом, из 625 ракет явно непригодными к пуску были 131. То есть надежность составила 79%. Однако по уточнениям работы [60] немцы не располагали данными об авариях и разрушении ракет на нисходящем атмосферном участке. По последующему опыту пусков ракет А-4 в Капустином Яре в 1947 году аварии на этом последнем участке траектории у немцев должны были составлять не менее 15-20%. Следовательно, надо уточнить данные немцев и считать, что до цели дошло не более 400 ракет. То есть надежность ракет была не более 64%.

При производстве и пусках Р-1 в Советском Союзе проблемы надежности решались интуитивно. Но, начиная с ракеты Р-2, проблеме надежности стали уделять особое внимание. Ниже приведены некоторые сокращенные выдержки из монографии Б.Е.Чертока [60], который был одним из заместителей С.П.Королева.

Прежде чем перейти к пускам ракет Р-2 первой опытной серии, проверяли надежность новых идей на экспериментальных ракетах Р-2Э. Их было изготовлено шесть и пущено в 1949 году пять. Из всех пяти пусков успешными можно было считать только два. В течение

1950—1951 годов пустили 30 ракет Р-2, из которых уже 24 были удачными. При пусках в 1952 году серийных ракет Р2 из 14 ракет две не достигли цели. Ракета Р-2 была принята на вооружение несмотря на то, что по объективной оценке ее надежность не превышала 86%.

При создании ракеты Р-5 при летных испытаниях, проводившихся в 1953 году, было пущено в два этапа 15 ракет. Из них только две не достигли цели — надежность, наконец-то, начала медленно подтягиваться к уровню 90%.

Такая надежность была недостаточна для установки на ракете атомной бомбы. Создатели ракетно-ядерного оружия задумывались, что будет, если при подготовке ракета с атомной бомбой свалится у старта по причине недостаточной надежности? Поэтому оснащение атомной бомбой ракет Р-5 было отложено примерно на полтора года и разработаны специальные мероприятия по повышению надежности будущих ракет Р-5М - носителей ядерного оружия.

Во-первых, чтобы исключить «непредумышленное разгильдяйство», решили частично использовать опыт обеспечения надежности «атомщиков». Для ракеты Р-5М пересмотрели все инструкции по подготовке на технической и стартовой позициях и тоже, как у «атомщиков», ввели тройной контроль: основной исполнитель — воинская часть (офицер или солдат), контролируют офицер (специалист соответствующего управления полигона) и обязательно - представитель промышленности.

Были внедрены конструкторские мероприятия по повышению надежности ракет Р-5М:

- дублирование в системе управления;
- двигатель на многочисленных огневых стендовых пусках проходил испытания на крайних режимах, существенно превосходящих штатный;
- все бортовые приборы и агрегаты предварительно трясли, "жарили и парили", отсеивая все, внушавшее сомнения в процессе лабораторных и заводских испытаний.

Испытания ракеты Р-5М, предназначенной для установки на ней атомного оружия, начались с января 1955 года. Они предусматривали два этапа: летно-конструкторские и зачетные.

На этап лётно-конструкторских испытаний (первый этап) было представлено 14 ракет Р-5М. На этом этапе отработывалась надёжность носителя со всеми его бортовыми и наземными системами, проверялась документация, обеспечивающая надёжную эксплуатацию. Из 17 ракет 15 достигли цели. Две ракеты отклонились более чем на семь разрешённых градусов, и двигатель был выключен системой автоматического подрыва ракеты.

К зачётным испытаниям (второй этап) были представлены пять ракет Р-5М. Пуски начались в январе 1956 года. Четыре пуска прошли нормально. Последний пятый пуск ракеты Р-5М состоялся 2 февраля с атомным зарядом. Пролетев 1200 км, головка без разрушения дошла до Земли в районе Аральских Каракумов, и был осуществлён ядерный взрыв.

Ещё больше проблем, связанных с обеспечением надёжности, пришлось решать при создании двухступенчатой ракеты Р-7, которая предназначалась первоначально для доставки ядерной боеголовки на большие расстояния. Надёжность двухступенчатой ракеты, состоящей из пяти ракетных блоков, по самым оптимистическим (предварительным) расчётам должна быть существенно ниже надёжности одной ракеты. Даже если довести надёжность каждого блока до 0,9 (90%), то по теории вероятностей надёжность всего пакета будет равна  $0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 = 0,59$ , или 59%! Но этот результат надо ещё, по крайней мере, два раза умножить на 0,9, учитывая надёжность межблоковых механических, электрических и кинематических связей в самом пакете и надёжность стартовой системы, представлявшей собой самый сложный механический комплекс с сотнями электрических и гидравлических коммуникаций. Получалась абсурдная величина - 0,478, или 47,8%.

Чтобы обеспечить необходимую надёжность, от каждого главного конструктора каждой системы требовали жёстко выдержать принцип: один любой отказ в любом месте любого прибора не должен приводить к отказу системы.

Впервые кроме простого дублирования в наиболее критичных местах были использованы методы "голосования" (*мажоритарное резервирование*). Интеграторов продольных ускорений, например, устанавливалось три. Команда на выключение двигателя от интегра-

тора подавалась только после получения двух подтверждений. Допускался отказ одного из трех приборов. Принцип "два из трех" существенно повышал надежность, но усложнял подготовку и испытания. Необходимо было убедиться, что отправляется в полет ракета, у которой все три голосующих прибора или системы в полном порядке.

Уже тогда создатели ракетной техники поняли необходимость самой тщательной, многоступенчатой и всеобъемлющей наземной отработки.

Кроме наземной отработки предусмотрели и экспериментальные ракетные пуски. Например, на экспериментальной ракете М-5РД (на базе ракеты Р-5) проверялись принципы и аппаратура регулирования двигателей для ракеты Р-7 и новые приборы инерциальной навигации. Ракета М-5РД была оснащена новым автоматом стабилизации, в который вводилась коррекция положения центра масс ракеты от датчиков поперечного ускорения. Для оптимизации траектории и увеличения точности по дальности испытывалась система регулирования кажущейся скорости. На этой же ракете были проверены принципы системы регулирования опорожнения баков, успокоения уровней жидкости в баках топлива и кислорода и принципы системы измерения амплитуд колебаний жидкости. Всего было изготовлено и пущено пять ракет М-5РД.

Значительно позднее появились десятки руководств, сотни нормативных документов и всякого рода стандартов, регламентирующих процесс создания всех средств ракетной техники от изначальных технических предложений до процедуры сдачи на вооружение.

За недоработки в обеспечении надежности ракет-носителей приходилось платить очень дорогой ценой – человеческими жертвами. Например, в 1960 году на Байконуре при проверках на стартовой позиции стратегической ракеты 8К64 конструкции М. К. Янгеля произошло самопроизвольное включение рулевого двигателя второй ступени ракеты, что привело к возгоранию ракеты с многочисленными человеческими жертвами, среди которых был маршал

М. И. Неделин.

Несмотря на бесценный опыт прошлых лет, отказы ракет-носителей продолжают иметь место. На рис. 1.1. показано распределение отказов на одной серии ракет-носителей за период с 1990 по 2001 гг.

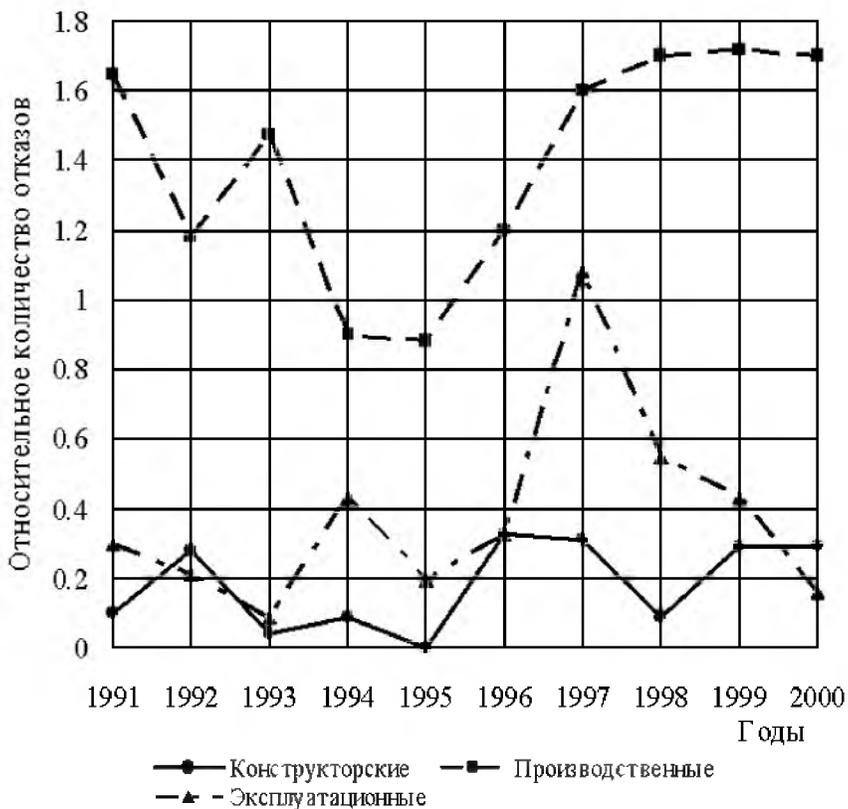


Рис. 1.1. Распределение отказов серии ракет-носителей по различным причинам

По оси абсцисс отложены относительные значения количества отказов. Видно, что отказы, связанные с производством ракет, пре-

вышают отказы, связанные с несовершенством конструкции и ошибками при эксплуатации. Следует заметить, что большая часть отказов выявляется и устраняется до запуска ракет. К авариям приводят, как правило, не выявленные до полета причины отказов.

Значение надежности, оцениваемой статистическими методами, по многим пускам находится в пределах 90—95%. Исключение составляет ракета-носитель серии «Союз», которая создана на базе баллистической ракеты Р-7. Ее точечная (средняя) надежность на сегодняшний момент составляет 99 %.

В качестве аварийных пусков ракет последнего времени можно привести примеры пусков летом 2006 г. ракеты-носителя GSLV (Индия) и ракеты-носителя «Днепр» (на базе конверсионной стратегической ракеты). В начале 2007 года был аварийный пуск ракеты-носителя «Зенит -3L» (международной компании «Морской старт»).

### **1.3. Надежность космической техники**

Углубленные исследования в области надежности сложных технических систем относятся к началу 60-х годов и связаны с развитием космических исследований. В частности, в США теория надежности сложных систем стала существенно развиваться после ряда катастроф с космическими объектами. В этой связи НАСА (Национальное управление по аэронавтике и исследованию космического пространства) вынуждено было израсходовать миллионы долларов на проверку, замену и повторное проектирование таких элементов, как фильтры, пневматические выключатели, механические клапаны и исполнительные механизмы.

В 1965 г. НАСА приступило к выполнению ряда крупных научно-исследовательских работ, целью которых являлось:

- 1) подтверждение надежности путем испытаний на нагрузки;
- 2) исследование надежности систем и элементов, подвергаемых случайным динамическим нагрузкам;
- 3) проектирование механических элементов с учетом заданных показателей надежности в случае зависящих от времени распределений параметров напряжения и прочности.

Аналогичные проблемы возникали при создании космических аппаратов в Советском Союзе. Особенно актуальными стали вопросы обеспечения надежности при осуществлении пилотируемых космических полетов. Этим вопросам уделялось много внимания, тем не менее не удалось избежать многих аварий и катастроф. Приведем один из примеров, характеризующий уровень надежности космической техники времен первых космических полетов.

По рассказам космонавта А.А. Леонова осуществление пилотируемого полета с выходом в открытый космос в 1965 году на космическом корабле «Восход-2» сопровождалось следующими отказами:

- отказ системы автоматической ориентации (после того, как космонавт при выходе в открытый космос оттолкнулся от корпуса шлюзовой камеры);

- отказ системы терморегулирования скафандра (температура тела космонавта поднялась до 40 градусов);

- раздутие скафандра (вследствие чего при возвращении в корабль Леонов не мог протиснуться в шлюзовую камеру ногами вперед, как это было предусмотрено в штатном режиме, и пришлось ему с применением больших физических усилий протиснуться в шлюзовую камеру головой вперед, затем развернуться внутри этой камеры, благо она была выполнена из эластичного прорезиненного материала);

- отказ системы герметизации люка после возвращения космонавта в корабль (утечка воздуха автоматика идентифицировала как недостаток кислорода и была включена система подпитки кислородом атмосферы корабля, поэтому было достаточно небольшой искры от контактов работающих приборов, чтобы возник пожар на борту);

- отказ системы отделения шлюзовой камеры (она потом сгорела в плотных слоях атмосферы);

- отказ системы включения тормозного двигателя в автоматическом режиме (был осуществлен переход на ручное управление);

- отказ системы отделения спускаемого аппарата от приборного отсека (он также отделился в плотных слоях атмосферы вследствие воздействия высоких температур и скоростного напора).

Спуск с орбиты был отложен на сутки для того, чтобы в центре управления полетом нашли выход из положения. За эти сутки кос-

монавты съели весь аварийный запас пищи. Приземлились в горах Сибири, в лесу, ночевали в палатке. Была зима, морозная нелетная погода и поисковая служба смогла к ним пробиться лишь через сутки.

К сожалению, некоторые полеты окончились катастрофой. Можно лишь напомнить, что в 1967 году при испытаниях космического корабля «Союз-1» погиб космонавт В. М. Комаров. Причина катастрофы, как потом было установлено, заключалась в том, что вследствие перепада давления внутри спускаемого аппарата и снаружи (на высоте ввода в действие парашютной системы) основной парашют был зажат стенками парашютного контейнера и не вышел из него. В 1971 г. после 24-суточного полета на станции «Салют» при возвращении на космическом аппарате «Союз-11» из спускаемого аппарата вышел воздух и погибли космонавты Г.Т. Добровольский, В.Н. Волков, В.И. Пацаев.

Несмотря на опыт прошлых лет, надежность космических аппаратов оставляет желать лучшего. Так, в США катастрофическими последствиями закончились полеты астронавтов на кораблях типа «Спейсшаттл» («Челленджер» - 1986 г., «Колумбия»- 2003 г.).

На рис. 1.2 приведено распределение отказов одной серии космических аппаратов за период 1991-2000 гг.

По оси абсцисс отложены относительные значения количества отказов. Видно, что характер распределения отказов такой же, как и у ракет-носителей (см. рис. 1.1).

#### **1.4. Краткий обзор современной литературы по надежности**

Поскольку методы теории надежности и методы обеспечения надежности применимы в различных областях науки и практики, то и литература по надежности обширна. Имеется достаточное количество учебной, монографической и справочной литературы по надежности.

Наиболее полно вопросы надежности представлены в десятитомном справочнике "Надежность и эффективность в технике" [36]. В этом справочнике изложены методологические аспекты проблемы надежности технических изделий, расчетные и организационные методы обеспечения надежности изделий сложной

техники на различных этапах ее жизненного цикла, начиная с замысла проектантов до момента старения и списания техники.

Применение методов теории надежности к летательным аппаратам имеет свою специфику. Вопросам надежности летательных аппаратов посвящены учебники А. А. Кузнецова, Л. И. Волкова, А. М. Шишкевича, Л. Л. Анцелиовича и [10, 14, 31, 37] и др. Причем, в них рассматриваются отдельные вопросы проблемы надежности летательных аппаратов.

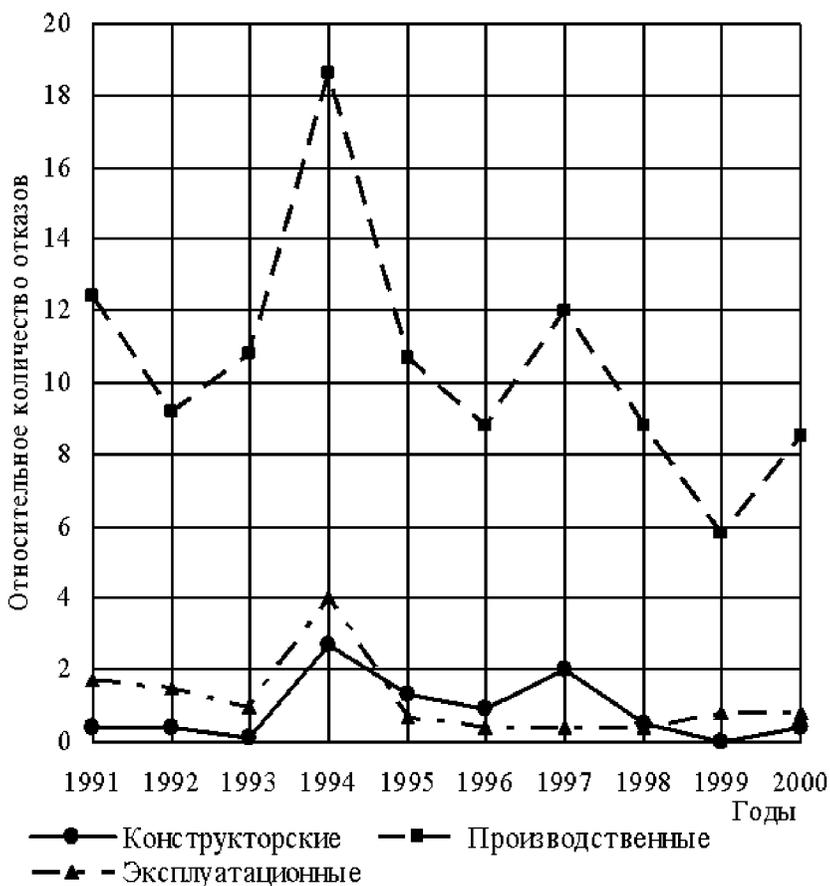


Рис. 1.2. Распределение отказов космических аппаратов по различным причинам

В учебнике А. А. Кузнецова [14] рассматриваются в основном вопросы надежности механических частей летательных аппаратов. В книгах Л. И. Волкова и А. М. Шишкевича [10, 37] основное внимание уделяется вопросам отработки изделий на стадии производства и эксплуатации. Работа Л. Л. Анцелиовича [31] посвящена вопросам надежности и живучести самолета.

Методические и организационно-технические вопросы надежности космических аппаратов, а также методы расчета надежности космических аппаратов рассматриваются в работах авторов настоящего учебного пособия [54, 55].

Указанные учебники не охватывают некоторых вопросов надежности космических аппаратов, однако недостающие сведения можно почерпнуть из монографий, посвященных вопросам эффективности и надежности космической техники. Это работы А. А. Золотова, А. А. Лебедева, О. П. Нестеренко, Ф. Р. Ханцеверова, В. В. Остроухова [41, 52, 53] и др.

Отдельные вопросы надежности механических систем и надежности структурно сложных систем наиболее доступно в методическом плане представлены в монографиях [21, 22, 24, 29].

При расчетной оценке надежности изделий используют методы теории вероятностей и математической статистики. Эти методы изложены в работах [4, 14] и др.

По вопросам живучести космических аппаратов при воздействии метеорных и техногенных частиц систематизированной литературы практически нет, однако по отдельным вопросам этой проблемы публикаций достаточно.

Например, вопросы метеорной опасности изложены в справочнике по безопасности космических полетов [50] и в учебном пособии [62], вопросам живучести самолета посвящены учебник [31] и монография [42], вопросы изучения механизма разрушения соударяющихся тел с большой скоростью изложены в многочисленных публикациях на эту тему.

Кроме учебной, справочной и монографической литературы существует нормативная литература по надежности, которая, как

правило, имеется в проектных организациях в достаточном количестве, а также выпущены государственные стандарты.

Основным документом, в котором изложен состав системы стандартов по надежности, является ГОСТ 27.001-95 «Система стандартов «Надежность в технике». Основные положения». Согласно этому документу Государственные стандарты по надежности классифицируются по группам, каждой из которых присвоен определенный код. Такая спецификация в укрупненном виде представлена в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Классификация стандартов по надежности

Код группы	Классификационные группы объектов стандартизации
0	Общие вопросы надежности
1	Нормирование надежности
2	Методы расчета надежности
3	Методы обеспечения надежности
4	Испытания и контроль надежности
5	Сбор и обработка информации по надежности
6	Резерв

Государственные стандарты по надежности должны обозначаться в соответствии со схемой, приведенной на рис. 1.3.



Рис. 1.3. Схема обозначений стандартов по надежности

Примеры обозначения и наименования стандартов из разных групп:

ГОСТ 27.002-89. Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения.

ГОСТ 27.103-83. Надежность в технике. Критерии отказов и предельных состояний. Основные положения.

ГОСТ 27.203-83. Надежность в технике. Технологические системы. Общие требования к методам оценки надежности.

ГОСТ 27.301-95. Надежность в технике. Расчет надежности. Основные положения.

ГОСТ 27.451-80. Надежность в технике. Испытания на ремонтпригодность. Основные положения.

ГОСТ 27.505-86. Надежность в технике. Система сбора, обработки и информации о надежности бытовой радиоэлектронной аппаратуры и комплектующих ее изделий.

Стандартов по надежности довольно много. Достаточно привести пример со стандартом ГОСТ 27.451-80. Порядковый номер этого стандарта в четвертой группе - 51.

Кроме того, существуют стандарты по надежности, которые не подчиняются требованиям по обозначению, представленным в ГОСТ 27.001-95. Это объясняется тем, что некоторые стандарты выпущены ранее и они периодически продлеваются.

Следует отметить, что существуют стандарты по отдельным аспектам надежности с другим обозначением. Например, ГОСТ 24.701-83. Надежность. Автоматизированные системы управления технологическими процессами. Основные положения.

### 1.5. Объем изучаемых вопросов

В рамках учебных дисциплин изучить все вопросы надежности, возникающие в процессе разработки и эксплуатации ракетно-космической техники, невозможно. Поэтому в настоящем учебном пособии рассматривается ограниченный круг вопросов, позволяющих изучить методы расчета надежности и получить представление об организационно-технических вопросах надежности ракетно-космических систем.

На рис. 1.4. представлена схема, отражающая приближенное соотношение объема вопросов, изучаемых в рамках дисциплин, связанных с надежностью ракетно-космических комплексов, и вопросов, решаемых в практической деятельности создателей и эксплуатирующих организаций ракетно-космической техники.

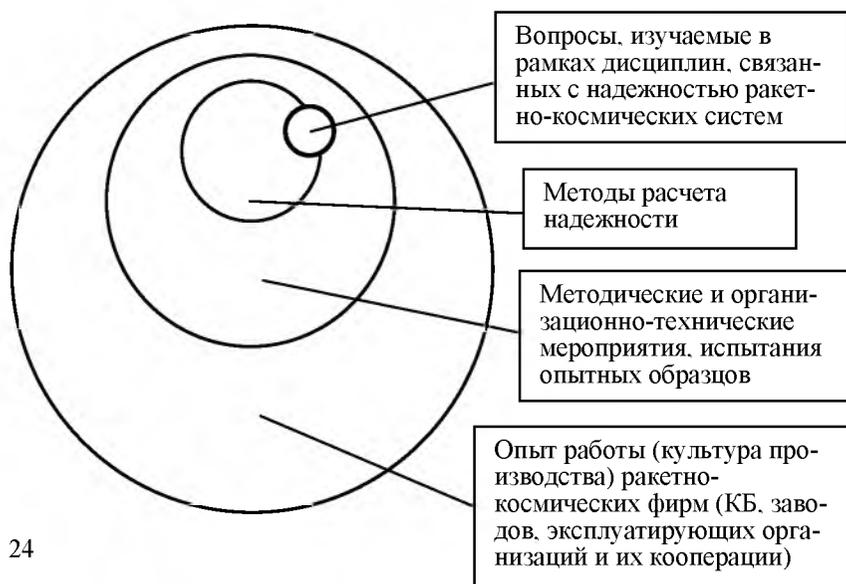


Рис. 1.4. Соотношение объема изучаемых вопросов надежности и вопросов, решаемых в практической деятельности

## 2. НАДЕЖНОСТЬ И ЭФФЕКТИВНОСТЬ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Чтобы нагляднее понять разницу между свойствами эффективности и свойствами надежности сложных технических систем, приведем вкратце пример, заимствованный из научно-фантастического рассказа «Принцип надежности», который был опубликован в 80-е годы прошлого века в журнале «Техника молодежи».

Ученые (будущего) решили поставить эксперимент: как будут развиваться роботы, если им предоставить полную свободу? Создали закрытую зону роботов, где они делали то, что «желали». Оказалось, что роботы сумели самоорганизоваться и стали создавать себе подобных роботов с более совершенными свойствами.

Но, начиная с некоторого времени, все поменялось. Самые совершенные роботы оказались в подвалах, прикованными к рабочим местам, где создавали себе подобных роботов. Руководить же ими стали менее «умные» роботы. А во главе всей пирамиды управления стал робот, который только и умел, что работать гаечным ключом. Если подчиненные ему заместители, роботы посложнее, не выполняли его указаний, то он поджимал гайки на голове у этих роботов, если же они были послушны - ослаблял.

Ученые, которые следили за экспериментом, начали искать причину сбоя в поведении «общества» роботов. В конце-концов оказалось, что один из сотрудников лаборатории, в которой и проводили эксперимент на роботах, решил «показать себя», без одобрения других ученых, инкогнито, проник в зону роботов, изменил принцип управления по-своему, чтобы, как ему казалось, эксперимент был успешнее.

Настоящие же ученые пришли к выводу, что их коллега из-за недостаточной компетентности поставил свойства надежности выше свойств эффективности.

Для того, чтобы лучше понять вопрос о соотношении эффективности и надежности сложных технических систем, рассмотрим сначала структуру ракетно-космического комплекса.

## 2.1. Структура ракетно-космического комплекса

Под системой обычно подразумевается совокупность связанных друг с другом различных элементов, составляющих нечто целое.

Под элементом системы понимают часть системы, предназначенную для выполнения определенных функций.

Система определенным образом организована из элементов. Совокупность элементов системы и их связей определяет структуру системы.

Структура системы, в которой имеется несколько подчиненных уровней, образует так называемую иерархическую структуру, в которой элементы нижнего уровня играют подчиненную роль.

На рис. 2.1 представлена структурная схема ракетно-космического комплекса.

Подсистемами ракетно-космического комплекса являются технический комплекс, ракетно-космическая система (ракета-космического назначения), стартовый комплекс и др.

В состав ракетно-космической системы входят [22] ракеты-носители, включающие в свой состав ракетные блоки и полезную нагрузку - космическую головную часть (или космический аппарат).

В зависимости от задач ракетно-космической системы и схемы полета ракета-носитель может сообщать космическому аппарату скорость, необходимую для осуществления:

- суборбитального полета (полета по орбите с высотой апогея 180...200 км и высотой перигея 0-30 км, который осуществляется для снижения и затопления ракетных блоков на первом же витке полета);

- вывода на низкие «опорные» орбиты (как правило околокруговые с высотой 180...200 км);

- вывода на переходные эллиптические орбиты (переходные к рабочим орбитам);

- вывода на рабочие орбиты (как правило, низкие).

Некоторые маневры, связанные с довыводом космических аппаратов на рабочие орбиты, могут осуществляться с помощью

корректирующей двигательной установки самого космического аппарата.

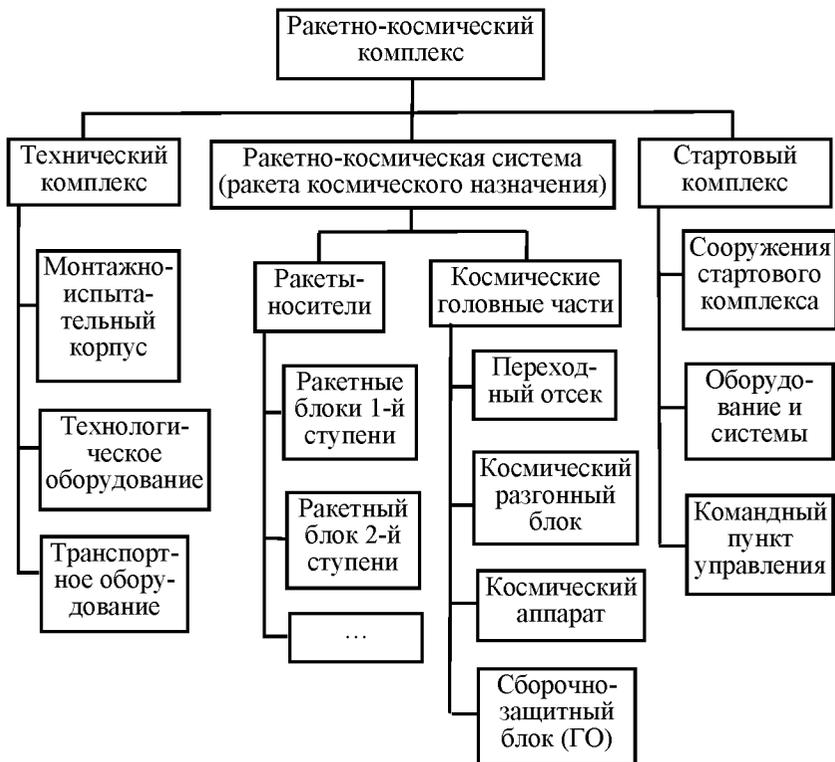


Рис. 2.1. Структурная схема ракетно-космического комплекса

Если в составе ракеты космического назначения или в составе космической головной части имеются космические разгонные блоки (блоки, способные длительное время находиться в космическом пространстве и обеспечивать запуск двигателей в невесомости), то ракета-носитель, как правило, сообщает космическому аппарату скорость, необходимую для осуществления суборбитального полета или полета по опорной орбите. Дальнейшее маневрирование осуществляется с помощью космических разгонных блоков. Довывод космических аппаратов на рабочие орбиты или корректировка орбит могут быть осуществлены также с помощью корректирующей двигательной установки космического аппарата.

Всегда можно представить себе более обширную систему (надсистему), в которую входит данная, и всегда можно выделить из данной системы какую-либо ее часть, являющуюся более ограниченной системой (подсистемой).

Надсистемой ракетно-космического комплекса является космический комплекс, включающий в свой состав орбитальный комплекс (КА, находящиеся на орбитах) и наземный комплекс управления (рис. 2.2).

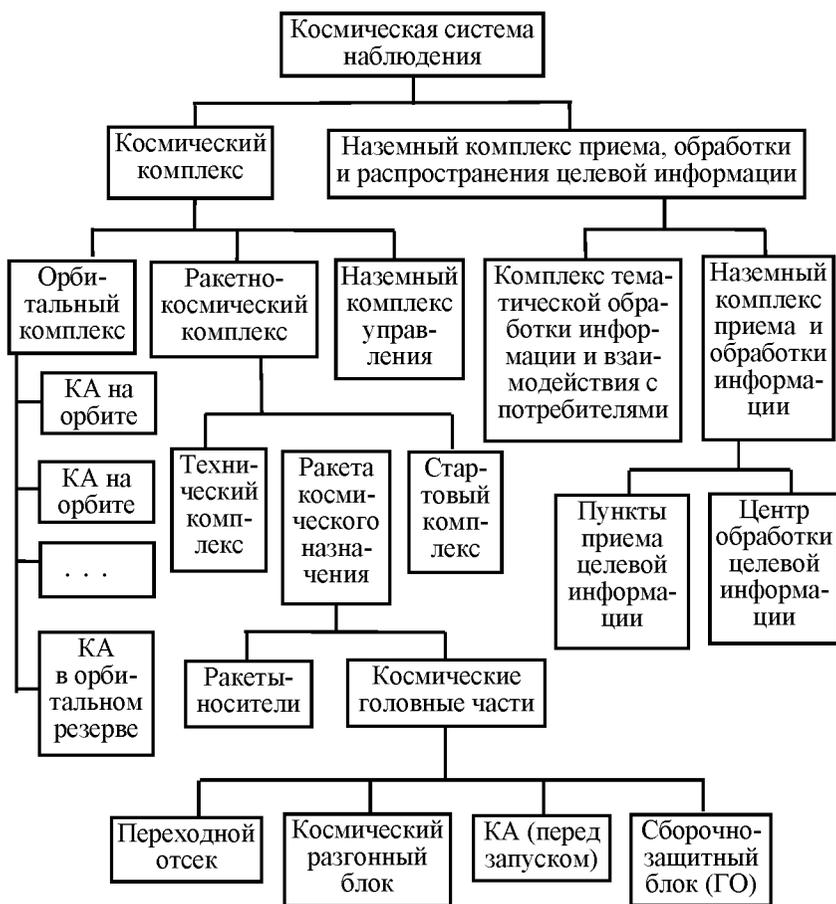


Рис. 2.2. Структура космической системы наблюдения

Надсистемой космического комплекса является космическая система, в которую также входит наземный комплекс приема, обработки и распространения целевой информации.

В свою очередь, ракетные блоки и космический аппарат можно рассматривать как системы, состоящие из элементов.

В качестве примера на рис. 2.3 представлена структурная схема космического аппарата.

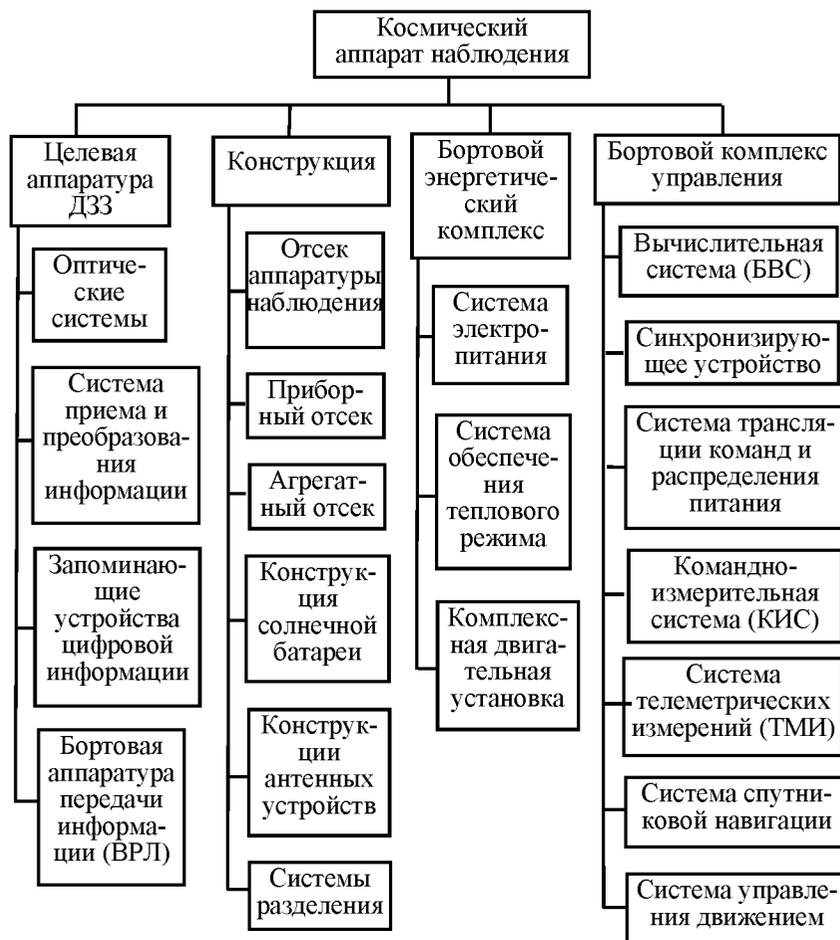


Рис. 2.3. Структура космического аппарата наблюдения  
Подсистемами КА являются целевая аппаратура дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ), конструкция, бортовой энергетический комплекс и бортовой комплекс управления.

Представленные подсистемы космического аппарата тоже можно рассматривать в качестве надсистем над бортовыми системами, агрегатами, устройством и конструкцией космического аппарата (см. рис. 2.3).

Для того, чтобы система достигла цели (выполнила поставленную задачу), она должна обладать определенными свойствами, важнейшими из которых являются качество, эффективность и надежность.

## 2.2. Эффективность системы

Результат функционирования космической системы наблюдения характеризуется следующими показателями:

- способностью наблюдать заданный район (обзорностью);
- спектральными характеристиками аппаратуры наблюдения;
- пространственной разрешающей способностью;
- периодичностью;
- производительностью;
- оперативностью доставки видеоинформации на Землю;
- точностью привязки целей;
- сроком активного существования и т.д.

В процессе эксплуатации системы тактико-технические показатели могут быть реализованы не в полной мере. Результаты целевого функционирования сложной технической системы зависят еще от внешних (по отношению к системе) *условий применения* сложной технической системы и от *способов использования активных средств управления* этой системой.

Таким образом, *эффективность* сложной технической системы – это свойство получать результат (эффект) ее функционирования с учетом *условий применения* сложной технической системы и с уче-

том *способов использования активных средств управления* этой системой.

Применительно к космической системе наблюдения внешними условиями являются:

- высота Солнца над горизонтом (для аппаратуры зондирования в видимом спектре);
- яркость объекта наблюдения и контрастность изображения;
- облачность (для аппаратуры зондирования в видимом спектре);
- помехи, возникающие при передаче изображения или командных сигналов по радиолинии;
- противодействие конкурентов или противника и др.

К активным средствам управления относятся технические средства (орудия, машины, аппаратура управления, технические комплексы, большие технические системы), а также ресурсы (вещественные, энергетические, информационные, временные, денежные и т. п.).

Способы использования активных средств управления системой обычно соотносят с понятием *операции*.

Операция (от лат. *operatio* — действие) — действие или ряд действий, направленных на достижение какой-либо цели (например, военная операция, операция по управлению сложной технической системой). Под операцией понимают любую согласованную совокупность действий, объединенных общим замыслом и единой целью. *Исследование операций* — область науки и практической деятельности, имеющая своим предметом изучение операций (целенаправленных процессов). Задачей этого изучения является получение выводов и рекомендаций, способствующих принятию правильных решений по организации и управлению операцией.

За полученный результат система расплачивается ресурсами. Очевидно, чем ближе результат обмена к предельно выгодному, тем эффективнее операция. Предельно выгодный обмен характеризует потенциальную эффективность операции.

Способ использования активных средств в операции называют *стратегией*.

Результат операции ставят в зависимость от основных результирующих факторов: полезного эффекта, затраченных ресурсов, вре-

мени.

В свою очередь, результирующие факторы зависят от выбранной стратегии. Следовательно, результат операции также будет зависеть от стратегии.

Исследование операции проводится всегда с точки зрения интересов одного распорядителя (основного субъекта системы), которого называют лицом, принимающим решение (ЛПР).

Набор всевозможных взаимоисключающих (альтернативных) способов использования активных средств составляет множество допустимых стратегий. Выбор конкретной стратегии из множества допустимых стратегий является основным этапом принятия решения.

Процесс подготовки и принятия решений ЛПР, организация их выполнения и контроль составляют сущность управления операцией.

Применительно к космической системе наблюдения операции могут быть направлены на:

- достижение целей функционирования в штатных условиях эксплуатации;

- парирование внешних неблагоприятных условий;

- парирование внутренних неблагоприятных условий.

Элементами операций, направленных на достижение целей функционирования в штатных условиях эксплуатации, могут быть:

- планирование порядка съемки объектов наблюдения;

- астроориентация;

- проверка готовности КА к проведению съемки;

- разворот корпуса КА для съемки цели;

- фокусировка оптической системы (наведение на резкость);

- включение фотоприемного устройства;

- запись сигнала в запоминающее устройство;

- поворот антенн на спутник-ретранслятор;

- передача информации;

- разворот корпуса КА для съемки следующей цели и т. д.

Элементами операций, направленных на достижение цели космической системы по парированию неблагоприятных внешних условий, могут быть:

- изменение порядка съемки целей, расположенных в полосе обзора космического аппарата;

- изменение орбиты для срочного выхода на «важную» цель;
- использование аппаратуры с различными характеристиками по детальности, размеру ширины полосы обзора в зависимости от поставленных частных задач;

- использование средств защиты космического аппарата от преднамеренного воздействия вероятным противником и др.

Элементами операций, направленных на достижение цели космической системы наблюдения по парированию неблагоприятных внутренних условий, могут быть:

- действия, направленные на переключение отказавших элементов бортовых систем на резервные элементы;
- действия, направленные на пополнение запасов электричества, и др.

*Показатели* эффективности – количественные характеристики свойств эффективности сложной технической системы.

Показатели эффективности сложной технической системы могут измеряться в тех же величинах, что и тактико-технические показатели или быть безразмерными.

В этом смысле в задачах исследования операций, где происходит поиск лучшей стратегии, тактико-технические показатели сложной технической системы можно рассматривать как максимально возможные значения показателей эффективности в реальных условиях эксплуатации, то есть как потенциально достижимые показатели эффективности сложной технической системы в идеальных условиях применения и идеальной стратегии применения активных средств операции.

*Безразмерные* показатели эффективности, как правило, выражают степень соответствия реального результата операции требуемому или потенциально возможному результату для заданных стратегий и условий.

Степень соответствия реального результата операции требуемому результату называют *эффективностью операции*.

Примеры безразмерного показателя эффективности космической системы наблюдения [54]:

- вероятность обеспечения в течение времени активного существования космического аппарата суточного относительного выходного эффекта космической системы не ниже заданного;

- коэффициент сохранения эффективности - отношение значения показателя эффективности использования объекта по назначению за определенную продолжительность эксплуатации к номинальному значению этого показателя, вычисленному при условии, что отказы в течение того же периода времени не возникнут.

На рис. 2.4 представлена схема, иллюстрирующая влияние условий применения и способов использования активных средств в операции на эффективность космической системы наблюдения (КСН).

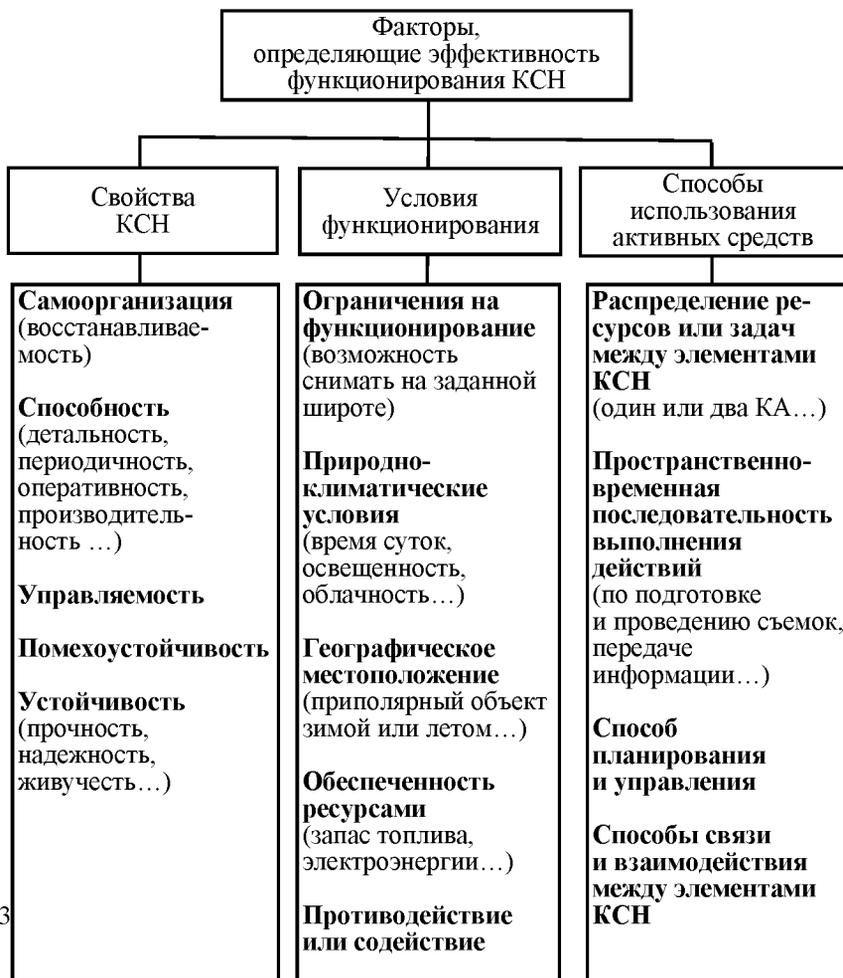


Рис. 2.4. Составляющие эффективности  
космической системы наблюдения

Существует иной подход к определению эффективности [38]. Согласно этому подходу требования, предъявляемые к космическим системам (или аппаратам) наблюдения условно можно разделить на две группы:

- требования (ограничения), определяющие *пригодность* системы к выполнению своего целевого назначения;
- требования, определяющие выполнение системой или аппаратом заданных функций с *максимальным эффектом* с ограничениями по затратам массы и других ресурсов (финансовых, трудовых, временных и т.п.) на достижение этого эффекта.

Требования первой группы, как правило, должны задаваться в форме ограничений, а требования второй группы – в форме экстремума (минимума или максимума) показателя, характеризующего эти требования.

Требования первой группы, как правило, относят к категории *качества*, а требования второй группы - к категории *эффективности* космической системы или космического аппарата наблюдения.

То есть разделение показателей космической системы наблюдения, характеризующих ее работу по целевому назначению, на показатели *качества* и *эффективности* является условным и зависит от решаемой проектной задачи.

В качестве показателей эффективности мы можем выбрать любой из показателей качества, если будем стремиться улучшать эти показатели. Например, часто ставится задача спроектировать систему с повышенной производительностью. Тогда вместо показателя качества "производительность" следует рассматривать показатель эффективности с тем же названием – "производительность".

### 2.3. Надежность системы

Как ясно из предыдущих рассуждений, надежность является одной из характеристик системы, комплекса или летательного аппарата, а именно характеристик устойчивости системы (см. рис. 2.4).

Можно рассматривать и несколько другой аспект в различии между требованиями к эффективности и надежности системы, а именно с позиций совершенствования систем и выбора критериев проектирования. Это различие состоит в том, что критерии эффективности служат для выбора оптимальных решений, связанных с обоснованием основных технических характеристик (параметров) сложных изделий и способов их использования, а критерии надежности – для выбора оптимальных технических решений, связанных с необходимостью сохранения основных технических характеристик изделий и их элементов в течение требуемого промежутка времени.

Приведем определения надежности, которые изложены в стандарте ГОСТ 27.002-89. «Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения».

**Надежность** – свойство объекта (системы) сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, хранения и транспортирования.

Надежность является комплексным свойством, которое в зависимости от назначения объекта и условий его применения может включать безотказность, долговечность, ремонтпригодность и сохраняемость или определенное сочетание этих свойств.

**Безотказность** – свойство объекта непрерывно сохранять работоспособное состояние в течение некоторого времени или некоторой наработки.

**Долговечность** – свойство объекта сохранять работоспособное состояние до наступления предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонта.

**Ремонтпригодность** – это свойство объекта, заключающееся в приспособленности к предупреждению и обнаружению отказов, повреждений и к восстановлению работоспособности путем технического обслуживания и ремонта.

**Сохраняемость** – свойство объекта сохранять в заданных пределах значения параметров, характеризующих способности объекта выполнять требуемые функции в течение и после хранения и (или) транспортирования.

#### **2.4. Изменение надежности ракетно-космического комплекса в процессе жизненного цикла**

Космические комплексы (как сложные технические системы) имеют определенный так называемый жизненный цикл, особенности которого необходимо учитывать в процессе создания и эксплуатации КК.

*Жизненным циклом* сложной технической системы (СТС) принято называть интервал времени от начала создания СТС до конца ее эксплуатации, при этом за начало жизненного цикла можно принять зарождение идеи о необходимости создания СТС, а конец – снятие системы с эксплуатации.

Иногда с целью экономии средств вместо создания новой СТС модернизируют старую.

Жизненный цикл космического аппарата, ракеты-носителя (или комплекса) включает в себя несколько стадий, которые укрупненно представлены ниже:

- исследование и обоснование разработки;
- разработка;
- наземная экспериментальная отработка;
- летные испытания;
- серийное производство;
- эксплуатация;
- снятие с эксплуатации (утилизация).

На стадии исследования и обоснования разработки формируют исходные данные и технические задания (ТЗ) на проведение научно-исследовательских работ (НИР) и опытно-конструкторских работ (ОКР).

На стадии разработки комплекса (КА, ракеты-носителя) выполняют эскизный проект (ЭП) и составляют технические задания на составные части космического комплекса, в том числе и ТЗ на разработку конструктивно-компоновочной схемы космического аппарата и ракеты (если она создается вновь или модернизируется).

После выпуска эскизного проекта ведется разработка рабочей документации и наземная экспериментальная отработка, которые включают в себя:

- выпуск рабочих чертежей всех создаваемых изделий;
- проведение комплекса расчетов по всем направлениям;
- проектный анализ возможных последствий и критичности отказов;
- лабораторно-отрабочные испытания;
- конструкторско-доводочные испытания;
- комплексные испытания по подтверждению основных характеристик изделия в целом.

После завершения расчетных работ и наземной экспериментальной отработки выпускается итоговый отчет о готовности к началу летных испытаний.

Летные испытания могут делиться на летно-конструкторские и зачетные.

На стадии серийного производства выпускают установочную партию для отработки технологического процесса и тщательно контролируют качество изделий. На этой стадии возможны изменения и доработки изделий. В дальнейшем технологию поддерживают неизменной.

Эксплуатация ракетно-космических комплексов ведется в эксплуатирующих организациях и включает в себя основные технологические процессы:

- приведение комплекса (ракеты-носителя, КА) в готовность к применению;
- поддержание в этой готовности;
- применение комплекса по назначению.

На стадии эксплуатации возможны отдельные доработки по замечаниям, выявленным в процессе эксплуатации, а также

модернизация элементов комплекса, ракеты, космического аппарата (сокращенно ЛА).

Надежность любого изделия в основном определяется этапом проектирования. На остальных этапах она уточняется и подтверждается. Только при наличии грубых ошибок в проектировании количественные значения надежности могут существенно меняться. С учетом этого можно считать, что надежность ракет и космических аппаратов на каждой стадии сначала не достигает требуемого значения с достаточным уровнем доверия. На рис. 2.5 схематично показано изменение надежности ЛА в процессе его создания. По оси абсцисс отложено время "жизни" ЛА, а по оси ординат - условный относительный показатель надежности изделия  $P$  по отношению к требуемому  $P_{TP}$ .

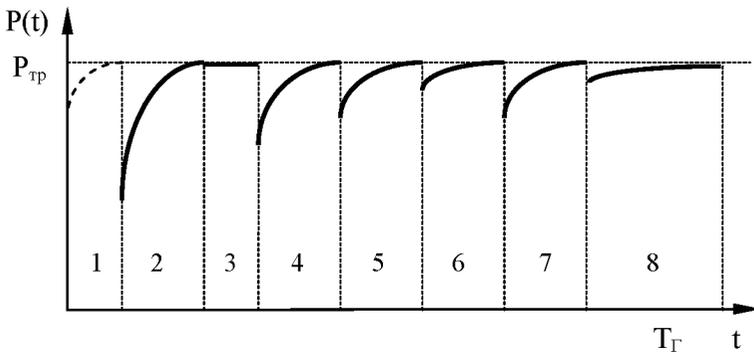


Рис. 2.5. Изменение подтвержденных характеристик надежности ЛА в процессе его создания

Данная схема относится к летательным аппаратам, которые предназначены для серийного изготовления и относительно частой смены при эксплуатации, например, к ракетам-носителям и космическим аппаратам небольшого срока активного существования (которые периодически заменяют в процессе эксплуатации).

На рисунке введены следующие обозначения различных этапов жизненного цикла летательных аппаратов и их комплексов: 1 – проектирование; 2 – КДИ; 3 – зачетные испытания; 4 – НКИ; 5 –

ЛКИ; 6 – летные зачетные испытания; 7 – испытания установочной партии серийного производства; 8 – эксплуатация в течение гарантийного срока.

Падение функции надежности  $P(t)$  при переходе от периода 1 к периоду 2 и от периода 3 к периоду 4 объясняется тем, что, как правило, первоначально не подтверждается высокая проектная надежность по различным причинам. В результате доработок и устранения причин отказов надежность агрегатов и бортовых систем, а следовательно и ЛА в целом повышается.

Переход к летным испытаниям опытных образцов также может сопровождаться снижением функции надежности, так как не все условия полета удастся имитировать на Земле. Аналогичный скачок надежности имеет место и при начале испытаний образцов установочной партии, так как при переводе технологии с опытного производства на технологию серийного производства неизбежны ошибки.

В процессе эксплуатации ЛА его надежность растет за счет устранения конструктивных ошибок и стабилизации производственных (технологических) процессов.

Тем не менее, ошибки при проектировании неизбежны и задача состоит в том, чтобы как можно больше ошибок устранить на ранних стадиях создания ЛА. При пропуске ошибок на этапах проектирования, отработки, серийного производства и эксплуатации приходится дорабатывать проект или технику. Чем позже выявлены ошибки, тем большие финансовые средства необходимы на доработки. В литературе по надежности приводится примерное соотношение затрат на исправление ошибок (1:10:100:1000). Это соотношение следует понимать следующим образом.

На исправление проектной ошибки, если она выявлена сразу, требуется столько же средств, сколько потрачено на ее «совершение». Если проектная ошибка обнаружена на этапе отработки, то на ее устранение требуется средств на порядок больше, так как это связано с производством опытных образцов. Если проектная ошибка обнаружена на этапе серийного производства, то на ее устранение требуется средств на два порядка больше, так как это связано с корректировкой технологического

процесса и заменой некоторых составных частей изделия. Если проектная ошибка обнаружена на этапе эксплуатации, то на ее устранение требуется средств на три порядка больше, чем на ее «свершение», так как это связано еще и с заменой эксплуатируемых образцов техники (например, с заменой множества ракет, находящихся на складе, или заменой запущенного на орбиту космического аппарата).

Накопление информации о надежности КА и его составных частей происходит последовательно на всех стадиях жизненного цикла КА, включая сбор информации по каждому изделию.

На рис. 2.6 схематично показано изменение надежности космических аппаратов, срок активного существования которых исчисляется несколькими годами (уникальных КА). Такие космические аппараты характеризуются тем, что никаких отдельных этапов летных, зачетных испытаний и испытаний установочной партии серийного производства не производится. Летные испытания, зачетные испытания и эксплуатация производятся на одном образце, который проходит все указанные этапы.

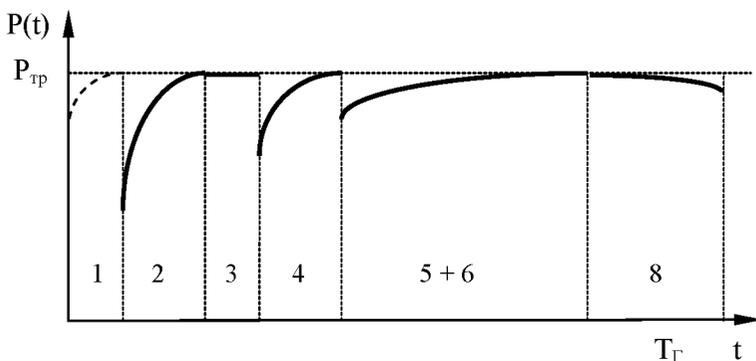


Рис. 2.6. Изменение подтвержденных характеристик надежности уникальных КА в процессе его создания

При испытаниях отказы конечно происходят, но, благодаря заранее принятым мерам (например, трехкратному резервированию приборов), отказы, как правило, не являются критичными.

Отказы устраняются наземными службами с помощью корректировки программного обеспечения бортового комплекса управления. При создании уникальных КА особое внимание уделяется вопросам проектирования и наземной отработки.

Отличительной особенностью создания надежных летательных аппаратов является учет изменения состояния ЛА во времени при его эксплуатации. С этой целью все время "жизни" готового изделия разделяется на этапы эксплуатации или периоды функционирования. Эти этапы или периоды могут быть более или менее крупными и степень подробности зависит от типа ЛА и поставленных задач по анализу надежности.

Приведем укрупненные этапы эксплуатации космических аппаратов:

- хранение КА до применения по назначению;
- дежурство КА в ожидании применения;
- подготовка к выведению на орбиту;
- выведение на орбиту;
- функционирование на орбите;
- спуск с орбиты (для возвращаемых КА и спускаемых капсул с информацией).

Для каждого этапа характерны свои особенности или периоды функционирования. Приведем типичные периоды функционирования на орбите для КА наблюдения:

- нахождение в орбитальном резерве;
- нахождение в готовности к приему и обработке видеоинформации;
- наблюдение и прием информации;
- обработка видеоинформации;
- передача видеоинформации на Землю;
- коррекция орбиты КА;
- профилактическое обслуживание и ремонт (для обслуживаемых КА) и т.п.

На каждом этапе и периоде функционирования летательные аппараты должны характеризоваться своими показателями надежности (показатель надежности - это количественная характеристика свойств надежности; более подробно показатели надежности

рассмотрены в последующих разделах). Можно привести аналогию со здоровьем человека. Например, нормальная температура тела человека еще не означает, что он здоров. Существует множество показателей, характеризующих здоровье человека, в частности показателей качества крови и др.

Так же обстоит дело и в ракетно-космической технике. Нельзя характеризовать надежность сложных технических систем одним показателем. Показатели надежности ракетно-космических систем должны учитывать: сложность состава; целевое функционирование во времени; различные этапы эксплуатации; отдельные периоды функционирования и др. Причем, чем больше показателей надежности используется при проектировании и эксплуатации летательных аппаратов, тем объективнее картина с точки зрения надежности.

### **3. ТЕРМИНЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ**

Начнем с некоторых основных терминов и определений надежности, которые можно применить к любым сложным техническим системам. Более полно термины и определения представлены в стандарте «ГОСТ 27.002-89. Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения». Затем рассмотрим специфические термины и определения, которые применимы к ракетно-космическим системам.

#### **3.1. Основные технические состояния**

*Исправное* состояние – состояние объекта (или системы), при котором он соответствует всем требованиям нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

*Неисправное* состояние – состояние объекта, при котором он не соответствует хотя бы одному из требований нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

*Работоспособное* состояние – состояние объекта, при котором значения всех параметров, характеризующих способность выполнять

заданные функции, соответствуют требованиям нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

*Неработоспособное* состояние – состояние объекта, при котором значение хотя бы одного параметра, характеризующего способность выполнять заданные функции, не соответствует требованиям нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

Работоспособный объект может быть неисправным, например, если он не удовлетворяет эстетическим требованиям, причем ухудшение внешнего вида объекта не препятствует его применению по назначению.

Для сложных объектов возможны *частично неработоспособные* состояния, при которых объект способен выполнять требуемые функции с пониженными показателями или способен выполнять лишь часть требуемых функций.

Например, при отказе приборов системы автоматической фокусировки космического аппарата наблюдения фокусировку можно проводить по командам с наземного комплекса управления. Производительность аппарата в этом случае снижается. При отказе приборов системы фокусировки частично работоспособное состояние аппарата можно сохранить, если для съемки выбирать объекты, расположенные на фиксированном от объектива космического аппарата расстоянии, соответствующем получению резкого изображения на приемниках изображения. Это достигается путем изменения стратегии получения выходного эффекта, а именно, выбором соответствующих целей и порядка съемки, а также путем изменения ориентации космического аппарата и т.п. Производительность аппарата при этом снижается существенно.

*Предельное состояние* – состояние объекта, при котором его дальнейшая эксплуатация недопустима или нецелесообразна, либо восстановление его работоспособного состояния невозможно или нецелесообразно.

### **3.2. Дефекты, повреждения, отказы**

*Дефект* – каждое отдельное несоответствие продукции установленным требованиям.

*Повреждение* – событие, заключающееся в нарушении исправного состояния объекта при сохранении работоспособного состояния.

*Отказ* – событие, заключающееся в нарушении работоспособного состояния объекта.

Например, признаками отказов и предельных состояний космического аппарата являются:

- прекращение (полное и частичное) выполнения объектом заданных функций. Например, не поступает видеоинформация с космического аппарата;

- отклонение заданных показателей качества за пределы установленных норм. Например, видеоинформация передается с потерей отдельных строк или элементов изображения;

- отказы и предельные состояния составных частей объекта, которые приводят к прекращению (полному или частичному) функционирования объекта или выходу его показателей качества за установленные нормы. Например, солнечные батареи снизили мощность более чем на 50%;

- достижение объектом назначенного ресурса или назначенного срока службы. Например, выработано топливо двигательной установки и т.п.

*Критичность* отказа – совокупность признаков, характеризующих последствия отказа.

Различают *критичные* и *некритичные* отказы. Последние подразделяются на существенные и несущественные (рис. 3.1).



### Рис. 3.1. Классификация отказов

*Критичный* отказ – отказ системы или ее элемента, тяжесть последствий которого в пределах данного анализа признана недопустимой и требует принятия специальных мер по снижению вероятности данного отказа и/или возможного ущерба, связанного с его возникновением.

Например, отказ телескопа космического аппарата наблюдения будет критичным, если этот телескоп один, а отказ канала передачи видеoinформации – некритичным, если этих канала два. Последний отказ может быть существенным, если значительно уменьшается оперативность системы, или не существенным, если она изменяется мало.

*Независимый* отказ – отказ, не обусловленный другими отказами. Например, отказ механизма системы фокусировки вследствие его заклинивания.

*Зависимый* отказ – отказ, обусловленный другими отказами. Например, отказ двигателя механизма системы фокусировки вследствие нарушения работы системы электропитания (СЭП).

*Внезапный* отказ – отказ, характеризующийся скачкообразным изменением значений одного или нескольких параметров объекта.

*Постепенный* отказ – отказ, возникающий в результате постепенного изменения значений одного или нескольких параметров объекта. Например, загрязнение оптических элементов телескопа может привести к постепенному ухудшению качества изображения.

### 3.3. Временные понятия

*Наработка* – продолжительность или объем работы объекта. Нарботка может быть как непрерывной величиной (продолжительность работы в часах, километрах пробега и т.п.), так и целочисленной (число рабочих циклов, запусков и т.п.).

*Ресурс* – суммарная наработка объекта от начала его эксплуатации или ее возобновления после ремонта определенного вида до перехода в предельное состояние. Например, ресурс работы ракетного двигателя – 12 часов.

*Срок службы* – календарная продолжительность эксплуатации от начала эксплуатации объекта или ее возобновления после ремонта до перехода в предельное состояние.

*Назначенный ресурс* – суммарная наработка, при достижении которой эксплуатация должна быть прекращена независимо от его технического состояния.

*Назначенный срок службы* – календарная продолжительность эксплуатации, при достижении которой эксплуатация объекта должна быть прекращена независимо от его технического состояния. При достижении объектом назначенного ресурса (назначенного срока службы) в зависимости от его состояния может быть принято решение о продолжении эксплуатации или о ее прекращении.

### 3.4. Техническое обслуживание и ремонт

*Техническое обслуживание* – комплекс операций или операция по поддержанию работоспособности или исправности изделия при использовании по назначению, ожидании, хранении и транспортировании.

*Восстановление* – процесс перевода объекта в работоспособное состояние из неработоспособного.

*Ремонт* – комплекс операций по восстановлению исправности или работоспособности изделий и восстановлению ресурсов изделий или их составных частей.

Схема основных состояний и событий объекта, а также перехода в различные состояния показана на рис. 3.2.

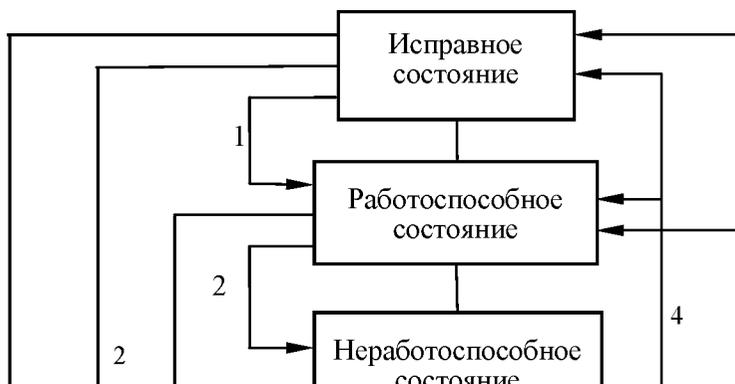


Рис. 3.2. Схема основных состояний и событий

На этом рисунке введены следующие обозначения позиций: 1 - повреждение; 2 - отказ; 3 - переход объекта в предельное состояние; 4 - восстановление; 5 - ремонт.

### 3.5. Общетехнические показатели надежности

*Показатель надежности* - количественная характеристика одного или нескольких свойств, составляющих надежность объекта.

#### Показатели безотказности

*Вероятность безотказной работы* – вероятность того, что в пределах заданной наработки отказа объекта не возникнет.

*Гамма - процентная наработка до отказа* – наработка, в течение которой отказ объекта не возникает с вероятностью  $\gamma$ , выраженной в процентах. Поясним это с помощью рис. 3.3, где точками на оси отложено время отказа десяти испытывавшихся приборов. На этом рисунке правая граница интервала времени  $T_{90\%}$  соответствующего 90-процентной наработке до отказа элемента, расположена между первой  $T_1$  и второй  $T_2$  точками на оси  $t$ .

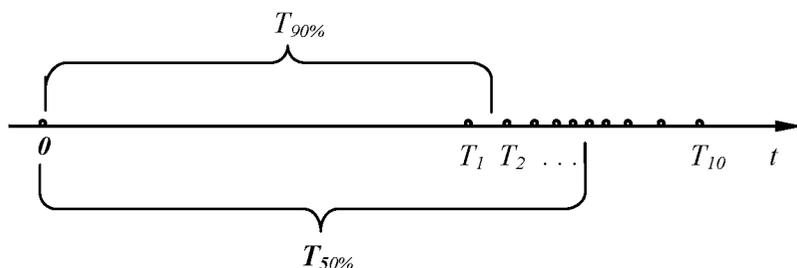


Рис. 3.3. Пояснения к вопросу о гамма-процентной наработке до отказа

*Средняя наработка до отказа* – математическое ожидание наработки объекта до первого отказа. Она соответствует 50- процентной наработке до отказа (см. рис. 3.3) для нормального закона распределения.

*Интенсивность отказов.* Этот показатель надежности рассматривается далее в подразделе "Надежность как качество, развернутое во времени" раздела "Методы расчета показателей надежности элементов".

Далее приведем названия показателей надежности без их определения, так как суть этих показателей ясна из названия.

**Показатели долговечности:**

- гамма - процентный ресурс;
- средний ресурс;
- гамма - процентный срок службы;
- средний срок службы и др.

**Показатели ремонтпригодности:**

- вероятность восстановления (за время, не более заданного) работоспособного состояния;
- гамма - процентное время восстановление и т.п.

**Показатели сохраняемости:**

- гамма - процентный срок сохраняемости;
- средний срок сохраняемости и т.п.

**Комплексный показатель надежности** характеризует несколько свойств, составляющих надежность объекта.

### **3.6. Термины и определения надежности космических комплексов и ракетно-космических систем**

Применительно к космическим комплексам используют как общетехнические термины и определения, которые рассматривались выше, так и специфические термины и определения надежности, которые не противоречат определениям, приведенным выше, а лишь конкретизируют их и, в этой связи, являются более простыми. Приведем эти термины, принятые в нормативной документации ракетно-космической отрасли. Эти термины могут быть применены не только к космическому комплексу, но и к его подсистемам, а именно, к ракетно-космическому комплексу, ракете-носителю, космическому аппарату.

*Надежность космического комплекса (КК)* – вероятность безотказной работы КК в течение заданного промежутка времени<sup>1</sup>.

*Отказ КК* – событие, состоящее в том, что не достигается заданный выходной эффект. Например, если космический аппарат принял и переработал видеоинформацию, но не смог ее передать на Землю.

*Выходной эффект* – события или величины, характеризующие полезный результат решения системой (объектом, изделием) поставленных задач. Выходной эффект в зависимости от характера решаемых задач может быть интегральным или дифференциальным.

---

<sup>1</sup> *Строго говоря, это определение надежности несколько противоречит определению надежности общетехнических систем, так как надежность это, прежде всего, свойство. Вероятность же безотказной работы - это лишь один из количественных показателей надежности.*

*Интегральный* выходной эффект – характеризует общий результат решения системой (объектом) поставленных задач в течение всего времени функционирования. Например, количество квадратных километров поверхности Земли, заснятых за все время существования КА.

*Дифференциальный* выходной эффект – характеризует результаты решения системой (объектом) поставленных задач в определенный момент времени или на определенном интервале времени, который значительно меньше общего времени функционирования. Например, количество объектов, занятых за один виток спутника, за месяц и т.п.

Выходной эффект *периода функционирования* характеризует результаты работы системы (объекта) за этот период. Например, количество информации, переданной за период связи через спутник-ретранслятор.

### 3.7. Показатели надежности космических комплексов и ракетно-космических систем

Применительно к космическим комплексам (системам, ракетам-носителям, космическим аппаратам) используют как общетехнические показатели надежности, так и специфические показатели. Комплексные показатели надежности космических комплексов и систем подразделяют на обобщенные, основные и дополнительные.

*Обобщенный* показатель надежности - показатель, характеризующий надежность комплекса (системы, объекта) в целом на всех периодах функционирования при заданных способах и условиях его применения.

*Основной* показатель надежности - характеризует надежность комплекса (системы, объекта) на отдельном периоде его функционирования.

*Дополнительные* показатели надежности используют для решения частных задач обеспечения и контроля надежности комплекса (системы) объекта.

Структура показателей надежности космического комплекса приведена на рис. 3.4.

Рассмотрим подробно специфические показатели надежности космического комплекса, которые применимы также к ракетно-космическим системам и летательным аппаратам.

*Вероятность обеспечения* в течение времени активного существования суточного относительного выходного эффекта не ниже заданного уровня<sup>2</sup> имеет вид:

$$P_{КА} (E_{сут} \geq E_{сут}^{Tp}, T_{AC}) = \frac{S}{S_0}, \quad (3.1)$$

где  $P(\cdot)$  – символ вероятности;

$E_{сут}$  – суточный выходной эффект;

---

<sup>2</sup> *Строго говоря, этот показатель является показателем эффективности, а не показателем надежности, однако он используется в нормативной документации ракетно-космической отрасли как показатель надежности.*

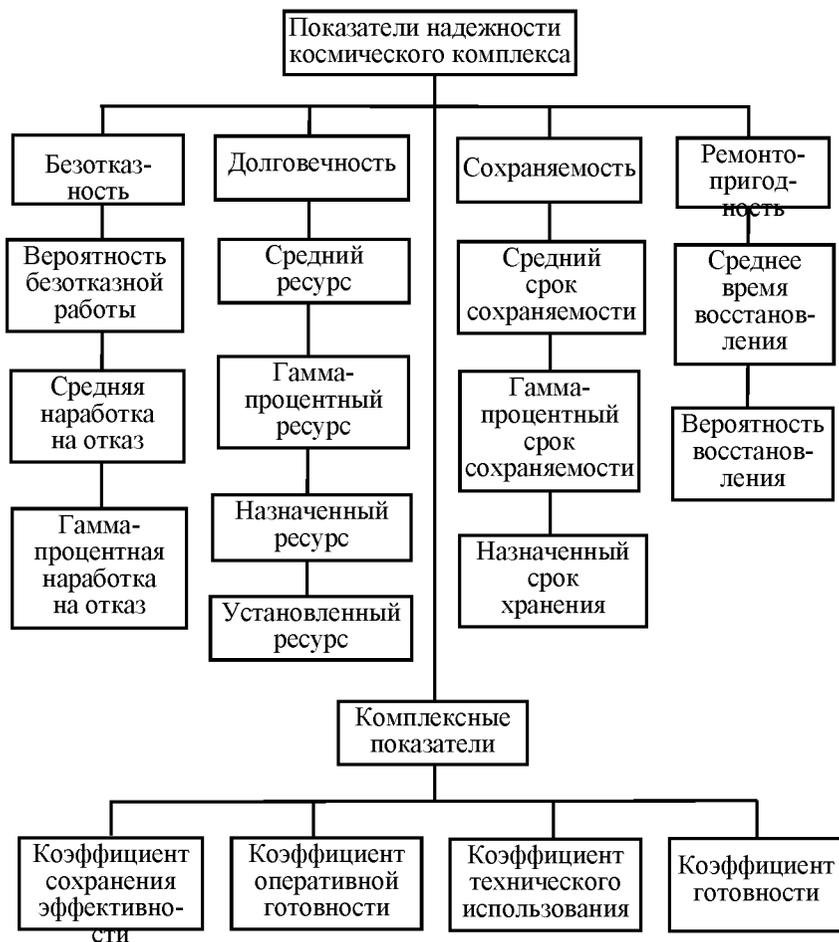


Рис. 3.4. Структура показателей космического комплекса

$E_{сут}^{Tp}$  – требуемый суточный выходной эффект;

$T_{AC}$  – время активного существования;

$S$  – число суток, в которых КА работал нормально;

$S_0$  – число суток в течение времени активного существования.

Например, надежность космического аппарата может быть задана следующим показателем:

$$P_{КА} (E_{сут} \geq 80\% \text{ от } E_{сут}^{ном}, T_{АС} = 3 \text{ года}) = 0,835,$$

что читается следующим образом: вероятность получения объектом суточного выходного эффекта более 80% от номинального ( $E_{сут}^{ном}$ ) за 3 года активного существования равна 0,835.

Коэффициент *готовности* – вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается.

Статистическая оценка коэффициента готовности (стационарное значение) определяется по следующей формуле:

$$K_2^{KC} = \frac{T_0 - \sum t_{npi}^n}{T_0},$$

где  $T_0$  – время функционирования КА за исключением плановых простоев;

$\sum t_{npi}^n$  – сумма времени простоя (неплановое).

Например,  $K_2^{KC} = 0,93$  при выходном эффекте не менее 85%.

Коэффициент *технического использования* - отношение математического ожидания суммарного времени пребывания объекта в работоспособном состоянии за некоторый период эксплуатации к математическому ожиданию суммарного времени пребывания объекта в работоспособном состоянии и простоев, обусловленных техническим обслуживанием и ремонтом за тот же период.

Статистическая оценка коэффициента технического использования (стационарное значение) выражается следующим образом:

$$K_{mu} = \frac{\sum t_{pi}}{\sum t_{pi} + \sum t_{npi}^{nn} + \sum t_{npi}^n},$$

где  $\sum t_{pi}$  – суммарное время работы;

$\sum t_{npi}^{nn}$  – суммарное время простоев (плановое).

Например,  $K_{mu} = 0,87$  за время эксплуатации  $T_3 = 2$  года.

Основное отличие коэффициентов готовности и технического использования состоит в учете или неучете планового и непланового времени простоя.

Коэффициент *сохранения эффективности* – отношение значения показателя эффективности использования объекта по назначению за определенную продолжительность эксплуатации к номинальному значению этого показателя, вычисленному при условии, что отказы объекта в течение того же периода не возникают.

Статистическая оценка этого коэффициента (стационарное значение) определяется следующим образом:

$$K_{сэ} = \frac{E_o}{E_{ном}}, \text{ за время } T_o,$$

где  $E_o$  - показатель действительной эффективности;

$E_{ном}$  - показатель номинальной эффективности;

$T_o$  - время эксплуатации.

Например,  $K_{сэ} = 0,87$  (или 85% от номинального) за время  $T_o = 3$  года.

Рассмотренные выше обобщенные комплексные показатели надежности могут использоваться не только для всего периода активного существования КА, но и для отдельных периодов функционирования. В этом случае они будут называться основными показателями надежности. Кроме того, для характеристики свойств надежности на отдельных периодах функционирования применяются и другие показатели.

В качестве показателей надежности можно использовать показатели безотказности, долговечности, ремонтпригодности, сохраняемости и комплексные показатели (коэффициент готовности, коэффициент сохранения эффективности), если их применять к частным задачам, выполняемым космической системой (космическим комплексом, ракетно-космической системой, летательным аппаратом), и к отдельным устройствам и системам летательных аппаратов. Например, можно использовать следующие показатели: среднее время развертывания космической системы, ресурс двигательной установки и т.п.

Для каждого типа космического аппарата могут быть выбраны или назначены свои показатели надежности. Пример выбранных основных показателей надежности для типового космического аппарата наблюдения показан в таблице 3.1.

Таблица 3.1

Показатели надежности КА и КС

Периоды функционирования	Основные показатели надежности
1. Хранение	Средний срок сохраняемости
2. Дежурство	Вероятность нахождения КА в состоянии готовности (коэффициент готовности)
3. Подготовка к выведению на орбиту	Среднее время подготовки к пуску Гамма-процентное время подготовки к пуску за время, не превышающее нормативное Вероятность подготовки к пуску за заданное время и т.п.
4. Выведение на орбиту	Вероятность безотказной работы функционирующих систем в течение времени выведения
5. Функционирование на орбите:	Вероятность простоя Вероятность выполнения задачи орбитального полета
5.1. Нахождение в орбитальном резерве	Вероятность сохранения работоспособного состояния в течение заданного времени
5.2. Нахождение в готовности к приему и обработке информации	Вероятность нахождения в состоянии готовности
5.3. Целевая работа:	Вероятность обеспечения заданного уровня дифференциального выходного эффекта
5.3.1. Наблюдение	Вероятность нахождения цели
5.3.2. Обслуживание заявок	Коэффициент оперативной готовности
5.3.3. Прием и передача видеoinформации на Землю	Вероятность передачи информации за время, не более заданного Вероятность сохранения качества информации
5.3.4. Профилактическое обслуживание и ремонт на орбите	Среднее время восстановления Гамма-процентное время восстановления за время, не превышающее нормативное

## 4. НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

### 4.1. Элементы теории множеств

Теория множеств занимается исследованием свойств множеств, образованных из элементов, которые обладают определенными свойствами и находятся между собой или элементами других множеств в некоторых отношениях.

**Примеры.** Множество студентов в институте - конечное множество; множество натуральных чисел  $1, 2, 3, 4, \dots$  - бесконечное множество; множество точек на отрезке  $[0, 1]$  - бесконечное множество.

Если нужно указать, что какой-нибудь объект " $a$ " есть один из элементов множества  $A$ , то употребляют так называемый знак включения и пишут  $a \in A$ .

Если объект " $a$ " не встречается среди элементов множества  $A$ , то пишут  $a \notin A$  или  $a \bar{\in} A$ .

Равными называют одинаковые множества, то есть множества, состоящие из одних и тех же элементов и записывают  $A = B$ .

Во множестве может не быть ни одного элемента, и тогда такое множество называется пустым и обозначается значком  $\emptyset$ .

Универсальным множеством называют такое множество, которому заведомо принадлежат все элементы множества.

Пусть рассматриваются два множества  $A$  и  $B$ . Если каждый элемент множества  $A$  входит также в множество  $B$ , то говорят, что  $A$  есть часть или подмножество множества  $B$ .

Это обстоятельство записывается с помощью знака включения  $\subset$  и пишут  $A \subset B$ .

Аналитически множество можно задать явно, например так:  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  - множество положительных чисел от одного до четырех. Можно множество задавать и описанием условий принадлежности рассматриваемому множеству, например:

$$A = \{x : \text{целое и } 1 \leq x \leq 4\}.$$

Двоеточие читается как "такое, что".

Графически множества изображаются в виде диаграмм Венна, представляющих собой прямоугольник с буквой  $V$  у левого верхнего угла. Буква  $V$  обозначает универсальное множество. Например, свойство  $A \subset B$  на диаграмме Венна изображается так, как это представлено на рис. 4.1.

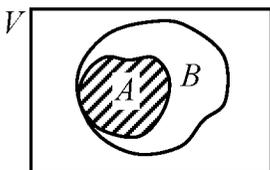


Рис. 4.1. Графическая иллюстрация принадлежности множества  $A$  множеству  $B$

*Объединением* двух множеств  $A$  и  $B$  называется множество, обозначаемое  $A \cup B$ , которое состоит из всех элементов, входящих хотя бы в одно из множеств  $A$  или  $B$ . Напомним, что математический символ  $\cup$  означает «или». Графически это можно представить с помощью заштрихованной области на рис. 4.2.

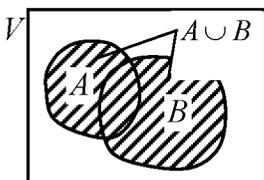


Рис. 4.2. Графическая иллюстрация операции объединения

**Пример.** Пусть  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  и  $B = \{3, 4, 5\}$ , тогда  $C_1 = A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .

*Пересечением* двух множеств  $A$  и  $B$  называется множество, обозначаемое  $A \cap B$ , состоящие из всех элементов, которые входят и в

множество  $A$  и в множество  $B$ . Напомним, что математический символ  $\cap$  означает строго «и». Графически это можно представить заштрихованной областью на рис. 4. 3.

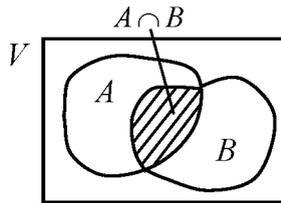


Рис. 4. 3. Графическая иллюстрация операции пересечения

**Пример.** Пусть  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  и  $B = \{3, 4, 5\}$ , тогда  $C_2 = A \cap B = \{3, 4\}$ .

Два множества  $A$  и  $B$  называют непересекающимися (или несовместными), если у них нет общих элементов. Условие несовместности (или ортогональности) множеств  $A$  и  $B$  символически обозначается  $A \cap B = \emptyset$ .

Графическая иллюстрация непересекающихся множеств представлена на рис. 4. 4.

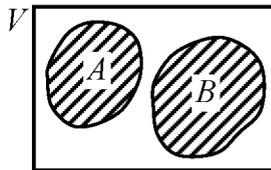


Рис. 4. 4. Графическая иллюстрация непересекающихся множеств

**Пример.** Пусть  $A = \{1, 2, 3\}$  и  $B = \{4, 5\}$ , тогда  $C_3 = A \cap B = \emptyset$ .

Дополнением множества  $A$  в универсальном множестве  $V$  называется множество всех тех точек  $x \in V$ , которые не принадлежат множеству  $A$ , то есть множество, обладающее свойством  $x \notin A$ .

Дополнение множества обозначается  $\bar{A}$  или  $A'$ .

Графическая иллюстрация дополнения множества  $A$  до универсального множества  $V$  представлена на рис. 4.5 заштрихованной областью.

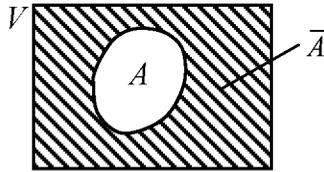


Рис. 4.5. Графическая иллюстрация дополнения множества  $A$  до универсального множества  $V$

**Пример.** Пусть  $A = \{2, 3, 4\}$  и  $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , тогда  $C_4 = A' = \{1, 5, 6\}$ .

Операция взятия дополнения обладает следующими свойствами:

$$A \cap A' = \emptyset;$$

$$A \cup A' = V;$$

$$A'' = A, \text{ или } (A')' = A;$$

$$\emptyset' = V;$$

$$V' = \emptyset.$$

## 4.2. Мощность и мера множества

Не вдаваясь в строго математические определения мощности и меры множества, поясним, что мощность множества часто отождествляется с количеством элементов множества, а мера множества - с массой, объемом, площадью и т. п. Рассмотрим эти понятия на примерах.

**Пример 1.** Пусть имеется аудитория, в которой 25 мест. В аудиторию входит группа и занимает 20 мест. Тогда мощность универсального множества  $n(V)$  равна 25, а мощность множества занятых мест  $n(A)$  равна 20.

**Пример 2.** Площадь поражения при взрыве одной бомбы равна  $50 \text{ м}^2$ , а площадь, по которой осуществляется бомбометание -  $500 \text{ м}^2$ .

Тогда мера универсального множества  $m(V)$  равна 500, а мера множества при взрыве одной бомбы  $m(A)$  равна 50.

### 4.3. Вероятность случайного события

Под случайным событием понимают факт, который в результате опыта может произойти или не произойти.

*Частотой* события называется отношение числа его появлений " $k$ " к числу всех произведенных опытов  $N$ , то есть:

$$h = \frac{k}{N}.$$

Устойчивость частот при большом числе опытов дает основание считать, что с каждым событием связано некоторое число - вероятность этого события, около которого стремится стабилизироваться частота. Вероятность события  $A$  обозначается  $P(A)$ . То есть, приближенно за вероятность события  $A$  можно принять его частоту при большом количестве опытов

$$P(A) \approx h.$$

В некоторых частных случаях оказывается известным, что элементарные события равновозможны, тогда вероятность события  $A$  можно определить через меру и мощность множества, то есть

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(V)} \text{ или } P(A) = \frac{m(A)}{m(V)}.$$

**Пример 1.** Игральные кости имеют 6 граней: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Вероятность выпадения любой грани -  $1/6$ . Тогда вероятность выпадения четных граней  $A = \{2, 4, 6\}$  будет

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(V)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

### 4.4. Свойства случайных событий

#### Несовместность и совместность случайных событий

Два случайных события называются несовместными, если не существует никакого элементарного события, реализация которого означает выполнение каждого из данных событий; "n" событий называются несовместными в совокупности, если любые два из них несовместны. В противном случае события называются совместными. Графическая иллюстрация несовместных и совместных событий приведена на рис. 4. 6.

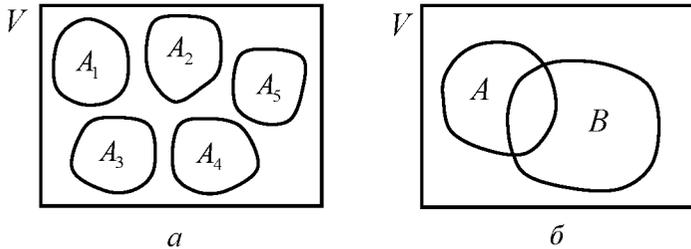


Рис. 4. 6. Иллюстрация несовместных и совместных событий

Для несовместных событий справедливы следующие соотношения:

$$P(A_1 \cap A_2) = P(\emptyset) = \emptyset; \tag{4.1}$$

$$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2), \tag{4.2}$$

где  $P(\cdot)$  - символ вероятности.

То есть вероятность логического произведения несовместных событий равна нулю, а вероятность логического сложения несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий.

Если события  $A_1, A_2, \dots, A_n$  несовместны и их объединение совпадает со всем пространством событий  $V$ , то говорят, что они образуют полную группу событий. Такие события называются гипотезами. Это положение иллюстрируется рис. 4. 7.

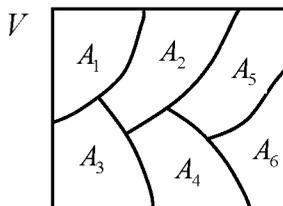


Рис. 4.7. Иллюстрация полной группы событий

Если события  $A_1, A_2, \dots, A_n$  образуют полную группу событий, то сумма вероятностей этих событий равна единице, то есть

$$\sum_{i=1}^n P(A_i) = 1.$$

Если событие  $A'$  - есть дополнение события  $A$  до полной группы, то вероятности этих событий дополняют друг друга до единицы, то есть

$$P(A') = 1 - P(A) \text{ и } P(A) = 1 - P(A').$$

**Пример 1.** Бросается монета один раз. Событие  $A$  (выпадение "орла") и событие  $A'$  (выпадение "решки") являются несовместными. Вероятности выпадения "орла" и "решки" одинаковы и равны

$$P(A) = P(A') = 0,5.$$

Событие выпадения "орла" и "решки" при одном бросании будет невозможным событием и, следовательно, вероятность его равна нулю:

$$P(A \cap A') = P(\emptyset) = 0.$$

Обращаем внимание на то, что между словами «орел» и «решка» стоит именно союз «и», соответствующий символу  $\cap$  (пересечение).

Подсчитаем вероятность выпадения "орла" или "решки" при одном бросании монеты. Обозначим это событие выпадения "орла" или "решки" через  $C$ :

$$C = A \cup A'.$$

Обращаем также внимание на то, что между словами «орел» и «решка» стоит союз «или», соответствующий символу  $\cup$  (объединение).

Тогда вероятность выпадения "орла" или "решки" при одном бросании монеты получается следующей:

$$P(C) = P(A \cup A') = P(A) + P(A') = 0,5 + 0,5 = 1.$$

Действительно, событие выпадения "орла" или "решки" образует полную группу событий, поэтому его вероятность равна единице.

**Пример 2.** Бросается игральная кость с шестью гранями: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Определить вероятность выпадения четной грани.

Вероятность выпадения любой грани равна  $1/6$ . Введем события  $A_2, A_4, A_6$ , которые означают выпадение граней с номерами соответственно 2, 4 и 6.

Введем событие  $C$  - выпадение четных граней и рассчитаем вероятность этого события

$$C = A_2 \cup A_4 \cup A_6;$$

$$P(C) = P(A_2 \cup A_4 \cup A_6) = P(A_2) + P(A_4) + P(A_6) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}.$$

Для совместных событий справедливо следующее соотношение:

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B). \quad (4.3)$$

Это свойство может быть получено из следующих рассуждений. Очевидно, что вероятность  $P(A) + P(B)$  включает в себя вероятность  $P(A \cap B)$  дважды (см. рис. 4.6, б). Поэтому вероятность  $P(A \cap B)$  необходимо вычесть один раз из суммы вероятностей  $P(A) + P(B)$ .

Для того, чтобы проиллюстрировать примером выражение (4.3), необходимо рассмотреть зависимость и независимость случайных событий.

#### 4.5. Независимость и зависимость случайных событий

События  $A$  и  $B$  называются независимыми тогда и только тогда, когда выполняется условие

$$P(A \cap B) = P(A)P(B). \quad (4.4)$$

Иногда говорят, что два события независимы, если появление одного из них не изменяет вероятности появления другого.

Для независимости нескольких событий необходимо, чтобы они были независимы между собой попарно.

Существует опасность смешения понятий несовместности и независимости событий. Источник этой ошибки кроется в слишком вольном употреблении выражения "не имеет никакого отношения одно к другому". Покажем на примере, что независимые события могут быть совместными (если их вероятности больше нуля).

**Пример.** Два стрелка независимо друг от друга стреляют в цель по одному разу. Вероятность попадания в цель первым стрелком равна 0,8; вторым - 0,7. Какова вероятность поражения цели?

Пусть  $A$  - случайное событие - попадание в цель первым стрелком;  $B$  - вторым. Эти события независимы (стрелки не мешают друг другу), но они и совместны, так как попадание в цель одним стрелком не исключает возможность попадания в ту же цель другим стрелком. Обозначим буквой  $C$  событие поражения цели (первым стрелком или вторым стрелком или обоими стрелками). Для расчета воспользуемся формулами (4.3) и (4.4):

$$\begin{aligned} P(C) &= P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \\ &= P(A) + P(B) - P(A)P(B) = 0,8 + 0,7 - 0,8 \cdot 0,7 = 0,94. \end{aligned}$$

#### 4.6. Условная вероятность

Покажем, что условная вероятность события  $A$  при условии, что произошло событие  $B$ , определяется формулой:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \quad \text{если } P(B) \neq 0. \quad (4.5)$$

Представим события  $A$  и  $B$  на диаграмме Венна (рис. 4.8,  $a$ ) и выделим из нее приведенное пространство  $B = V^*$  (рис. 4.8,  $b$ ).

Определим условную вероятность через меры множеств в приведенном пространстве событий следующим образом:

$$P(A|B) = P(A^*) = \frac{m(A^*)}{m(V^*)}. \quad (4.6)$$

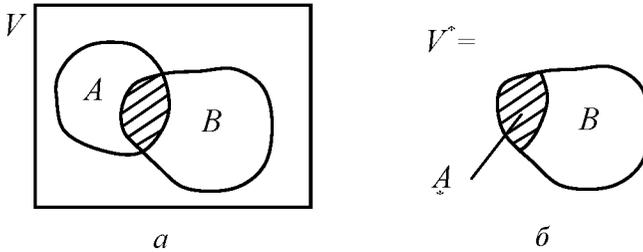


Рис. 4.8. Приведенное пространство событий

В качестве меры множества будем рассматривать площади фигур на рисунках. Мера множества  $A$  есть площадь заштрихованной на диаграмме Венна фигуры  $A$ , то есть  $m(A^*) = F_A^*$ . Мера множества  $B$  (приведенного пространства событий) есть площадь фигуры  $B$ , то есть  $m(V^*) = F_B^*$ . Мера универсального множества  $V$  есть площадь диаграммы Венна, то есть  $m(V) = F_V$ .

Подставим меры множеств  $A$  и  $B$  в формулу (4.6):

$$P(A|B) = \frac{m(A^*)}{m(V^*)} = \frac{F_A^*}{F_B^*}.$$

Поделим и числитель, и знаменатель этого выражения на меру универсального множества.

$$P(A|B) = \frac{F_A^* / F_V}{F_B^* / F_V}.$$

Учитывая, что в универсальном множестве

$$\frac{F_A^*}{F_V} = P(A \cap B) \text{ и } \frac{F_B^*}{F_V} = P(B),$$

окончательно получаем искомую зависимость (4.5)

Из этой формулы можно получить выражения для раскрытия вероятности пересечения событий через условную вероятность:

$$P(A \cap B) = P(B)P(A|B). \quad (4.7)$$

Аналогично можно получить:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A). \quad (4.8)$$

Если рассматривать три события  $A$ ,  $B$  и  $C$ , то можно получить следующее выражение;

$$P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B|A)P(C|A \cap B).$$

В частном случае, если события  $A$ ,  $B$  и  $C$  независимы, то есть  $P(B|A) = P(B)$  и  $P(C|A \cap B) = P(C)$ , приходим к следующему выражению:  $P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B)P(C)$ .

**Пример 1.** Метеорная частица попадает в пилотируемый космический аппарат с вероятностью 0,001, а в обитаемый модуль того же космического аппарата - с вероятностью 0,0001. Определить вероятность попадания метеорной частицы в обитаемый модуль, если она попала в космический аппарат, но неизвестно в какое место именно.

Для решения задачи введем следующие события: событие  $B$  - попадание метеорной частицы в космический аппарат и событие  $A$  - попадание метеорной частицы в обитаемый модуль. Поскольку событие  $A$  принадлежит событию  $B$ , то есть  $A \in B$ , то  $A \cap B = A$  (см. рис. 4.1), то приходим к следующему результату:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)}{P(B)} = \frac{0,0001}{0,001} = 0,1.$$

**Пример 2.** В урне находится 10 шаров: 5 белых и 5 черных. Шары перемешиваются и вынимаются случайным образом. Определить вероятность того, что вторым окажется черный шар при условии, что первым был вынут белый шар.

*Решение.* Введем события:  $A$  - появление белого шара;  $B$  - появление черного шара. Поскольку первым был белый шар, то перед второй выемкой в урне осталось 4 белых шара и 5 черных (всего 9 шаров). Решать будем с использованием мощности множеств:

$$P(B|A) = \frac{m(B)}{m(V)} = \frac{5}{9}.$$

**Пример 3.** В условиях примера 2 определить вероятность того, что первым будет вынут белый шар, а вторым - черный.

*Решение.* Сначала определим вероятность того, что первым окажется белый шар:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(V)} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}.$$

Далее, введем событие  $C$ , означающее появление сначала события  $A$ , а затем события  $B$ :  $C = A \cap B$ . Воспользуемся формулой (4.8):

$$P(C) = P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{9} = \frac{5}{18}.$$

Здесь значение условной вероятности  $P(B|A)$  взято из решения примера 2.

## 4.7. Случайные величины

Ограничимся техническим определением случайной величины.

Случайной величиной называется величина, которая в результате опыта может принять то или иное значение, причем неизвестно заранее, какое именно.

Случайные величины подразделяются на дискретные и непрерывные. Приведем пример дискретной случайной величины.

Бросают три монеты. При этом возможны следующие события:

$A$  - не выпадает ни одного "орла";

$B$  - выпадает один "орел";

$C$  - выпадает два "орла";

$D$  - выпадает три "орла".

Вероятность выпадения "орла" при бросании одной монеты составляет 0,5. Вероятности же появления событий  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  будут какими-то другими. Если провести опыты по многократному бросанию трех монет, то можно получить частоты появления этих собы-

тий  $h(A)$ ,  $h(B)$ ,  $h(C)$  и  $h(D)$ , которые приближенно принимают за вероятности появления соответствующих событий  $P_0, P_1, P_2$  и  $P_4$ .

В этом примере случайной величиной  $x$  является количество выпавших "орлов".

Дискретную случайную величину обычно представляют в виде ряда распределения:

$$-x \quad | \quad 0 \quad | \quad 1 \quad | \quad 2 \quad | \quad 3 -$$

$$P_i \quad | \quad P_0 \quad | \quad P_1 \quad | \quad P_2 \quad | \quad P_3$$

или в виде так называемого многоугольника распределения, как это показано на рис. 4.9. На этом рисунке по оси абсцисс откладывается случайная величина  $x$ , а по оси ординат – соответствующие вероятности  $P_i$ .

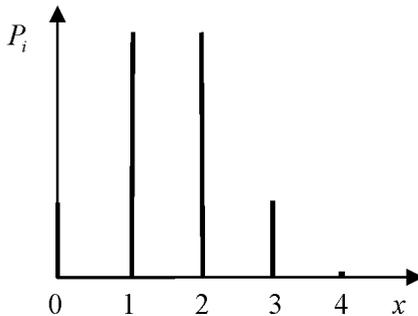


Рис. 4.9. Многоугольник распределения дискретной случайной величины

Математическое ожидание и дисперсия данной дискретной случайной величины ищутся по следующим формулам:

$$m_x = \sum_{i=0}^n x_i P_i; \tag{4.9}$$

$$D_x^2 = \sum_{i=0}^n (x_i - m_x)^2 P_i, \tag{4.10}$$

где  $n$  - количество рассматриваемых событий.

Напомним, что математическое ожидание характеризует среднее значение случайной величины, а дисперсия - разброс относительно среднего.

Для аналитического представления или аппроксимации дискретных случайных величин используют так называемые законы распределения случайных величин. Из большого числа таких законов рассмотрим лишь два, которые наиболее часто используются при оценке надежности.

#### 4.8. Биномиальный закон распределения

В теории вероятностей доказывается, что этот закон справедлив для схемы независимых испытаний. Он определяется следующим выражением:

$$P_n(x) = C_n^x p^x (1-p)^{(n-x)}, \quad (4.11)$$

где  $p$  - вероятность появления элементарного события;

$n$  - максимальное значение случайной величины;

$x$  - текущее значение случайной величины;

$P_n(x)$  - вероятность выпадения случайной величины  $x$  из  $n$  возможных;

$C_n^x$  - число сочетаний из  $n$  по  $x$ , которое определяется следующей формулой:

$$C_n^x = \frac{n!}{x!(n-x)!}. \quad (4.12)$$

Напомним, что  $0!$  считается равным единице.

Покажем процедуру расчета вероятностей по этому закону на примере с бросанием трех монет (см. выше). Для этого примера  $n = 3$ ;  $x = 0; 1; 2; 3$ ;  $p = 0,5$ . Тогда по формулам (4.9) и (4.10) имеем:

$$P_3(0) = C_3^0 p^0 (1-p)^{(3-0)} = \frac{3!}{0!(3-0)!} 0,5^0 (1-0,5)^{3-0} = 0,125;$$

$$P_3(1) = C_3^1 p^1 (1-p)^{(3-1)} = \frac{3!}{1!(3-1)!} 0,5^1 (1-0,5)^{3-1} = 0,375;$$

$$P_3(2) = C_3^2 p^2 (1-p)^{(3-2)} = \frac{3!}{2!(3-2)!} 0,5^2 (1-0,5)^{3-2} = 0,375;$$

$$P_3(3) = C_3^3 p^3 (1-p)^{(3-3)} = \frac{3!}{3!(3-3)!} 0,5^3 (1-0,5)^{3-3} = 0,125.$$

Поскольку отдельные события (выпадения ни одного, одного, двух и трех «орлов») несовместны, причем, события образуют полную группу событий, то сумма вероятностей этих событий должна быть равна единице:

$$\sum_{x=0}^3 P_3(x) = 0,125 + 0,375 + 0,375 + 0,125 = 1.$$

График плотности вероятности представлен на рис. 4.10.

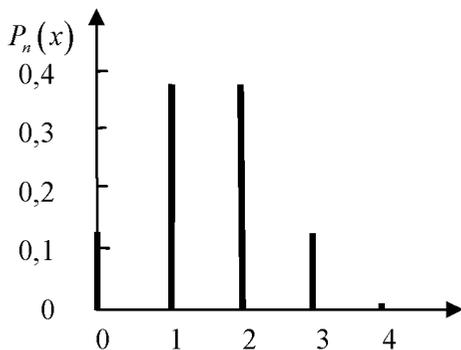


Рис. 4.10. График распределения вероятности для примера трехкратного бросания монеты

Подсчитаем математическое ожидание и дисперсию:

$$m_x = \sum_{i=0}^3 x_i P_i = 0 \cdot 0,125 + 1 \cdot 0,375 + 2 \cdot 0,375 + 3 \cdot 0,125 = 1,5;$$

$$D_x^2 = \sum_{i=0}^3 (x_i - m_x)^2 P_i = (0 - 1,5)^2 0,125 + (1 - 1,5)^2 0,375 + \\ + (2 - 1,5)^2 0,275 + (3 - 1,5)^2 0,125 = 0,75.$$

Заметим, что математическое ожидание в данном случае получилось нереализуемым значением случайной величины.

#### 4.9. Распределение Пуассона

Распределение Пуассона имеет следующий вид

$$P(x) = \frac{m^x}{x!} e^{-m}, \quad (4.13)$$

где  $m$  - математическое ожидание (параметр распределения).

На рис. 4.11 приведен график закона Пуассона для параметра  $m = 3$ . Наибольшее значение вероятностей «группируется» вблизи математического ожидания. С увеличением значения случайной величины  $x$  ее вероятность уменьшается. Например, при  $x=12$  вероятность равна 0,0001, то есть  $P(12) = 0,0001$ .

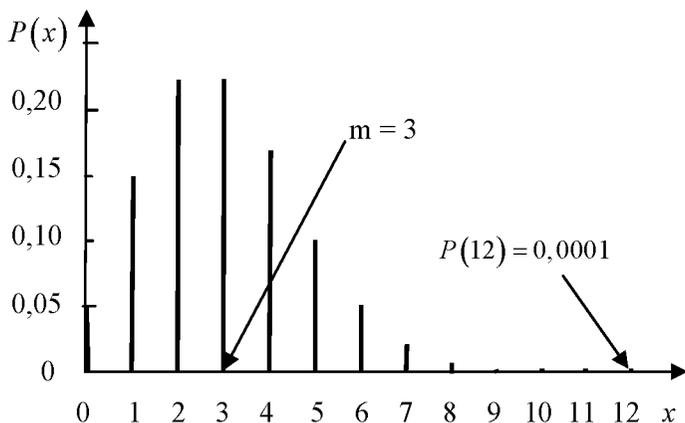


Рис. 4.11. График закона Пуассона для параметра  $m=3$

На практике этот закон можно использовать, например, для определения вероятности занятости линий при телефонных переговорах. На рис. 4.12 схематично изображен процесс (развертка во времени) занятости линий связи. Количество тонких горизонтальных линий соответствует количеству имеющихся линий связи. Утолщенные горизонтальные отрезки схематично отображают занятость тех или иных линий связи по времени.

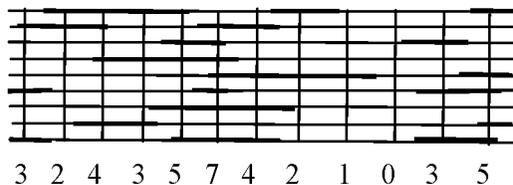


Рис. 4.12. Схема, иллюстрирующая случайный характер занятости линий связи

Анализ схемы показывает, что в процессе изменения времени (см. различные сечения процесса) количество занятых каналов связи меняется случайным образом. Это количество подчиняется закону Пуассона.

Если математическое ожидание в законе Пуассона меньше единицы, то характер распределения вероятностей меняется, и наибольшее значение вероятности располагается между нулем и единицей. Заметим, что математическое ожидание в данном случае является нереализуемой на практике случайной величиной. Оно лишь показывает, что в районе математического ожидания «группируются» наибольшие значения вероятностей, то есть в районе значений случайной величины, равной нулю и единице.

На рис. 4.13 приведен график закона Пуассона для параметра  $m = 0,5$ . С увеличением значения случайной величины  $x$  ее вероятность уменьшается в большей степени, чем в случае, когда параметр  $m$  больше единицы. Например, при  $x = 6$  вероятность равна 0,0002, то есть  $P(6) = 0,0002$ .

Этот закон можно использовать, например, для определения вероятности попадания или не попадания метеорных частиц в космический аппарат. Вероятность не попадания метеорной частицы в космический аппарат отыщем с помощью выражения (4.13), полагая  $x = 0$

$$P(0) = \frac{m^0}{0!} e^{-m} = e^{-m}.$$

А вероятность попадания одной, двух, трех и т.д. частиц найдем как дополнение вероятности непадания до единицы:

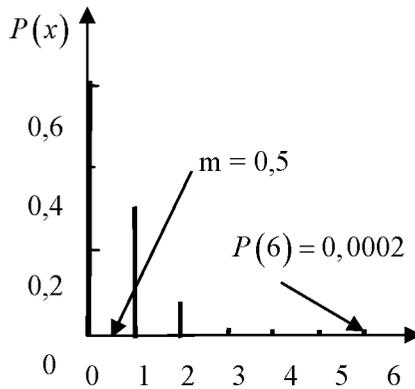


Рис. 4.13. График закона Пуассона для параметра  $m = 0,5$

$$P(1, 2, 3 \dots) = 1 - P(0) = 1 - e^{-m}.$$

#### 4.10. Непрерывные случайные величины

Примером случайной величины может быть наработка до отказа пружин при их испытании. Наиболее полно непрерывная случайная величина характеризуется функцией распределения или функцией плотности распределения.

Функция распределения  $F(x)$  показывает вероятность того, что случайная величина  $X$  будет меньше, чем наперед заданное конкретное значение  $x$ , что записывается следующим образом:

$$F(x) = P(X < x), \tag{4.14}$$

где  $P(\cdot)$  - символ вероятности.

Функция плотности распределения случайной величины определяется как производная от функции распределения:

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} = F'(x). \quad (4.15)$$

Схематично графики различных законов распределения представлены на рис. 4.14, а, а графики плотностей распределения - на рис. 4.14, б.

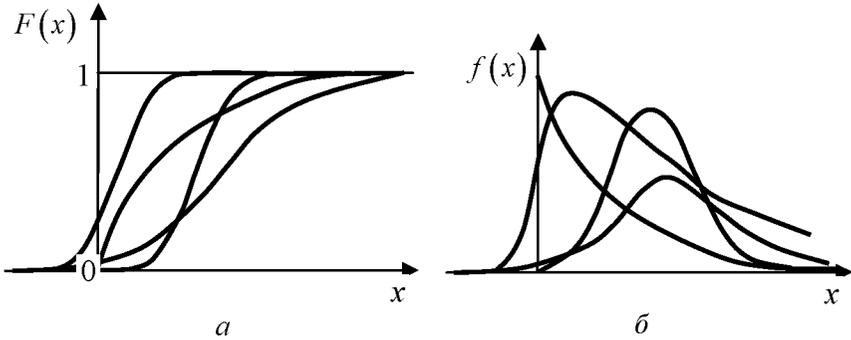


Рис. 4.14. Графики различных законов распределения

Функция распределения случайной величины (интегральная функция) выражается через ее плотность следующим образом:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx .$$

На рис. 4.15 представлена графическая интерпретация функциональной связи между функцией распределения и функцией плотности распределения случайной величины.

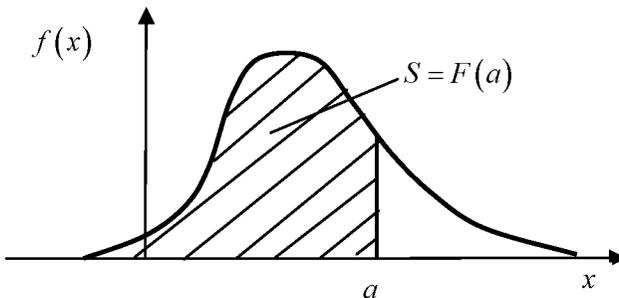


Рис. 4.15. Интерпретация функции распределения через площадь под кривой плотности распределения

Функция распределения численно равна площади под функцией плотности на интервале изменения случайной величины от  $-\infty$  до  $a$ . Условие нормировки (вероятность попадания случайной величины на интервале от  $-\infty$  до  $+\infty$ ) записывается следующим образом:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1.$$

Вероятность попадания случайной величины в заданный интервал иллюстрируется рис. 4.15. На этом рисунке в верхней части изображен график плотности вероятности, а на нижней - график функции распределения случайной величины.

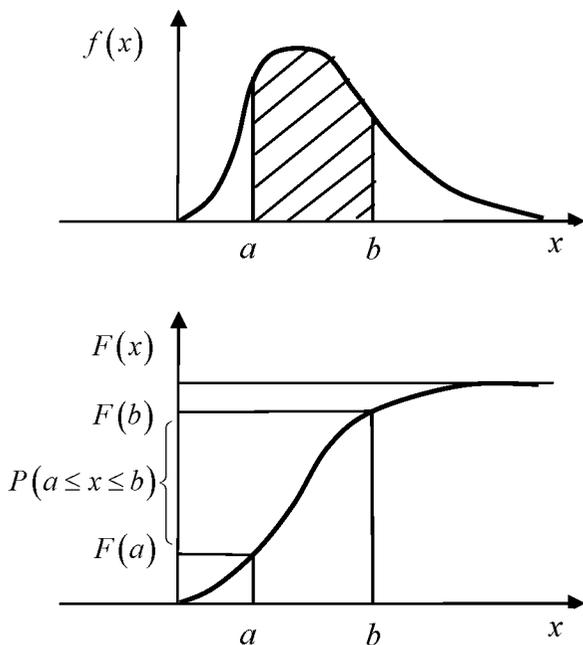


Рис. 4.15. Вероятность попадания случайной величины в заданный интервал

Вероятность попадания случайной величины в заданный интервал определяется с помощью следующих зависимостей:

$$\begin{aligned}
 P(a \leq x \leq b) &= \int_a^b f(x) dx = \int_{-\infty}^b f(x) dx - \int_{-\infty}^a f(x) dx = \\
 &= F(b) - F(a). \quad (4.16)
 \end{aligned}$$

**Следствие.** Вероятность попадания случайной величины в точку ( $x = a = b$ ) равна нулю.

Менее полно случайная величина характеризуется математическим ожиданием и дисперсией, формулы для нахождения которых выглядят следующим образом:

$$m_x = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x) dx; \quad (4.17)$$

$$D_x^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - m_x)^2 f(x) dx. \quad (4.18)$$

Аналогично определяются и многомерные случайные величины. Приведем лишь некоторые формулы для двумерных случайных величин,  $x$  и  $y$ , которые нам понадобятся в дальнейшем.

**Функция распределения:**

$$F(x, y) = P(X < x, Y < y).$$

**Функция плотности:**

$$f(x, y) = \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x \partial y}.$$

Связь между функцией плотности распределения и функцией распределения следующая:

$$F(x, y) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y f(x, y) dx dy. \quad (4.19)$$

Если ввести условные плотности распределения  $f(x|y)$  и  $f(y|x)$ , то можно записать

$$f(x, y) = f(x)f(y|x)$$

или

$$f(x, y) = f(y)f(x|y).$$

Для независимых случайных величин будет справедливо следующее выражение:

$$f(x, y) = f(x)f(y),$$

где  $f(x)$  - плотность распределения случайной величины  $x$ , а  $f(y)$  - плотность распределения случайной величины  $y$ .

Рассмотрим некоторые конкретные законы распределения непрерывных случайных величин.

#### 4.11. Некоторые законы распределения

##### *Равномерный закон распределения*

Этот закон характеризуется равномерной плотностью распределения на заданном интервале:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{при } a \leq x \leq b; \\ 0 & \text{при } x < a \text{ и } x > b, \end{cases} \quad (4.20)$$

где  $a$  и  $b$  - границы рассматриваемого интервала.

Функция распределения определяется следующим образом:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a; \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{при } a \leq x \leq b; \\ 1 & \text{при } x > b. \end{cases} \quad (4.21)$$

График этих зависимостей приведен на рис. 4.16.

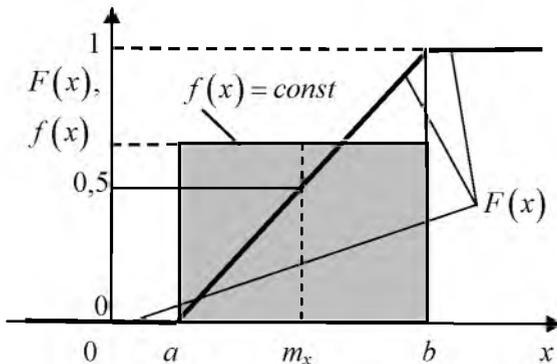


Рис. 4.16. Иллюстрация равномерного закона распределения

Математическое ожидание и дисперсия определяются следующим образом:

$$m_x = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{b-a} f(x) dx = \frac{a+b}{2}. \quad (4.22)$$

$$D_x^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - m_x)^2 f(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(x - \frac{a+b}{2}\right)^2 \frac{1}{b-a} dx = \frac{b-a}{12}. \quad (4.23)$$

### ***Нормальный закон распределения***

Функция плотности распределения случайной величины  $x$ :

$$f(x) = \frac{1}{D_x \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x - m_x}{D_x}\right)^2\right). \quad (4.24)$$

Здесь  $m_x$  - математическое ожидание случайной величины;

$D_x$  - среднеквадратическое отклонение случайной величины,

которое связано с дисперсией  $D_x^2$  следующим соотношением:

$$D_x = \sqrt{D_x^2}.$$

Нормальный закон распределения случайной величины:

$$F(x) = \int_0^{\infty} f(x) dy = \frac{1}{D_x \sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x - m_x}{D_y}\right)^2\right) dx \quad (4.25)$$

$$\text{или } F(x)H = \int_0^{\infty} f(x) dy = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz, \quad (4.26)$$

где  $z$  - нормированная случайная величина. Здесь нормировка осуществляется следующим образом:

$$z = \frac{x - m_x}{D_x}. \quad (4.27)$$

График нормального закона распределения и его плотности представлен на рис. 4.17.

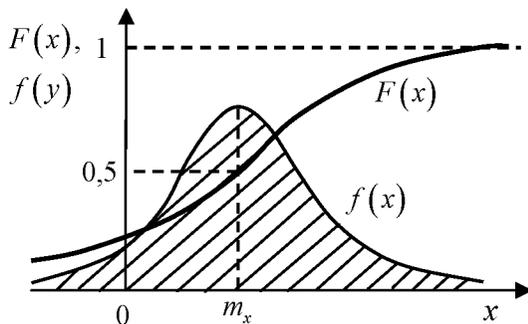


Рис. 4.17. Примерный график функции нормального закона распределения случайной величины и ее плотности

### *Экспоненциальный закон распределения*

Экспоненциальный закон распределения определяется следующими зависимостями:

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}; \quad (4.28)$$

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad (4.29)$$

где  $\lambda$  - параметр распределения.

Примерный график экспоненциального закона распределения и его плотности представлен на рис. 4.18.

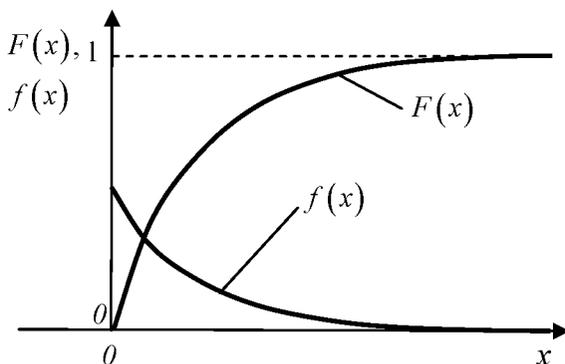


Рис. 4.18. Примерный вид графиков функции экспоненциального закона распределения случайной величины и ее плотности

### Распределение Вейбулла

Это распределение характеризуется следующими функциями:

$$F(x) = 1 - \exp(-\lambda \cdot x^a); \quad (4.30)$$

$$f(x) = \lambda a x^{a-1} \exp(-\lambda \cdot x^a), \quad (4.31)$$

где  $\lambda$  и  $a$  параметры распределения. Графики этих функций приведены на рис. 4.19.

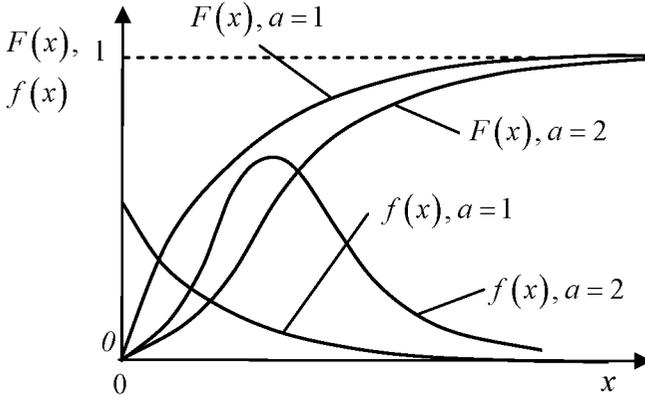


Рис. 4.19. Примерный вид графиков функции плотности распределения закона Вейбулла

Следует отметить, что экспоненциальное распределение является частным случаем распределения Вейбулла при  $a = 1$ .

### Некоторые распределения случайных величин

Существуют и другие распределения случайных величин. Некоторые из них обсуждаются при выполнении лабораторных работ в рамках данной дисциплины. Это распределения Пирсона, Смирнова, Стьюдента, Фишера и др.

Из приведенного списка необычной является фамилия (или псевдоним) «Стьюдент» (студент). Настоящее имя ученого, жившего в Англии и публиковавшего свои научные труды под псевдонимом

«Стьюдент», было Госсет. Он начинал свою трудовую деятельность в булочной. Хозяин булочной, чтобы получить побольше прибыли, проводил, как сейчас принято говорить, сбор и обработку статистических данных, касающихся продажи разных сортов выпекаемого хлеба, причем с учетом времени года, суток, праздников, рабочих дней, погоды и других факторов. К этой работе был привлечен способный молодой человек по фамилии Госсет. Хозяин решил послать его на обучение к Пирсону, ученому с мировым именем. В дальнейшем Госсет стал известным ученым, однако все права по научным публикациям принадлежали бывшему хозяину. Поэтому и появился псевдоним «Стьюдент».

#### 4.12. Математическое ожидание и дисперсия функции случайных величин

Пусть  $a$  - детерминированная (не случайная) величина,  $X$  и  $Y$  - случайные величины.

Введем следующие обозначения:

$M[\cdot]$  - операция математического ожидания ( $m_x$  - результат операции);

$D^2[\cdot]$  - операция дисперсии ( $D_x^2$  - результат операции).

Приведем формулы математического ожидания и дисперсии функции случайных величин без доказательства.

$$\begin{aligned}
 M[a \cdot X] &= aM[X]; & D^2[a \cdot X] &= a^2D^2[X]; \\
 M[a + X] &= a + M[X]; & D^2[a + X] &= D^2[X]; \\
 M[X + Y] &= M[X] + M[Y]; & D^2[X + Y] &= D^2[X] + D^2[Y]; \\
 M[X - Y] &= M[X] - M[Y]; & D^2[X - Y] &= D^2[X] + D^2[Y]; \\
 M[X^2] &= (M[X])^2 + D^2[X]; & & (4.32)
 \end{aligned}$$

Если  $X$  и  $Y$  - независимые случайные величины, то

$$M[X \cdot Y] = M[X]M[Y].$$

Более сложные зависимости при изучении материала настоящего учебного пособия не понадобятся.

Покажем справедливость формулы (4.32).

**Пример 1.** Проведено 3 опыта, получены следующие результаты (размерность в данном случае не имеет значения): 8, 12, 10. Найдем математическое ожидание и дисперсию этих значений:

$$M[X] = m_x = \frac{8+12+10}{3} = 10;$$

$$D^2[X] = D_x^2 = \frac{(8-10)^2 + (12-10)^2 + (10-10)^2}{3} = 2,67.$$

Возведем значение каждого результата в квадрат, получим: 64, 144, 100.

Найдем математическое ожидание от этих значений:

$$M[X^2] = m_x = \frac{64+144+100}{3} = \frac{308}{3} = 102,67.$$

Учитывая, что  $(M[X])^2 = 10^2 = 100$ , приходим к выводу, что формула (4.32) справедлива.

**Пример 2.** На одной из картин 19 века, которая называется «Устный счет» изображен класс сельской школы. На доске написано мелом следующее выражение:

$$\frac{10^2 + 11^2 + 12^2 + 13^2 + 14^2}{365} = ?.$$

Попытаемся решить данную задачу с помощью формулы (4.32):

$$\begin{aligned} \frac{10^2 + 11^2 + 12^2 + 13^2 + 14^2}{365} &= \frac{1}{73} \cdot \frac{10^2 + 11^2 + 12^2 + 13^2 + 14^2}{5} = \\ &= \frac{1}{73} \cdot M[X^2] = \frac{1}{73} [(M[X])^2 + D_x^2[X]]. \end{aligned}$$

Учитывая, что  $M[X] = 10$ ;

$$D_x^2[X] = \frac{(10-12)^2 + (11-12)^2 + (12-12)^2 + (13-12)^2 + (14-12)^2}{5} = 2,$$

получаем

$$\frac{10^2 + 11^2 + 12^2 + 13^2 + 14^2}{365} = \frac{1}{73} [12^2 + 2] = 2.$$

### 4.13. Элементы математической статистики

Большая совокупность объектов или полный набор всех возможных значений, которые может принимать случайная величина, называют генеральной совокупностью.

Генеральная совокупность может быть бесконечной или конечной по числу элементов в ней ( $N$ ). Из этой совокупности извлекаются  $n$  объектов, которые образуют выборку. Число  $n$  называется объемом выборки.

Выборка подвергается исследованию, по результатам которого требуется описать (оценить) всю генеральную совокупность или какие-нибудь ее свойства, характеристики.

Выборку объема  $n$  из бесконечной генеральной совокупности можно осуществить бесконечным числом способов. Ясно, что любая выборка при этом сама станет случайным событием.

Из случайности выборки вытекает, что все числовые характеристики выборки при неизменном объеме будут случайными величинами со своими распределениями.

#### *Задачи математической статистики:*

- оценка неизвестной функции распределения;
- оценка неизвестных параметров распределения;
- оценка доверительных интервалов;
- проверки статистических гипотез и др.

Методы обработки данных зависят от объема выборки. При малой выборке ( $n < 30$ ) статистические данные обрабатываются в том виде, как они поступают. При большой выборке данные перед обработкой (для удобства работы) группируются. Для этого весь интервал изменения данных выборки разбивается на разряды (интервалы).

Для оценки неизвестной функции распределения выборку необходимо упорядочить в возрастающем порядке и получить так называемый вариационный ряд:

$$X_1 \leq X_2 \leq \dots \leq X_n.$$

Статистическую функцию распределения  $\hat{F}(x) = P(X < x)$  находят следующим образом:

$$\hat{F}_i(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < x_1; \\ \frac{i}{n} & \text{при } x_i < x \leq x_{i+1}; \\ 1 & \text{при } x > x_n. \end{cases} \quad (4.33)$$

Примерный вид функции распределения показан на рис. 4.20.

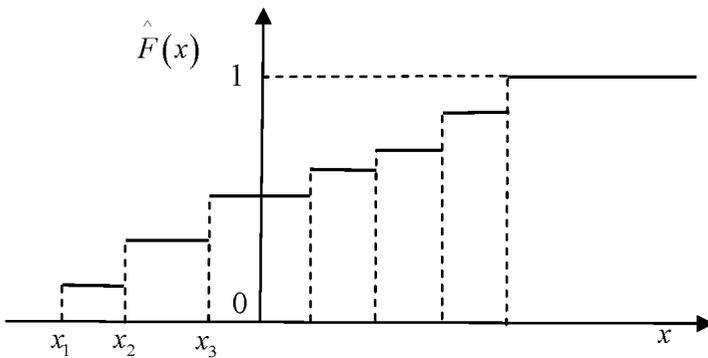


Рис. 4.20. Статистическая функция распределения

Если выборка разделена на разряды, в каждом из которых присутствует разное количество точек, то функция распределения внутри границ наименьшего и наибольшего значения случайной величины определяется следующим образом:

$$\hat{F}_s(x) = \frac{\sum_{i=1}^{i=s} \Delta n_i}{n},$$

где  $\Delta n_i$  - количество элементов выборки, попавших (при группировке) в  $i$ -й интервал;

$s$  - номер интервала, для которого подсчитывается значение функции распределения.

Плотность функции распределения оценивается по следующей зависимости:

$$\hat{f}_i(x) = \frac{\Delta F_i(x)}{\Delta x} = \frac{\Delta F_{i+1}(x) - \Delta F_i(x)}{x_{i+1} - x_i}.$$

Если выборка не разбивается на разряды, то

$$\hat{f}_i(x) = \frac{\frac{i+1}{n} - \frac{i}{n}}{\Delta x} = \frac{1}{n \cdot \Delta x}. \quad (4.34)$$

Если выборка разбивается на разряды, то

$$\hat{f}_s(x) = \frac{\frac{\sum_{i=1}^{s+1} \Delta n_i}{n} - \frac{\sum_{i=1}^s \Delta n_i}{n}}{\Delta x} = \frac{\Delta n_s}{n \Delta x}, \quad (4.35)$$

где  $\Delta n_s$  - количество элементов выборки, попавших (при группировке) в интервал с номером  $s$ ;

Примерный вид статистической функции плотности распределения представлен на рис. 4.21.

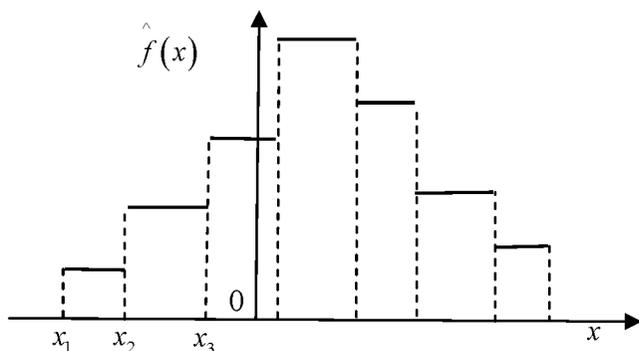


Рис. 4.21. Статистическая функция плотности распределения

Иногда экспериментальные данные представляют в виде гистограммы, которая по форме похожа на статистическую функцию плотности распределения, но по оси ординат откладывают либо частоту  $h_i$ , либо число наблюдений  $\Delta n_i$ , попавших в рассматриваемый интервал (при группировке).

Если выборка не сгруппирована по интервалам, то математическое ожидание и дисперсия оцениваются по следующим формулам:

$$\hat{m}_x = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}; \quad (4.36)$$

$$\hat{D}_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^2}{n-1}. \quad (4.37)$$

Если выборка разделена на  $k$  интервалов, то математическое ожидание и дисперсия оцениваются так:

$$\hat{m}_x = \sum_{i=1}^k \bar{x}_i h_i; \quad (4.38)$$

$$\hat{D}_x^2 = \sum_{i=1}^k \left( \bar{x}_i - \hat{m}_x \right)^2 h_i. \quad (4.39)$$

где  $\bar{x}_i$  - представитель  $i$ -го интервала (например, среднее значение случайной величины в интервале).

$h_i$  - частота  $i$ -го интервала (отношение количества элементов выборки, попавших в рассматриваемый интервал, к общему объему выборки  $n$ );

#### 4.14. Доверительные интервалы

Обозначим через  $\theta$  любую статистическую характеристику (математическое ожидание, дисперсия и др.), которую определяют в результате обработки статистических данных.

Вследствие случайности результатов опытов возникает задача определения таких пределов, из которых ошибка оценки не выходила бы с заданной вероятностью.

Интервал, который с заданной вероятностью  $\gamma$  «накрывает» статистическую характеристику  $\theta$ , называется *доверительным интервалом* для этой характеристики, соответствующим коэффициенту доверия  $\gamma$ . Величина  $\alpha = 1 - \gamma$  называется *уровнем значимости* отклонения оценки. Концы доверительного интервала называются *доверительными границами*. Границы интервала, в свою очередь, являются случайными величинами.

Поскольку каждая характеристика  $\theta$  является случайной, то она характеризуется также своим законом распределения и функцией плотности распределения. Иллюстрация доверительных интервалов приведена на рис. 4.22.

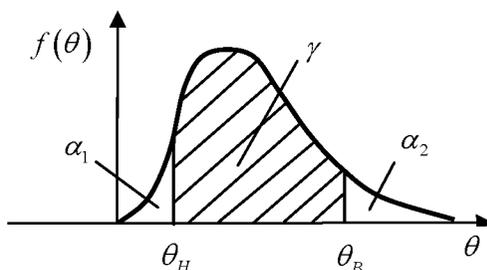


Рис. 4.22. Иллюстрация к понятию доверительного интервала

На этом рисунке введены следующие обозначения:  $\theta_H$  и  $\theta_B$  - соответственно нижняя и верхняя границы доверительного интервала; уровень значимости  $\alpha$  определяется суммой:

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2,$$

где  $\alpha_1$  - вероятность попадания случайной величины  $\theta$  в область левее нижней доверительной границы  $\theta_H$ ;

$\alpha_2$  - вероятность попадания случайной величины  $\theta$  в область правее верхней доверительной границы  $\theta_B$ .

Очевидно, что доверительная вероятность определяется площадью под кривой плотности

$$\gamma = \int_{\theta_H}^{\theta_B} f(\theta) d\theta. \quad (4.40)$$

Если известна плотность распределения  $f(\theta)$ , то с помощью этого уравнения и дополнительных условий (например, интервал симметричен относительно математического ожидания, или что  $\alpha_1 = \alpha_2$ ), можно определить значение границ  $\theta_H$  и  $\theta_B$ .

Доверительные границы могут быть не только двухсторонними, как это только что было рассмотрено, но и односторонними, когда определяется какая-нибудь одна граница (только нижняя, или только верхняя, см. рис. 4.22).

## 5. МЕТОДЫ РАСЧЕТА ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ

Элементом называют любое устройство, надежность которого определяется независимо от надежности составляющих его частей. Это может быть и одна деталь, и целый блок аппаратуры, и весь летательный аппарат.

Для количественной оценки надежности применяют различные методы. В настоящее время распространение получили формальные методы и методы, учитывающие причины отказов, как это схематично показано на рис. 5.1.

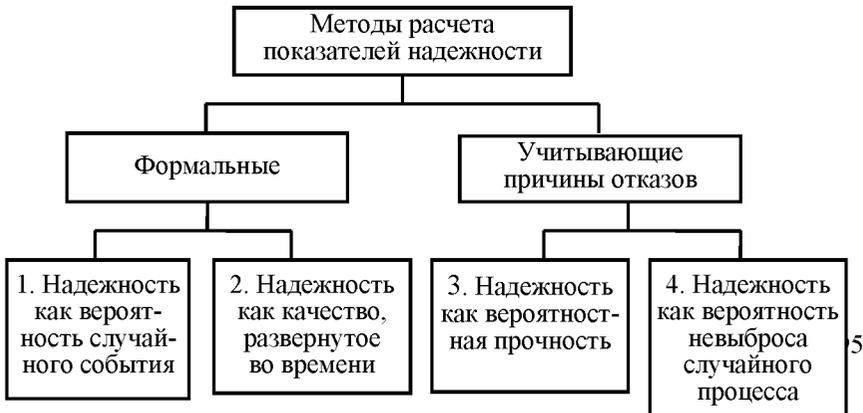


Рис. 5.1. Схема методов расчета показателей надежности

Формальные методы оценки надежности, в свою очередь, подразделяются на два направления. Методы первого направления определяют надежность как вероятность случайного события. Методы второго направления - надежность как качество, развернутое во времени.

Существуют также два метода, учитывающие причины отказов: один из них рассматривает надежность как вероятностную прочность, оперируя случайными величинами, другой как вероятность невыброса случайного процесса за заданный уровень.

При расчетах надежности различных частей летательных аппаратов (бортовых систем, пироустройств, конструкции корпуса и т.д.) используется тот метод, который наиболее приемлем для расчетов.

Рассмотрим эти методы последовательно.

### 5.1. Надежность как вероятность случайного события

Этот метод применим к устройствам, срабатывающим мгновенно и однократно. Здесь, по существу, невозможно применить временные характеристики надежности. Поэтому надежность определяется в эксперименте как вероятность  $P(A)$  реализации случайного события  $A$ , заключающегося в том, что устройство (элемент) не откажет. Обозначим вероятность  $P(A)$  через  $H$  (надежность).

Экспериментально надежность определяется следующим образом:

$$H = \frac{n}{N}, \quad (5.1)$$

где  $n$  - число неотказавших элементов;

$N$  - число элементов, поставленных на эксперимент.

Иногда данный показатель выражают в процентах.

Этот показатель чаще используется в популярной литературе и журналистами. Специалистами в области надежности количественная оценка надежности по формуле (5.1) используется редко, так как отражает лишь среднюю, так называемую точечную оценку надежности. Специалистом чаще требуется знать верхнюю и нижнюю границы надежности. Эти доверительные границы находят с использованием методов математической статистики.

### 5.1.1. Доверительные границы надежности

При многократных повторениях опытов будем получать каждый раз различные значения  $n$  числа неотказавших элементов, то есть  $n$  является случайной величиной ( $x$ ), которая при независимых испытаниях подчиняется биномиальному закону распределения (см. формулу (4.11));

$$P_N(x) = C_N^x p^x (1-p)^{(N-x)}, \quad (5.2)$$

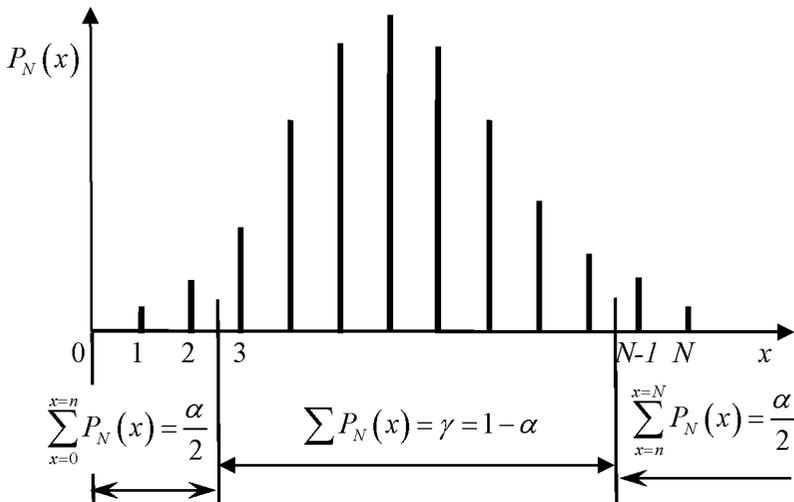
где  $N$  - максимальное значение случайной величины;

$C_N^x$  - число сочетаний из  $n$  по  $x$ , которое определяется следующей формулой:

$$C_N^x = \frac{N!}{x!(N-x)!};$$

$p$  - вероятность появления элементарного события (вероятность отказа при однократном опыте).

Определение доверительных границ иллюстрируется с помощью рис. 5.2.



**Рис. 5.2.** Схема определения доверительных границ

Доверительную вероятность обозначим через  $\gamma$ , а уровень значимости через  $\alpha$ . Примем условие, что вероятность выхода случайной величины за нижнюю и верхнюю доверительные границы равны, то есть  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha/2$ . Поскольку вероятности несовместны, то мы их можем складывать.

Нижняя доверительная граница ищется из решения уравнения

$$\sum_{x=0}^{x=n} C_N^x p^x (1-p)^{(N-x)} = \frac{\alpha}{2}, \tag{5.3}$$

а верхняя - из решения следующего уравнения:

$$\sum_{x=n}^{x=N} C_N^x p^x (1-p)^{(N-x)} = \frac{\alpha}{2}, \tag{5.4}$$

где  $n$  - число неотказавших элементов в опыте.

Уравнения (5.2) и (5.3) заранее решены для различных значений  $N$  и  $n$  и представлены в таблицах в литературе по статистике [25, 36]. Кроме того, по этим таблицам строят графики для отыскания доверительной вероятности. Пример такого графика, заимствованного из работы [4] для доверительной вероятности  $\gamma = 0,9$ , представлен на рис. 5.3.

**Пример 1.** Произведено 10 испытаний, в шести из которых элемент не отказал. Найти точечную оценку надежности и оценки доверительных границ для доверительной вероятности 0,95.

*Решение.* Точечная оценка надежности:

$$\hat{H} = \frac{n}{N} = \frac{6}{10} = 0,6.$$

Нижние и верхние оценки надежности ищем с помощью таблиц, представленных в работе [26]. Они составляют 0,304 и 0,850 соответственно. Приближенное значение этих границ можно найти с по-

мощью графика, представленного на рис. 5.3. Процесс отыскания доверительных границ показан на графике стрелками. Доверительные границы по этому графику для  $\gamma = 0,9$  составляют соответственно 0,36 и 0,81.

При большом количестве испытаний  $N$  лучше пользоваться таблицами, так как они точнее.

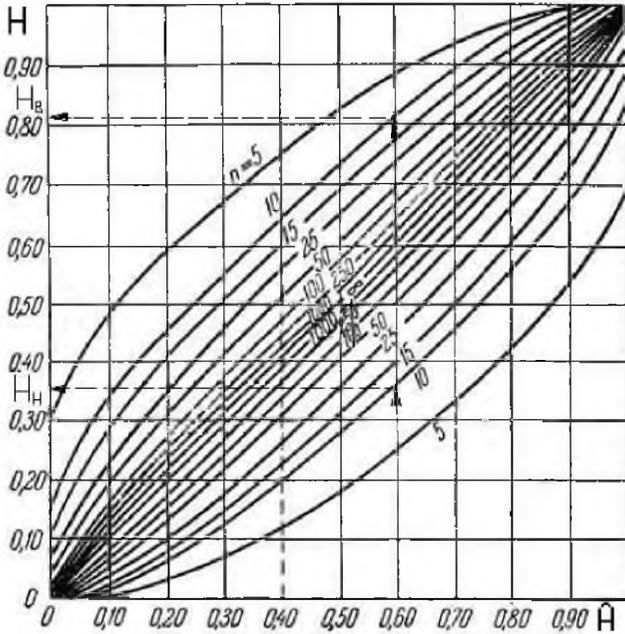


Рис. 5.3. График доверительных вероятностей для биномиального закона распределения

**Пример 2.** Какую выбрать нижнюю доверительную границу надежности нового проектируемого варианта ракеты-носителя, если прототип запускался 50 раз и был один отказ. Доверительную вероятность принять равной 0,95.

*Решение.* Точечная оценка надежности:

$$\hat{H} = \frac{n}{N} = \frac{50-1}{50} = 0,98.$$

По таблицам работ [26] для общего количества опытов 50 и количества отказов 1 находим  $\hat{H}_H = 0,91$ .

Нижняя граница оценки надежности согласно той же таблице составляет  $\hat{H}_B = 0,999$ .

### *5.1.2. Доверительные границы надежности для высоконадежных элементов*

При испытаниях высоконадежных элементов, каковыми и должны быть элементы летательных аппаратов, обычно не отказывает ни один элемент, то есть формула (5.1) дает надежность, равную единице. Это, по сути дела, верхняя доверительная граница надежности. Для практических же расчетов используется нижняя доверительная граница надежности.

Получим приближенную, но простую формулу для расчета нижней доверительной границы надежности.

Событие, соответствующее безотказной работе элемента при  $i$ -м испытании, обозначим через  $A_i$ , а событие, соответствующее безотказной работе всех элементов (ни одного отказа не произошло) обозначим через  $A$ .

Воспользуемся элементами теории множеств и запишем:

$$A = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n = \bigcap_{i=1}^n A_i.$$

Перейдем к вероятностям

$$P(A) = P\left(\bigcap_{i=1}^n A_i\right).$$

Для независимых испытаний получаем

$$P(A) = \prod_{i=1}^n P(A_i).$$

Если элементы одинаковы, то

$$P(A) = [P(A_i)]^n.$$

Требуется найти минимальное значение вероятности  $P(A)$ , имеющее самую малую вероятность, которую еще можно учитывать. Примем за эту вероятность уровень значимости  $\alpha$ , тогда

$$[P(A_i)]^n \geq \alpha = 1 - \gamma,$$

откуда

$$H_H = P(A_i) = \sqrt[n]{1 - \gamma}. \quad (5.5)$$

Этой формулой можно пользоваться для приближенной оценки нижней доверительной границы высоконадежных элементов.

**Пример 1.** Проведено 100 экспериментов по срабатыванию пиропатронов. Ни в одном эксперименте отказов не было. Определить нижнюю доверительную границу надежности пиропатрона при доверительной вероятности  $\gamma = 0,9$  (90%).

*Решение.*  $H_H = \sqrt[100]{1 - 0,9} = 0,977.$

При этом нижняя граница тем выше, чем большее количество элементов подвергнуто испытаниям.

Можно поставить и решить обратную задачу: какое количество элементов надо испытать, чтобы подтвердить заданную нижнюю доверительную границу надежности ?

**Пример 2.** Сколько пироболтов надо испытать, чтобы с доверительной вероятностью  $\gamma = 0,95$  подтвердить нижнюю доверительную границу надежности для двух случаев: а)  $H_H = 0,9$ ; б)  $H_H = 0,999$  ? При этом необходимо, чтобы отказов не было.

*Решение.* Разрешим уравнение (5.5) относительно  $n$  :

$$n = \frac{\lg(1 - \gamma)}{\lg(H_H)}. \quad (5.6)$$

Тогда для случая а) получаем следующее количество пироболтов:

$$n = \frac{\lg(1 - 0,95)}{\lg(0,9)} \approx 29.$$

Аналогично для случая *б*) получаем:

$$n = \frac{\lg(1 - 0,95)}{\lg(0,999)} \approx 2995.$$

Из примера видно, что чем выше нижняя доверительная граница надежности, тем большее количество элементов (систем) надо испытать для ее подтверждения.

Итак, чем надежнее изделие, тем труднее становится статистическая проверка гарантированного уровня надежности  $H_H$ . Тем не менее, ее приходится проводить, когда дело касается весьма ответственных систем. Так, например, при проверке надежности пуска двигателей на космическом корабле "Аполлон - 8" их пришлось в наземных условиях запускать 3000 раз, что гарантирует с достоверностью в 95% безотказную работу их не ниже, чем с вероятностью 0,999.

## 5.2. Надежность как качество, развернутое во времени

При использовании методов этого направления принимают, что изменение надежности подчиняется некоторым статистическим закономерностям, которые определяются лишь экспериментально. При этом не ставится задача выяснить причины отказов и определить возможность их устранения, а констатируется лишь факт отказа.

### 5.2.1. Функция надежности

Пусть в момент  $t = 0$  элемент начинает работу, а в момент  $t = T$  происходит его отказ. Тогда  $T$  время "жизни" элемента является случайной величиной с законом распределения

$$F(t) = P(T < t),$$

где  $F(t)$  - функция распределения времени отказа (иногда ее называют вероятностью отказа элемента до момента  $t$ );

$P(\cdot)$  - символ вероятности.

Случайная величина  $T$  также может характеризоваться функцией плотности распределения времени отказа (плотностью вероятности отказа):

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} = F'(x).$$

Функция надежности вводится следующим образом:

$$H(t) = 1 - F(t) = P(T > t). \quad (5.7)$$

Примерный график функции надежности для заданных функций распределения и плотности случайной величины  $T$  представлен на рис. 5.4.

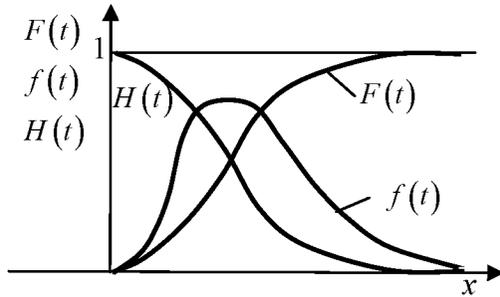


Рис. 5.4. К вопросу определения функции надежности

Экспериментально функция надежности определяется с использованием следующей зависимости:

$$H(t) = \frac{n(t)}{N}, \quad (5.8)$$

где  $n(t)$  - число неотказавших элементов к моменту времени  $t$  ;

$N$  - число элементов, поставленных на эксперимент.

Экспериментальная (эмпирическая) функция надежности строится следующим образом. Время работы элемента разделяют на ряды (интервалы) и в каждом интервале оценивается надежность по формуле (5.8) для какого-то характерного времени  $t$  из интервала. Примерный вид экспериментальной функции надежности показан на рис. 5.5.

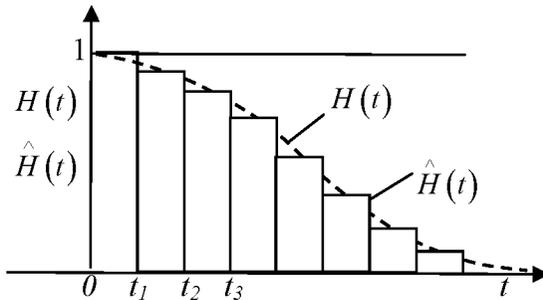


Рис. 5.5. Экспериментальная функция надежности

Пунктирной линией показан график сглаженной функции надежности, к которой стремится эмпирическая функция надежности при увеличении количества экспериментов.

Часто безотказность характеризуется не функцией надежности, а такими показателями, как средняя наработка до отказа  $t_{cp}$ , интенсивность отказов  $\lambda(t)$  и др. Рассмотрим эти показатели.

### 5.2.2. Средняя наработка до отказа

Средняя наработка до отказа представляет собой математическое ожидание случайной величины времени  $T$  "жизни" элемента:

$$t_{cp} = M[T] = \int_0^{\infty} t f(t) dt. \quad (5.9)$$

Возьмем интеграл по частям, воспользовавшись известной формулой:

$$\int u dv = uv - \int v du.$$

В результате получаем

$$t_{cp} = \int_0^{\infty} t f(t) dt = t F(t) \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} F(t) dt.$$

Подставим вместо функции  $F(t)$  выражение  $F(t) = 1 - H(t)$  (см. формулу (5.7)) и возьмем интеграл:

$$t_{cp} = t[1 - H(t)] \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} [1 - H(t)] dt = t \Big|_0^{\infty} - t H(t) \Big|_0^{\infty} - t \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} H(t) dt.$$

Приведем подобные члены и учтем, что

$$\lim_{t \rightarrow \infty} t H(t) = 0$$

(то есть интеграл сходящийся), получаем:

$$t_{cp} = \int_0^{\infty} H(t) dt. \quad (5.10)$$

Таким образом, средняя наработка до отказа геометрически выражается площадью, ограниченной осями координат и кривой  $H(t)$ ,

как это иллюстрируется рис. 5.6. Заштрихованная площадь на рисунке равна площади прямоугольника высотой, равной единице, и длиной, равной среднему времени наработки  $t_{cp}$ .

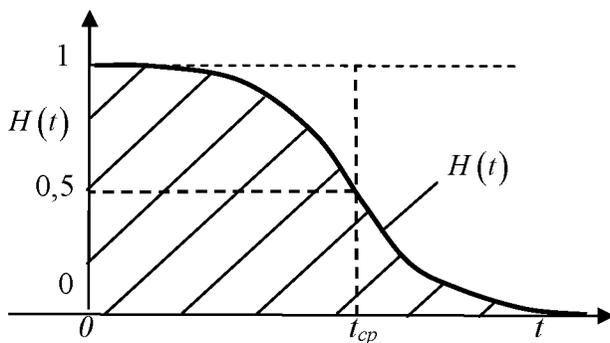


Рис. 5.6. Графическая интерпретация среднего времени наработки

Среднюю наработку элемента до отказа по экспериментальным данным определяют по известной формуле:

$$t_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^N t_i}{N}, \quad (5.11)$$

где  $t_i$  - время "жизни"  $i$ -го элемента;  $N$  - количество элементов, поставленных на испытание.

### 5.2.3. Интенсивность отказов

Интенсивность отказов тесно связана с функцией плотности распределения случайной величины. Эти две характеристики, с одной стороны, похожи, а с другой - имеют существенное отличие. Проще это показать, рассматривая экспериментальные оценки этих функций.

Напомним, что плотность распределения случайной величины по экспериментальным данным определяется по следующей зависимости:

$$f_s(t) = \frac{\Delta n_s}{\Delta t_s N}, \quad (5.12)$$

где  $\Delta n_s$  - количество точек в разряде (интервале);

$s$  - текущие значения номеров разрядов (интервалов), на которые выборка разделена;

$N$  - общее количество элементов выборки.

Если вместо общего количества элементов выборки взять количество неотказавших элементов  $n(t)$  к моменту времени  $t$ , то мы придем к понятию экспериментальной функции интенсивности отказов:

$$\hat{\lambda}_s f_s(t) = \frac{\Delta n_s}{\Delta t_s n(t)}. \quad (5.13)$$

То есть, статистическая оценка интенсивности отказов равна числу отказов за единицу времени, отнесенному к числу элементов, неотказавших к данному моменту времени.

Если какое-то изделие состоит из большого количества элементов и если отказы элементов независимы, а изделие невосстанавливаемое, то для него можно построить график интенсивности отказов по результатам экспериментов (эксплуатации). Типичный график интенсивности отказов сложного изделия показан на рис. 5.7, где введены следующие обозначения: I - период приработки, II - период нормальной работы, III - период старения.

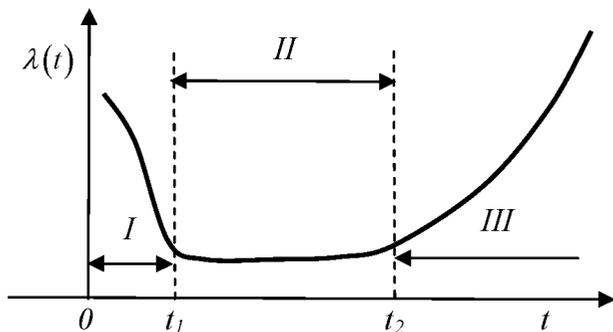


Рис. 5.7. Типичный график изменения интенсивности отказов

Покажем, что интенсивность отказов и функция плотности связаны между собой посредством функции надежности. Действительно,

$$\hat{\lambda}_s = \frac{\Delta n_s}{\Delta t_s N \frac{n(t)}{N}} = \frac{\Delta n_s}{\Delta t_s N} \frac{1}{\hat{H}(t)} = \frac{\hat{f}_s(t)}{\hat{H}(t)}. \quad (5.14)$$

Можно показать, что для непрерывных случайных величин справедливо следующее соотношение:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{H(t)}. \quad (5.15)$$

Отсюда становится более понятным определение интенсивности отказов согласно ГОСТ 27.002-89, а именно: *интенсивностью* отказов называется условная плотность вероятности возникновения отказа невосстанавливаемого объекта, определяемая для рассматриваемого момента времени при условии, что до этого момента отказ не возник.

Для интенсивности отказов кроме формулы (5.15) справедливы также и следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \lambda(t) &= \frac{f(t)}{H(t)} = \frac{f(t)}{1-F(t)} = \frac{f(t)}{1-\int_0^t f(t)} = \frac{F'(t)}{1-F(t)} = \\ &= \frac{[1-H(t)]'}{1-F(t)} = \frac{-H'(t)}{1-F(t)} = \frac{-H'(t)}{H(t)}. \end{aligned} \quad (5.16)$$

Зная закон распределения отказов  $F(t)$  или функцию плотности  $f(t)$ , нетрудно определить и интенсивность отказов.

**Пример.** Пусть закон распределения случайной величины равномерный, с параметрами, указанными на рис. 5.8. Необходимо найти функцию интенсивности отказов.

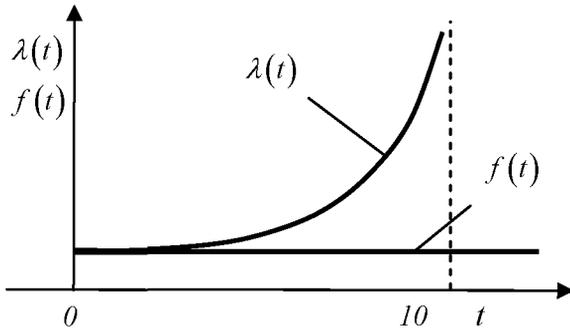


Рис. 5.8. Иллюстрация к примеру о нахождении интенсивности отказов по функции плотности распределения

*Решение.* Используя формулу (5.16), имеем

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{1 - \int_0^t f(\tau) d\tau} = \frac{0,1}{1 - \int_0^t 0,1 \cdot d\tau} = \frac{0,1}{1 - 0,1 \cdot t}.$$

При  $t \rightarrow 10$  получим  $\lambda(t) \rightarrow \infty$ .

#### 5.2.4. Экспоненциальный закон надежности

На основе формул (5.16) можно вывести экспоненциальный закон надежности. В качестве исходной формулы возьмем одну из зависимостей (5.16)

$$\lambda(t) = \frac{-H'(t)}{H(t)},$$

которая, по сути, представляет собой дифференциальное уравнение

$$\frac{dH(t)}{dt} + \lambda(t)H(t) = 0.$$

Решим это уравнение методом разделения переменных:

$$\frac{dH(t)}{H(t)} + \lambda(t)dt = 0.$$

Интегрируя в пределах времени от  $0$  до  $t$ :

$$\int_0^t \frac{dH(t)}{H(t)} = -\int_0^t \lambda(\tau) d\tau,$$

где  $\tau$  - текущее время под интегралом, получаем

$$\ln H(t) - \ln H(0) = -\int_0^t \lambda(\tau) d\tau.$$

Имея в виду, что в момент времени  $t = 0$  надежность равна единице, приходим к выводу, что второй член обращается в нуль.

Потенцируя полученное выражение, имеем

$$H(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(\tau) d\tau\right). \quad (5.17)$$

Это соотношение иногда называют основной формулой надежности в рассматриваемом методе. Вероятность безотказной работы на отрезке времени от  $t_1$  до  $t_2$  выражается зависимостью

$$H(t_1, t_2) = \exp\left(-\int_{t_1}^{t_2} \lambda(\tau) d\tau\right).$$

Для второго периода работы многих изделий принимают  $\lambda(t) = \lambda = \text{const}$ , тогда

$$H(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda d\tau\right) = \exp(-\lambda \cdot t). \quad (5.18)$$

Это так называемый экспоненциальный закон надежности, получивший наибольшее распространение, с одной стороны, потому, что некоторые физические процессы, например износ трущихся механических частиц, подчиняются именно этому закону, с другой - благодаря своей простоте. График этого закона показан на рис. 5.9.

Согласно этому закону, основные соотношения надежности принимают следующий вид:

$$H(t_1, t_2) = \exp\left(-\int_{t_1}^{t_2} \lambda(\tau) d\tau\right) = \exp(-\lambda(t_2 - t_1)); \quad (5.19)$$

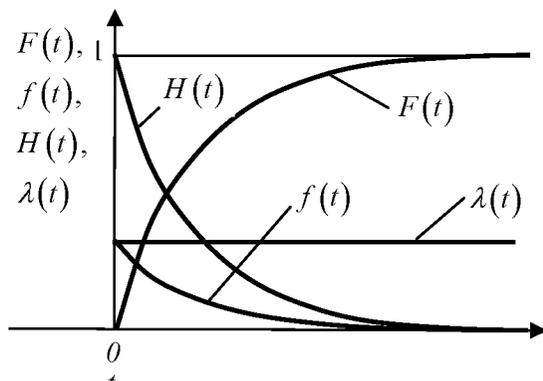


Рис. 5.9. Графики экспоненциального закона надежности

$$F(t) = 1 - \exp(-\lambda t); \quad (5.20)$$

$$f(t) = \lambda \exp(-\lambda t). \quad (5.21)$$

Графики функций  $F(t)$  и  $f(t)$  также показаны на рис. 5.9. Среднее время наработки можно получить, используя формулу (5.10):

$$t_{cp} = \int_0^{\infty} H(t) dt = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{-\lambda} e^{-\lambda t} \Big|_0^{\infty} = 0 - \frac{1}{-\lambda} = \frac{1}{\lambda}. \quad (5.22)$$

Откуда получаем

$$\lambda = \frac{1}{t_{cp}}. \quad (5.23)$$

Подставляя (5.23) в (5.18), получаем

$$H(t) = e^{-\frac{t}{t_{cp}}}. \quad (5.24)$$

Если время работы элемента много меньше среднего времени наработки до отказа ( $t \ll t_{cp}$ ), то можно получить приближенную, но более простую зависимость для определения надежности. Для этой цели воспользуемся разложением функции в ряд Тейлора в окрестности какой-то точки. Напомним, что разложение функции в окрестности точки  $a$  имеет следующий вид:

$$\varphi(x) = \varphi(a) + \frac{\varphi'(a)}{1!} (x-a) + \frac{\varphi''(a)}{2!} (x-a)^2 + \dots \quad (5.25)$$

Разлагая функцию (5.24) в ряд Тейлора в окрестности точки  $t = 0$  и ограничиваясь двумя членами разложения, получаем

$$H(t) = 1 - \frac{t}{t_{cp}} = 1 - \lambda \cdot t. \quad (5.26)$$

При этом ошибка расчета  $\varepsilon$  не превосходит по величине третьего члена разложения, то есть

$$\varepsilon \leq \frac{1}{2} \left( \frac{t}{t_{cp}} \right)^2.$$

Для многих элементов космической техники интенсивности отказов определены экспериментально и представлены в соответствующих справочниках. Это облегчает оценку надежности проектируемых элементов.

**Пример.** Интенсивность отказов подшипника привода механизма герметизации тракта фотопленки, перемещаемой из космического аппарата в спускаемую капсулу, составляет  $\lambda = 0,2 \cdot 10^{-6} 1/ч$ . Определить среднее время наработки и надежность подшипника, если назначенное время работы  $t = 5000$  часов. Принять закон распределения надежности экспоненциальным.

*Решение.* Сначала найдем среднее время наработки до отказа

$$t_{cp} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,2 \cdot 10^{-6}} \approx 5\,000\,000 [ч].$$

Поскольку ( $5000 \ll 5\,000\,000$ ), для оценки надежности воспользуемся формулой (5.26)

$$H(t) = 1 - \frac{5\,000}{5\,000\,000} = 0,999.$$

Следует отметить, что добавление каждой "девятки" к надежности равносильно увеличению среднего времени наработки примерно на порядок.

Действительно, пусть надежность первого элемента равна  $H_1 = 0,99$ , а надежность второго  $H_2 = 0,999$ . Из формулы (5.26) можно получить

$$t_{cp} = \frac{t}{1-H(t)}.$$

Составляя отношение среднего времени наработки до отказа второго элемента к среднему времени наработки до отказа первого элемента, получим:

$$\frac{t_{cp2}}{t_{cp1}} = \frac{\frac{t}{1-H_2(t)}}{\frac{t}{1-H_1(t)}} = \frac{1-H_1(t)}{1-H_2(t)} = \frac{1-0,99}{1-0,999} = 10.$$

В настоящее время минимальное значение интенсивности отказов для радиоэлектронных устройств на микросхемах составляет  $\lambda = 1 \cdot 10^{-12} 1/ч$ . При этом следует учитывать, что при неблагоприятных условиях эксплуатации интенсивность отказов может возрасти на 2...3 порядка (в 100...1000 раз), а во время хранения - уменьшиться примерно на 1...2 порядка (в 10...100 раз). Условия эксплуатации учитываются введением различных коэффициентов.

### 5.2.5. Планы испытания на надежность

Для оценки интенсивности отказов и надежности по результатам экспериментов формула  $\lambda = 1/t_{cp}$  годится только тогда, когда все элементы отказали при испытаниях. На практике могут не дожидаться, когда все элементы отказали. Такие выборки называются цензурированными. Кроме того, элементы могут заменяться или восстанавливаться в процессе испытаний, поэтому формулы для определения интенсивности отказов будут другие.

В стандарте ГОСТ 27.410-87 представлены 16 различных планов испытаний. Рассмотрим обозначения и суть некоторых типовых планов испытаний.

Приняты следующие обозначения:

$N$  - количество испытываемых элементов;

$U$  - невозстанавливаемые и незаменяемые элементы при испытаниях в случае отказа;

$R$  - невосстанавливаемые элементы, но заменяемые при испытаниях в случае отказа;

$M$  - восстанавливаемые элементы при испытаниях в случае отказа;

$T$  - время испытания;

$r$  - количество отказавших элементов при испытаниях;

$T_{\Sigma}$  - суммарное время испытаний.

Планы составляют из трех или четырех букв, причем, если план состоит из четырех букв, то последние две берутся в скобки.

Пример :  $[NUT]$ ;  $[NU(r,T)]$ .

Первый символ ( $N$ ) означает количество элементов, поставленных на эксперимент.

Второй символ ( $U$ ,  $R$  или  $M$ ) означает какие элементы поставлены на эксперимент (невосстанавливаемые и незаменяемые; восстанавливаемые, но заменяемые; восстанавливаемые).

Третий и четвертый символы ( $r$ ,  $T$ ,  $T_{\Sigma}$ ) означают условие прекращения испытаний:

$r$  - при отказавших  $r$  элементах;

$T$  - при наработке времени  $T$ ;

$(r, T)$  - либо при отказавших  $r$  элементах, либо при времени  $T$ , в зависимости от того, какое условие наступит первым (двойственные планы).

Приведем примеры некоторых планов:

а)  $[NUT]$ ; б)  $[NUR]$ ; в)  $[NRT]$ ; г)  $[NRr]$ .

Пояснения к этим планам приведены на рис. 5.10.

На этом рисунке элементы и их номера показаны по оси ординат, а их работа во времени схематично представлена в виде горизонтальных линий (по оси абсцисс). В момент отказа элемента соответствующая горизонтальная линия обрывается. Если элементы заменяются, то их работа во времени изображена дополнительными горизонтальными линиями, начинающимися в момент отказа замененных элементов. Время  $T$  и  $t_r$  соответствует условию окончания экспериментов.

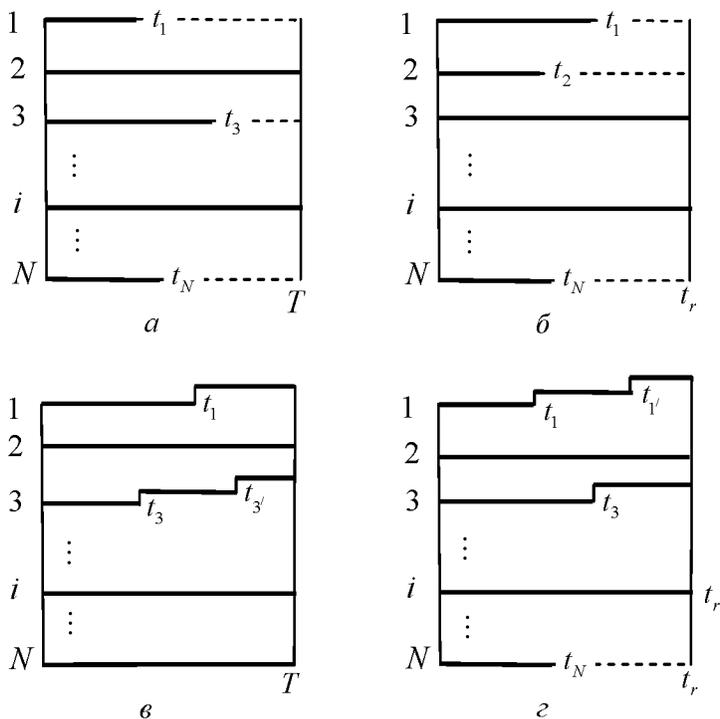


Рис. 5.10. Пояснения к планам испытаний

Применение того или иного плана приводит к своеобразному усечению (цензурированию) выборки, которое необходимо учитывать при получении расчетных формул. Такие формулы для различных планов получены и представлены в соответствующей литературе, например, в работе [37].

Приведем расчетные формулы лишь для одного плана испытаний типа  $[NRT]$ .

Оценка интенсивности отказов:

$$\hat{\lambda} = \frac{\hat{m}}{NT}, \quad (5.27)$$

где  $\hat{m}$  - количество отказавших элементов.

Среднеквадратическое отклонение этой оценки:

$$\hat{D}_\lambda = \sqrt{\frac{\hat{\lambda}}{NT}}. \quad (5.28)$$

Нижний и верхний доверительные интервалы для этой оценки:

$$\hat{\lambda}_H = \frac{1}{2NT} \chi_{1-\gamma}^2 \left( 2\hat{m} \right); \quad (5.29)$$

$$\hat{\lambda}_H = \frac{1}{2NT} \chi_{1+\gamma}^2 \left( 2\hat{m} \right), \quad (5.30)$$

где  $\gamma$  - доверительная вероятность;

$\chi_{\frac{1-\gamma}{2}}^2$  и  $\chi_{\frac{1+\gamma}{2}}^2$  - квантили распределения Пуассона для соответствующих вероятностей;

**Пример.** Пусть в результате испытаний по плану  $[NRT]$  в течение  $T = 100$  ч испытывалось  $N = 50$  изделий, отказы которых подчинены экспоненциальному закону, наблюдалось  $\hat{m} = 5$  отказов. Найти оценку интенсивности отказов  $\hat{\lambda}$ , ее среднеквадратическое отклонение и доверительные границы с доверительной вероятностью  $\gamma = 0,9$ .

*Решение.* По формулам (5.27) и (5.28) находим:

$$\hat{\lambda} = \frac{5}{50 \cdot 100} = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч};$$

$$\hat{D}_\lambda = \sqrt{\frac{1,0 \cdot 10^{-3}}{50 \cdot 100}} = 0,477 \cdot 10^{-3}.$$

По таблице распределения Пуассона (см. [10, 26]) находим соответствующие квантили:

$$\chi_{\frac{1-0,9}{2}}^2 (2 \cdot 5) = \chi_{0,9}^2 (10) = 3,94.$$

$$\chi_{\frac{1+0,9}{2}}^2 (2 \cdot 5) = \chi_{0,95}^2 (10) = 18,31;$$

Вычисляем доверительные границы интенсивности отказов по формулам (4.29) и (4.30):

$$\hat{\lambda}_H = \frac{1}{2 \cdot 50 \cdot 100} \cdot 3,94 = 3,94 \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч};$$

$$\hat{\lambda}_B = \frac{1}{2 \cdot 50 \cdot 100} \cdot 18,31 = 18,31 \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч}.$$

Найдем статистическую оценку надежности элементов, например, для времени  $T = 100$  часов. Приблизительно ее нужно оценивать по формуле (5.26). Средняя (точечная) оценка надежности получается следующей:

$$\hat{H}(t) = 1 - \hat{\lambda} T = 1 - 1 \cdot 10^{-3} \cdot 100 = 0,900.$$

Чтобы найти нижнюю доверительную границу надежности, необходимо использовать верхнюю доверительную границу интенсивности отказов и наоборот (так как, чем больше интенсивность отказов, тем меньше надежность):

$$\hat{H}_H(t) = 1 - \hat{\lambda}_B T = 1 - 1,831 \cdot 10^{-3} \cdot 100 = 0,8169;$$

$$\hat{H}_B(t) = 1 - \hat{\lambda}_H T = 1 - 3,94 \cdot 10^{-3} \cdot 100 = 0,9606.$$

При расчете обычно используют нижнюю доверительную границу оценки надежности (рис. 5.11).

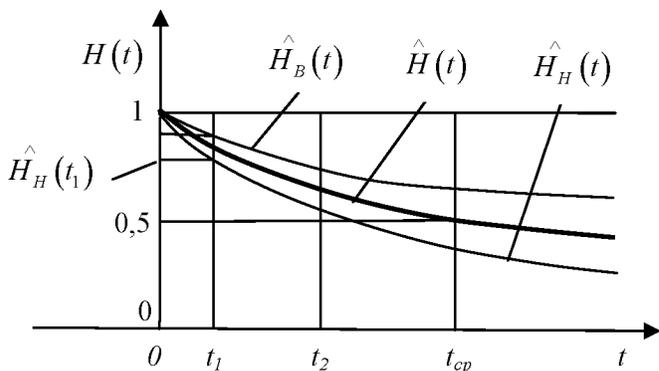


Рис. 5.11. Графики надежности с учетом доверительных границ

### 5.3. Надежность как вероятностная прочность

Прежде всего, отметим, что понятие *прочность* используется здесь в обобщенном смысле. То есть под прочностью  $R$  понимается любая случайная величина, характеризующая предельные возможности работы элемента (несущую способность), превышение которой означает отказ элемента.

Понятие *нагрузки* (внешней нагрузки)  $N$  тоже имеет широкий смысл. То есть это случайная величина, воздействующая на элемент от внешних источников.

В качестве примера рассмотрим понятия внешней нагрузки и несущей способности (прочности) применительно к элементам конструкций летательных аппаратов, основное значение которых - воспринимать механическую нагрузку.

Под *внешней нагрузкой* подразумеваем растягивающую, сжимающую или перерезывающую силы, изгибающий или крутящий моменты, напряжение, внутреннее давление в баках, продольную или поперечную перегрузки и т. п., а также любые их комбинации. Под внешней нагрузкой понимают эксплуатационную нагрузку. Причем ее не умножают ни на какие коэффициенты безопасности, как при расчете по детерминированным величинам, а рассматривают как вероятностную категорию.

Под *несущей способностью* понимается сила, изгибающий или крутящий моменты, напряжение, давление, перегрузка, деформация и т.д., характеризующие предельное состояние элемента, ограничивающее его дальнейшее использование.

Например, под несущей способностью элемента конструкции понимается случайная величина

$$R = \sigma_{\text{дон}} S,$$

где  $\sigma_{\text{дон}}$  - допустимое напряжение в конструкции;

$S$  - функция геометрических параметров.

Здесь допустимое напряжение  $\sigma_{доп}$  и геометрические параметры конструкции, характеризуемые функцией  $S$ , также являются случайными величинами.

В зависимости от действующей нагрузки, допустимыми напряжениями могут быть: предел прочности при растяжении, критическое напряжение при местной или при общей потере устойчивости, предел выносливости при циклических нагрузках и т.д.

Под *отказом* условно понимают превышение ранее заданного напряжения, приводящего к разрушению, например, предела пропорциональности или условного предела текучести.

Показателем надежности в этом методе является вероятность превышения несущей способности конструкции (элемента)  $R$  над действующими нагрузками  $N$ :

$$H = P(R > N).$$

При сравнении внешней нагрузки с несущей способностью необходимо, чтобы они были выражены в одних единицах.

### ***5.3.1. Вычисление показателя надежности элемента при произвольных законах распределения нагрузки и прочности***

Введем в рассмотрение совместную плотность распределения нагрузки и прочности  $f(R, N)$ . Область допустимых значений, параметров  $R$  и  $N$ , при которых соблюдается условие  $R > N$  (область надежной работы элемента) показана на рис. 5.12 и выделена штриховкой.

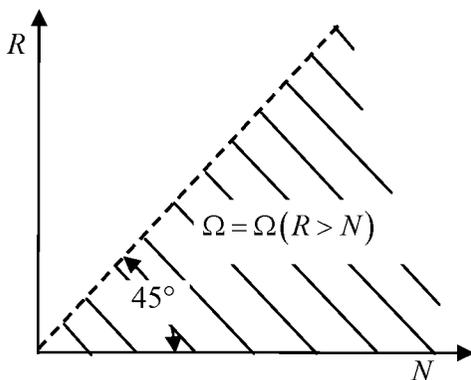


Рис. 5.12. Область надежной работы элемента

Если взять интеграл от функции плотности  $f(R, N)$  по области  $\Omega$ , то получим вероятность безотказной работы элемента, то есть его надежность:

$$H = P(R > N) = \int_{\Omega} f(x_R, x_N) dx_R dx_N, \quad (5.31)$$

где  $x_N$  и  $x_R$  - переменные интегрирования по нагрузке и прочности.

Поскольку случайные величины нагрузки и прочности независимы, то мы имеем право совместную плотность величины  $R$  и  $N$  представить как произведение

$$f(R, N) = f(R)f(N),$$

где  $f(R)$  и  $f(N)$  - плотности распределения случайных величин  $R$  и  $N$  соответственно.

Подынтегральные выражения плотностей запишем следующим образом:

$$f(x_R, x_N) = f_R(x_R)f_N(x_N). \quad (5.32)$$

Чтобы при интегрировании выражения (5.31) остаться в области  $\Omega$ , можно использовать два способа. При первом способе прочность  $R$  изменяется от 0 до  $\infty$ , а нагрузка  $N$  - от 0 до значения  $N = R$ . Тогда, используя формулы (5.31) и (5.32), можно получить:

$$\begin{aligned} H = P(R > N) &= \int_0^{\infty} \int_0^{R=N} f_R(x_R) f_N(x_N) dx_R dx_N = \\ &= \int_0^{\infty} f_R(x_R) \left[ \int_0^{R=N} f_N(x_N) dx_N \right] dx_R = \int_0^{\infty} f_R(x_R) F_N(x_N) dx_R, \end{aligned}$$

где  $F_N(x_N)$  - функция распределения нагрузки.

При втором способе нагрузка  $N$  изменяется от 0 до  $\infty$ , а прочность  $R$  от значения  $R = N$  до  $\infty$ . Поэтому получаем

$$\begin{aligned}
 H &= \int_0^{\infty} \int_{R=N}^{\infty} f_N(x_N) f_R(x_R) dx_N dx_R = \\
 &= \int_0^{\infty} f_N(x_N) \left[ \int_{R=N}^{\infty} f_R(x_R) dx_R \right] dx_N = \\
 &= \int_0^{\infty} f_N(x_N) \left[ 1 - \int_{\infty}^{R=N} f_R(x_R) dx_R \right] dx_N = \\
 &= \int_0^{\infty} f_N(x_N) [1 - F_R(x_N)] dx_N,
 \end{aligned}$$

где  $F_R(x_R)$  - функция распределения прочности.

Здесь использованы очевидные соотношения

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \quad \text{и} \quad \int_{-\infty}^a f(x) dx + \int_a^{+\infty} f(x) dx,$$

откуда можно получить

$$\int_a^{+\infty} f(x) dx = 1 - \int_{-\infty}^a f(x) dx = 1 - F(a).$$

Поскольку  $R$  и  $N$  должны сравниваться в одних физических единицах и при одинаковых размерностях, то переменные под интегралами можно представить в виде переменной  $x$ . Тогда расчетные формулы надежности примут вид

$$H = \int_0^{\infty} f_R(x) F_N(x) dx; \tag{5.33}$$

$$H = \int_0^{\infty} f_N(x) [1 - F_R(x)] dx. \tag{5.34}$$

**Пример.** Определить надежность элемента, если случайные величины  $R$  и  $N$  распределены равномерно на отрезке  $[0, 1]$ , как показано на рис. 5.13.

*Решение.* Из условия нормировки

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

получаем, что

$$f_R(x_R) = f_N(x_N) = 1.$$

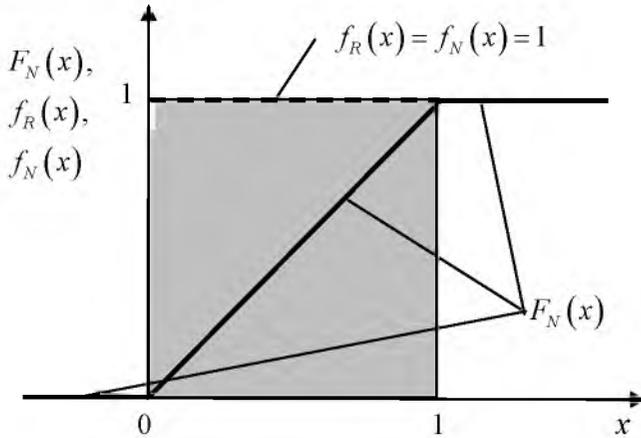


Рис. 5.13. К определению надежности элемента при равномерных законах распределения нагрузки и прочности

Надежность элемента определяем по формуле (5.33)

$$H = \int_0^{\infty} f_R(x) F_N(x) dx = \int_0^1 1 \cdot F_N(x) dx.$$

Найдем отдельно функцию  $F_N(x)$ :

$$F_N(x) = \int_0^x f_N(x) dx = \int_0^x 1 \cdot x dx = x.$$

Тогда окончательно получаем

$$H = \int_0^1 1 \cdot x dx = \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = 0,5.$$

Следует отметить, что по результату, полученному в данном примере, можно сделать следующий важный вывод. Если при проектировании конструкций (или других элементов) коэффициент безопасности брать равным единице (отношение среднего значения прочности к среднему значению нагрузки), то показатель надежности составит 0,5, или 50 %. При этом необходимо учитывать поправку на то обстоятельство, что реальные распределения случайных ве-

личин нагрузки и прочности будут отличаться от равномерного закона.

### 5.3.2. Вычисление показателя надежности элементов при нормальных законах распределения нагрузки и прочности

Полученные выше формулы (5.33) и (5.34), как отмечалось, справедливы для любых законов распределения случайных величин нагрузки и прочности. В частности, для нормальных законов интегралы (5.33) и (5.34) можно вычислять численным методом. Однако для таких законов можно получить более простые расчетные формулы, если ввести так называемую композиционную случайную величину  $Y = R - N$ . Надежность элемента определяется как вероятность невыхода композиционной случайной величины за нулевой уровень

$$H = P(R > N) = P(R - N > 0) = P(y > 0) = \int_0^{\infty} f(y) dy, \quad (5.35)$$

где  $f(y)$  - плотность распределения композиционной случайной величины. Это положение иллюстрируется рис. 5.14, где заштрихованная площадь равна вероятности безотказной работы элемента.

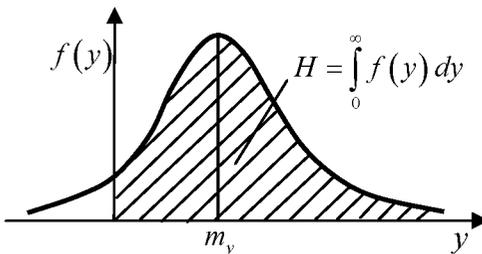


Рис. 5.14. Оценка надежности по композиционной случайной величине

В теории вероятностей доказывается [4], что если величины  $R$  и  $N$  подчиняются нормальным законам распределения, то композиционная случайная величина  $Y = R - N$  также будет подчиняться нормальному закону распределения  $f(y)$  с математическим ожиданием

$$m_y = m_R - m_N \quad (5.36)$$

и среднеквадратическим отклонением

$$D_y = \sqrt{D_R^2 + D_N^2}, \quad (5.37)$$

где  $m_R$ ,  $m_N$ ,  $D_R^2$  и  $D_N^2$  - математические ожидания и дисперсии случайных величин  $R$  и  $N$ .

Следует заметить, что эти же соотношения можно получить, используя формулы (4.32) из подраздела 4.12 «Математическое ожидание и дисперсия функции случайных величин».

Таким образом, подставляя функцию плотности нормального закона распределения в формулу (5.35), получаем

$$H = P(y > 0) = \int_0^{\infty} f(y) dy = \frac{1}{D_y \sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{y-m_y}{D_y} \right)^2} dy. \quad (5.38)$$

Чтобы находить значения этого интеграла с помощью таблиц нормального закона распределения, проведем замену переменных с помощью следующей нормировочной функции:

$$z = \frac{y - m_y}{D_y}.$$

Решая это уравнение относительно переменной  $y$  и дифференцируя, получаем

$$dy = D_y dz.$$

При  $y = 0$  нижний предел интегрирования будет следующим:

$$z = \frac{0 - m_y}{D_y} = -\frac{m_y}{D_y},$$

а при  $y \rightarrow +\infty$  верхний предел  $z \rightarrow \infty$ .

После замены переменных и пределов интегрирования получаем

$$H = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{m_y}{D_y}}^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2}} dz. \quad (5.39)$$

Используя очевидное соотношение

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^0 f(\tau) d\tau + \int_0^{\infty} f(\tau) d\tau = 1,$$

где  $f(\tau)$  - плотность распределения случайной величины, приведем формулу (5.39) к виду

$$H = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{m_y}{D_y}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = 1 - \Phi\left(-\frac{m_y}{D_y}\right) = \Phi\left(\frac{m_y}{D_y}\right),$$

где  $\Phi(\cdot)$  - условное обозначение функции нормального закона распределения.

При выводе этой зависимости учтено, что  $\Phi(-a) = 1 - \Phi(a)$ . Это свойство иллюстрируется с помощью рисунка 5.15, на котором штриховкой выделены площади, соответствующие значениям функции распределения.

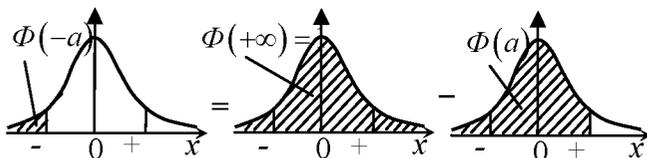


Рис. 5.15. Графическая иллюстрация свойства  $\Phi(-a) = 1 - \Phi(a)$

Учитывая выражения (5.36) и (5.37), окончательно имеем

$$H = \Phi\left(\frac{m_R - m_N}{\sqrt{D_R^2 + D_N^2}}\right). \quad (5.40)$$

Таким образом, получена зависимость (5.40), по которой определяется надежность элемента при случайных величинах нагрузки  $N$  и прочности  $R$ , подчиняющихся нормальному закону распределения.

Если случайной величиной будет только одна, например  $R$ , а другая детерминированной, например  $N$ , то надежность определяется следующим образом

$$H = \Phi\left(\frac{m_R - N}{D_R}\right).$$

Если  $R$  - детерминированная, а  $N$  - случайная величина, то

$$H = \Phi\left(\frac{R - m_N}{D_N}\right).$$

**Пример 1.** Пусть математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение напряжения (нагрузки) в элементе конструкции  $m_N = 30 \text{ МПа}$  и  $D_N = 3 \text{ МПа}$ . Соответствующие параметры прочности:  $m_R = 40 \text{ МПа}$  и  $D_R = 4 \text{ МПа}$ . Определить надежность элемента при условии, что нагрузка и прочность подчиняются нормальному закону распределения.

*Решение.* Вычисляем аргумент функции  $\Phi(\cdot)$ :

$$\frac{m_R - m_N}{\sqrt{D_R^2 + D_N^2}} = \frac{40 - 30}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 2,000.$$

По таблицам нормального распределения [4, 10, 26] находим  $H = \Phi(2,000) = 0,97725$ .

Изменим в примере параметры  $D_R^2$  и  $D_N^2$ ; пусть  $D_R = 8 \text{ МПа}$ ,  $D_N = 6 \text{ МПа}$ . Тогда аргумент функции  $\Phi(\cdot)$  составит

$$\frac{m_R - m_N}{\sqrt{D_R^2 + D_N^2}} = \frac{40 - 30}{\sqrt{8^2 + 6^2}} = 1,000.$$

По таблицам находим  $H = \Phi(1,000) = 0,8413$ .

Введем коэффициент безопасности как отношение средних значений прочности и нагрузки:

$$\bar{\eta} = \frac{m_R}{m_N}. \quad (5.41)$$

Из примера видно, что коэффициент  $\bar{\eta}$  в обоих вариантах одинаков:

$$\bar{\eta} = \frac{40}{30} = 1.333,$$

однако показатели надежности различные. Причем разница объясняется изменением дисперсии случайных величин.

Таким образом, показатель надежности является как бы более "чувствительным" к изменению разброса параметров нагрузки и прочности по сравнению с коэффициентом безопасности.

Метод расчета надежности как вероятностной прочности используется широко при проектировании различных систем ракет-носителей и космических аппаратов. Приведем пример использования этого метода в задаче оценки надежности системы разделения.

### *5.3.3. Использование метода для оценки надежности отделения створок головного обтекателя*

Получим расчетную зависимость для оценки надежности разделения створок головного обтекателя ракеты-носителя на начальном участке их организованного движения. (Для организованного отделения частей ЛА используют шпильки, направляющие, определенную кинематическую схему разделения и т.п.). Аэродинамическими силами пренебречь. Схема для определения надежности представлена на рис. 5.16.

На этом рисунке введены следующие обозначения: 1 - створка обтекателя; 2 - пружинный толкатель; 3 - пороховой двигатель сброса створки; 4 - узел вращения створки (шарнир); 5 - переходник.

Сбрасываемые створки головного обтекателя вращаются относительно осей шарниров, установленных на переходном отсеке ракеты-носителя. Створки головного обтекателя приводятся в движение пружинными (или пневматическими) толкателями. В некоторых случаях дополнительно используют пороховые двигатели.

*Решение.* Надежность отделения створок головного обтекателя на начальном участке организованного отделения определяется из условия того, что случайная величина момента сил от толкателей или пороховых двигателей  $M_{разд}$  будет больше случайной величины

момента сопротивления  $M_{сопр}$ . Показатель надежности определим как следующую вероятность:

$$H = P(M_{разд} > M_{сопр}). \quad (5.42)$$

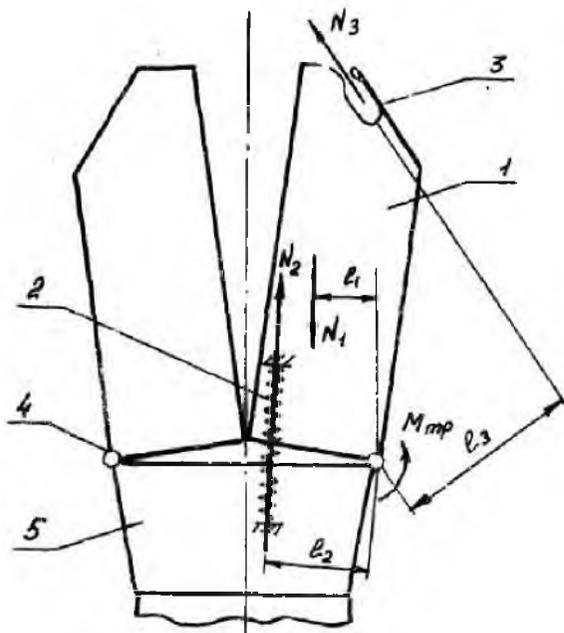


Рис. 5.16. Схема для определения надежности на участке организованного отделения створок головного обтекателя

Рассмотрим случай, когда пороховой двигатель срабатывает одновременно с пружинным толкателем.

Момент разделения  $M_{разд}$  складывается из момента от силы  $N_2$  пружинного толкателя и момента от силы  $N_3$  порохового двигателя (см. рис. 5.16):

$$M_{разд} = N_2 l_2 + N_3 l_3,$$

где  $l_2$  и  $l_3$  - плечи сил толкателей и пороховых двигателей соответственно.

Момент сопротивления  $M_{\text{сопр}}$  складывается из момента сил трения и момента массовых сил створки  $N_1$  с учетом перегрузки:

$$M_{\text{сопр}} = M_{\text{тр}} + N_1 l_1,$$

где  $l_1$  - плечо массовых сил.

Для вновь проектируемых систем законы распределения случайных величин, входящих в зависимость (5.42), неизвестны. Однако учитывая, что вид и характер этих законов зависит от большого числа случайных факторов, в первом приближении он может быть принят нормальным. Поэтому для оценки показателя надежности разделения воспользуемся выражением (5.40) и получим

$$H = \Phi \left( \frac{m_{\text{разд}} - m_{\text{сопр}}}{\sqrt{D_{\text{разд}}^2 + D_{\text{сопр}}^2}} \right), \quad (5.43)$$

где  $\Phi(\cdot)$  - табличная функция нормального распределения;

$m_{\text{разд}}$  и  $m_{\text{сопр}}$  - математические ожидания момента разделения и момента сопротивления;

$D_{\text{разд}}^2$  и  $D_{\text{сопр}}^2$  - дисперсии этих моментов.

Математические ожидания и дисперсии, приведенные в выражении (5.43), могут быть найдены либо по результатам экспериментов на прототипах, либо решая задачу статистической динамики. Методы решения задач статистической динамики рассматриваются в следующем разделе настоящего учебного пособия.

Надежность разделения створок головного обтекателя ракеты-носителя на участке их дальнейшего (в последующие моменты времени) организованного движения может определяться с учетом того, что в общем случае силы, действующие на створку головного обтекателя и плечи этих сил относительно центра вращения, являются переменными величинами. Поэтому условие (5.42) необходимо проверять для нескольких положений створки во время отделения. За надежность раскрытия створки на участке организованного отделения принимают самое низкое значение показателя надежности, полученное для одного из положений створки.

Надежность разделения створок головного обтекателя может определяться и из других условий, например из условия, что приоб-

ретенная кинетическая энергия створки больше работы сил сопротивления, или из условия, что угловая скорость движения створки на участке организованного движения должна быть больше заданной. Но эти задачи требуют составления дифференциальных уравнений движения створки и их решения с учетом ограничений. Такого рода задачи также решаются с привлечением методов статистической динамики.

В случае, когда пороховой двигатель срабатывает позже пружинного толкателя, для расчета надежности разделения створок головного обтекателя также следует составлять дифференциальные уравнения движения и использовать методы статистической динамики.

#### *5.3.4. Связь между показателем надежности и коэффициентом безопасности*

Преобразуем аргумент функции надежности (5.40)

$$H = \Phi \left( \frac{m_R - m_N}{\sqrt{D_R^2 + D_N^2}} \right)$$

таким образом, чтобы в нем присутствовал коэффициент безопасности

$$\bar{\eta} \left( \bar{\eta} = \frac{m_R}{m_N} \right):$$

$$\frac{m_R - m_N}{\sqrt{D_R^2 + D_N^2}} = \frac{m_N \left( \frac{m_R}{m_N} - 1 \right)}{\sqrt{D_R^2 + D_N^2}} = \frac{(\bar{\eta} - 1)}{\sqrt{\frac{D_R^2 m_R^2}{m_N^2} + \frac{D_N^2}{m_N^2}}} = \frac{(\bar{\eta} - 1)}{\sqrt{v_R^2 \bar{\eta}^2 + v_N^2}},$$

где  $v_R$  и  $v_N$  - коэффициенты вариации прочности и нагрузки соответственно, которые определяются следующим образом:

$$v_R = \frac{D_R}{m_R} \text{ и } v_N = \frac{D_N}{m_N}.$$

Таким образом, получена следующая связь между надежностью и коэффициентом безопасности:

$$H = \Phi \left( \frac{(\bar{\eta} - 1)}{\sqrt{\nu_R^2 \bar{\eta}^2 + \nu_N^2}} \right). \quad (5.44)$$

Отметим, что в аргумент этой функции входят безразмерные величины, поэтому она справедлива не только для случайных величин одной физической природы и одной размерности, но и для случайных величин разной физической природы. В последнем случае трактовка коэффициента безопасности будет другой. Покажем это на примере и заодно посмотрим возможности использования уравнения (5.44).

**Пример 1.** Проектируется баллон, в котором должен находиться газ со средним давлением  $m_N = 50$  атмосфер и среднеквадратическим отклонением  $D_N = 2,5$  атм. Материал баллона - высокопрочная сталь со следующими характеристиками прочности:  $m_R = 1800$  МПа,  $D_R = 54$  МПа. Каков должен быть коэффициент безопасности, чтобы обеспечить надежность баллона  $H = 0,999$  ?

*Решение.* По таблицам нормального закона распределения определяем аргумент для заданного уровня надежности. Он равен 3,100 (то есть  $H = \Phi(3,100) = 0,999$ ).

Подсчитаем коэффициенты вариации:

$$\nu_N = \frac{2,5}{50} = 0,05;$$

$$\nu_R = \frac{54}{1800} = 0,03.$$

Составляем уравнение

$$3,100 = \frac{(\bar{\eta} - 1)}{\sqrt{0,03^2 \bar{\eta}^2 + 0,05^2}},$$

решая которое можно получить  $\bar{\eta} = 1,19$ .

Таким образом, если проектируется баллон традиционным методом, то коэффициент безопасности необходимо брать 1,19 для того, чтобы обеспечить заданную надежность 0,999.

Причем, этот коэффициент не есть отношение  $\bar{\eta} = m_R/m_N$ , так как делить физически разные величины нельзя (прочность материала на давление в сосуде). Тем не менее, определить средние значения нагрузки и прочности, выраженные в одних физических величинах, нетрудно.

Действительно, среднее предельное (разрушающее) давление в баллоне должно быть

$$m_R^{(\text{Давление})} = \bar{\eta} \cdot m_N = 1,19 \cdot 50 [\text{атм}] = 59,5 [\text{атм}],$$

а среднее напряжение в стенке баллона должно быть

$$m_N^{(\text{Напряжение})} = \frac{m_R}{\bar{\eta}} = \frac{1800 [\text{МПа}]}{1,19} = 1512,5 [\text{МПа}].$$

Известны случаи, когда проектировщики перестраховываются и коэффициент безопасности выбирают исходя из наихудшего сочетания нагрузки и прочности. Покажем, что в этом случае показатель надежности будет существенно выше, чем назначенный.

Рассмотрим схему, представленную на рис. 5.17.

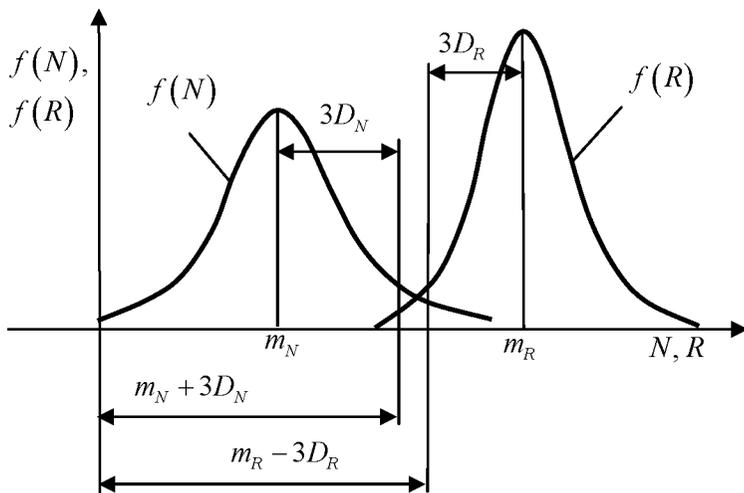


Рис. 5.17. Определение коэффициента безопасности по наихудшему сочетанию нагрузки и прочности

Коэффициент безопасности в этом случае будет равным отношению самого низкого значения прочности к самому высокому значению нагрузки.

Принимая за самое низкое значение прочности нижнюю доверительную границу, соответствующую трем среднеекватическим отклонениям, то есть  $(m_R - 3D_R)$ , а за самое высокое значение нагрузки - верхнюю доверительную границу, соответствующую трем среднеекватическим отклонениям, то есть  $(m_N + 3D_N)$ , получим следующее выражение для расчета коэффициента безопасности:

$$\eta = \frac{m_R - 3D_R}{m_N + 3D_N}. \quad (5.45)$$

Найдем связь этого коэффициента с коэффициентом безопасности  $\bar{\eta}$ , определяемым по формуле (5.41), проделав следующие преобразования:

$$\eta = \frac{m_R - 3D_R}{m_N + 3D_N} = \frac{m_R}{m_N} \frac{1 - \frac{3D_R}{m_R}}{1 + \frac{3D_N}{m_N}} = \bar{\eta} \frac{1 - 3v_R}{1 + 3v_N}. \quad (5.46)$$

Разрешим уравнение (5.46) относительно коэффициента  $\bar{\eta}$ :

$$\bar{\eta} = \eta \frac{1 + 3v_N}{1 - 3v_R}. \quad (5.47)$$

Подставляя рассчитанное значение  $\bar{\eta}$  в уравнение (5.44), можно определить действительное значение надежности. Выводы, которые можно сделать, продемонстрируем на примерах.

**Пример 2.** Рассчитаем коэффициент  $\eta$  в условиях примера 1 с учетом результатов решения этого примера ( $\bar{\eta} = 1,19$  соответствует надежности  $H = 0,999$ ).

*Решение.* Расчет производим по формуле (5.46):

$$\eta = \bar{\eta} \frac{1 - 3\nu_R}{1 + 3\nu_N} = 1,19 \frac{1 - 3 \cdot 0,03}{1 + 3 \cdot 0,05} = 0,94.$$

То есть, для обеспечения заданного показателя надежности ( $H = 0,999$ ) достаточно назначить коэффициент безопасности  $\eta = 0,94$ , рассчитанный из наихудшего сочетания нагрузки и прочности.

**Пример 3.** Определить действительную надежность, если в условиях примера 1 приняли коэффициент безопасности  $\eta = 1,00$ .

*Решение.* Сначала по формуле (5.47) определим коэффициент безопасности  $\bar{\eta}$ :

$$\bar{\eta} = 1 \cdot \frac{1 + 3 \cdot 0,05}{1 - 3 \cdot 0,03} = 1,264.$$

Далее рассчитаем соответствующие аргумент функции нормального закона распределения и показатель надежности:

$$\arg \Phi = \frac{(\bar{\eta} - 1)}{\sqrt{\nu_R^2 \bar{\eta}^2 + \nu_N^2}} = \frac{(1,264 - 1)}{\sqrt{0,03^2 \cdot 1,264^2 + 0,05^2}} = 3,985;$$

$$H = \Phi(3,985) = 0,99992.$$

Таким образом, даже с коэффициентом безопасности, равным единице ( $\eta = 1$ ), рассчитанным из худшего сочетания нагрузки и прочности, показатель надежности в действительности будет равен 0,99992.

**Пример 4.** Определить действительную надежность, если в условиях примера 1 приняли коэффициент безопасности  $\eta = 1,19$ .

*Решение.* Так же, как и в примере 3, сначала по формуле (5.47) определим коэффициент безопасности  $\bar{\eta}$ :

$$\bar{\eta} = 1,19 \cdot \frac{1 + 3 \cdot 0,05}{1 - 3 \cdot 0,03} = 1,504.$$

Рассчитаем соответствующие аргумент функции нормального закона распределения и показатель надежности:

$$\arg \Phi = \frac{(\bar{\eta} - 1)}{\sqrt{\nu_R^2 \cdot \bar{\eta}^2 + \nu_N^2}} = \frac{(1,504 - 1)}{\sqrt{0,03^2 \cdot 1,264^2 + 0,05^2}} = 7,480;$$

$$H = \Phi(7,480) = 1.$$

Таким образом, если коэффициент безопасности  $\eta$  выбирать из худшего сочетания нагрузки и прочности, то показатель надежности в действительности будет более высоким, чем требуется, и конструкция будет перетяжелена (масса конструкции считается пропорциональной коэффициенту безопасности).

### 5.3.5. Форсированные испытания

Для подтверждения надежности высоконадежных систем требуется значительное количество экспериментов, что не всегда приемлемо на практике. Поэтому актуальны методы, которые позволяют подтвердить надежность элементов в эксплуатационном режиме нагрузок по результатам экспериментов при повышенных нагрузках, так как количество экспериментов, подтверждающих надежность, значительно уменьшается. Рассмотрим один из таких методов.

Пусть спроектированный элемент имеет случайную прочность  $R$  и на него действует случайная нагрузка  $N$ , причем эти случайные величины подчиняются нормальным законам распределения с заданными характеристиками математических ожиданий  $m_R$  и  $m_N$  и среднеквадратических отклонений  $D_R$  и  $D_N$ . Распределение плотностей  $f_R$  и  $f_N$  величин  $R$  и  $N$  показано схематично на рис. 5.18 сплошными линиями.

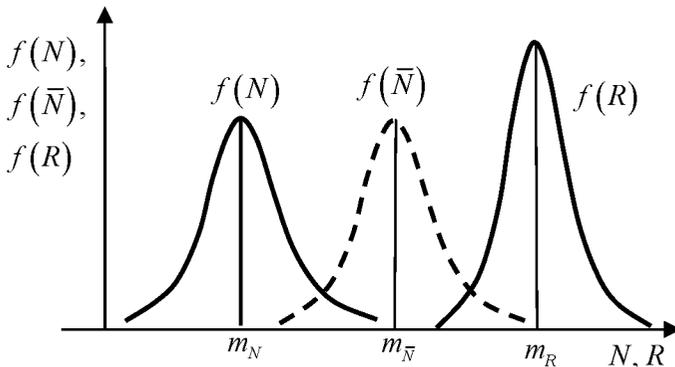


Рис. 5.18. Характер случайных величин нагрузки и прочности

Пунктирной линией на этом рисунке показана функция распределения форсированной нагрузки  $f(\bar{N})$  с математическим ожиданием  $m_{\bar{N}}$  и среднеквадратическим отклонением  $D_{\bar{N}}$  ( $D_{\bar{N}}$  на рисунке не показано).

Как было показано выше (см. формулу (5.40)), надежность элемента при действии эксплуатационной и форсированной случайных нагрузок определяется по следующим выражениям:

$$H_1 = \Phi\left(\frac{m_R - m_N}{\sqrt{D_R^2 + D_N^2}}\right), \text{ и } H_2 = \Phi\left(\frac{m_R - m_{\bar{N}}}{\sqrt{D_R^2 + D_{\bar{N}}^2}}\right). \quad (5.48)$$

где  $\Phi(\cdot)$  - функция нормального закона распределения.

В данном случае это средние (точечные) оценки надежности элемента.

Наложим более жесткие условия и будем считать, что средняя оценка надежности равна нижней доверительной границе надежности элемента.

Привлечем к решению поставленной задачи методы расчета надежности как вероятности случайного события, где была получена зависимость (5.6) для планирования количества необходимых экспериментов с целью подтверждения нижней доверительной границы надежности с заданной доверительной вероятностью.

В результате получим следующие расчетные зависимости необходимого количества экспериментов для подтверждения надежности при воздействии эксплуатационной и форсированной нагрузки соответственно:

$$N_1 = \frac{\lg(1-\gamma)}{\lg(H_{H1})} \text{ и } N_2 = \frac{\lg(1-\gamma)}{\lg(H_{H2})}, \quad (5.49)$$

где  $H_{H1}$  и  $H_{H2}$  значения нижних доверительных границ надежности, найденных по формулам (5.48).

**Пример.** Прочность болта – случайная величина с параметрами  $m_R = 18000 H$  и  $D_R = 1000 H$ ; эксплуатационная нагрузка также случайная величина с параметрами  $m_N = 12000 H$  и  $D_N = 2000 H$ .

Определить количество экспериментов для подтверждения надежности элемента:

- а) без увеличения испытательной нагрузки;
- б) в случае увеличения испытательной нагрузки (форсирования)

до  $m_{\bar{N}} = 15000 H$ .

Среднеквадратическое отклонение форсированной нагрузки принять таким же, как и эксплуатационной, то есть  $D_{\bar{N}} = 2000 H$ , а доверительную вероятность принять равной  $\gamma = 0,95$ .

*Решение.* Определяем надежность элемента  $H_1$  и  $H_2$  при эксплуатационной и форсированной нагрузках по формулам (5.48):

$$H_1 = \Phi\left(\frac{18000 - 12000}{\sqrt{1000^2 + 2000^2}}\right) = \Phi(2,68) = 0,9963;$$

$$H_2 = \Phi\left(\frac{18000 - 15000}{\sqrt{1000^2 + 2000^2}}\right) = \Phi(1,34) = 0,9100.$$

Рассчитаем количество необходимых экспериментов по формулам (5.4):

$$N_1 = \frac{\lg(1 - 0,95)}{\lg(0,9663)} \approx 809;$$

$$N_2 = \frac{\lg(1 - 0,95)}{\lg(0,9100)} \approx 32.$$

Таким образом, эксплуатационную надежность можно подтвердить по результатам форсированных испытаний. При этом количество экспериментов значительно сокращается.

Однако не следует забывать, что формулы (5.49) справедливы в том случае, если ни одного отказа в экспериментах не было. Если же отказы все же появятся, то либо форсированную нагрузку следует уменьшить, либо количество экспериментов следует находить с использованием биномиального закона распределения.

## 5.4. Надежность как вероятность невыброса случайного процесса за заданный уровень

### 5.4.1. Некоторые сведения о случайной функции

Случайная функция - это функция, принимающая в результате опыта конкретные виды, которые нельзя заранее предугадать. Эти конкретные виды называются ее *реализациями*. Их совокупность образует семейство реализаций. При каждом конкретном значении аргумента случайная функция превращается в случайную величину в обычном понимании. Ее называют сечением случайной функции.

Характеристиками случайных функций, в отличие от характеристик случайных величин, являются не числа, а функции.

Случайную функцию, аргументом которой является время, называют еще случайным процессом. На рис. 5.19 приведена схема для иллюстрации графиков случайной функции  $x(t)$ .

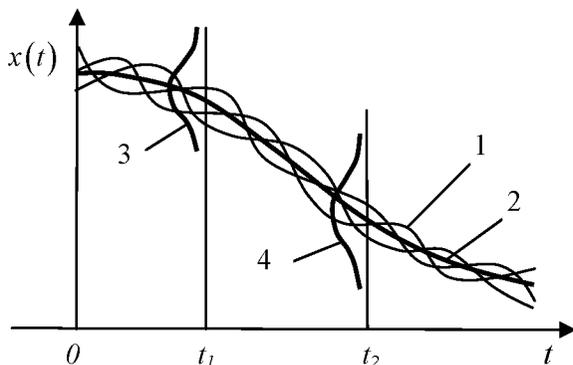


Рис. 5.19. Пример случайной функции

На рисунке введены следующие обозначения:

1 - реализация случайного процесса;

2 - математическое ожидание случайного процесса (является неслучайной функцией времени  $m_x(t)$ );

$t_1$  и  $t_2$  - время сечений случайного процесса;

3 и 4 - плотности распределения в сечениях процесса  $f[x(t_1)]$  и  $f[x(t_2)]$  (графики повернуты), где  $x(t_1)$  и  $x(t_2)$  - случайные величины в сечениях процесса.

В сечениях процесса можно подсчитать дисперсии  $D_x^2[x(t_1)]$  и  $D_x^2[x(t_2)]$ . В общем случае дисперсия есть неслучайная функция времени, то есть  $D_x^2 = D_x^2(t)$ .

В случайном процессе можно рассматривать не только функцию  $x(t)$ , но и ее производную  $\dot{x}(t)$ , то есть скорость изменения процесса, которая будет также случайной.

Можно также рассматривать совместную плотность распределения случайной функции и ее производной  $f(x, \dot{x}; t)$ , которая является функцией времени.

Стационарным процессом называется процесс, числовые характеристики которого не зависят от времени, то есть

$$m_x(t) = \text{const};$$

$$D_x^2(t) = \text{const};$$

$$f(x, \dot{x}; t) = f(x, \dot{x}).$$

Гауссовским процессом называется процесс, для которого распределение случайных величин в любом сечении процесса подчиня-

ется нормальному закону распределения. Для такого процесса величины  $x$  и  $\dot{x}$  в сечениях процесса независимы и, следовательно, можно записать:

$$f(x, \dot{x}) = f_1(x) f_2(\dot{x}),$$

где

$$f_1(x) = \frac{1}{D_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x - m_x}{D_x} \right)^2};$$

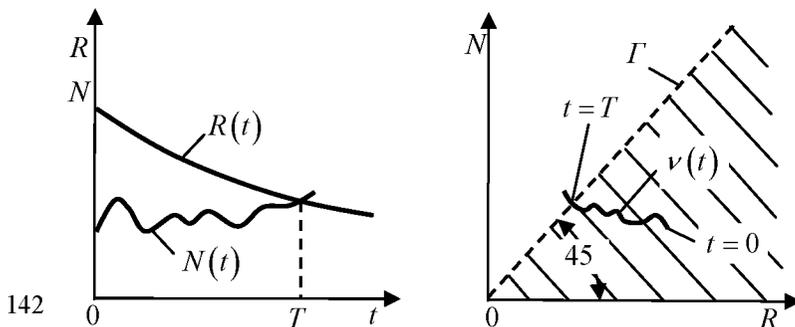
$$f_2(\dot{x}) = \frac{1}{D_{\dot{x}} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\dot{x} - m_{\dot{x}}}{D_{\dot{x}}} \right)^2}.$$

Здесь  $m_x$  и  $D_x$  - математическое ожидание и дисперсия производной случайного процесса.

#### 5.4.2. Основные понятия теории надежности В. В. Болотина

В теории надежности В. В. Болотина вводятся: некоторое пространство качества  $V$ , область допустимых состояний  $\Omega$  (предельная поверхность) и траектория изменения качества элемента (или системы) во времени  $\nu(t)$ . Выход этой траектории из области допустимых состояний (пересечение с границей  $\Gamma$  области  $\Omega$ ) трактуется как отказ элемента (системы).

Понятие качества в теории В. В. Болотина имеет весьма широкий смысл. Например, если параметры нагрузки и прочности - случайные функции времени (рис. 5.20 а), то целесообразно включить оба параметра  $R$  и  $N$  в вектор  $V$ .



а

б

Рис. 5.20. Представление прочностной задачи с позиций теории надежности В. В. Болотина

При этом пространство  $V$  - первый квадрант плоскости  $R, N$  (рис. 5.20 б). Допустимая область задана соотношением

$$\Omega = \{R, N : R - N > 0\}.$$

Понятие отказа в данной теории имеет более широкий смысл. В общем случае точки предельной поверхности соответствуют различным физическим состояниям объектов, т. е. различным отказам.

В общем случае процессы  $N(t), R(t), v(t)$  - случайные. Первое пересечение поверхности  $\Gamma$  траекторией - также случайное событие.

Функция надежности  $H(t)$  - вероятность безотказной работы объекта на отрезке  $[t_0, t]$  - равна вероятности пребывания траектории изменения качества  $v(t)$  в допустимой области на этом отрезке:

$$H(t) = P\{v(\tau) \in \Omega, \tau \in [t_0, t]\}. \quad (5.50)$$

Выходы реализаций случайных процессов за пределы некоторых областей (в особенности, когда такие выходы - редкие события) называются выбросами. Формула (5.50) означает, что для вычисления показателей надежности необходимо решать задачи теории выброса случайных процессов.

### 5.4.3. Выбросы случайного процесса за заданный уровень

Пусть  $x(t)$  - непрерывный и дифференцируемый случайный процесс с заданной совместной плотностью вероятности  $f(x, \dot{x}; t)$  процесса  $x(t)$  и его производной  $\dot{x}(t)$  (рис. 5.21).

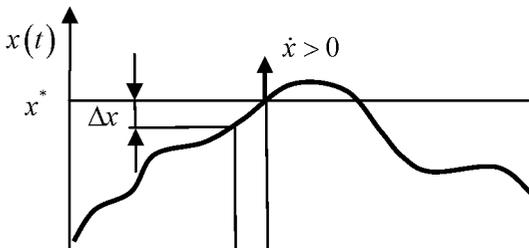


Рис. 5.21. Схема для иллюстрации выброса случайного процесса за заданный уровень

Необходимым и достаточным условием выброса случайного процесса  $x(t)$  за время  $\Delta t$  за заданный уровень  $x^*$  является:

во-первых, нахождение координаты  $x(t)$  вблизи уровня  $x^*$ ;

во-вторых, положительная скорость процесса, то есть  $\dot{x}(t) > 0$ .

Будем принимать во внимание только однократный выброс, так как вероятность двукратного выброса пренебрежимо мала по сравнению с вероятностью однократного выброса.

В символах вероятностей необходимое и достаточное условие однократного выброса запишется следующим образом:

$$P_1(x^*, \Delta t) = P \left[ \begin{array}{c} x^* - \Delta x < x < x^* \\ \dot{x} > 0 \end{array} \right]. \quad (5.51)$$

Вероятность  $P_1(x^*, \Delta t)$  находится интегрированием плотности  $f(x, \dot{x}; t)$  по указанной в выражении (5.51) области:

$$P_1(x^*, \Delta t) = \int_0^\infty \int_{x^* - \Delta x}^{x^*} f(x, \dot{x}; t) dx d\dot{x}.$$

Для внутреннего интеграла, учитывая, что  $\Delta x$  мало, используем теорему о среднем

$$\int_{x^* - \Delta x}^{x^*} f(x, \dot{x}; t) dx \approx f(x, \dot{x}; t) \Delta x .$$

Тогда выражение для вероятности  $P_1(x^*, \Delta t)$  примет следующий вид:

$$P_1(x^*, \Delta t) = \int_0^{\infty} f(x, \dot{x}; t) \Delta x d\dot{x} .$$

Учитывая, что  $\Delta x \approx \dot{x} \Delta t$ , получаем

$$P_1(x^*, \Delta t) = \Delta t \int_0^{\infty} f(x, \dot{x}; t) \dot{x} d\dot{x} .$$

Определим вероятность выброса в единицу времени:

$$\eta_+(x^*) = \frac{P_1(x^*, \Delta t)}{\Delta t} = \int_0^{\infty} f(x, \dot{x}; t) \dot{x} d\dot{x} . \quad (5.52)$$

Знак "+" (см. нижний индекс) означает положительный выброс (выброс вверх). Вероятность выброса за время  $t$  определим как интеграл по времени от функции  $\eta_+(x^*)$ , то есть

$$P_1(x^*, t) = \int_0^t \eta_+(x^*) d\tau .$$

Тогда показатель надежности определится как единица минус вероятность выброса случайного процесса за заданный уровень за время  $t$ :

$$H(t) = 1 - P_1(x^*, t) = 1 - \int_0^t \eta_+(x^*) d\tau .$$

Для стационарного процесса интеграл исчезает и мы получаем

$$H(t) = 1 - \eta_+(x^*) t . \quad (5.53)$$

В качестве простейшего примера вычислим математическое ожидание числа пересечений  $\eta_+(x^*)$  для стационарного гауссовского процесса.

Как было определено ранее для такого процесса

$$f(x, \dot{x}) = f_1(x) f_2(\dot{x}). \quad (5.54)$$

В нашем случае

$$f_1(x) = \frac{1}{D_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x-m_x}{D_x} \right)^2}; \quad (5.55)$$

$$f_2(\dot{x}) = \frac{1}{D_{\dot{x}} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\dot{x}}{D_{\dot{x}}} \right)^2}. \quad (5.56)$$

Здесь учтен тот факт, что для стационарного процесса среднее значение его скорости равно нулю ( $m_{\dot{x}} = 0$ ).

Подставляем выражение (5.54), (5.55) и (5.56) в формулу (5.52):

$$\begin{aligned} \eta_+(x^*) &= \int_0^{\infty} f(x, \dot{x}; t) \dot{x} d\dot{x} = f_1(x) \int_0^{\infty} f_2(\dot{x}) \dot{x} d\dot{x} = \\ &= \frac{1}{D_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x-m_x}{D_x} \right)^2} \int_0^{\infty} \frac{1}{D_{\dot{x}} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\dot{x}}{D_{\dot{x}}} \right)^2} \dot{x} d\dot{x} = \\ &= \frac{1}{2\pi D_x D_{\dot{x}}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x-m_x}{D_x} \right)^2} \int_0^{\infty} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\dot{x}}{D_{\dot{x}}} \right)^2} \dot{x} d\dot{x}. \end{aligned}$$

Замечая, что

$$\int_0^{\infty} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\dot{x}}{D_{\dot{x}}} \right)^2} \dot{x} d\dot{x} = -D_{\dot{x}}^2 \int_0^{\infty} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\dot{x}}{D_{\dot{x}}} \right)^2} d \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\dot{x}}{D_{\dot{x}}} \right)^2 \right] = -D_{\dot{x}}^2 e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\dot{x}}{D_{\dot{x}}} \right)^2} \Big|_0^{\infty} = D_{\dot{x}}^2,$$

получаем

$$\eta_+(x^*) = \frac{D_{\dot{x}}}{2\pi D_x} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x-m_x}{D_x} \right)^2}. \quad (5.57)$$

Введем обозначение

$$\omega_e = \frac{D_{\dot{x}}}{D_x}. \quad (5.58)$$

Параметр  $\omega_e$ , имеющий размерность  $c^{-1}$ , будем называть эффективной частотой процесса  $x(t)$ . С учетом этого формула (5.57) принимает вид

$$\eta_+(x^*) = \frac{\omega_e}{2\pi} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x-m_x}{D_x} \right)^2}. \quad (5.59)$$

Заметим, что математическое ожидание числа положительных пересечений уровня  $x = m_x$  составляет

$$\eta_+(x^*) = \frac{\omega_e}{2\pi}. \quad (5.60)$$

Отсюда видно, что для стационарного гауссовского процесса эффективная частота  $\omega_e$  может быть интерпретирована как характерная (круговая) частота положительных пересечений среднего уровня процесса, а величина  $\eta_+(x^*)$  (математическое ожидание числа положительных пересечений уровня  $x = m_x$ ) - как средняя частота процесса.

**Пример.** Пусть колебания корпуса ракеты - случайный гауссовский процесс. Предельно допустимая амплитуда колебаний  $x^* = 10$  мм. Время активного участка -  $t = 100$  с. Найти надежность корпуса ракеты при колебаниях.

*Решение.* Воспользуемся формулой (5.57):

$$\eta_+(x^*) = \frac{5}{2\pi \cdot 2,5} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{10-0}{2,5} \right)^2} = 0,000107.$$

Надежность системы найдем по формуле (5.53):

$$H(t) = 1 - \eta_+(x^*)t = 1 - 0,000107 \cdot 100 = 0,99893.$$

Характерная круговая частота среднего уровня процесса определится по формуле (5.58)

$$\omega_e = \frac{D_{\dot{x}}}{D_x} = \frac{5}{2,5} = 2 \left[ \frac{1}{c} \right]$$

Обычная частота (математическое ожидание числа положительных пересечений уровня  $m_x = 0$ ) определим по формуле (5.60):

$$\eta_+(x^*) = \frac{\omega_e}{2\pi} = \frac{2}{2\pi} = 0,3185 \left[ \frac{1}{c} \right].$$

## 6. ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМ

### 6.1. Метод структурных схем надежности

Под системой понимают любое устройство, состоящее из частей (элементов), надежность которых известна.

Если при определении надежности системы рассматривают лишь независимые по отказам элементы, то расчет существенно упрощается. В этом случае применяют *метод структурных схем надежности*.

Структурная схема отражает выбранное деление схемы на элементы и влияние отказов элементов на надежность системы. Элементы по надежности могут быть соединены между собой в систему последовательно, параллельно или смешанно.

*Последовательным соединением* элементов по надежности называется такое соединение, при котором необходимым и достаточным условием безотказной работы системы является безотказная работа всех ее элементов, т.е.

$$Y_C = Y_1 \cap Y_2 \cap \dots \cap Y_n, \quad (6.1)$$

где  $Y_C, Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  - случайные события, заключающиеся в том, что безотказно работает система, первый, второй, ...,  $n$ -й элемент соответственно.

Последовательное соединение изображено так, как показано на рис. 6.1, где 1, 2, ...,  $n$  - номера элементов.

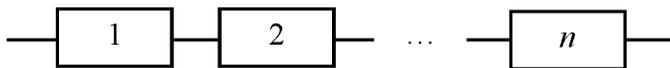


Рис. 6.1. Последовательное соединение элементов

Параллельным соединением элементов по надежности называется такое соединение, при котором необходимым и достаточным условием отказа системы является отказ всех ее элементов, т.е.

$$Q_C = Q_1 \cap Q_2 \cap \dots \cap Q_n, \quad (6.2)$$

где  $Q_C, Q_1, Q_2, \dots, Q_n$  - случайные события, заключающиеся в том, что откажет система, первый, второй, ...,  $n$  - й элемент соответственно.

Графически параллельное соединение изображается так, как показано на рис. 6.2, где 1, 2, ...,  $n$  - номера элементов.

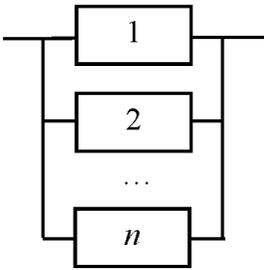


Рис. 6.2. Параллельное соединение элементов

Смешанным соединением элементов в смысле надежности называется такое соединение, при котором имеются элементы, соединенные последовательно, и элементы, соединенные параллельно.

Графически смешанное соединение можно изобразить, например так, как показано на рис. 6.3, где 1, 2, 3, 4, 5, 6 - номера элементов. Из них элементы 1, 2 и 3 соединены последовательно, а элементы 4, 5 и 6 - параллельно.

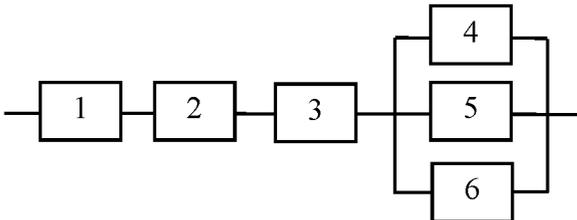


Рис. 6.3. Смешанное соединение элементов

Структурная схема надежности является графическим образом системы и отражает влияние отказов (или безотказной работы) элементов на надежность системы в целом. При этом понятие соединения в структурных схемах отличается от аналогичного понятия в электрических, кинематических, конструктивных и т.п. схемах.

**Пример 1.** Пробой одного из двух конденсаторов, включенных в работу параллельно (рис. 6.4, *а*), приводит к отказу всей группы конденсаторов. Поэтому при расчете надежности такой системы из двух конденсаторов их считают соединенными с точки зрения надежности последовательно (см. рис. 6.4, *б*).

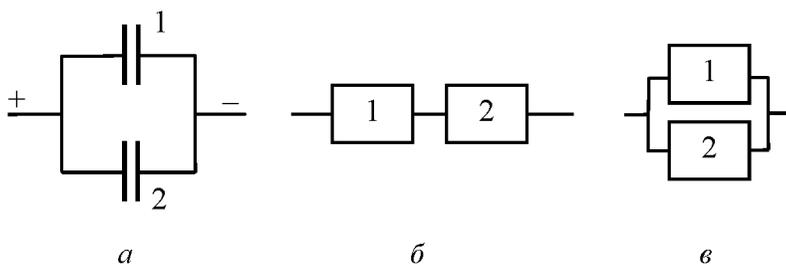


Рис. 6.4 Соединение конденсаторов в электрической схеме (*а*) и структурных схемах надежности (*б*) и (*в*)

Если же в качестве признака отказа считать нарушение контакта подводящего проводника к одному из конденсаторов, то система в целом может и не отказать (если параметры емкости не выходят за область допустимых значений). В этом случае соединение конденсаторов в смысле надежности следует считать параллельным, как это представлено на схеме рис. 6.4, *в*.

В целом же необходимо учитывать все возможные признаки отказов. Поэтому в приведенном примере следует использовать для расчета структурную схему надежности, приведенную на рис. 6.5.

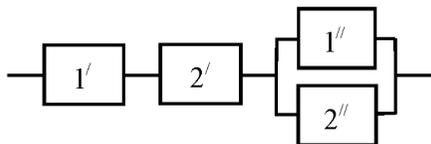


Рис. 6.5 Структурная схема надежности, учитывающая два признака отказов

На этой схеме номера элементов с одним штрихом соответствуют отказу по признаку короткого замыкания, а с двумя штрихами - по признаку нарушения контакта (обрыва подводящего проводника).

**Пример 2.** На рис. 6.6, а представлена упрощенная конструктивная схема соединения космического аппарата и какой-либо отделяемой части с помощью трех пирозамков (Пз 1, Пз 2 и Пз 3).

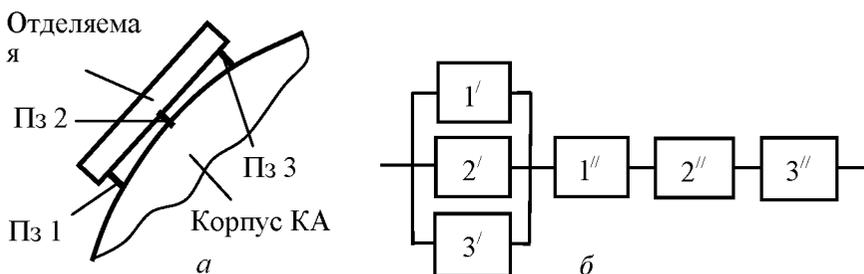


Рис. 6.6. Построение структурной схемы надежности системы крепления и разделения элементов космического аппарата

Анализ возможных отказов показывает, что до момента сброса отделяемой части основная функция пирозамков - надежно фиксировать отделяемую часть (выдерживать механическую нагрузку). Отказом системы крепления на данном участке полета считается либо механическое повреждение замков от механической нагрузки, либо самопроизвольное срабатывание пиропатронов пирозамков.

Для расчета надежности элементов крепления при воздействии механической нагрузки следует привлекать методы надежности как вероятностной прочности (см. раздел 5.3). Здесь на этом вопросе останавливаться не будем.

Если самопроизвольно сработает один пирозамок, то отделения не произойдет, так как другие пирозамки удержат отделяемую часть (если будет обеспечена прочность другими пирозамками). В этом случае элементы (пирозамки) в структурной схеме надежности следует считать соединенными параллельно.

В момент сброса отделяемой части основная функция пирозамков - надежно сработать (расфиксировать механическое крепление). Отказ хотя бы одного пирозамка приводит к отказу системы разделения. В этом случае элементы (пирозамки) в структурной схеме надежности следует считать соединенными последовательно.

Структурная схема надежности, учитывающая сразу два признака отказов, приведена на рис. 6.6, б. На этой схеме номера элементов с одним штрихом соответствуют отказу по признаку самопроизвольного срабатывания пирозамков, а с двумя штрихами - несрабатывания пирозамков после выдачи команды на отделение.

**Пример 3.** Для повышения надежности элементов системы разделения иногда вводят дополнительные пирозамки, как это схематично показано на рис. 6.7. Эта схема соответствует раскрытию панелей солнечных батарей, которые на этапе ввода космического аппарата находятся в сложном состоянии.

Конструктивно пирозамки (Пз 1 и Пз 2) соединены между собой последовательно. Однако при отказе одного из них сработает другой и разделение панелей произойдет. Поэтому в схеме надежности такие пирозамки должны быть соединены параллельно, как это показано на рис. 6.7 б. В этой схеме возможность самопроизвольного срабатывания пирозамков не учитывалась.

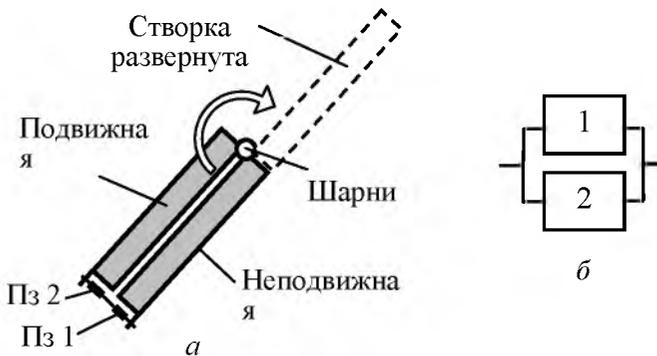


Рис. 6.7. Резервирование пирозамков системы раскрытия панелей солнечной батареи

Чтобы по структурной схеме можно было рассчитать надежность системы, то есть записать функцию надежности, структурную схему разбирают на такие части, в которых элементы соединены только последовательно или только параллельно. Затем определяют вид соединения частей между собой (последовательное или параллельное соединение) и объединяют все части в более крупные до тех пор, пока вся система не будет рассчитана.

Надежность частей системы, образованных из элементов, соединенных только последовательно или только параллельно, определяется просто, если известны надежности входящих элементов.

## 6.2. Расчет надежности систем при последовательном соединении элементов

В качестве исходной зависимости для вывода расчетных формул используем выражение (6.1).

Перейдем к вероятностной функции:

$$H_c = P(Y_c) = P(Y_1 \cap Y_2 \cap \dots \cap Y_n) = P\left(\bigcap_{i=1}^n Y_i\right),$$

где  $H_c$  - надежность системы из последовательно соединенных элементов.

Так как в случае применения метода структурных схем надежности рассматриваются независимые по отказам элементы, то можно получить:

$$H_c = P\left(\bigcap_{i=1}^n Y_i\right) = P(Y_1)P(Y_2)\dots P(Y_n) = \prod_{i=1}^n P(Y_i).$$

Для упрощения записи введем следующие обозначения для надежности элементов:

$$H_i = P(Y_i).$$

Тогда формула для расчета надежности системы будет следующей:

$$H_c = H_1 H_2 \dots H_n = \prod_{i=1}^n H_i. \quad (6.3)$$

В частном случае, когда все элементы одинаковы ( $H_i = H$ ), то формула (6.3) принимает вид

$$H_c = H^n. \quad (6.4)$$

Поскольку показатель надежности каждого элемента меньше или равен единице ( $H_i \leq 1$ ), то надежность системы с последовательным соединением ниже наименее надежного из ее элементов, то есть  $H_c \leq \min\{H_i\}$ , и чем больше количество элементов в системе, тем ниже (при прочих равных условиях) ее надежность.

**Пример 1.** Система состоит из двух элементов, показатели надежности которых равны и составляют 0,9. Определить надежность системы.

*Решение.*  $H_c = H^n = 0,9^2 = 0,81$ .

Теперь определим функцию надежности системы с последовательным соединением элементов.

Пусть система состоит из  $n$  последовательно соединенных элементов, функции надежности которых обозначим через  $H_i(t)$ ,

$H_2(t), \dots, H_n(t)$ , а функцию надежности системы - через  $H_c(t)$ , используя выражение (6.3), запишем

$$H_c(t) = H_1(t)H_2(t) \dots H_n(t). \quad (6.5)$$

Воспользуемся формулой надежности (5.17), полученной в подразделе 5.2 «Надежность как качество, развернутое во времени»:

$$H(t) = \exp \left[ - \int_0^t \lambda(\tau) d\tau \right],$$

где  $\lambda(t)$  - интенсивность отказов.

Тогда выражение (6.5) примет вид

$$\begin{aligned} H_c(t) &= \exp \left[ - \int_0^t \lambda_1(\tau) d\tau \right] \exp \left[ - \int_0^t \lambda_2(\tau) d\tau \right] \dots \exp \left[ - \int_0^t \lambda_n(\tau) d\tau \right] = \\ &= \exp \left[ - \int_0^t \lambda_1(\tau) d\tau - \int_0^t \lambda_2(\tau) d\tau \dots - \int_0^t \lambda_n(\tau) d\tau \right]. \end{aligned}$$

Отсюда можно получить следующее выражение:

$$\lambda_c(t) = \lambda_1(t) + \lambda_2(t) + \dots + \lambda_n(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i(t).$$

Таким образом, при последовательном соединении элементов интенсивность отказов системы с последовательным соединением элементов равна сумме интенсивностей отказов элементов.

В частности, для экспоненциального закона, когда  $\lambda_i(t) = \lambda_i$  и  $\lambda_i = \text{const}$ , получаем следующие формулы для расчета интенсивности отказов и надежности системы:

$$\lambda_c = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n = \sum_{i=1}^n \lambda_i; \quad (6.6)$$

$$H_c(t) = \exp \left[ - (\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n) t \right]. \quad (6.7)$$

Анализируя выражение (6.7), видим, что функция надежности соответствует экспоненциальному закону распределения. То есть, закон изменения надежности системы является таким же, как и законы изменения надежности элементов.

Получим формулу для расчета среднего времени наработки системы до отказа  $t_{cp c}$  в зависимости от показателей среднего времени

наработки до отказа элементов  $t_{cpi}$ . Для этого воспользуемся полученной ранее зависимостью (5.23):

$$\lambda = \frac{1}{t_{cp}}$$

Подставляем это выражение в формулу (6.6) с соответствующими индексами

$$\frac{1}{t_{cpc}} = \frac{1}{t_{cp1}} + \frac{1}{t_{cp2}} + \dots + \frac{1}{t_{cpn}}$$

и, разрешая относительно  $t_{cpc}$ , получаем искомую зависимость:

$$t_{cpc} = \frac{1}{\frac{1}{t_{cp1}} + \frac{1}{t_{cp2}} + \dots + \frac{1}{t_{cpn}}}. \quad (6.8)$$

Если все элементы системы одинаковы, то есть  $H_i(t) = H(t)$  и  $\lambda_i(t) = \lambda(t)$ , то расчетные формулы надежности и интенсивности отказов системы будут следующими:

$$H_c(t) = [H(t)]^n;$$

$$\lambda_c(t) = n \cdot \lambda(t).$$

Для экспоненциального закона, в частности, имеем:

$$\lambda_c = n \lambda$$

$$t_{cpc} = \frac{t_{cp}}{n}. \quad (6.9)$$

Если среднее время работы элементов или системы значительно меньше среднего времени наработки до отказа элементов или системы, то вместо формулы (6.7) для расчета надежности можно использовать более простую приближенную зависимость. Для получения такой зависимости можно разложить функцию (6.7) в ряд Тейлора в окрестности точки  $t = 0$  и получить следующее выражение:

$$H_c(t) = 1 - (\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n)t + \frac{(\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n)^2}{2!}t^2 - \dots$$

Если ограничиться двумя членами разложения, то получается искомая приближенная формула:

$$H_c(t) \approx 1 - (\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n)t \quad (6.10)$$

или

$$H_c(t) \approx 1 - \left( \frac{t}{t_{cp c}} \right).$$

Ошибка вычисления  $\varepsilon$  не превосходит по значению третьего члена разложения

$$\varepsilon \leq \frac{1}{2} \left( \frac{t}{t_{cp c}} \right)^2.$$

Полученными формулами расчета надежности можно пользоваться и для оценки надежности одного элемента, находящегося в различных состояниях. В этом случае используются так называемые фиктивные элементы.

**Пример 2.** Определить надежность работы электродвигателя в составе электромеханического толкателя. Время эксплуатации составляет 2880 часов, в том числе время работы двигателя 2,42 часа, а время хранения - приблизительно 2877 часов. Интенсивность отказов двигателя при нормальной работе  $\lambda = 1,608 \cdot 10^{-6}$  1/ч, а при хранении  $\lambda = 3,200 \cdot 10^{-8}$  1/ч. Принять закон изменения надежности экспоненциальным.

*Решение.* Составляем структурную схему надежности с использованием фиктивных элементов, как это показано на рис. 6.8.



Рис. 6.8. Структурная схема надежности, включающая фиктивные элементы

На этой схеме учтена возможность отказа одного и того же двигателя как во время работы (элемент  $I'$ ), так и во время хранения (элемент  $I''$ ).

Используя формулы для последовательного соединения фиктивных элементов, имеем

$$H_{\text{эо}}(t) = H_1'(t_p)H_1''(t_x),$$

где  $t_p$  и  $t_x$  - время работы и время хранения электродвигателя соответственно.

$$\text{Учитывая, что } H_1'(t_p) = \exp(-\lambda_p t_p) \text{ и } H_1''(t_x) = \exp(-\lambda_x t_x),$$

получаем

$$H_{\text{эо}}(t) = \exp(-\lambda_p t_p) \exp(-\lambda_x t_x) = \exp[-(\lambda_p t_p + \lambda_x t_x)].$$

Если воспользоваться зависимостью (6.10) для приближенных расчетов надежности, то можно получить

$$H_{\text{эо}}(t) \approx 1 - (\lambda_p t_p + \lambda_x t_x). \quad (6.11)$$

Подставляя числовые значения, получим

$$H_{\text{эо}}(t) \approx 1 - (1,608 \cdot 10^{-6} \cdot 2,42 + 3,200 \cdot 10^{-8} \cdot 2877) = 0,9999.$$

Следует отметить, что при расчете среднего времени наработки электродвигателя до отказа следует учитывать только время работы (время хранения не учитывается). Для этого можно воспользоваться полученной ранее зависимостью (5.23):

$$t_{cp} = \frac{1}{\lambda_p} = \frac{1}{1,608 \cdot 10^{-6}} = 621900 \text{ [ч]}.$$

Если в систему последовательно соединены  $N$  одинаковых элементов, то надежность такой системы рассчитывается по следующей зависимости:

$$H_{\text{эо}}(t) \approx 1 - N(\lambda_p t_p + \lambda_x t_x). \quad (6.12)$$

### 6.3. Расчет надежности систем при параллельном соединении элементов

При параллельном соединении элементов в систему для написания функции надежности обычно используют формулу (6.2):

$$Q_c = Q_1 \cap Q_2 \cap \dots \cap Q_n,$$

где  $Q_c, Q_1, Q_2, \dots, Q_n$  - случайные события, заключающиеся в том, что откажет система, первый, второй, ...,  $n$  - й элемент соответственно.

Перейдем к вероятностной функции, учитывая, что рассматриваемые элементы независимы по отказам:

$$P(Q_c) = P(Q_1 \cap Q_2 \cap \dots \cap Q_n) = P(Q_1) \cdot P(Q_2) \cdot \dots \cdot P(Q_n),$$

или

$$\bar{H}_c = \bar{H}_1 \cdot \bar{H}_2 \cdot \dots \cdot \bar{H}_n,$$

где для упрощения записи введены следующие обозначения:  $P(Q_c) = \bar{H}_c$  - вероятность отказа системы (ненадежность системы);  $P(Q_i) = \bar{H}_i$  вероятность отказа  $i$ -го элемента системы (ненадежность  $i$ -го элемента системы).

Учитывая, что вероятность отказа системы или элемента (ненадежность) дополняет до единицы вероятность безотказной работы (надежность), то есть

$$\bar{H}_c = 1 - H_c \text{ и } \bar{H}_i = 1 - H_i,$$

можно прийти к следующей формуле для вычисления надежности системы при параллельном соединении элементов:

$$H_c = 1 - (1 - H_1)(1 - H_2) \dots (1 - H_n) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - H_i). \quad (6.13)$$

В частном случае, если все элементы одинаковы ( $H_i = H$ ), то формула (6.13) принимает вид

$$H_c = 1 - (1 - H_i)^n. \quad (6.14)$$

Из этого выражения ясен смысл резервирования как способа повышения надежности. Так, если  $H = 0,9$ , то при наличии только одного резервного элемента ( $n = 2$ ) получим

$$H_c = 1 - (1 - 0,9)^2 = 0,99.$$

Однако в ряде случаев избыточность может привести к снижению надежности. Так, дублирование пиротехнических устройств, наряду с повышением надежности их срабатывания по команде, увеличивает вероятность самопроизвольного срабатывания. Поэтому в

таких случаях при проектировании необходимо изыскивать пути рационального резервирования.

Определим функцию надежности системы с параллельным соединением элементов.

Пусть система состоит из  $n$  параллельных элементов, вероятности отказа которых равны  $F_1(t)$ ,  $F_2(t)$ , ...,  $F_n(t)$ . Так как при параллельном соединении вероятности отказов перемножаются, то функция отказа системы будет

$$F_c(t) = F_1(t)F_2(t)...F_i(t).$$

Учитывая, что функция отказа системы или элемента есть дополнение до единицы функции безотказной работы (надежности), то есть  $F_c(t) = 1 - H_c(t)$  и  $F_i(t) = 1 - H_i(t)$ , можно прийти к следующему выражению:

$$\begin{aligned} H_c(t) &= 1 - F_1(t)F_2(t)...F_i(t) = \\ &= 1 - [1 - H_1(t)][1 - H_2(t)]...[1 - H_n(t)]. \end{aligned} \quad (6.15)$$

Воспользуемся также полученной ранее формулой надежности (5.17):

$$H(t) = \exp\left[-\int_0^t \lambda(\tau) d\tau\right],$$

где  $\lambda(t)$  - интенсивность отказов.

Тогда выражение (6.15) примет вид

$$\begin{aligned} H_c(t) &= 1 - \left[1 - \exp\left(-\int_0^t \lambda_1(\tau) d\tau\right)\right] \left[1 - \exp\left(-\int_0^t \lambda_2(\tau) d\tau\right)\right] \dots \times \\ &\dots \times \left[1 - \exp\left(-\int_0^t \lambda_n(\tau) \cdot d\tau\right)\right]. \end{aligned} \quad (6.16)$$

Анализируя данное выражение, приходим к выводу, что при параллельном соединении элементов функция надежности системы отличается от функции надежности элементов и представляет собой некий композиционный закон. То есть, в отличие от последовательного соединения, интенсивности отказов здесь не складываются.

Рассмотрим частный случай, когда все элементы одинаковы и подчинены экспоненциальному закону надежности. В этом случае формула (6.16) принимает следующий вид:

$$H_c(t) = 1 - \left[ 1 - \exp\left(-\int_0^t \lambda_1(\tau) d\tau\right) \right]^n = 1 - [1 - \exp(-\lambda t)]^n. \quad (6.17)$$

Учитывая, что для расчета высоконадежных элементов можно использовать приближенную зависимость (см. выражение (5.26) в подразделе 5.2 «Надежность как качество, развернутое во времени»):

$$H = \exp(-\lambda t) \approx 1 - \lambda t,$$

выражение (6.16) принимает следующий вид:

$$H_c(t) = 1 - [1 - \exp(-\lambda t)]^n \approx 1 - [1 - (1 - \lambda t)]^n = 1 - (\lambda t)^n.$$

Если ввести обозначение  $\lambda^n = \Lambda$ , то получим

$$H_c(t) = 1 - \Lambda t^n \approx \exp(-\Lambda t^n).$$

А это есть ни что иное, как закон Вейбулла.

Среднюю наработку до отказа системы можно вычислить по формуле, которая была получена также в подразделе 5.2 «Надежность как качество, развернутое во времени» (см. формулу (5.10)):

$$t_{cp} = \int_0^{\infty} H(t) dt.$$

Подставляем в это выражение зависимость (6.17):

$$t_{cp} = \int_0^{\infty} \left\{ 1 - [1 - \exp(-\lambda t)]^n \right\} dt. \quad (6.18)$$

Возьмем этот интеграл методом замены переменных, проведя выкладки в следующей последовательности:

$$1 - \exp(-\lambda t) = x;$$

$$t = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - x);$$

$$dt = \frac{1}{\lambda} \frac{dx}{(1 - x)}.$$

При  $t=0$ ,  $x=0$ ; при  $t \rightarrow \infty$ ,  $x \rightarrow 1$ . Тогда выражение (6.18) принимает вид

$$t_{cp} = \frac{1}{\lambda} \int_0^1 \frac{1-x^n}{1-x} dt.$$

Замечая, что

$$1-x^n = (1-x)(1+x+x^2+\dots+x^{n-1}),$$

получаем

$$\begin{aligned} t_{cp} &= \frac{1}{\lambda} \int_0^1 \frac{1-x^n}{1-x} dt = \frac{1}{\lambda} \int_0^1 \frac{(1-x)(1+x+x^2+\dots+x^{n-1})}{(1-x)} dt = \\ &= \frac{1}{\lambda} \int_0^1 (1+x+x^2+\dots+x^{n-1}) dt = \frac{1}{\lambda} \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right). \end{aligned} \quad (6.19)$$

Можно показать, что при  $n \rightarrow \infty$   $t_{cp} = \frac{1}{\lambda} (\ln n + c)$ , где  $c = 0,577$ .

Из выражения (6.19) видно, что каждая новая ступень резервирования уменьшает приращение среднего времени наработки системы до отказа. Другими словами, с увеличением количества резервных элементов эффективность дополнительного резервирования уменьшается. Поэтому на практике случаи более чем пятикратного резервирования не применяются.

**Пример.** В составе электромеханического толкателя (см. пример 2 в подразделе 6.2) установлены два электродвигателя по схеме нагруженного резерва. Определить надежность работы системы двигателей. Исходные данные принять такими же, как и в примере 2 подраздела 6.2.

*Решение.* Составляем структурную схему надежности, как это показано на рис. 6.9. На схеме цифрами 1 и 2 обозначены соответственно 1-й и 2-й электродвигатели.

Надежность определяем по формуле (6.14) с учетом решения примера в подразделе 6.2:

$$H_e = 1 - (1 - H_1)^2 = 1 - (1 - 0,9999)^2 = 0,99999999 \approx 1.$$

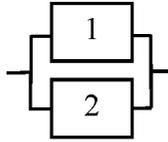


Рис. 6.9. Структурная схема надежности к примеру

Определим среднее время наработки системы двигателей до отказа. Воспользуемся формулой (6.19), при этом не будем учитывать время хранения:

$$t_{cp} = \frac{1}{\lambda_p} \left( 1 + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{1,608 \cdot 10^{-6}} \left( 1 + \frac{1}{2} \right) = 932800 \text{ [ч]}.$$

#### 6.4. Смешанное соединение элементов

Методика расчета надежности систем со смешанным соединением элементов сводится к следующему. Сначала в структурной схеме надежности выделяются группы элементов, которые соединены только последовательно или параллельно, и рассчитываются показатели надежности этих групп. Затем данные группы элементов формально представляются в виде одного элемента с заданными (рассчитанными ранее) показателями надежности. Далее в полученной (после объединения групп элементов) структурной схеме опять выделяются группы элементов, которые соединены только последовательно или параллельно, и рассчитываются показатели надежности этих групп, и так далее до тех пор, пока не будет рассчитан показатель надежности всей системы.

**Пример.** Даны две системы, изображенные на рис. 6.10, *a* и 6.10, *б*. Схема *a* соответствует раздельному резервированию элементов, а схема *б* - общему.

Определить надежность данных систем и сравнить между собой, если показатели надежности этих элементов следующие:  $H_A = 0,9$ ,  $H_B = 0,8$ ,  $H_C = 0,7$ ,  $H_D = 0,6$ .

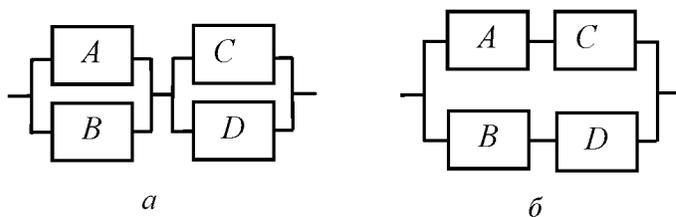


Рис. 6.10. Различные схемы соединения элементов

*Решение.* Рассмотрим сначала случай *а*. Выделим две группы элементов: группу *A* и *B* и группу *C* и *D*, элементы которых соединены между собой параллельно.

Рассчитаем показатели надежности этих групп элементов:

$$H_{AB} = 1 - (1 - H_A)(1 - H_B) = 1 - (1 - 0,9)(1 - 0,8) = 0,98;$$

$$H_{CD} = 1 - (1 - H_C)(1 - H_D) = 1 - (1 - 0,7)(1 - 0,6) = 0,88.$$

Группы элементов *AB* и *CD* соединены между собой последовательно. Поэтому показатель надежности системы *а* рассчитывается следующим образом:

$$H_C = H_{AB} H_{CD} = 0,98 \cdot 0,88 = 0,8624.$$

Перейдем к расчету надежности системы *б*. Выделим две группы элементов: группу *A* и *C* и группу *B* и *D*, элементы которых соединены между собой последовательно. Рассчитаем показатели надежности этих групп элементов:

$$H_{AC} = H_A \cdot H_C = 0,9 \cdot 0,7 = 0,63;$$

$$H_{BD} = H_B \cdot H_D = 0,8 \cdot 0,4 = 0,48.$$

Группы элементов *AC* и *BD* соединены между собой параллельно. Поэтому показатель надежности системы *б* рассчитывается следующим образом:

$$H_C = 1 - (1 - H_{AC})(1 - H_{BD}) = 1 - (1 - 0,63)(1 - 0,48) = 0,8076.$$

Заметим, что различие в значениях показателя надежности систем обусловлено различным соединением подсистем. Видно, что раздельное резервирование более выгодно при прочих равных условиях.

### 6.5. Вероятность безотказной работы системы "не менее $m$ из $n$ "

Еще одной формой резервирования является система "не менее  $m$  из  $n$ ". В такой системе имеются  $n$  параллельно соединенных элементов, однако для того, чтобы система продолжала работать безотказно, должны сохранять работоспособность не менее  $m$  элементов.

Сначала ограничимся условием, что необходимо определить вероятность срабатывания точно  $m$  элементов системы из  $n$  элементов. В этом случае вероятность выпадения  $m$  событий из  $n$  описывается биномиальным законом распределения (см. формулу (4.12)) и равна

$$P_n(m) = C_n^m H^m (1-H)^{(n-m)},$$

где  $H$  - вероятность появления элементарного события (в нашем случае это показатель надежности отдельного элемента);

$C_n^m$  - число сочетаний из  $n$  по  $m$ .

Напомним, что число сочетаний определяется следующей формулой:

$$C_n^x = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

Вернемся к определению надежности системы, для безотказной работы которой должны безотказно работать не менее  $m$  элементов из  $n$ . Поскольку рассматриваемые случайные события несовместны, то вероятности этих случайных событий можно суммировать. Тогда вероятность безотказной работы системы "не менее  $m$  из  $n$ " имеет вид:

$$P_n(\geq m) = \sum_{x=m}^n P_n(x) = \sum_{x=m}^n C_n^x p^x (1-p)^{(n-x)}, \quad (6.20)$$

где  $x$  - текущее значение случайной величины.

В частном случае, например, для системы "не менее 2-х из 3-х" эта формула примет вид:

$$\begin{aligned}
H_c = P_3(\geq 2) &= \sum_{x=2}^3 C_3^x H^x (1-H)^{(3-x)} = \\
&= C_3^2 H^2 (1-H)^{(3-2)} + C_3^3 H^3 (1-H)^{(3-3)} = \\
&= \frac{3!}{2!(3-2)!} H^2 (1-H)^{(3-2)} + \frac{3!}{3!(3-3)!} H^3 (1-H)^{(3-3)} = \\
&= 3H^2 - 2H^3. \tag{6.21}
\end{aligned}$$

**Пример.** Пусть система отделения ступеней имеет 3 пороховых двигателя. Показатель надежности каждого двигателя равен 0,9. Определить показатель надежности системы отделения ступеней, если отделение происходит не менее чем при двух надежно срабатывающих работающих двигателях.

*Решение.* Воспользовавшись формулой (6.21), получаем:

$$H_c = 3 \cdot 0,9^2 - 2 \cdot 0,9^3 = 2,43 - 1,458 = 0,972.$$

Заметим, что числа 2,43 и 1,458 ни в коем случае не означают показатели надежности групп элементов (это нонсенс), а являются лишь промежуточными значениями процедуры расчета.

## 7. ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ

Предметом исследования статистической динамики является поведение различных систем при случайных воздействиях или случайном изменении свойств системы.

Статистическая динамика и теория надежности тесно связаны между собой. При решении каждой конкретной задачи методы статистической динамики и теории надежности обычно применяют последовательно. Поэтому из методических соображений статистическую динамику целесообразно излагать отдельно.

### 7.1. Основные понятия и постановки задач статистической динамики

В статистической динамике внешние воздействия на систему (или объект) часто называют *входными* параметрами  $x_i$  ( $i = \overline{1, m}$ ) (переменными процессами), а параметры поведения системы (объекта) - *выходными* параметрами  $y_j$  ( $j = \overline{1, n}$ ) (переменными процессами), как это схематично изображено на рис. 7.1.

На этом рисунке объект изображен прямоугольником, а входные и выходные параметры стрелками. В общем случае количество входных параметров не равно количеству выходных параметров.

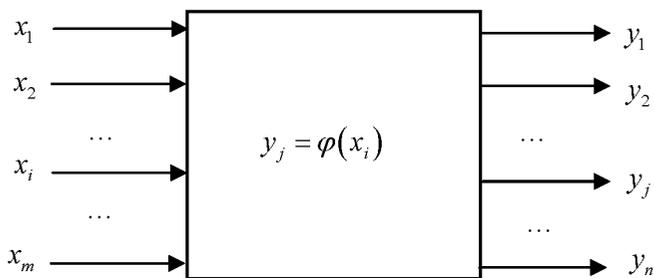


Рис. 7.1. Схема для постановки задач статистической динамики

Обычно существует какая-то детерминистическая связь между входными и выходными параметрами системы, которую условно обозначим как  $y_j = \varphi(x_i)$ . Эта связь может выражаться в виде функций (одной или нескольких), дифференциальных уравнений, операторов различного типа. Кроме того, эта связь может быть задана с помощью алгоритма отыскания выходных воздействий по входным. В дальнейшем связь между входными и выходными параметрами системы будем называть оператором связи и для упрощения будем обозначать как  $y = \varphi(x)$ .

Если входные параметры  $x_i (i = \overline{1, m})$  и выходные параметры системы  $y_j (j = \overline{1, n})$  являются случайными процессами или случайными величинами, то возникает вопрос о связи между соответствующими вероятностными мерами или некоторыми характеристиками системы. Установление этой связи и является предметом исследования статистической динамики. В зависимости от того, какие параметры являются заданными, а какие - искомыми, будем различать четыре типа задач статистической динамики.

*Первая (основная) задача* статистической динамики состоит в нахождении характеристик выходных параметров при известных характеристиках входных параметров и параметров системы.

Например, даны законы распределения случайных величин  $F(x)$  или плотности распределения  $f(x)$  и оператор связи (случайный или неслучайный)  $y = \varphi(x)$ . Определить законы распределения выходных величин  $F(y)$  или плотности распределения  $f(y)$ .

Более частная задача может быть следующей: даны математические ожидания  $m_{x_i} (i = \overline{1, m})$  и дисперсии  $D_{x_i}^2 (i = \overline{1, m})$  входных параметров и оператор связи  $y = \varphi(x)$ . Определить математические ожидания  $m_{y_j} (j = \overline{1, n})$  и дисперсии  $D_{y_j}^2 (j = \overline{1, n})$  выходной случайной величины.

Приведем пример постановки задач статистической динамики из практики баллистического спуска и приземления космических аппаратов.

Двигательная установка космического аппарата в определенный момент времени выдает тормозной импульс и спускаемый аппарат осуществляет баллистический спуск с орбиты на поверхность Земли, как это схематично показано на рис. 7.2. При этом дальность места приземления будет случайной величиной.

На рисунке введены следующие обозначения: 1 - спускаемый аппарат; 2 - орбита; 3 - Земная поверхность;  $L$  - дальность приземления спускаемого аппарата;  $\Delta L$  - зона разброса места посадки;  $\Delta V$  - импульс скорости, необходимый для схода космического аппарата с

орбиты;  $\mathcal{G}$  - угол наклона вектора скорости тормозного импульса;  
 $H_A$  - высота условной границы атмосферы.

Известен оператор связи между входными и выходными системы (вернее известна система дифференциальных уравнений, на основе решения которой отыскивается искомая связь):

$$L = \varphi(t_1, \Delta V, \mathcal{G}, H_A, \rho_A, u_B, \dots), \quad (7.1)$$

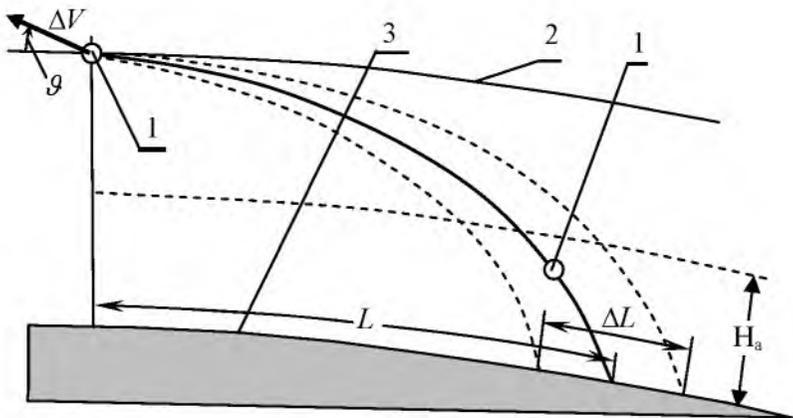


Рис. 7.2. Пример постановки задачи статистической динамики

где  $t_1$  - время начала торможения;

$\rho_A$  - плотность атмосферы в месте посадки;

$u_B$  - скорость ветра в месте посадки (в зависимости от высоты).

Обозначения остальных параметров приведены выше.

Известны также математические ожидания и дисперсии входных величин  $t_1, \Delta V, \vartheta, H_A, \rho_A, u_B, \dots$ . Необходимо определить математическое ожидание координаты приземления  $m_L$  и дисперсию этой координаты  $D_L^2$ . Такая задача решается каждый раз в конструкторском бюро перед осуществлением посадки спускаемого аппарата.

*Вторая задача* статистической динамики является обратной по отношению к первой. Она заключается в нахождении характеристик входных параметров по характеристикам выходных параметров системы. Свойства системы (оператор связи) при этом также предполагаются известными. Решение обратной задачи может существенно осложниться, если имеется несколько входных воздействий и если требуется по поведению системы установить статистические характеристики каждого воздействия в отдельности.

*Третья задача* статистической динамики заключается в определении свойств стохастической (случайной) системы (оператора связи) по известным характеристикам на ее входе и выходе. В самом общем случае может оказаться неизвестной сама структура системы. Изучение свойств неизвестной системы путем сопоставления ее реакций с входными воздействиями составляет так называемую "проблему черного ящика". Однако в столь общей форме задача ставится весьма редко. Обычно известна не только структура системы, но и информация о ее детерминистических свойствах. Тогда целью исследования является получение информации о стохастических свойствах системы. Один из простейших путей для решения третьей задачи состоит в изучении реакций системы на соответствующим образом выбираемые детерминистические воздействия.

Под *четвертой задачей* статистической динамики понимается отыскание характеристик системы, которая при заданных внешних воздействиях обладает заданными свойствами. Примером может служить задача о синтезе оптимальной системы, то есть системы, которая обладает наилучшими, в некотором смысле, свойствами. Обычно критерий оптимальности формулируется в виде условия максимума (или минимума) некоторых функционалов от свойств системы и ее реакций на внешние воздействия при дополнительных ограничениях, накладываемых на другие функционалы и параметры. Подчеркнем, что выбор критерия для оптимизации не входит в задачу статистической динамики. Такой критерий выбирается на основе экономических, технологических и тому подобных соображений, и притом может выбираться не единственным образом. Один из путей для выбора критерия оптимальности открывает теория надежности, на основе которой формулируются обобщенные вероятностные критерии, например обобщенные критерии эффективности космической системы наблюдения.

Если основная (первая) задача статистической динамики решена, то, как правило, результаты могут быть использованы для решения остальных задач. Таким образом, целесообразно сосредоточить внимание на решении основной задачи.

Выбор метода для решения задач статистической динамики в существенной степени зависит от характера системы. Классифика-

цию ее можно провести по различным признакам. Остановимся на некоторых из них.

## 7.2. Классификация систем в задачах статистической динамики

В зависимости от того, как ведет себя система при одновременном приложении двух или нескольких воздействий, различают *линейные и нелинейные* системы. К линейным системам применим принцип суперпозиции, суть которого заключается в следующем: реакция системы на сумму внешних воздействий может быть найдена как сумма реакций, вычисленных от каждого воздействия в отдельности.

Необходимо отметить, что из линейного характера дифференциальных уравнений относительно выходного параметра не всегда следует линейность системы. Это положение иллюстрируется примером, приведенным на рис. 7.3.

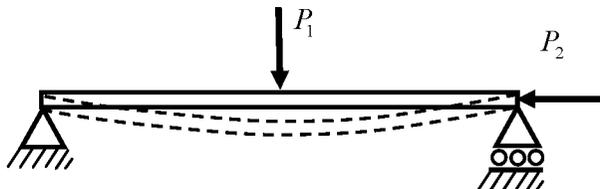


Рис. 7.3. Пример системы, к которой неприменим принцип суперпозиции

На этом рисунке представлена схема нагружения балки двумя силами: поперечной  $P_1$  и продольной  $P_2$ . Ясно, что под действием поперечной силы балка прогибается и, следовательно, в сечениях балки появляется дополнительный момент от действия продольной силы. Этот момент влияет на значение критической силы  $P_2$  (потери устойчивости).

Другой признак для классификации получим, рассматривая поведение свойств системы во времени. Система называется *стационарной*, если ее свойства неизменны во времени.

### 7.3. Методы решения задач статистической динамики

В настоящее время разработано несколько методов решения задач статистической динамики, которые применяют в зависимости от конкретных свойств системы и постановок задач. Ограничимся только перечислением этих методов:

- метод функций Грина;
- метод дифференциальных уравнений;
- метод спектральных представлений;
- метод, использующий теорию марковских процессов;
- интерполяционный метод;
- метод статистических испытаний (метод Монте-Карло);
- метод статистической линеаризации и др.

Приведенные методы достаточно полно изложены в работах В. В. Болотина [24, 29].

При определении надежности систем летательных аппаратов наиболее широкое применение нашли методы статистической линеаризации и методы статистических испытаний. Рассмотрим эти методы более подробно.

## 7.4. Метод статистической линеаризации

### 7.4.1. Теоретические основы метода статистической линеаризации

Этот метод используется, если имеется связь между входными и выходными параметрами системы в виде функции. Он приближенный, позволяющий вычислять лишь числовые характеристики функции по числовым характеристикам аргументов.

Рассмотрим случай, когда входная величина  $x$  - одномерная случайная величина.

Разложение функции  $y = \varphi(x)$  вокруг точки  $x = m_x$  в ряд Тейлора до первых трех членов имеет вид

$$y = \varphi(x) = \varphi(m_x) + (x - m_x) \frac{\varphi'(m_x)}{1!} + (x - m_x)^2 \frac{\varphi''(m_x)}{2!} + R, \quad (7.2)$$

где  $\varphi'$  и  $\varphi''$  - первая и вторая производные от функции  $\varphi(x)$  по  $x$ ;  $R$  - остаточный член.

Получим математическое ожидание от выражения (7.2), используя свойства математического ожидания от функции случайных величин (см. подраздел 4.12 «Математическое ожидание и дисперсия функции случайных величин»). При этом остаточным членом пренебрегаем.

$$\begin{aligned} M[y] &= M \left[ \varphi(m_x) + (x - m_x) \frac{\varphi'(m_x)}{1!} + (x - m_x)^2 \frac{\varphi''(m_x)}{2!} \right] = \\ &= M[\varphi(m_x)] + M \left[ (x - m_x) \frac{\varphi'(m_x)}{1!} \right] + M \left[ (x - m_x)^2 \frac{\varphi''(m_x)}{2!} \right] = \\ &= \varphi(m_x) + M \left[ (x\varphi'(m_x) - m_x\varphi'(m_x)) \right] + \frac{1}{2} \varphi''(m_x) M \left[ (x - m_x)^2 \right] = \\ &= \varphi(m_x) + M \left[ x \cdot \varphi'(m_x) \right] - M \left[ m_x \varphi'(m_x) \right] + \frac{1}{2} \varphi''(m_x) D^2[x] = \\ &= \varphi(m_x) + \varphi'(m_x) M[x] - \varphi'(m_x) M[m_x] + \frac{1}{2} \varphi''(m_x) D^2[x]. \end{aligned}$$

Учитывая, что  $M[x] = m_x$  и  $M[m_x] = m_x$ , а также принимая обозначения  $M[y] = m_y$  (подставляя вместо операции математического ожидания ее результат), получаем

$$m_y = \varphi(m_x) + \frac{1}{2} \varphi''(m_x) D^2[x]. \quad (7.3)$$

Формула (7.3) является приближенной для расчета математического ожидания случайной величины  $y$ , так как мы, во-первых, использовали разложение функции в ряд Тейлора и, во-вторых, отбросили остаточный член ряда. Если дисперсия случайной величины  $x$

мала, то можно пренебречь также и вторым членом в формуле (7.3) и получить соотношение

$$m_y \approx \varphi(m_x). \quad (7.4)$$

Чтобы получить приближенное значение дисперсии  $D_y^2$ , снова используем разложение функции  $y = \varphi(x)$  в ряд Тейлора (см. выражение (7.2)). Однако для упрощения выкладок оставим в разложении лишь первые два члена:

$$y = \varphi(x) = \varphi(m_x) + (x - m_x) \frac{\varphi'(m_x)}{1!} \quad (7.5)$$

При этом остаточным членом также пренебрежем.

Возьмем операцию дисперсии от выражения (7.5), используя свойства дисперсии от функции случайных величин (см. также подраздел 4.12 «Математическое ожидание и дисперсия функции случайных величин»):

$$\begin{aligned} D^2[y] &= D^2 \left[ \varphi(m_x) + (x - m_x) \frac{\varphi'(m_x)}{1!} \right] = D^2[\varphi(m_x)] + \\ &+ D^2 \left[ (x - m_x) \varphi'(m_x) \right] = 0 + D^2 \left[ x \cdot \varphi'(m_x) - m_x \cdot \varphi'(m_x) \right] = \\ &= D^2 \left[ x \cdot \varphi'(m_x) \right] + D^2 \left[ m_x \cdot \varphi'(m_x) \right] = \left[ \varphi'(m_x) \right]^2 D^2[x] + 0. \end{aligned}$$

Окончательно формула для вычисления дисперсии выходной величины получается следующей:

$$D_y^2 = \left[ \varphi'(m_x) \right]^2 D_x^2. \quad (7.6)$$

Здесь использованы следующие свойства дисперсий, известные из теорий вероятностей, а именно:

- дисперсия суммы или разности случайных независимых величин равна сумме их дисперсий;
- неслучайную величину можно выносить за знак дисперсии, возводя ее в квадрат;
- дисперсия неслучайной (детерминированной) величины равна нулю.

Формула (7.6) также является приближенной. Если функция  $y = \varphi(x)$  существенно нелинейная, то рекомендуется удерживать в разложении большее количество членов. Математические выкладки с тремя членами разложения можно сделать самостоятельно.

Рассмотрим теперь случай, когда  $x$  - многомерная случайная величина, то есть

$$y = \varphi(x) = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Обозначим через  $m_x = (m_{x_1}, m_{x_2}, \dots, m_{x_n})$  и  $D_x = (D_{x_1}, D_{x_2}, \dots, D_{x_n})$  векторы математических ожиданий и среднеквадратических отклонений случайных величин  $x_1, x_2, \dots, x_n$  соответственно.

Раскладывая (как и в предыдущем случае) функцию  $y = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_n)$  в ряд Тейлора и ограничиваясь линейными членами, можно прийти к следующим выражениям для расчета математического ожидания и дисперсии выходной случайной величины  $y$ :

$$M[y] = m_y = \varphi(m_{x_1}, m_{x_2}, \dots, m_{x_n}); \quad (7.7)$$

$$D^2[y] = D_y^2 = D^2[\varphi(x_1, x_2, \dots, x_n)] = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\partial \varphi(x)}{\partial x_i} \right]_{x=m_x}^2 D_{x_i}^2. \quad (7.8)$$

Индекс  $x = m_x$  показывает, что значение производной вычисляется при соответствующих значениях математических ожиданий входных случайных величин (вместо переменной  $x_i$  подставляется математическое ожидание  $m_{x_i}$ ).

#### *7.4.2. Использование метода статистической линеаризации в задачах прочности*

Использование метода статистической линеаризации в задачах прочности рассмотрим на конкретном примере.

**Пример.** Растягивающая нагрузка  $N$ , действующая на стержень, имеет среднее значение  $m_N = 10000 \text{ Н}$  и среднеквадратическое отклонение  $D_N = 1000 \text{ Н}$ . Стержень имеет круглое поперечное сечение

с диаметром  $d = 10$  мм и допуском  $\Delta d = \pm 1$  мм (рис. 7.4). Найти среднее напряжение, действующее в стержне и его среднеквадратическое отклонение.

*Решение.* Вначале примем за математическое ожидание диаметра его номинальный диаметр, то есть  $m_d = 10$  мм  $= 1 \cdot 10^{-2}$  м, а за среднеквадратическое отклонение - одну треть допуска на этот диаметр, то есть  $D_d = \frac{\Delta d}{3} = \frac{1}{3}$  мм  $= 3,33 \cdot 10^{-4}$  м.

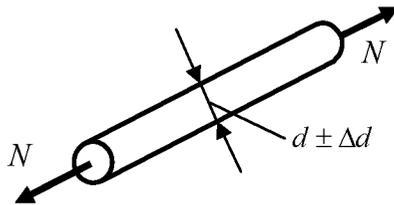


Рис. 7.4. Схема нагружения стержня

При определении среднеквадратического отклонения диаметра стержня использовано то обстоятельство, что допуск  $\pm \Delta d$  на диаметр стержня равен доверительному интервалу  $(m_d - 3D_d, m_d + 3D_d)$ . Этот интервал для нормального закона распределения случайной величины соответствует 99,7-процентной доверительной вероятности (рис. 7.5). Это означает, что практически все экспериментальные значения случайной величины попадают в этот интервал.

Напряжение в стержне определяется следующим образом:

$$\sigma = \frac{4N}{\pi d^2} = \varphi(N, d), \tag{7.9}$$

следовательно, используя формулу (7.7), получаем значение математического ожидания напряжения, действующего в стержне:

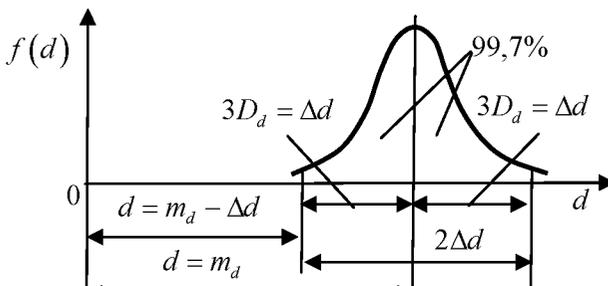


Рис. 7.5. Схема для оценки среднеквадратического отклонения диаметра стержня по его допуску

$$m_\sigma = \varphi(m_N, m_d) = \frac{4 \cdot 10000N}{\pi(1 \cdot 10^{-2})^2} = 127,3 \text{ [МПа]}.$$

Прежде чем рассчитывать дисперсию напряжения, необходимо вычислить соответствующие производные.

Дифференцируя функцию (7.9), получаем

$$\frac{\partial \varphi}{\partial N} = \frac{4}{\pi d^2}; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial d} = -\frac{8N}{\pi d^3}.$$

Теперь проведем расчет дисперсии напряжения, действующего в стержне, используя формулу (7.8):

$$\begin{aligned} D_\sigma^2 &= \left( \frac{\partial \varphi}{\partial N} \Big|_{m_N, m_d} \right)^2 D_N^2 + \left( \frac{\partial \varphi}{\partial d} \Big|_{m_N, m_d} \right)^2 D_d^2 = \\ &= \left( \frac{4}{\pi m_d^2} \right)^2 D_N^2 + \left( -\frac{8 \cdot m_N}{\pi m_d^3} \right)^2 D_d^2 = \\ &= \left( \frac{4}{\pi (1 \cdot 10^{-2})^2} \right)^2 1000^2 + \left( \frac{-8 \cdot 10000}{\pi (1 \cdot 10^{-2})^3} \right)^2 (3,33 \cdot 10^{-4})^2 = \\ &= 2,34 \cdot 10^{14} \text{ Па}. \end{aligned}$$

Среднеквадратическое отклонение определяется как квадратный корень из дисперсии:

$$D_\sigma = \sqrt{D_\sigma^2} = \sqrt{2,34 \cdot 10^{14}} = 15,3 \cdot 10^6 \text{ Па} = 15,3 \text{ МПа}.$$

### 7.4.3. Использование метода статистической линеаризации в задачах надежности безударного разделения

В общем случае постановка и решение задач оценки надежности безударного разделения с учетом пространственного линейного и углового движений отделяемых частей летательного аппарата, с учетом действия аэродинамических сил требует составления системы дифференциальных уравнений движения и их использования в качестве оператора связи между входными и выходными параметрами. Решение такого рода задач возможно, например, методом статистических испытаний, который рассматривается в следующем подразделе. Для иллюстрации же возможностей метода линеаризации рассмотрим задачу безударного отделения в упрощенной постановке, то есть ограничимся рассмотрением вариантов разделения по одной координате и без вращения отделяемых частей.

Рассмотрим в качестве простейшего примера отделение головной части ракеты способом торможения ступени (см. схему на рис. 7.6). Как известно, этот способ нашел широкое применение в ракетной технике. Например, тормозные двигатели используются для разделения на ракете «Сатурн V».

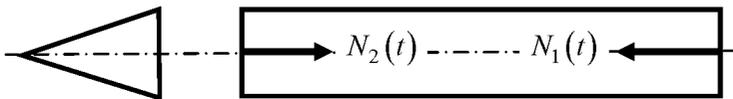


Рис. 7.6. Расчетная схема отделения головной части от ракетного бока

Примем следующую схему отделения. Подается команда на выключение ракетного двигателя. Тяга ракетного двигателя  $N_1(t)$  падает не мгновенно и возникает так называемый импульс последствия, вследствие воздействия которого создается опасность догона ракетным блоком головной части и их соударения. Подается команда на включение тормозного двигателя, тяга которого  $N_2(t)$  также

изменяется во времени. Затем подается команда на отделение головной части.

В этом случае для обеспечения надежности безударного разделения достаточно, чтобы скорость относительного движения отделяемых частей была больше нуля:  $\dot{X}_i > 0$ . Тогда за показатель надежности можно принять вероятность того, что скорость относительного движения отделяемых частей была больше нуля:

$$H = P(\dot{X} > 0) = P(V > 0), \quad (7.10)$$

где  $V$  – скорость отхода головной части от корпуса ракеты.

Для расчета скорости отхода головной части от корпуса ракеты составим дифференциальное уравнение продольного относительного движения ступени и головной части под действием суммарного воздействия тормозных двигателей  $N_2(t)$  и основного двигателя  $N_1(t)$ . Схема действия сил в различные моменты процесса разделения представлена на рис. 7.7.

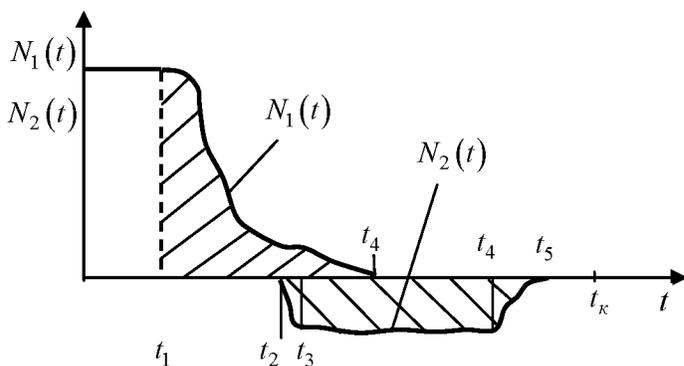


Рис. 7.7. Схема изменения действия сил во времени

Обе силы  $N_1(t)$  и  $N_2(t)$  – случайные функции времени и действуют на последнюю ступень ракеты массой  $M$ , которая также является случайной величиной вследствие допуска на массу конструкции, а главным образом – вследствие вариации остатков топлива.

Рассматриваемое относительное движение описывается уравнением:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{N_2(t) - N_1(t)}{M}.$$

Интегрируя это выражение, находим

$$V_K = \frac{1}{M} \left[ \int_0^{t_K} N_2(t) dt - \int_0^{t_K} N_1(t) dt \right], \quad (7.11)$$

где  $t_K$  – время, соответствующее окончанию действия всех сил.

Здесь величина  $M$  вынесена из под знака интеграла потому, что изменение массы за время  $(0, t_K)$  мало по сравнению с изменением сил  $N_1(t)$  и  $N_2(t)$  на том же промежутке времени.

Введем следующие обозначения:

$$Q = \int_0^{t_K} N_1(t) dt \text{ - импульс последствий двигателей ракеты;}$$

$$I = \int_0^{t_K} N_2(t) dt \text{ - импульс последствий тормозных двигателей.}$$

Тогда выражение (7.11) приобретает вид:

$$V_K = \frac{1}{M} [I - Q]. \quad (7.12)$$

Таким образом, конечная относительная скорость  $V_K$  разделяемых частей является известной функцией трех независимых случайных величин:  $M$ ,  $I$  и  $Q$ .

Будем считать, что известны математические ожидания  $m_M, m_Q, m_I$  и среднеквадратические отклонения  $D_M, D_Q, D_I$  случайных величин  $M, I$  и  $Q$ . Воспользуемся для определения математического ожидания  $m_V$  и среднеквадратического отклонения  $D_V$  относительной скорости  $V_K$  методом статической линеаризации. В результате получим следующие выражения:

$$m_V = \frac{m_I - m_Q}{m_M}; \quad (7.13)$$

$$D_V^2 = \left[ \left( \frac{\partial \varphi}{\partial I} \right)_m \right]^2 D_I^2 + \left[ \left( \frac{\partial \varphi}{\partial Q} \right)_m \right]^2 D_Q^2 + \left[ \left( \frac{\partial \varphi}{\partial M} \right)_m \right]^2 D_M^2, \quad (7.14)$$

где через  $\varphi$  условно обозначена функция (7.12).

Индекс  $m$  показывает, что после расчета производной вместо переменных подставляются их математические ожидания:  $m_M, m_Q, m_I$ .

Найдем частные производные от функции  $\varphi$ , входящие в уравнение (7.14):

$$\frac{\partial \varphi}{\partial I} = -\frac{1}{M}; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial Q} = \frac{1}{M}; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial M} = -\frac{I-Q}{M^2}.$$

Тогда уравнение (7.14) примет вид

$$D_V^2 = \frac{D_I^2}{m_M^2} + \frac{D_Q^2}{m_M^2} + \left( -\frac{m_I - m_Q}{m_M^2} \right)^2 D_M^2.$$

Учитывая выражение (7.13) окончательно получаем

$$D_V^2 = \frac{1}{m_M^2} (D_I^2 + D_Q^2 + m_V^2 D_M^2). \quad (7.15)$$

Таким образом, задача статистической динамики решена. Далее перейдем к определению надежности системы безударного отделения головной части от ракетного блока.

Показатель надежности системы разделения для условий нашей задачи определим с помощью метода расчета надежности как вероятностной прочности. Примем, что случайная величина скорости  $V$  подчиняется нормальному закону распределения и используем выражение (5.40). В этом выражении полагаем, что математическое ожидание обобщенной нагрузки и ее среднеквадратическое отклонение равны нулю, то есть  $m_N = 0$  и  $D_N = 0$ , получаем

$$H = \Phi\left(\frac{m_V}{D_V}\right), \quad (7.16)$$

где  $\Phi(\cdot)$  – условное обозначение функции распределения нормированного нормального закона.

**Пример.** Пусть дано:  $m_M = 1000$  кг,  $D_M = 50$  кг,  $m_I = 0,03$  МНс,  $D_I = 3000$  Нс,  $m_Q = 0,02$  МНс,  $D_Q = 4000$  Нс. Определить надежность системы разделения по рассмотренной выше схеме.

*Решение.* Расчет производим по формулам (7.13) и (7.15) и получаем

$$m_V = \frac{m_I - m_Q}{m_M} = \frac{0,03 \cdot 10^6 - 0,02 \cdot 10^6}{1000} = 10 \text{ м/с};$$

$$D_V = \sqrt{\frac{1}{1000^2} \cdot (3000^2 + 4000^2 + 10^2 \cdot 50^2)} = 5,003 \text{ м/с};$$

$$H = \Phi\left(\frac{10}{5,003}\right) = \Phi(1,98) = 0,9762.$$

## 7.5. Метод статистических испытаний

Оценить надежность сложных систем с использованием простейших аналитических методов статической динамики (в том числе с помощью метода статистической линеаризации) не всегда представляется возможным, так как, например, дифференциальные уравнения аналитически могут не решаться или их решение представляет собой громоздкие выражения. Поэтому применяют другие методы.

Рассмотрим один из них: метод статических испытаний, или как его еще называют – метод Монте-Карло. Это один из методов решения задач статической динамики и применяется для исследования сложных задач, которым трудно применить аналитические методы.

### 7.5.1. Суть метода статистических испытаний

Согласно этому методу в ЭВМ вводят числовые характеристики случайных величин входных параметров системы. В программе организуют цикл для определения случайных реализаций указанных величин с заданными законами распределения. С этими реализациями на каждом шаге цикла выполняют действия, предусмотренные оператором связи  $y = \varphi(x)$ . Причем в качестве оператора связи могут использоваться не только функции (см. метод линеаризации), но и дифференциальные уравнения, алгоритмические зависимости и т.п. В результате получают случайную реализацию выходного параметра системы. Набрав необходимое количество таких реализаций (согласно требуемой точности), определяют числовые характеристики (моменты) выходного параметра как случайной величины.

Последовательность действий при реализации метода статистических испытаний иллюстрируется на рис. 7.8 стрелками.

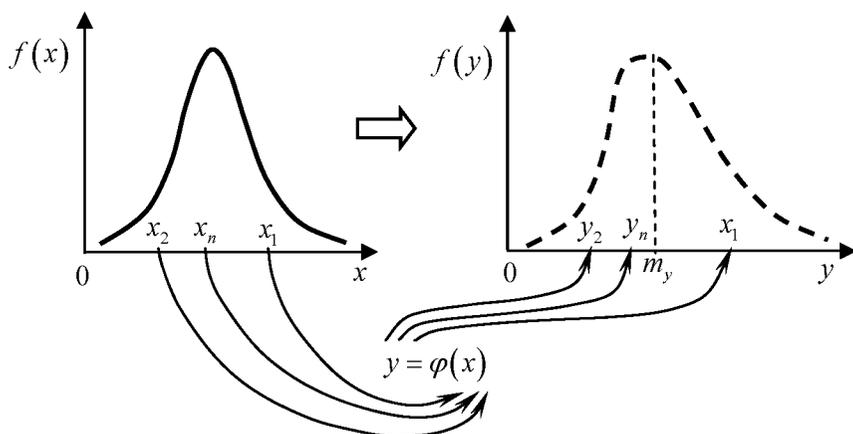


Рис. 7.8. Иллюстрация метода статистических испытаний

Реализация  $x_i$  случайной величины подставляется в оператор связи  $y = \varphi(x)$  и получается реализация случайной величины  $y$ . После выполнения  $N$  статистических испытаний подсчитываются зна-

чения математического ожидания и дисперсии случайной величины  $y$  по обычным формулам статистики:

$$m_y = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N};$$

$$D_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - m_y)^2}{N - 1}.$$

По реализациям случайной величины  $y$  можно построить и функцию плотности этой величины, как это схематично показано на рис. 7.8. пунктирной линией.

В этом методе обычно используют несколько тысяч статистических испытаний. Если вычисления по оператору связи требуют много машинного времени (например, когда эта связь выражена дифференциальными уравнениями, которые необходимо решать численными методами на каждом шаге), то в этом случае предпочтительнее использовать модифицированный метод статистических испытаний.

При модифицированном методе статистических испытаний полученные реализации выходного параметра разбиваются на разряды, строится гистограмма распределения, определяется теоретический закон распределения по гистограмме с применением методов математической статистики, и уже по теоретическому закону распределения находятся необходимые параметры, например, для аналитического определения надежности системы.

Прежде чем рассмотреть метод статистических испытаний применительно к задачам статистической динамики, решим вопрос о том, как получить на ЭВМ реализации случайных величин с заданными законами распределения.

### *7.5.2. Моделирование реализаций случайных величин на ЭВМ*

Если можно аналитически выразить обратную функцию какого-то закона распределения, то реализация такого закона на ЭВМ не трудна. Пусть, например, имеем экспоненциальный закон распределения

$$F(x) = 1 - e^{-ax},$$

где  $a$  - параметр распределения.

Обратная функция будет следующей:

$$x = -\frac{\ln(1-F)}{a}. \quad (7.17)$$

Теперь, если вызывать реализации случайного числа  $Z$  с равномерным законом распределения на отрезке  $[0, 1]$  и подставлять их в уравнение (7.17) вместо значения  $F$ , то мы получим реализации случайного числа  $x$  с экспоненциальным законом распределения.

В том случае, если аналитически выразить обратную функцию какого-то закона распределения не удастся, для реализации на ЭВМ случайных величин с данным законом распределения используется индивидуальный подход.

Рассмотрим один из таких индивидуальных подходов на примере моделирования случайных величин с нормальным законом распределения.

Моделирование основано на одной из центральных предельных теорем теории вероятностей, в которой говорится о том, что если на объект действует множество случайных величин с произвольными законами распределения и эти величины не слишком выделяются по значению друг от друга (нет превалирующих), то результирующий закон стремится к нормальному закону.

Поэтому обычно берут несколько реализаций случайной величины с равномерным законом распределения, складывают их и получают реализацию случайного числа с нормальным законом распределения. Однако, чтобы получать реализации еще и с заданными характеристиками математического ожидания и дисперсии, необходимо определенным образом организовать этот процесс. Покажем, как это делается.

Известны свойства равномерного закона распределения (см. подраздел 4.11 «Некоторые законы распределения»):

$$m_x = \frac{a+b}{2};$$

$$D_x^2 = \frac{(b-a)^2}{12},$$

где  $a$  и  $b$  - начальное и конечное значение интервала, на котором имеется равномерное распределение случайной величины.

Если  $a = 0$  и  $b = 1$ , то эти выражения принимают вид:

$$m_x = \frac{1}{2}; \quad (7.18)$$

$$D_x^2 = \frac{1}{12}. \quad (7.19)$$

Для получения реализации нормального закона распределения с нормированным нормальным законом распределения используем следующую вспомогательную функцию:

$$z = \sum_{i=1}^{12} x_i - 6, \quad (7.20)$$

где  $x_i$  - реализации случайной величины с равномерным законом распределения на отрезке  $[0, 1]$ .

Нормальный закон распределения получается благодаря тому, что складываются 12 чисел с равномерным законом распределения, а нормированный нормальный закон - благодаря тому, что от суммы реализаций отнимается детерминированное число 6.

Покажем, что с использованием этой функции действительно получается нормированный нормальный закон.

Найдем математическое ожидание и дисперсию величины  $z$ , учитывая выражения (7.18) и (7.19):

$$\begin{aligned} M[z] &= m_z = M\left[\sum_{i=1}^{12} x_i - 6\right] = M\left[\sum_{i=1}^{12} x_i\right] - M[6] = \\ &= \sum_{i=1}^{12} M[x_i] - 6 = \sum_{i=1}^{12} m_x - 6 = 6 - 6 = 0; \\ D^2[z] &= D_z^2 = D^2\left[\sum_{i=1}^{12} x_i - 6\right] = D^2\left[\sum_{i=1}^{12} x_i\right] - D^2[6] = \\ &= \sum_{i=1}^{12} D^2[x_i] - 0 = \sum_{i=1}^{12} D_x^2 = 1. \end{aligned}$$

Таким образом, математическое ожидание случайной величины  $z$  равно единице, а дисперсия – нулю, что характерно для нормированной случайной величины.

Для получения реализации случайного числа  $y$  с нормальным законом распределения и с заданными характеристиками математического ожидания  $m_y$  и дисперсии  $D_y^2$  воспользуемся уравнением нормировки случайной величины

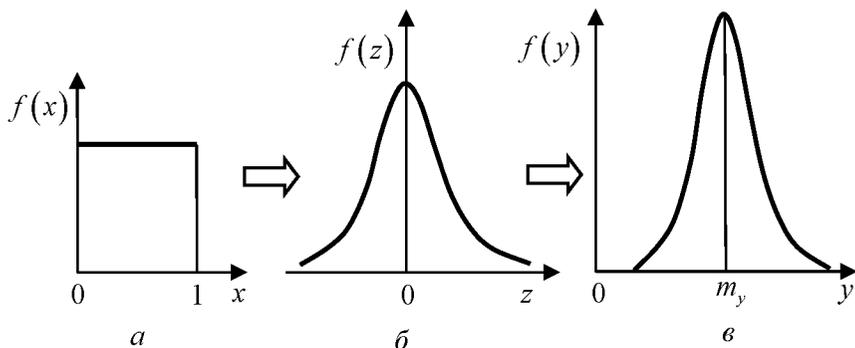
$$z = \frac{y - m_y}{D_y}$$

и найдем из него искомое случайное число  $y$ , которое имеет нормальный закон распределения с характеристиками  $m_y$  и  $D_y^2$ :

$$y = z \cdot D_y + m_y. \quad (7.21)$$

Таким образом, для получения реализации случайного числа с нормальным законом распределения и заданными характеристиками математического ожидания  $m_y$  и среднеквадратическим отклонением  $D_y$  необходимо вызвать 12 реализаций случайного числа  $x_i$  с равномерным законом распределения на отрезке  $[0, 1]$ , подставить их в формулу (7.20), а затем полученную реализацию случайной величины  $y$  (с нормированным нормальным законом распределения) подставить в уравнение (7.21).

Последовательность получения реализаций случайного числа с нормальным законом распределения изображена на рис. 7.9.



### Рис. 7.9. Схема реализации нормального закона распределения

На этом рисунке представлены следующие схемы: *a* - равномерный закон распределения на отрезке  $[0, 1]$ ; *b* - нормированный нормальный закон распределения; *в* - нормальный закон распределения с заданными характеристиками математического ожидания и дисперсии.

#### ***7.5.3. Программная реализация моделирования реализаций случайных величин с нормальным законом распределения***

Блок схема реализации нормального закона распределения на ЭВМ приведена на рис. 7.10. Последовательность действий ясна из комментариев.

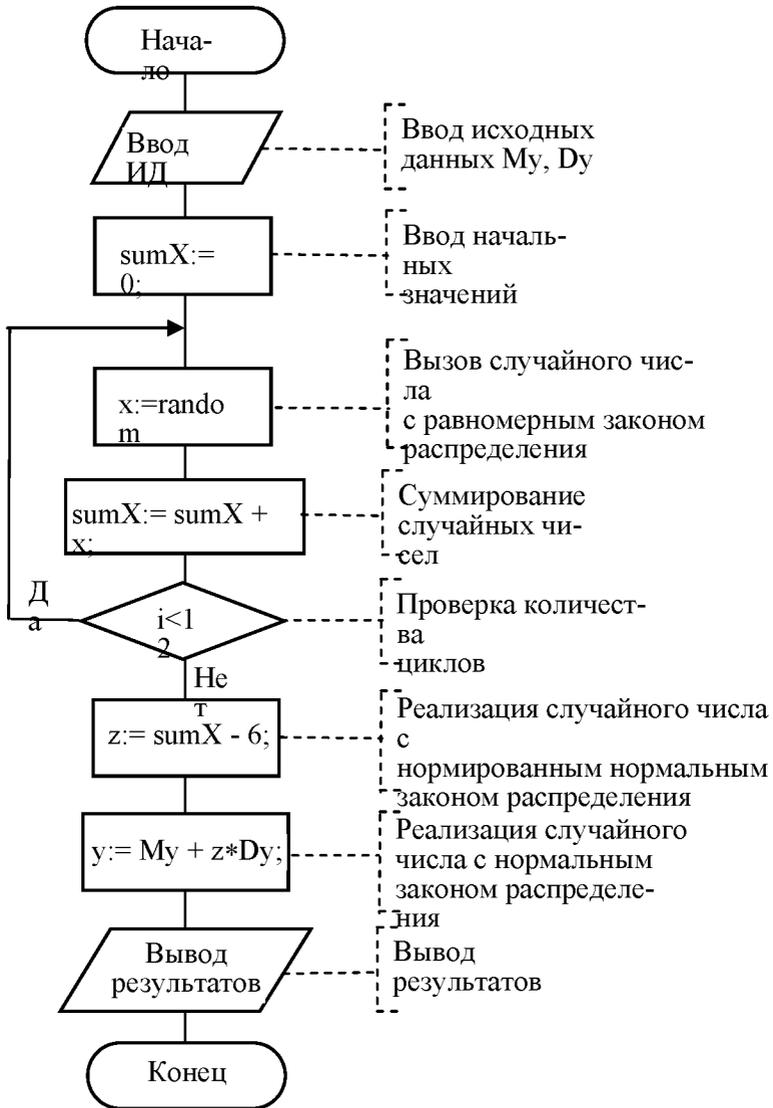


Рис. 7.10. Блок-схема реализации нормального закона распределения на ЭВМ

В программном исполнении на языке Object Pascal процедура реализации случайного числа с нормальным законом распределения будет выглядеть следующим образом:

```
Procedure Norm_Y(My, Dy: real; var y:real);  
  var x, z, sumX:real;  
  i:integer;  
  begin  
    sumX:= 0;  
    Randomize;  
  
    for i=1 to 12 do  
      begin  
        x:= Random;  
        sumX:= sumX + x;  
      end;  
      z:= sumX - 6;  
      y:= My + z*Dy;  
    end;
```

Заметим, что в конце процедуры ставится точка с запятой, а не точка (как это принято в конце предложения).

Обозначения в этой процедуре похожи (но без индексов) с обозначениями, представленными в выражениях (7.20) и (7.21).

Оператор *Randomize* введен для лучшего «перемешивания» случайных чисел с равномерным законом распределения при каждой новой реализации. Это достигается с помощью использования параметра системного времени в качестве начальных значений псевдослучайной величины, создаваемой с помощью генератора случайных чисел.

#### **7.5.4. Моделирование реализаций случайных величин с произвольными законами распределения**

Пусть имеется произвольный закон распределения непрерывной случайной величины. Плотность вероятности  $f(x)$  одного из таких законов представлена на рис. 7.11.

На этом рисунке  $a$  и  $b$  - границы рассматриваемого интервала, на котором моделируются реализации случайной величины, а  $f_{\max}$  - максимальное значение плотности распределения случайной величины на этом интервале.

Суть моделирования реализации случайной величины заключается в следующем.

Выделяем прямоугольник с основанием  $(a - b)$  и высотой  $f_{\max}$ .

Организуем в этом прямоугольнике реализации случайных точек с равномерной плотностью распределения (рис. 7.11, а).

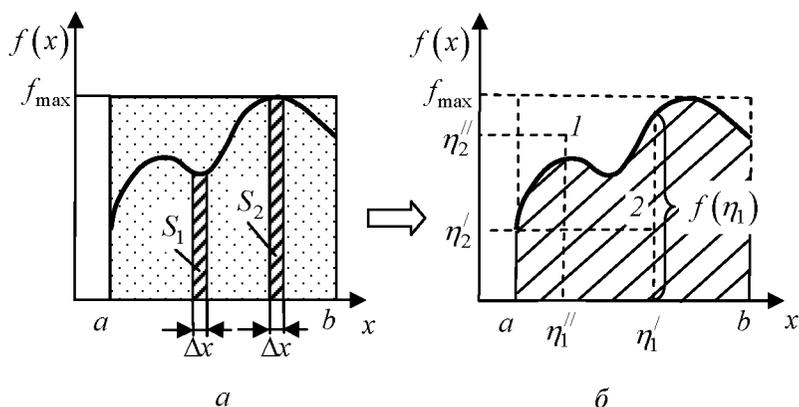


Рис. 7.11. Схема для иллюстрации алгоритма реализации случайной величины с произвольным законом распределения

Выделяем в этом прямоугольнике вспомогательные прямоугольники с основанием  $\Delta x$  и высотой, равной значению плотности распределения случайной величины  $f(x)$ .

Количество реализаций точек, попавших в области, описанные вспомогательными прямоугольниками, будет пропорционально его площади (сравни площади  $S_1$  и  $S_2$  двух таких вспомогательных прямоугольников, показанных на рисунке).

Учитывая, что ширина всех вспомогательных прямоугольников одинакова, то количество реализаций точек, попавших в область,

описанную вспомогательным прямоугольником, будет пропорционально его высоте, то есть  $f(x)$ .

Практически это означает, что следует сначала моделировать равномерный закон распределения на отрезке  $(a-b)$ , а затем, оставлять абсциссы только таких точек, ордината которых меньше или равна значению плотности распределения  $f(x)$ .

Приведем алгоритм реализации случайной величины с произвольным законом распределения, который иллюстрируется с помощью схемы, представленной на рис. 7.11, б.

1. Выделяется прямоугольник с основанием  $(a-b)$  и высотой  $f_{\max}$ .

2. Вызывается пара случайных чисел  $\xi_1$  и  $\xi_2$  с равномерным законом распределения на отрезке  $[0, 1]$ .

3. Организуется попадание случайного числа с равномерным законом распределения в интервал  $(a-b)$ :

$$\eta_1 = a + \xi_1 (b - a).$$

4. Организуется попадание случайного числа с равномерным законом распределения в интервал  $[0, f_{\max}]$

$$\eta_2 = \xi_2 \cdot f_{\max}.$$

5. Анализируется попадание случайной точки с координатами  $(\eta_1, \eta_2)$  в область выше или ниже плотности распределения  $f(x)$ .

Если  $\eta_2 > f(\eta_1)$ , то реализация отбрасывается (см. точку 1 на рис. 7.11, б) и осуществляется переход к пункту 2 настоящего алгоритма.

Если  $\eta_2 \leq f(\eta_1)$ , то реализация моделируемого случайного числа  $x$  принимается за значение  $\eta_1$  (см. точку 2 на рис. 7.11 б), то есть  $x = \eta_1$ .

6. Пункты 2-5 настоящего алгоритма повторяются  $N$  раз, где  $N$  - количество статистических испытаний.

### 7.5.5. Моделирование дискретных случайных величин

Моделирование дискретных случайных величин рассмотрим на примере с трехкратным бросанием монеты, который был рассмотрен подразделе 4.8. График распределения вероятности для примера трехкратного бросания монеты был показан на рис. 4.10.

Напомним, что поскольку отдельные события (выпадения ни одного, одного, двух и трех «орлов») несовместны, причем события образуют полную группу событий, то сумма вероятностей этих событий должна быть равна единице:

$$\sum_{x=0}^3 P_3(x) = 0,125 + 0,375 + 0,375 + 0,125 = 1.$$

Значение интегральной функции распределения этого закона будет определяться суммированием вероятностей многогранника распределения нарастающим итогом:

$$F(x < 0) = 0;$$

$$F(x < 1) = 0 + 0,125 = 0,125;$$

$$F(x < 2) = 0,125 + 0,375 = 0,500;$$

$$F(x < 3) = 0,5 + 0,125 = 0,875;$$

$$F(x < 4) = 0,875 + 0,125 = 1,000.$$

График функции распределения анализируемого дискретного закона распределения представлен на рис. 7.12.

На этом основании для моделирования данного дискретного закона распределения можно вызывать реализации случайного числа  $\xi$  с равномерным законом распределения на отрезке  $[0, 1]$  и, в зависимости от попадания этого случайного числа в ту или иную область, назначать случайной величине  $x$  следующие значения:

если  $0 < \xi \leq 0,125$ , то  $x = 0$ ;

если  $0,125 < \xi \leq 0,500$ , то  $x = 1$ ;

если  $0,500 < \xi \leq 0,875$ , то  $x = 2$ ;

если  $0,875 < \xi \leq 1,000$ , то  $x = 3$ .

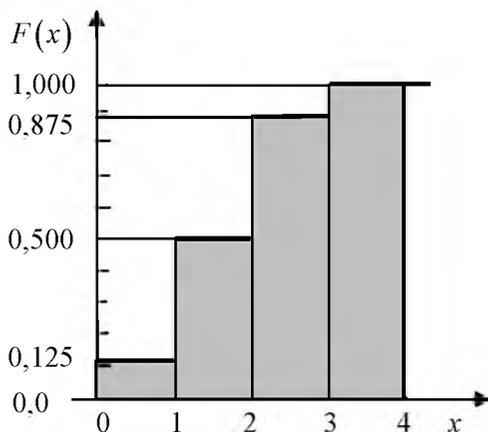


Рис. 7.12. График функции распределения вероятности для примера трехкратного бросания монеты

Практически для организации моделирования дискретной случайной величины строить функцию распределения не обязательно. Можно ограничиться построением диаграммы (отрезка прямой) с нанесенными интервалами значений случайных величин и значениями соответствующих вероятностей (обычных и нарастающим итогом), как это показано на рис. 7.13 для примера с бросанием монет.

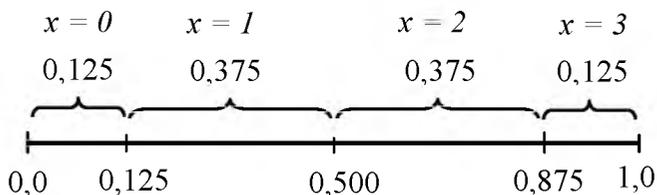


Рис. 7.13. Диаграмма для моделирования дискретных случайных величин

Аналогично можно моделировать любой дискретный закон распределения.

### ***7.5.6. Использование метода статистических испытаний в задачах оценки надежности безударного разделения***

В предыдущем подразделе была рассмотрена простейшая задача безударного разделения (см. п. 7.4.3), для решения которой использовался метод линеаризации. Метод статистических испытаний, как упоминалось, годится для решения задач статистической динамики любой сложности. Тем не менее, чтобы не перегружать учебный материал составлением, например, дифференциальных уравнений, при обсуждении которых может потеряться суть анализируемого метода, обсудим алгоритм решения задачи статистической динамики методом статистических испытаний на том же примере (см. п. 7.4.3 и формулу (7.12)).

Следует отметить, что при оценке надежности безударного отделения методом статистических испытаний возможно несколько подходов:

- непосредственное вычисление показателя надежности по относительному количеству благоприятных исходов (в этом случае используется неявное решение задачи статистической динамики);
- определение показателя надежности в два этапа: сначала решается задача статистической динамики в явном виде (для определения математического ожидания и дисперсии выходной величины), затем подсчитывается аргумент функции распределения и по этой функции определяется искомый показатель надежности.

Начнем рассмотрение с первого подхода - с непосредственного вычисления показателя надежности по относительному количеству благоприятных исходов. Блок-схема алгоритма реализации метода статистических испытаний применительно к рассматриваемой задаче приведена на рис. 7.14. В данной задаче безударного разделения считаются известными (исходными данными) математические ожидания

$m_M, m_Q, m_I$  и среднеквадратические отклонения  $D_M, D_Q, D_I$  входных случайных величин  $M, I$  и  $Q$ .

Пояснения к блок-схеме алгоритма приведены на поле рисунка (справа от блоков).

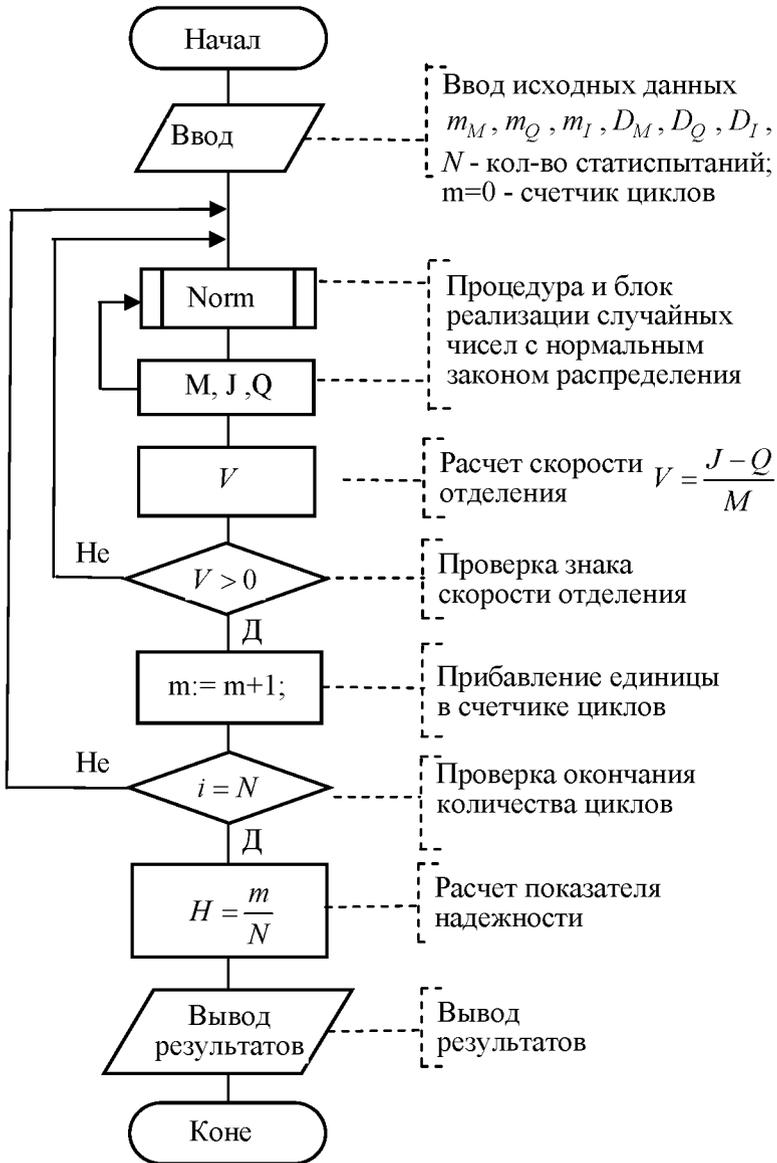


Рис. 7.14. Блок-схема алгоритма реализации метода статистических испытаний с помощью непосредственного вычисления показателя надежности

После получения случайной реализации величины скорости  $V$  в каждом цикле расчета эта величина сравнивается с предельно допустимой скоростью, которая в нашем случае равна нулю. Далее подсчитывается количество реализаций  $m$ , удовлетворяющих условию  $V > 0$ . Надежность подсчитывается по формуле  $H = m/N$ , где  $N$  – общее число статистических испытаний (число циклов).

Перейдем к следующему подходу для оценки надежности Безударного разделения методом статистических испытаний, а именно, когда сначала решается задача статистической динамики, а затем используется теоретический закон распределения случайной величины для оценки показателя надежности. Блок-схема алгоритма приведена на рис. 7.15.

В отличие от рассмотренного выше подхода в данном подходе не выделяется количество реализаций, при которых скорость отделения больше нуля, а записывается массив значений скорости независимо от знака скорости (со знаком «плюс» или «минус»). Далее вычисляется математическое ожидание и дисперсия скорости по обычным формулам математической статистики:

$$m_V = \frac{\sum V[i]}{N} \quad \text{и} \quad D_V^2 = \frac{\sum (V[i] - m_V)^2}{N - 1}.$$

Остальные действия ясны из пояснений к блок-схеме алгоритма, которые приведены на поле рисунка (справа от блоков).

Следует заметить, что при определении показателя надежности по функции нормального закона распределения в программном обеспечении необходимо задать табличные значения нормального закона распределения или рассчитывать значение функции распределения, проводя интегрирование функции плотности.

Чтобы избежать задания в программе такого рода табличных значений или вычисления интеграла для расчета функции нормального закона распределения, можно воспользоваться следующей зависимостью, полученной с помощью разложения в ряд [65]:

$$\Phi(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n+1)}.$$

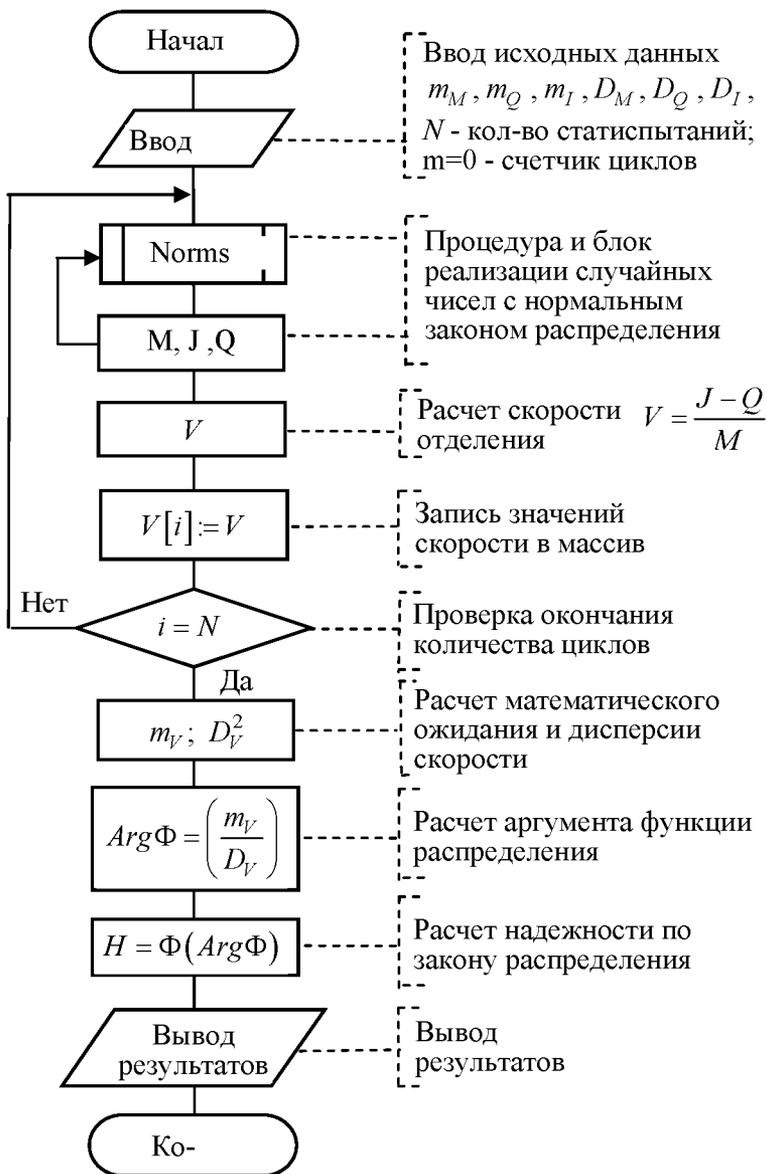


Рис. 7.15. Блок-схема алгоритма реализации метода статистических испытаний на основе решения задачи статистической динамики

Для уменьшения времени счета значение функции нормального закона распределения с погрешностью  $7,5 \cdot 10^{-8}$  можно вычислять с помощью следующей полиномиальной аппроксимации [65]:

$$\Phi(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} (b_1 t + b_2 t^2 + \dots + b_5 t^5),$$

где  $t = 1/(1 + 0,2316419 \cdot x)$ ;  $b_1 = 0,31938153$ ;  $b_2 = -0,356563782$ ;  $b_3 = 1,781477937$ ;  $b_4 = -1,821255978$ ;  $b_5 = 1,330274429$ .

Таким образом, здесь была рассмотрена простейшая задача безударного разделения. Для решения более сложных задач, например, с учетом трехмерного движения разделяемых частей конструкции летательного аппарата с их вращением, а также с учетом аэродинамических сил, в качестве уравнений связи между входными и выходными параметрами, как упоминалось, используются соответствующие дифференциальные уравнения (см., например, работы [5, 14]).

В общем случае пространственного движения разделяемых масс параметрами состояния являются относительные линейные и угловые скорости и перемещения как случайные функции времени. Математическая формулировка задачи запишется следующим образом:

$$H = P(X_i > L_i; \dot{X}_i > V_i), \quad (7.22)$$

где  $P(\cdot)$  - символ вероятности;

$X_i$  и  $\dot{X}_i$  - обобщенные перемещения и обобщенные скорости отделяемых частей летательного аппарата (как линейные, так и угловые);

$L_i$  и  $V_i$  - ограничения по перемещениям и скоростям.

В общем случае  $X_i$  и  $\dot{X}_i$  являются функциями времени.

Ограничения  $L_i$  относительного пути  $X_i$  в выражении (7.22) представляет собой безопасные расстояния (как линейные, так и угловые), на которые нужно развести разделяемые массы, чтобы избежать их соударения в процессе начального этапа разделения. Это ограничение имеет смысл использовать в расчетах надежности сис-

тем отделения, когда разделение происходит в атмосфере (хотя и разреженной) или когда происходит поворот крупногабаритных отделяемых частей (при отделении ракетных блоков первой ступени ракеты-носителя или сброса головного обтекателя) и т. п.

Введение ограничений  $L_i$  в выражение (7.22) объясним на примере задачи безударного отделения головной части от ракетного блока, которая решалась в предыдущем подразделе на основе метода линеаризации (см. п. 7.4.3 и рис. 7.6, 7.7), но только не будем пренебрегать действием аэродинамических сил.

В начальные моменты после выдачи команды на отделение ракетный блок летит как бы «в аэродинамической тени» головной части. Малое аэродинамическое сопротивление цилиндрического корпуса ракеты (по сравнению с аэродинамическим сопротивлением головной части) препятствует его отходу от головной части, создавая опасность догона и соударения. Кроме того, как упоминалось, догон возможен за счет тяги последствия двигателя ракеты. Когда же корпус отделяемого ракетного блока выходит из аэродинамической тени головной части, сопротивление его переднего торца резко возрастает, превышая аэродинамическое сопротивление головной части. Разность указанных сил меняет знак, способствуя дальнейшему разлету движущихся частей.

Этим обстоятельством и определяется ограничение  $L_i$  на расстояние в формуле (7.22).

Обычно надежность систем летательных аппаратов имеет значение, близкое к единице. В этой связи число экспериментов при приемлемой точности расчета оказывается порядка нескольких десятков тысяч, поэтому и время расчета на ЭВМ методом статических испытаний становится большим. Чтобы уменьшить время счета, как упоминалось, используют модифицированный метод статистических испытаний (см. п. 7.5.1).

## 8. ЛОГИКО-ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ НАДЕЖНОСТИ СТРУКТУРНО-СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

### 8.1. Некоторые сведения из математической логики

В математической логике под высказыванием понимается любое предложение, относительно которого имеет смысл говорить о его истинности или ложности. Если  $A$  истинно, то принято писать  $A = 1$ ; если ложно, то  $A = 0$ . Эквивалентность двух высказываний обозначают знаком равенства. Переменная величина, которая принимает лишь два значения (1 или 0) называется двоичной переменной. Функции, принимающие лишь два значения (1 или 0) и определяемые различным набором двоичных аргументов, называются функциями алгебры логики (сокращенно ФАЛ).

В алгебре логики рассматриваются три основные логические операции: отрицание, конъюнкция (логическое умножение) и дизъюнкция (логическое сложение). Рассмотрим отдельно каждую логическую операцию.

*Отрицание.* Отрицание высказывания  $A$  обозначается  $A'$  (читается "не  $A$ "). Значение истинности высказывания  $A$  определяется с помощью табл. 8.1.

Таблица 8.1

Таблица истинности для операции отрицания

$A$	$A'$
1	0
0	1

*Конъюнкция.* Конъюнкция или логическое умножение высказываний  $A$  и  $B$  обозначается  $A \wedge B$  (или  $A \& B$ ) и читается:  $A$  и  $B$ . Если из контекста ясно, что речь идет о логическом произведении, то могут использоваться обозначения как в обычной алгебре:  $A \cdot B$ , или  $AB$ . Значение истинности логического произведения  $A \wedge B$  определяется в зависимости от значений истинности высказываний  $A$  и  $B$  по табл. 8.2.

Таблица 8.2

Таблица истинности для операции конъюнкции

$A$	$B$	$A \wedge B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Конъюнкция  $A \wedge B$  двух высказываний представляет собой сложное высказывание, которое истинно тогда и только тогда, когда истинны составляющие его высказывания  $A$  и  $B$ .

Для практического использования таблицы истинности рекомендуется так называемое правило минимума. То есть результат конъюнкции двух высказываний равен их минимальному значению.

**Пример 1.** Пусть самолет работоспособен (истина) только тогда, когда работоспособны два его двигателя. Необходимо составить логическую функцию работоспособного состояния самолета.

*Решение.* Введем следующие события:  $C$  - работоспособное состояние самолета,  $A$  и  $B$  - работоспособное состояние первого и второго двигателей соответственно. Логическая функция работоспособного состояния самолета будет следующей:

$$C = A \wedge B C.$$

В этой задаче  $C = 1$  тогда и только тогда, когда  $A = 1$  и  $B = 1$ .

*Дизъюнкция.* Дизъюнкция или логическое сложение двух высказываний  $A$  и  $B$  обозначается  $A \vee B$  (читается:  $A$  или  $B$ ). Если из контекста ясно, что речь идет о логическом сложении, то могут использоваться обозначения как в обычной алгебре:  $A + B$ . Значение истинности логической суммы  $A \vee B$  в зависимости от значений истинности составляющих высказываний  $A$  и  $B$  определяется по таблице 8.3.

Дизъюнкция двух высказываний  $A$  и  $B$  является сложным высказыванием, которое ложно тогда и только тогда, когда оба слагаемых  $A$  и  $B$  ложны.

Для практического использования таблицы истинности рекомендуется так называемое правило максимума. То есть результат дизъюнкции двух высказываний равен их максимальному значению.

Таблица 8.3

Таблица истинности для операции дизъюнкции

$A$	$B$	$A \vee B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

**Пример 2.** Пусть самолет работоспособен (истина) тогда, когда работоспособен хотя бы один из двух двигателей. Необходимо составить логическую функцию работоспособного состояния самолета.

*Решение.* Если ввести, как и в предыдущем примере, событие  $C$ , означающее работоспособность самолета, то можно записать  $C = A \vee B$ . В этой задаче  $C = 0$  тогда и только тогда, когда  $A = 0$  и  $B = 0$ .

## 8.2. Правила и законы математической логики

В математической логике определены следующие правила и законы.

*Правила для одной переменной (сочетательный закон):*

1.  $A \wedge 1 = A$ ;
2.  $A \wedge 0 = 0$ ;
3.  $A \wedge A = A$ ;
4.  $A \wedge A' = 0$ ;
5.  $A'' = A$ ;
6.  $A \vee 1 = 1$ ;
7.  $A \vee 0 = A$ ;
8.  $A \vee A = A$ ;
9.  $A \vee A' = 1$ ;
10.  $A''' = A'$ ;

*Правила для двух и трех переменных:*

11.  $A \wedge (B \wedge C) = (A \wedge B) \wedge C = A \wedge B \wedge C$ ;

$$12. A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C = A \vee B \vee C.$$

*Переместительный закон:*

$$13. A \wedge B = B \wedge A;$$

$$14. A \vee B = B \vee A.$$

Вместо записи  $(A \wedge B) \vee C$  можно писать  $A \wedge B \vee C$ , подразумевая при этом, что вначале необходимо взять операцию конъюнкции.

*Распределительный закон:*

$$15. A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C);$$

$$16. A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C).$$

Последнее правило в обычной алгебре не имеет места. Справедливость этого правила можно показать с помощью конкретных вычислений правой и левой частей равенства при возможных сочетаниях значений двоичных переменных. В табл. 8.4 представлены результаты вычислений левой и правой частей распределительного закона 16. Там же показаны результаты промежуточных вычислений.

Таблица 8.4

Таблица истинности для операции дизъюнкции

$A$	$B$	$C$	$B \vee C$	$A \wedge (B \vee C)$	$A \wedge B$	$A \wedge C$	$(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Анализ результатов показывает, что закон 16 справедлив для всех значений и сочетаний двоичных переменных.

*Законы двойственности (или инверсии):*

$$17. (A \wedge B)' = A' \vee B';$$

$$18. (A \vee B)' = A' \wedge B'.$$

Если к этим выражениям применить правило отрицания, то получим так называемые *законы Моргана*:

$$19. A \wedge B = (A' \vee B')';$$

$$20. A \vee B = (A' \wedge B')'.$$

Законы Моргана позволяют логическое умножение выразить через отрицание логической суммы из инверсных высказываний, а логическую сумму - через отрицание логического произведения из инверсных выражений. Законы 19 и 20 обобщаются на произвольное количество высказываний.

В математической логике имеются и другие законы. На основе этих законов можно вести преобразования логических функций.

**Примеры.**

$$1. (A \wedge B) \vee (A \wedge B') = AB \vee AB' = A(B \vee B') = A \cdot 1 = A.$$

$$2. A \vee (A' \wedge B) = (A \wedge A') \vee (A \vee B) = 1 \vee (A \vee B) = (A \vee B).$$

В последнем примере использован распределительный закон 16.

### 8.3. Основные определения функций алгебры логики

Пусть  $x_1, x_2, \dots, x_n$  - события алгебры логики.

**Определение 1.** Выражение вида  $K = x_1 \wedge x_2 \wedge \dots \wedge x_n$  (сокращенно  $K = x_1 x_2 \dots x_n$ ) называется элементарной конъюнкцией собы-

тий  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Вместо событий в элементарные конъюнкции могут входить их отрицания  $x'_1, x'_2$  и т. д.

**Определение 2.** Количество членов конъюнкции называется рангом ( $r$ ).

**Определение 3.** Выражение вида  $K = K_1 \vee K_2 \vee \dots \vee K_n$  называется дизъюнктивной нормальной формой, сокращенно ДНФ. Например:  $K = x_1 x_2 \vee x_1 x_2 x'_3 \vee x'_1 x_2 x_4$ .

**Определение 4.** Если у элементарных конъюнкций, входящих в ДНФ, ранг одинаковый, причем они содержат все рассматриваемые события и их отрицания, то ДНФ называется совершенной дизъюнктивной нормальной формой, сокращенно СДНФ.

**Определение 5.** Две элементарные конъюнкции называются ортогональными, если их произведения равны нулю. Например:

$$x_1 x'_2 \vee x_1 x_2 x_3.$$

$$\text{Действительно: } x_1 x'_2 \wedge x_1 x_2 x_3 = x_1 (x_2 \wedge x'_2) x_3 = x_1 \cdot 0 \cdot x_3 = 0.$$

**Определение 6.** ДНФ называется ортогональной (сокращенно ОДНФ), если все ее члены попарно ортогональны. Например: функция  $x_1 x_2 \vee x'_2 x_3 \vee x'_1 x'_3$  является ортогональной, так как

$$x_1 x_2 \wedge x'_2 x_3 = 0;$$

$$x'_2 x_3 \wedge x'_1 x'_3 = 0;$$

$$x_1 x_2 \vee x'_1 x'_3 = 0.$$

В теории алгебры логики доказывается, что если ФАЛ стоит в СДНФ или в ОДНФ, то переход к вероятностной функции осуществляется путем замещения событий их вероятностями, знаков дизъюнкции знаками алгебраического сложения, а знаков конъюнкции знаками алгебраического умножения. Причем, отрицание какого-

либо события  $x_i'$  замещается выражением  $(1 - P_{xi})$ , где  $P_{xi}$  - вероятность события  $x_i$ .

**Пример 1.** Функция  $A = x_1x_2 \vee x_1'x_2 \vee x_1x_2'$  стоит в СДНФ, поэтому вероятность события  $A$  запишется следующим образом:

$$P(A) = P_{x_1}P_{x_2} + (1 - P_{x_1})P_{x_2} + P_{x_1}(1 - P_{x_2}).$$

**Пример 2.** Оценим надежность системы по схеме «не менее двух из трех» с помощью логико-вероятностных методов.

Введем следующие события:

$Y$  - событие работоспособного состояния системы;

$A_1, A_2, A_3$  - события работоспособного состояния элементов с номерами один, два и три соответственно;

$A_1', A_2', A_3'$  - события неработоспособного состояния соответствующих элементов.

Функция алгебры логики работоспособного состояния системы по схеме «не менее двух из трех» запишется следующим образом:

$$Y = A_1 A_2 A_3 \vee A_1' A_2 A_3 \vee A_1 A_2' A_3 \vee A_1 A_2 A_3'.$$

Видно, что функция алгебры логики стоит в совершенной дизъюнктивной нормальной форме, поэтому перейдем к вероятностной функции методом замещения:

$$P(Y) = P_1P_2P_3 + (1 - P_1)P_2P_3 + P_1(1 - P_2)P_3 + P_1P_2(1 - P_3).$$

Учитывая, что надежность всех элементов одинакова, то есть

$$P_1 = P_2 = P_3 = H,$$

получаем

$$\begin{aligned} H_C = P(Y) &= H^3 + (1 - H)H^2 + H_1(1 - H)H + H^2(1 - H) = \\ &= H^3 + 3(1 - H)H^2 = H^3 + 3H^2 - 3H^3. \end{aligned}$$

Окончательно получаем

$$H_C = 3H^2 - 2H^3.$$

Сравнивая результаты, полученные ранее другим методом (см. подраздел 6.5, формулу (6.21)) с помощью биномиального закона распределения, видим, что расчетные формулы одинаковы.

#### 8.4. Деревья отказов

Для сложных систем построить логические функции отказа или логические функции работоспособности бывает очень сложно. Для облегчения этой работы строят так называемые деревья отказов (ДО). Дерево отказов это граф, который отражает взаимосвязи отказов элементов и системы. Элементы дерева отказов принято обозначать символами, представленными на рис. 8.1.

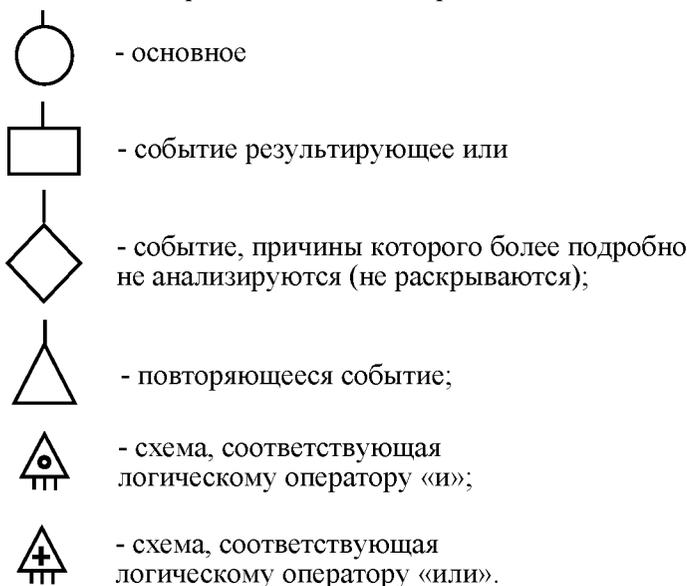


Рис. 8.1. Символы деревьев отказов

**Пример.** Построить дерево отказов силового гироскопического комплекса (СГК), предназначенного для ориентации космического аппарата наблюдения, если СГК имеет четыре силовых гиросприбора

(ГП), а безотказная работа силового гироскопического комплекса обеспечивается безотказной работой любых трех гиросприборов.

Следует отметить, что здесь рассматривается упрощенная схема сохранения работоспособного состояния силового гироскопического комплекса в целом при отказе одного из гиросприборов. На самом деле при ориентации космического аппарата с помощью трех гиросприборов (вместо четырех по штатному режиму) должна меняться логика работы СГК (подключается другое программное обеспечение).

Кроме гиросприборов в состав силового гироскопического комплекса входят: система энергопитания (СЭП) СГК, приборы управления (ПУ) СГК и др. подсистемы, которые в данном анализе не рассматриваются.

Для построения дерева отказов силового гироскопического комплекса, прежде всего, введем следующие события:

$A'$  - отказ СГК;

$B_1'$  - отказ системы электропитания СГК;

$B_2'$  - отказ приборов управления СГК;

$B_3'$  - отказ группы гиросприборов СГК;

$B_4'$  - отказ других систем;

$G_1', G_2', G_3', G_4'$  - отказ первого, второго и т. д. силовых гиросприборов соответственно.

Дерево отказов для этого примера приведено на рис. 8.2.

События  $C_1', C_2', C_3', C_4'$  являются промежуточными и введены для облегчения анализа отказов системы.

На основе дерева отказов нетрудно составить логическую функцию отказа силового гироскопического комплекса:

$$A' = B_1' \vee B_2' \vee B_3' \vee B_4',$$

где

$$B_3' = C_1' \vee C_2' \vee C_3' \vee C_4' \vee C_5' \vee C_6'.$$

В свою очередь

$$C_1' = G_1' \wedge G_2';$$

$$C_2' = G_1' \wedge G_3';$$

$$C_3' = G_1' \wedge G_4';$$

$$C'_4 = G'_2 \wedge G'_3;$$

$$C'_5 = G'_2 \wedge G'_4;$$

$$C'_6 = G'_3 \wedge G'_4.$$

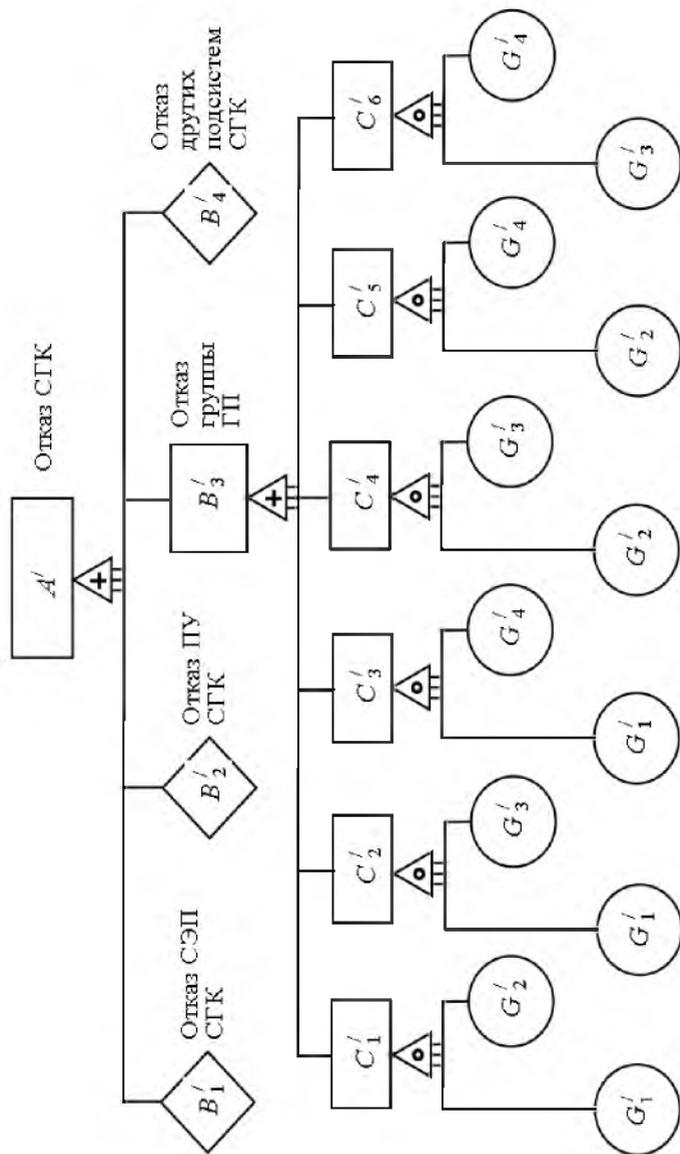


Рис. 8.2. Дерево отказов силового гироскопического комплекса космического аппарата наблюдения

Сделав подстановку соответствующих функций, можно получить следующую логическую функцию отказа силового гироскопического комплекса:

$$\begin{aligned} A' &= B_1' \vee B_2' \vee B_3' \vee B_4' = \\ &= B_1' \vee (C_1' \vee C_2' \vee C_3' \vee C_4' \vee C_5' \vee C_6') \vee B_3' \vee B_4' = \\ &= B_1' \vee (G_1' G_2' \vee G_1' G_3' \vee G_1' G_4' \vee G_2' G_3' \vee G_2' G_4' \vee G_3' G_4') \vee B_3' \vee B_4'. \end{aligned}$$

Далее необходимо перейти к вероятностной функции, однако это нельзя сделать методом замещения, который обсуждался выше, так как данная функция алгебры логики не находится ни в совершенной дизъюнктивной нормальной форме и ни в ортогональной дизъюнктивной нормальной форме. Поэтому, рассмотрим методы перехода от произвольных логических функций к вероятностным.

## 8.5. Методы перехода от логических функций к вероятностным

В зависимости от сложности логических функций при переходе к вероятностным функциям применяются различные методы:

- метод перехода на основе формулы суммы вероятности совместных событий;
- метод на основе приведения логических функций к совершенной дизъюнктивной нормальной форме (СДНФ);
- метод на основе приведения логических функций к ортогональной дизъюнктивной нормальной форме (ОДНФ);
- метод статистического моделирования и т.п.

Рассмотрим наиболее простые из этих методов.

### *8.5.1. Метод перехода от логических функций к вероятностным на основе формулы вероятности суммы совместных событий*

При использовании этого метода логическая функция должна стоять в дизъюнктивной нормальной форме (ДНФ):

$$Y = K_1 \vee K_2 \vee \dots \vee K_n,$$

где  $K_i$  - конъюнкция, состоящая из произвольного числа событий  $x_i$  (или  $x_i'$ ), например,  $K_1 = x_1 x_2' x_3$ .

Переход к вероятности осуществляется по следующей формуле [4]:

$$P(Y) = P\left(\bigvee_{i=1}^n K_i\right) = \sum_i P(K_i) - \sum_{i,j,i \neq j} P(K_i K_j) + \sum_{i,j,k,i \neq j \neq k} P(K_i K_j K_k) - \dots + (-1)^{n-1} P(K_1 K_2 \dots K_n).$$

**Пример 1.** Пусть логическая функция имеет вид:  $Y = A \vee BC$ , где  $A$ ,  $B$  и  $C$  - некоторые события. Необходимо перейти к вероятностной функции.

*Решение.* Воспользуемся вышеприведенной формулой:

$$\begin{aligned} P(Y) &= \sum_i P(K_i) - \sum_{i,j,i \neq j} P(K_i K_j) = \\ &= P(A) + P(BC) - P(A \vee BC). \end{aligned}$$

Если события  $A$ ,  $B$  и  $C$  независимы, то получаем

$$P(Y) = P(A) + P(B)P(C) - P(A)P(B)P(C). \quad (8.1)$$

**Пример 2.** Перейти от логической функции  $Y = (A \vee BC)D$  к вероятностной функции.

*Решение.* Сначала приведем эту функцию к дизъюнктивной нормальной форме (ДНФ):

$$Y = AD \vee BCD.$$

Далее переходим к вероятностной функции:

$$P(Y) = P(AD) + P(BCD) - P(AD \vee BCD).$$

Если события  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  независимы, то получаем

$$P(Y) = P(A)P(D) + P(B)P(C)P(D) - P(A)P(B)P(C)P(D).$$

Здесь учтено, что  $DD = D \wedge D = D$ .

### 8.5.2. Метод перехода от логических функций к вероятностным на основе приведения функции алгебры логики к совершенной дизъюнктивной нормальной форме

Рассмотрим без доказательства метод приведения функций алгебры логики (ФАЛ) к совершенной дизъюнктивной нормальной форме (СДНФ).

1. Привести ФАЛ к какой-нибудь ДНФ.
2. Удалить повторяющиеся члены.
3. Если в какой-либо элементарной конъюнкции не содержится переменной  $x_i$  из числа переменных, входящих в исходную формулу, то добавить к этой конъюнкции член  $(x_i \vee x_i')$  и раскрыть скобки.
4. Если имеются повторяющиеся члены, то оставить только один их них.
5. Осуществить переход к вероятностной функции методом замещения (см. подраздел 8.3), то есть:
  - вместо событий поставить их вероятности;
  - вместо отрицаний событий поставить вероятности дополнения до единицы вероятностей этих событий;
  - вместо знаков дизъюнкции - знаки алгебраического сложения;
  - вместо знаков конъюнкции - знаки алгебраического умножения.

**Пример.** Привести к совершенной дизъюнктивной нормальной форме следующую функцию алгебры логики:  $Y = A \vee BC$ .

*Решение.* Эта функция уже стоит в ДНФ и не имеет повторяющихся членов. Поэтому согласно пункту 3 алгоритма имеем

$$\begin{aligned} Y &= A(B \vee B')(C \vee C') \vee (A \vee A')BC = \\ &= ABC \vee ABC' \vee AB'C \vee AB'C' \vee ABC \vee A'BC. \end{aligned}$$

Удалив повторяющийся член  $ABC$ , получаем искомую функцию, стоящую в СДНФ:

$$Y = ABC \vee ABC' \vee AB'C \vee AB'C' \vee A'BC.$$

Переход к вероятностной функции осуществляется, как упоминалось, замещением событий их вероятностями:

$$P(Y) = P_A P_B P_C + P_A P_B (1 - P_C) + P_A (1 - P_B) P_C + \\ + P_A (1 - P_B) (1 - P_C) + (1 - P_A) P_B P_C.$$

Здесь для упрощения записи введены следующие обозначения:

$$P(A) = P_A, \quad P(B) = P_B, \quad P(C) = P_C.$$

Если раскрыть скобки и привести подобные члены, то можно прийти к следующему выражению:

$$P(Y) = P_A + P_B P_C - P_A P_B P_C.$$

Отметим, что результат приведения логической функции к вероятностной данным методом совпадает с результатом, полученным методом перехода к вероятностным функциям на основе формулы вероятности суммы совместных событий (см. пункт 8.5.1, пример 1).

### **8.5.3. Алгоритм для автоматизированного приведения функции алгебры логики к совершенной дизъюнктивной нормальной форме**

1. Функция алгебры логики приводится к дизъюнктивной нормальной форме.

2. Подсчитывается количество всех рассматриваемых событий и количество элементарных конъюнкций.

3. Составляется таблица, число строк которой равно числу элементарных конъюнкций, а количество столбцов равно числу всех рассматриваемых событий (максимально возможному рангу элементарной конъюнкции).

4. В каждую ячейку таблицы заносятся нули или единицы со знаком плюс или минус по правилу, приведенному ниже.

4.1. Если в рассматриваемой элементарной конъюнкции имеется событие с данным номером, то в соответствующую ячейку таблицы заносится плюс единица.

4.2. Если в рассматриваемой элементарной конъюнкции имеется отрицание события с данным номером, то в соответствующую ячейку таблицы заносится минус единица.

4.3. Если в рассматриваемой элементарной конъюнкции не имеется ни события, ни его отрицания, то в ячейку таблицы заносится ноль.

5. Осуществляется просмотр ячеек таблицы слева направо построчно, начиная с первой строки.

Если в какой-то строке таблицы в ближайшей ячейке встретился ноль, то вместо этой строки таблицы вставляются две строки, различающиеся лишь значениями одной из ячеек, в которой ранее встречался ноль. Причем, вместо встретившегося нуля в первой из двух новых строк таблицы ставится единица, а во второй - минус единица.

6. Пункт 5 повторяется до тех пор, пока в таблице не останется ни одного нуля.

7. Осуществляется поиск одинаковых строк таблицы и, при наличии одинаковых строк, оставляется только одна из них.

Полученная таблица представляет собой условную структурированную запись логической функции, стоящей в совершенной дизъюнктивной нормальной форме. Причем, количество элементарных конъюнкций равно числу строк полученной таблицы, а последовательность событий каждой элементарной конъюнкции (каждой строки матрицы) соответствует порядку элементов в рассматриваемой строке.

Для того чтобы перейти к обычной форме записи, необходимо вместо единиц подставить соответствующие события, а вместо единиц с минусом - их отрицания.

Следует отметить, что если надо подсчитать вероятность состояния логической функции в зависимости от вероятностей составляющих событий ее аргументов, то нет необходимости выписывать функцию алгебры логики в совершенной дизъюнктивной нормальной форме. В этом случае сразу можно рассчитать вероятность, пользуясь методом замещения, справедливым при переходе от логических функций, стоящих в ортогональной или совершенной дизъюнктивной нормальной форме, к вероятностным (см. подраздел 8.3 и п. 8.5.2).

**Пример.** Привести к совершенной дизъюнктивной нормальной форме (СДНФ) следующую логическую функцию:

$$Y = x_1 \vee x_2 x_3.$$

Последовательность приведения логической функции к совершенной дизъюнктивной нормальной форме показана в виде таблиц на рис. 8.3. В левой колонке приведена последовательность действия в символьном виде, а в правой - в кодированном виде, удобном для реализации на компьютере.

	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1	$x_1$	0	0
2	0	$x_2$	$x_3$

1.1	$x_1$	$x_2$	0
1.2	$x_1$	$x_2'$	0
2	0	$x_2$	$x_3$

1.1.1	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1.1.2	$x_1$	$x_2$	$x_3'$
1.2	$x_1$	$x_2'$	0
2	0	$x_2$	$x_3$

1.1.1	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1.1.2	$x_1$	$x_2$	$x_3'$
1.2.1	$x_1$	$x_2'$	$x_3$
1.2.2	$x_1$	$x_2'$	$x_3'$
2	0	$x_2$	$x_3$

1.1.1	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1.1.2	$x_1$	$x_2$	$x_3'$
1.2.1	$x_1$	$x_2'$	$x_3$
1.2.2	$x_1$	$x_2'$	$x_3'$
2.1	$x_1$	$x_2$	$x_3$
2.2	$x_1'$	$x_2$	$x_3$

1.1.1	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1.1.2	$x_1$	$x_2$	$x_3'$
1.2.1	$x_1$	$x_2'$	$x_3$
1.2.2	$x_1$	$x_2'$	$x_3'$
2.2	$x_1'$	$x_2$	$x_3$

	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1	1	0	0
2	0	1	1

1.1	1	+1	0
1.2	1	-1	0
2	0	1	1

1.1.1	1	+1	+1
1.1.2	1	+1	-1
1.2	1	-1	0
2	0	1	1

1.1.1	1	+1	+1
1.1.2	1	+1	-1
1.2.1	1	-1	+1
1.2.2	1	-1	-1
2	0	1	1

1.1.1	1	+1	+1
1.1.2	1	+1	-1
1.2.1	1	-1	+1
1.2.2	1	-1	-1
2.1	+1	1	1
2.2	-1	1	1

1.1.1	1	+1	+1
1.1.2	1	+1	-1
1.2.1	1	-1	+1
1.2.2	1	-1	-1
2.2	-1	1	1

Рис. 8.3. Последовательность приведения логической функции к совершенной дизъюнктивной нормальной форме

Блок-схема алгоритма приведения логической функции к совершенной дизъюнктивной нормальной форме и расчета вероятности показана на рис. 8.4.

В качестве исходных данных используются количество событий, количество элементарных конъюнкций в функции алгебры логики, вероятности элементарных событий. В ячейки матрицы вводятся следующие символы:

- «плюс единица» (+ 1), если имеется событие  $x$ ;
- «минус единица» (-1), если имеется событие  $x'$  (отрицание события  $x$ );
- «ноль» (0), если событие  $x$  (или его отрицание) отсутствует.

Расчет вероятности сразу без вывода функции алгебры логики в символьной форме или вывод функции алгебры логики в символьной форме осуществляются по желанию оператора (см. процедуру Calc P в блок-схеме алгоритма).

Остальные пояснения приведены на поле рисунка.

#### **8.5.4. Метод статистического моделирования при оценке вероятности состояния логических функций**

Этот метод является универсальным и применим для логических функций любой сложности. Однако для реализации этого метода необходим компьютер.

Приведем алгоритм получения вероятности логической функции при известных вероятностях входящих событий. Иллюстрацию алгоритма будем вести на простом примере и для языка Object Pascal. Пусть логическая функция имеет вид

$$Y = x_1 \vee x_2 \wedge x_3$$

и заданы вероятности  $P(x_1)$ ,  $P(x_2)$  и  $P(x_3)$  событий  $x_1$ ,  $x_2$  и  $x_3$ .

Начало алгоритма

1. Логическая функция описывается в символах языка программирования и вводится в ЭВМ. На языке *Object Pascal* эту функцию можно представить в следующем виде:

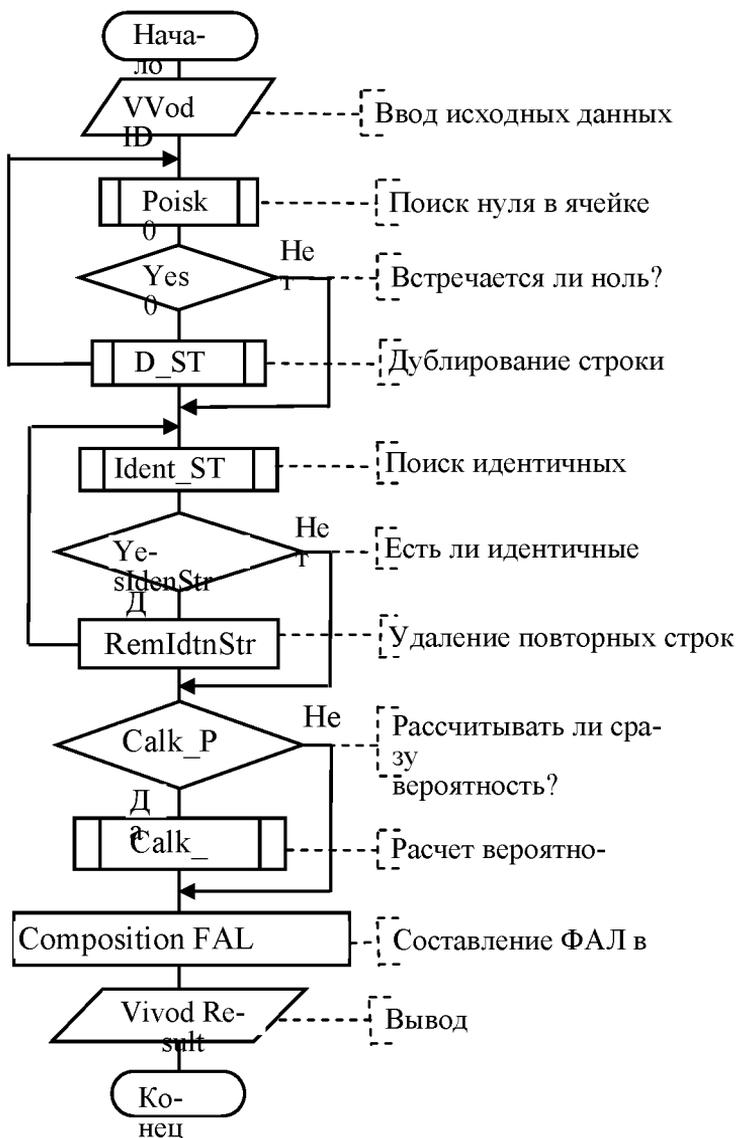


Рис. 8.4. Блок-схема алгоритма приведения логической функции к совершенной дизъюнктивной нормальной форме и расчета вероятности

$$Y =: x_1 \text{ or } x_2 \text{ and } x_3, \quad (8.2)$$

где *or* и *and* - операторы, соответствующие логическим символам "или" и "и" соответственно.

2. Вызывается с помощью генератора случайных чисел, случайное число  $z$  с равномерным законом распределения на отрезке от 0 до 1. Это можно сделать с помощью следующего оператора:

$$z =: \text{random}.$$

3. Производится сравнение случайного числа  $z$  с вероятностью входящего события  $P(x_1)$ .

Если  $z \leq P(x_1)$ , то логической переменной  $x_1$  присваивается логическая константа *True* (истина).

Если  $z > P(x_1)$ , то - *False* (ложь), то есть  $x_1 = \text{True}$  или  $x_1 = \text{False}$ .

4. Пункты 2 и 3 повторяются для всех логических переменных.

5. Определяется состояние логической функции  $Y$ , то есть в результате выполнения оператора (8.2) на ЭВМ получим  $Y = \text{True}$  или  $Y = \text{False}$ . Результат запоминается.

6. Проведя серию испытаний по пунктам 2...5, оцениваем вероятность  $P(Y)$  по соотношению

$$P(Y) = \frac{m}{N},$$

где  $m$  - количество статистических испытаний, в которых функция  $Y$  приняла значение *True* (истина);

$N$  - общее количество статистических испытаний.

Конец алгоритма.

Приведем пояснения к пункту 3 приведенного алгоритма.

На рис. 8.5 приведена схема, поясняющая присвоение логическим переменным значений «истина» или «ложь». Значение вероятности  $P(x_i)$  делит отрезок от 0 до 1 на две части, левее и правее значения этой вероятности.



Рис. 8.5. Схема, поясняющая присвоение логическим переменным значений «истина» или «ложь»

При многократных обращениях к генератору случайных чисел чаще будут выпадать значения случайных чисел в той части отрезка, который длиннее. Например, если вероятность равна 0,9, то чаще будут выпадать значения случайной величины, которые меньше 0,9 (см. заштрихованную часть отрезка). Поэтому в пункте 3 алгоритма принято условие, что если  $z \leq P(x_1)$ , то логической переменной  $x_1$  присваивается логическая константа *True* (истина).

## 8.6. Метод структурно-логических схем надежности

Структурно-логическая схема учитывает тот факт, что реальная система может иметь несколько путей безотказной работы, не учитывать которые в расчетах нельзя. Этот метод рассмотрим на примере.

Пусть космический аппарат (КА) имеет систему обнаружения техногенных и метеорных частиц, которые в него могут попасть, и систему увода КА от воздействия этих частиц. Кроме того, КА не всегда может отказать при попадании в него таких частиц.

Введем следующие события:

*обн* - обнаружение частицы, с которой возможно столкновение;

*ув* - увод КА от столкновения с частицей;

*жс* - выживаемость КА при попадании в него частиц.

Составим структурно-логическую схему выживания КА. Эта схема приведена на рис. 8.6. На этой схеме цепочки представляют собой возможные пути выживания КА.

На основе этой схемы составим логическую функцию выживания КА

$$Y = \text{обн}' \cdot \text{жс} \vee \text{обн} \cdot \text{ув}' \cdot \text{жс} \vee \text{обн} \cdot \text{ув}.$$

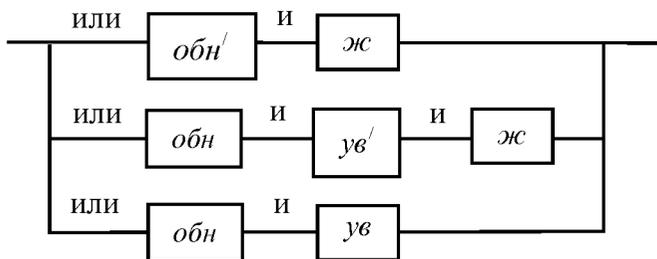


Рис. 8.6 Структурно-логическая схема выживания КА

Анализ этой функции показывает, что она находится в ортогональной дизъюнктивной нормальной форме (ОДНФ). Поэтому перейдем к вероятностной функции выживания методом замещения

$$P(Y) = (1 - P_{\text{обн}})P_{\text{жс}} + P_{\text{обн}}(1 - P_{\text{ув}})P_{\text{жс}} + P_{\text{обн}}P_{\text{ув}}. \quad (8.3)$$

Здесь для упрощения записи введены следующие обозначения

$$P(\text{обн}) = P_{\text{обн}}; \quad P(\text{ув}) = P_{\text{ув}}; \quad P(\text{жс}) = P_{\text{жс}}.$$

**Пример.** Пусть  $P_{\text{обн}} = 0,9$ ;  $P_{\text{ув}} = 0,5$ ;  $P_{\text{жс}} = 0,1$ . Необходимо найти вероятность выживания космического аппарата.

*Решение.* Расчет производим по формуле (8.3)

$$P(Y) = (1 - 0,9)0,1 + 0,9(1 - 0,5)0,1 + 0,9 \cdot 0,5 = 0,505.$$

Видно, что с учетом вероятностей обнаружения частиц и увода космического аппарата от столкновения с ними вероятность выживания КА существенно увеличивается.

### 8.7. Анализ чувствительности элементов системы

Анализ чувствительности будем проводить на основе понятия "значимость".

*Значимость* элемента в системе есть частная производная от вероятности безотказной работы (или отказа) системы  $P_C$  по вероятности

сти безотказной работы (или по вероятности отказа) элемента  $P_i$ , то есть

$$\xi_i = \frac{\partial P_c}{\partial P_i}.$$

**Пример 1.** Рассчитать показатели значимости элементов системы для примера, рассмотренного в предыдущем подразделе.

*Решение.* Дифференцируя функцию выживания космического аппарата обычными методами, получаем

$$\begin{aligned} \xi_{обн} &= \frac{\partial P(Y)}{\partial P_{обн}} = -P_{жс} + (1 - P_{ув})P_{жс} + P_{ув} = \\ &= -0,1 + (1 - 0,5)0,1 + 0,5 = 0,45; \end{aligned}$$

$$\xi_{ув} = \frac{\partial P(Y)}{\partial P_{ув}} = -P_{обн}P_{жс} + P_{обн} = -0,9 \cdot 0,1 + 0,9 = 0,81;$$

$$\xi_{жс} = \frac{\partial P(Y)}{\partial P_{жс}} = 1 - P_{обн} + P_{обн}(1 - P_{ув}) = 1 - 0,9 + 0,9(1 - 0,5) = 0,55.$$

Однако такой расчет показателей значимости проводить с помощью ЭВМ затруднительно. Поэтому воспользуемся особым методом получения производных, который применим к логико-вероятностным функциям.

В теории логико-вероятностных методов доказывается, что производная от вероятностной функции, полученной с помощью методов алгебры логики, численно равна разности вероятности работоспособного состояния системы, когда элемент находится в работоспособном состоянии, и вероятности работоспособного состояния системы, когда рассматриваемый элемент находится в состоянии отказа, то есть

$$\xi_i = \frac{\partial P_c}{\partial P_i} = P_c(x_i = 1) - P_c(x_i = 0).$$

**Пример 2.** Рассчитать значимость элементов системы, рассмотренной в предыдущем подразделе, с помощью свойств логико-вероятностных методов.

*Решение.* Исходной для расчета будет функция (8.3) при следующих исходных данных:  $P_{обн} = 0,9$ ;  $P_{ув} = 0,5$ ;  $P_{жс} = 0,1$ .

$$\begin{aligned} \xi_{обн} &= \left[ (1-1)P_{жс} + 1 \cdot (1-P_{ув})P_{жс} + 1 \cdot P_{ув} \right] - \\ &- \left[ (1-0)P_{жс} + 0 \cdot (1-P_{ув})P_{жс} + 0 \cdot P_{ув} \right] = \\ &= \left[ (1-1)0,1 + 1 \cdot (1-0,5)0,1 + 1 \cdot 0,5 \right] - \\ &- \left[ (1-0)0,1 + 0 \cdot (1-0,5)0,1 + 0 \cdot 0,5 \right] = 0,45; \\ \xi_{ув} &= \left[ (1-P_{обн})P_{жс} + P_{обн}(1-1)P_{жс} + P_{обн} \cdot 1 \right] - \\ &- \left[ (1-P_{обн})P_{жс} + P_{обн}(1-0)P_{жс} + P_{обн} \cdot 0 \right] = \\ &= \left[ (1-0,9)0,1 + 0,9(1-1)0,1 + 0,9 \cdot 1 \right] - \\ &- \left[ (1-0,9)0,1 + 0,9(1-0)0,1 + 0,9 \cdot 0 \right] = 0,81; \\ \xi_{жс} &= \left[ (1-P_{обн}) \cdot 1 + P_{обн}(1-P_{ув}) \cdot 1 + P_{обн}P_{ув} \right] - \\ &- \left[ (1-P_{обн}) \cdot 0 + P_{обн}(1-P_{ув}) \cdot 0 + P_{обн}P_{ув} \right] = \\ &= \left[ (1-0,9) \cdot 1 + 0,9(1-0,5) \cdot 1 + 0,9 \cdot 0,5 \right] - \\ &- \left[ (1-0,9) \cdot 0 + 0,9(1-0,5) \cdot 0 + 0,9 \cdot 0,5 \right] = 0,55. \end{aligned}$$

Заметим, что данные результаты совпадают с результатами, полученными в примере 1.

С помощью показателей значимости можно разрабатывать рекомендации по повышению надежности системы.

В рассматриваемых примерах при принятых исходных данных наиболее значимой является система увода космического аппарата от столкновения с частицей. Поэтому, чтобы повысить вероятность выживания космического аппарата, необходимо в первую очередь стремиться повысить вероятность увода КА от возможного столкновения.

Следует отметить, что при других исходных данных (по вероятностям) показатели значимости элементов могут смениться.

## 8.8. Применение логико-вероятностных методов для анализа надежности системы с элементами, соединенными по схеме ненагруженного резерва

Рассмотрим типовую схему соединения элементов по надежности с переключением, представленную на рис. 8.7. Схемы соединения такого рода согласно стандарту [66] называют ненагруженным резервом. На этой схеме цифрами 1, 2 и 3 обозначены элементы, которые в случае отказа переключаются на резервные с помощью переключателя, обозначенного литерами Вк.

Пусть логика работы системы следующая: Сначала подключен элемент 1. При его отказе подключается элемента 2. При отказе второго элемента подключается элемент 3.

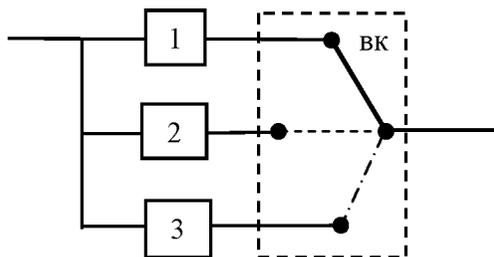


Рис. 8.7. Соединение элементов по надежности по схеме ненагруженного резерва

Составим структурно-логическую схему работоспособного состояния системы. Для этого введем следующие события:

$Y$  - работоспособное состояние системы;

$x_1, x_2, x_3$  - работоспособное состояние элементов с номерами 1, 2, 3 соответственно;

$x'_1, x'_2, x'_3$  - неработоспособное состояние этих же элементов;

$vk$  и  $vk'$  - работоспособное и неработоспособное состояние переключателя соответственно.

Структурно-логическая схема работоспособного состояния системы показана на рис. 8.8.

Составим логическую функцию работоспособного состояния системы согласно структурно-логической схеме

$$Y = x_1 \text{ вк} \vee x_1' x_2 \text{ вк} \vee x_1' x_2' x_3 \text{ вк} . \quad (8.4)$$

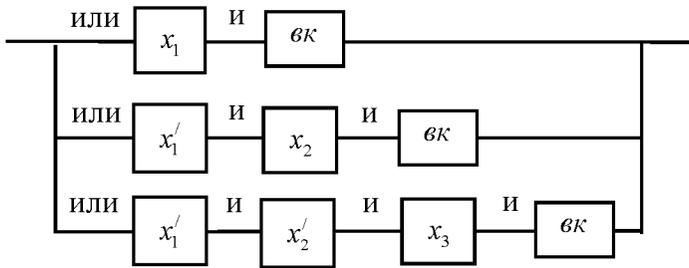


Рис. 8.8. Структурно-логическая схема работоспособного состояния системы

Поскольку эта функция стоит в ортогональной дизъюнктивной нормальной форме, то можем перейти к вероятностной функции методом замещения

$$\begin{aligned}
 P(Y) &= P(x_1 \text{ вк} \vee x_1' x_2 \text{ вк} \vee x_1' x_2' x_3 \text{ вк}) = \\
 &= P_{x_1} P_{\text{вк}} + (1 - P_{x_1}) P_{x_2} P_{\text{вк}} + (1 - P_{x_1})(1 - P_{x_2}) P_{x_3} P_{\text{вк}} = \\
 &= [P_{x_1} + (1 - P_{x_1}) P_{x_2} + (1 - P_{x_1})(1 - P_{x_2}) P_{x_3}] P_{\text{вк}}.
 \end{aligned}$$

Раскрывая круглые скобки, можно получить следующее выражение:

$$P(Y) = (P_{x_1} + P_{x_2} + P_{x_3} - P_{x_1} P_{x_2} + P_{x_2} P_{x_3} + P_{x_3} P_{x_1} - P_{x_1} P_{x_2} P_{x_3}) P_{\text{вк}}. \quad (8.5)$$

Таким образом, получена расчетная формула для оценки надежности системы с ненагруженным резервированием.

Можно показать, что схемы ненагруженного и нагруженного резервирования эквивалентны с точки зрения расчетных зависимостей (рис. 8.9), если не учитывать вероятность безотказной работы переключателя (при абсолютной надежности переключателя).

Действительно, согласно распределительному закону выражение (8.4) можно записать

$$Y = (x_1 \vee x_1' x_2 \vee x_1' x_2' x_3) \text{ вк}. \quad (8.6)$$

Введем обозначение

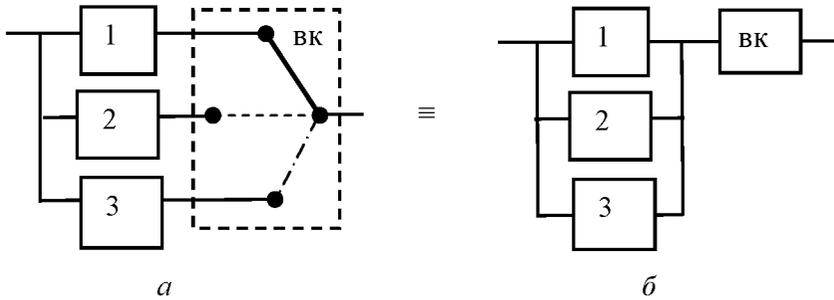


Рис. 8.9. Эквивалентность схем по расчетным зависимостям при абсолютной надежности переключателя

$$A = (x_1 \vee x_1' x_2 \vee x_1' x_2' x_3). \quad (8.7)$$

Преобразуем это выражение, используя правила и законы алгебры логики. Начнем преобразование с первых двух дизъюнкций выражения (8.7), применяя к ним распределительный закон

$$x_1 \vee x_1' x_2 = (x_1 \vee x_1') \wedge (x_1 \vee x_2) = 1 \wedge (x_1 \vee x_2) = x_1 \vee x_2. \quad (8.8)$$

Тогда выражение (8.5) примет вид

$$A = (x_1 \vee x_2 \vee x_1' x_2' x_3) = [x_1 \vee x_2 \vee (x_1' x_2') x_3]. \quad (8.9)$$

Введем еще одно обозначение

$$x_1 \vee x_2 = B. \quad (8.10)$$

Согласно закону Моргана  $x_1 \vee x_2 = (x_1' \wedge x_2')' = B$ , откуда

$$(x_1' \wedge x_2') = B'. \quad (8.11)$$

Подставляя (8.10) и (8.11) в (8.9), получаем

$$A = B \vee B' x_3. \quad (8.12)$$

Проводя преобразования, аналогичные преобразованиям, показанным в формуле (8.8), получаем

$$A = B \vee B' x_3 = B \vee x_3.$$

Учитывая (8.10), получаем

$$A = x_1 \vee x_2 \vee x_3 .$$

Это есть ни что иное, как логическая функция сохранения работоспособного состояния системы с параллельным соединением элементов (схема нагруженного резерва).

Подставляя это выражение в (8.6), окончательно получаем логическую функцию безотказной работы системы по схеме ненагруженного резерва:

$$Y = (x_1 \vee x_2 \vee x_3) B_k . \quad (8.13)$$

Таким образом, показано, что схемы ненагруженного и нагруженного резервирования эквивалентны с точки зрения расчетных зависимостей, если не учитывать вероятность безотказной работы переключателя.

Доказать эквивалентность упомянутых схем можно не прибегая к логико-вероятностным методам.

Воспользуемся формулой для расчета надежности с параллельным соединением элементов

$$H = 1 - \sum_{i=1}^3 (1 - H_i) = 1 - (1 - P_{x1})(1 - P_{x2})(1 - P_{x3}) .$$

После преобразования можно получить

$$H = P(Y) = P_{x1} + P_{x2} + P_{x3} - P_{x1}P_{x2} + P_{x2}P_{x3} + P_{x3}P_{x1} - P_{x1}P_{x2}P_{x3} .$$

Сравнивая данное выражение в формулой (8.5), полученной для расчета надежности системы по схеме ненагруженного резерва, видим, что они отличаются только членом, характеризующим вероятность безотказной работы переключателя.

При более детальном анализе надежности систем ненагруженного резервирования следует учитывать различные признаки отказов элементов переключателя вследствие, например:

- нарушения механизма переключения;
- нарушения контакта переключателя;
- залипания контактов переключателя и т. п.

В этом случае логические функции сохранения работоспособного состояния системы будут другими, не эквивалентными логическим функциям системы нагруженного резервирования.

### 8.9. Использование структурно-логических схем для анализа надежности системы разделения

Сначала по методическим соображениям рассмотрим разделяющиеся части летательного аппарата, соединенные двумя узлами крепления и разделения. Пусть эти части представляют собой ракетные блоки первой и второй ступеней ракеты-носителя, которые соединены пирозамками, как это схематично изображено на рис. 8.10. На этом рисунке введены следующие обозначения: 1 и 2 - ракетные блоки первой и второй ступеней соответственно; 3 и 4 - пирозамки.

В момент отделения первой ступени от второй на пиропатроны пирозамков подается импульс электрического тока для раскрытия замков.

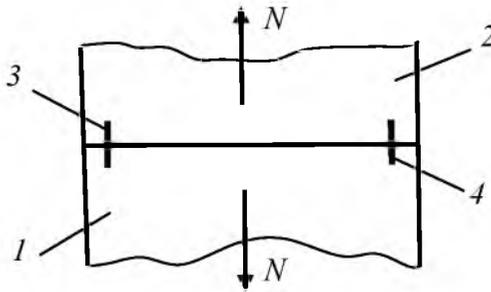


Рис. 8.10. Схема для расчета надежности отделения ракетного блока

При этом может наступить отказ как одного, так и второго пирозамка, а также их совместный отказ. Запущенные двигатели на второй ступени создают силу  $N$ , способную с какой-то вероятностью разрушить как один, так и два любых отказавших пирозамка. В расчете надежности отделения ракетных блоков надо учесть эту дополнительную вероятность разрушения пирозамков от действия внешних сил.

Введем следующие обозначения:

$Y_C$  - случайное событие, заключающееся в том, что система разделения ступеней сработает безотказно;

$A_1$  и  $A_2$  - случайные события, заключающиеся в том, что от электрического тока сработают нормально соответственно первый и второй пирозамки;

$\bar{A}_1$  и  $\bar{A}_2$  - случайные события, заключающиеся в том, что пирозамки откажут;

$B_1$  и  $B_2$  - случайные события, заключающиеся в том, что пироболты (соответственно первый и второй) разрушаются от действия внешних сил  $N$ .

Структурно-логическая схема разделения ступеней ракеты-носителя представлена на рис. 8.11. На этой схеме введены некоторые фиктивные элементы, соответствующие событиям  $B_1$  и  $B_2$ .

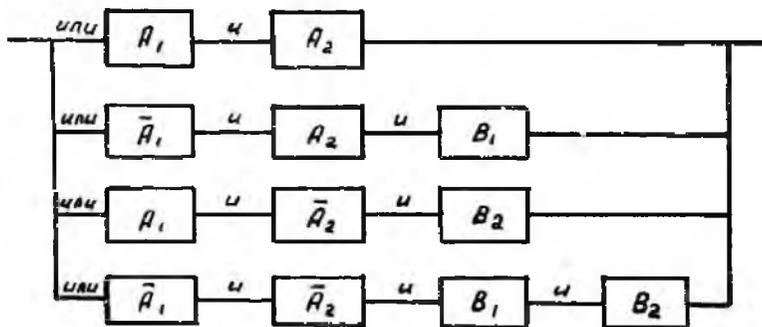


Рис. 8.11. Структурно-логическая схема разделения ступеней

Логическая функция надежного разделения ступеней ракеты-носителя будет следующей:

$$Y_C = (A_1 A_2) \vee (\bar{A}_1 A_2 B_1) \vee (A_1 \bar{A}_2 B_2) \vee (\bar{A}_1 \bar{A}_2 B_1 B_2).$$

Учитывая, что логическая функция стоит в ортогональной дизъюнктивной нормальной форме, перейдем к вероятностной функции методом замещения

$$P(Y_C) = P_{A_1} P_{A_2} + (1 - P_{A_1}) P_{A_2} P_{B_1} + P_{A_1} (1 - P_{A_2}) P_{B_2} + (1 - P_{A_1})(1 - P_{A_2}) P_{B_1} P_{B_2}, \quad (8.14)$$

где индексы определяют соответствующие вероятности.

Для упрощения записей введем следующие обозначения:

$$P(Y_C) = H_C; \quad P_{A1} = H_1; \quad P_{\bar{A}1} = \bar{H}_1; \quad P_{A2} = H_2; \\ P_{\bar{A}2} = \bar{H}_2; \quad P_{B1} = h_1; \quad P_{B2} = h_2.$$

Тогда формула (8.14) запишется следующим образом:

$$H_C = H_1 H_2 + \bar{H}_1 H_2 h_1 + H_1 \bar{H}_2 h_2 + \bar{H}_1 \bar{H}_2 h_1 h_2.$$

Если все элементы одинаковы, то есть  $H_1 = H_2 = H$ , и одинаковы вероятности разрушения отказавших пирозамков от действия внешних сил, то есть  $h_1 = h_2 = h$ , то получим

$$H_C = H^2 + 2\bar{H}Hh + \bar{H}^2 h^2.$$

Данная формула показывает, что использование дополнительных возможностей разделения при отказах пирозамков ракетных блоков (путем разрушения несработавших замков за счет внешних сил) повышает надежность системы разделения. Например, пусть  $H = 0,9$ ,  $h = 0,5$ , тогда

$$H_C = 0,9^2 + 2 \cdot 0,1 \cdot 0,9 \cdot 0,5 + 0,1^2 \cdot 0,5^2 = 0,9025,$$

в то время как формула для последовательного соединения пирозамков (в смысле надежности разделения) дает следующий результат

$$H_C = H^2 = 0,9^2 = 0,81.$$

В работе [14] показано, что если отделяемые части ЛА соединены не двумя пирозамками, а их имеется  $n$  штук, то можно прийти к следующей зависимости для вычисления надежности систем разделения с отказавшими элементами

$$H_C = H^n + nH^{n-1}(1-H)h_1 + \\ + \frac{n(n-1)}{2!}H^{n-2}(1-H)^2 h_2 + \dots + (1-H)^n h_n,$$

где  $h_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) - вероятности разрушения  $i$  пироболтов внешними силами.

Как правило, пироустройства имеют высокую надежность и отказать все практически не могут. Поэтому обычно в структурно-

логической схеме рассматривают отказы не более двух пиростройств. Тогда надежность системы разделения можно определять по следующей зависимости [14]:

$$H_C = H^n + nH^{n-1}(1-H)h_1 + \frac{n(n-1)}{2!}H^{n-2}(1-H)^2h_2.$$

## 9. НАДЕЖНОСТЬ СИСТЕМ С СЕТЕВОЙ СТРУКТУРОЙ

Существуют задачи надежности летательных аппаратов, которые трудно или практически невозможно решить приведенными в предыдущих разделах методами. Приведем примеры такого рода задач:

- функционирование космического аппарата в условиях противодействия и восстановление его работоспособного состояния после воздействия поражающих факторов.

- восстановление работоспособного состояния космического аппарата различными средствами, способами и с использованием различного программного обеспечения.

- расчет вероятности выхода экипажа пилотируемого космического аппарата из аварийной ситуации, когда в процессе выхода из аварийных ситуаций используются различные средства и методы, причем возможны так называемые перекрестные переходы и возвраты к тем или иным промежуточным состояниям безопасности полета и состояниям бортовых систем КА.

Последняя задача, строго говоря, относится к задачам безопасности полета, однако они как бы примыкают к задачам надежности, так как к их решению привлекаются методы расчета надежности.

Такого рода задачи решаются с привлечением методов надежности систем с сетевой структурой.

### 9.1. Представление системы в виде сетевой модели

На рис. 9.1 в качестве примера системы с сетевой структурой представлена сетевая модель целевой работы космического аппарата наблюдения с противодействием. События и виды работ представлены на поле рисунка. Принятые сокращения следующие: ПД - противодействие; ПКС - противокосмические средства; ЛЦ - ложные цели. Кроме того, считается, что заданы (или могут быть рассчитаны) вероятностные характеристики работ.

Техническая постановка задачи сводится к следующему: необходимо определить вероятность выполнения целевой задачи (съемки объектов наблюдения) космическим аппаратом наблюдения.

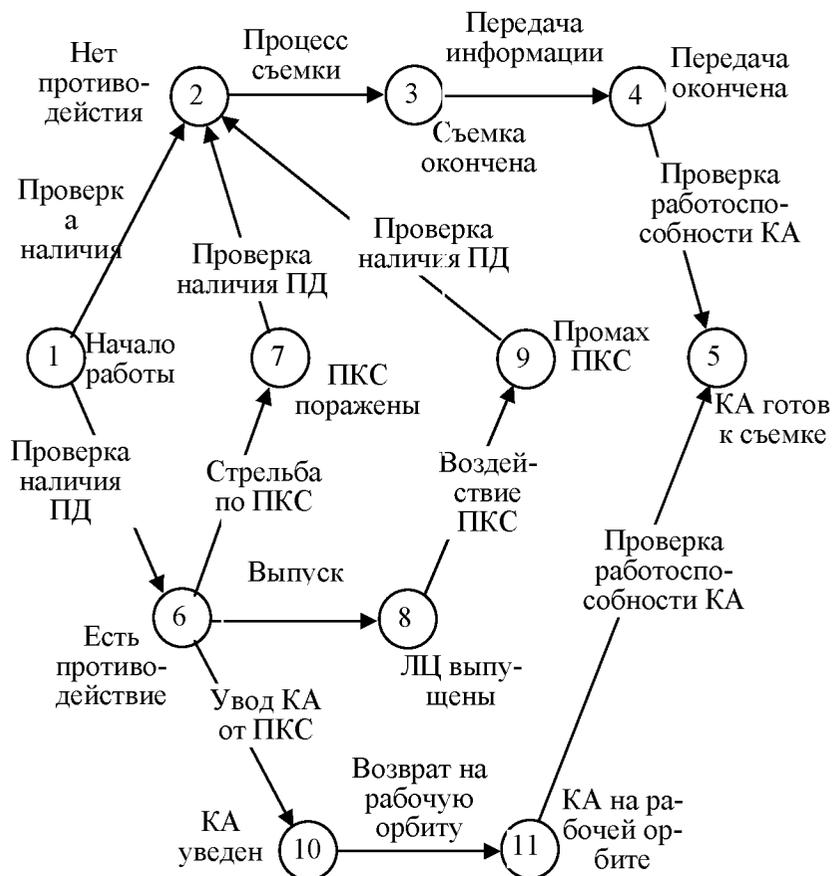


Рис. 9.1. Сетевая модель целевой работы космического аппарата наблюдения с противодействием

Приведенную задачу (и задачи такого рода) лучше всего решать с привлечением теории графов. Применение теории графов наиболее эффективно в случаях сложной логики работ системы с учетом возврата к некоторым событиям. Другие методы, например, логико-вероятностные, хотя и применимы к таким задачам, однако они приводят к громоздким математическим выкладкам. Кроме того, при использовании логико-вероятностных методов можно просто запутаться в связях между событиями и работами сети.

## 9.2. Некоторые сведения из теории графов

Сначала приведем некоторые сведения из теории графов, необходимые нам для решения задач надежности систем с сетевой структурой.

### *9.2.1. Представление сетевой модели в терминах теории графов*

Сетевую структуру можно представить в виде графа с множеством узлов  $U$  и ребер  $K$ . В этом случае говорят, что пара  $(U, K)$  задает граф. Элементы графа и их обозначение представлены на рис. 9.2. В некоторых источниках ребра графа иногда называют дугами. Каждому ребру графа может быть поставлен в соответствие так называемый вес, который в случае рассмотрения задач безопасности полета представляет собой вероятность работоспособного состояния узлов или ребер графа. Обычно веса приписываются ребрам, хотя это иногда делают с узлами. Будем далее считать, что все узлы графа абсолютно надежны.

Если работоспособность ребер графа обеспечивается в любом направлении, то говорят, что граф неориентированный (см. рис. 9.2, б). Если работоспособность хотя бы одного ребра графа обеспечивается только в одном направлении, то говорят, что граф ориентированный (см. рис. 9.2, а). Неориентированный граф всегда можно

представить в виде ориентированного, поставив в соответствие каждому неориентированному ребру пару ребер, ориентированных в противоположных направлениях (см. рис. 9.2, в). Поэтому в дальнейшем остановимся только на ориентированных графах.

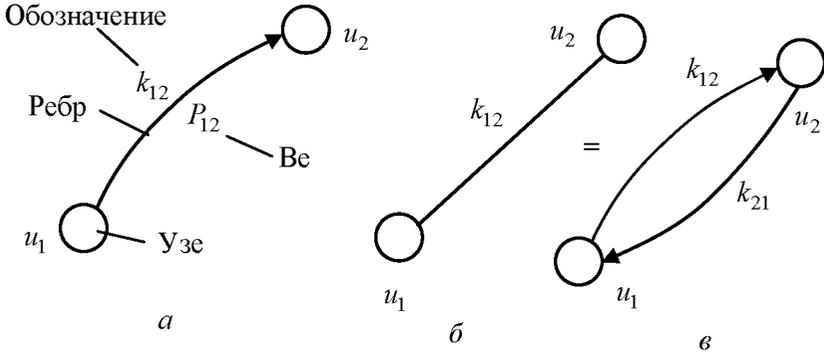


Рис. 9.2. Элементы графа и их обозначение

В качестве иллюстрации на рис. 9.3 представлен ориентированный граф.

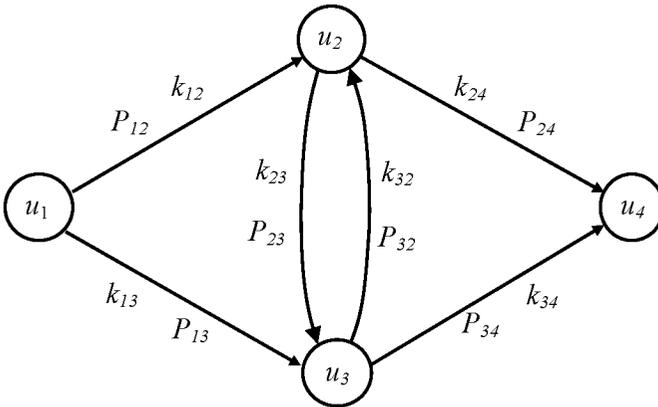


Рис. 9.3. Представление сети в виде ориентированного графа

Вершины графа обозначены символом  $i$  с индексами, соответствующими номерам вершин, а ребра графа обозначены символами  $k$  с индексами, соответствующими номерам вершин, которые эти ребра связывают. Причем порядок следования индексов в символе ребра соответствует его направлению. Веса обозначены символом  $p$  с соответствующими символами, как и у ребер графа.

Если узлы  $i$  и  $j$  связаны ребром  $k_{ij}$ , то говорят, что это ребро смежно узлам  $i$  и  $j$ .

В целом для графа можно построить так называемую матрицу смежности  $I = ((x_{ij}))$ , элементы которой составляются по следующему правилу:

$x_{ij} = 1$ , если ребро смежно узлам  $i$  и  $j$ ;

$x_{ij} = 0$  в противном случае.

Матрица смежности для графа, представленного на рис. 9.4, приведена ниже:

$$I = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (9.1)$$

Если каждую единицу в матрице смежности графа заменить символом ребра  $k_{ij}$ , то получим так называемую матрицу смежности ребер. Матрица смежности ребер, преобразованная из матрицы смежности графа (см. формулу (9.1)), будет выглядеть следующим образом:

$$I = \begin{pmatrix} 0 & k_{12} & k_{13} & 0 \\ 0 & 0 & k_{23} & k_{24} \\ 0 & k_{32} & 0 & k_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (9.2)$$

Следует отметить, что в некоторой литературе [39] такую матрицу называют не матрицей смежности, а матрицей инцидентности. Такое расхождение связано с тем, что на момент издания указанной книги терминология в отечественной литературе еще не устоялась.

Два произвольных узла графа *связны* (обращаем внимание на написание этого слова: *связны*, а не *связанны*), если между ними существует работоспособный путь. Например, в графе, представленном на рис. 9.4, узлы  $u_2$  и  $u_3$  не связны, а узлы  $u_1$  и  $u_4$  связны.

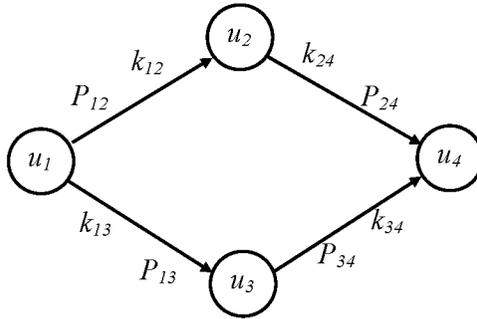


Рис. 9.4. Связность и несвязность узлов графа

Путь задается последовательностью ребер. Например, для графа, показанного на рис. 9.3, путь из узла 2 в узел 4 может быть показан следующим образом:

$$\pi_{14}^{(1)} = (k_{12}, k_{24}) \quad \text{или} \quad \pi_{14}^{(2)} = (k_{13}, k_{34}) \quad \text{и т.п.}$$

Число ребер в пути определяет длину пути.

База графа - это множество узлов графа, соответствующих входам системы, а антибаза - множество узлов, соответствующих выходам системы. В зависимости от поставленной задачи базой или антибазой могут служить различные узлы графа.

Например, в графе, представленном на рис. 9.3, базой графа может служить узел  $u_1$ , а антибазой - узел  $u_4$ .

Вероятность парной связности  $P(u_i, u_j)$  - это вероятность того, что имеется хотя бы один работоспособный путь из узла  $u_i$  в узел  $u_j$ .

Множество минимальных путей из узла  $u_i$  в узел  $u_j$  - это все пути, исключая циклические, то есть исключая пути с возвратами в узел, который был уже пройден ранее. Например, для графа, представленного на рис. 9.3, множество минимальных путей будет следующим:

$$M_n\{\pi_{ij}\} = \{k_{12}, k_{24}; k_{13}, k_{34}; k_{12}, k_{23}, k_{34}; k_{13}, k_{32}, k_{24}\}. \quad (9.3)$$

К настоящему времени разработано большое количество методов вычисления вероятности связности двух узлов графа. Все они

могут быть разделены на аналитические методы и методы статистического моделирования. Рассмотрим некоторые из них.

### **9.2.2. Аналитические методы определения вероятности парной связности узлов графа**

Аналитические методы подразделяются на две большие группы. К первой группе относятся те из них, в основе которых лежит построение множества минимальных путей или множества минимальных сечений. В дальнейшем с их помощью записывается логическая функция связности рассматриваемых узлов и, на ее основе, - формула для расчета вероятности парной связности узлов графа.

При использовании методов второй группы формула для расчета вероятности парной связности узлов графа получается непосредственно в результате преобразования исходного графа.

Значительная часть методов первой группы для нахождения множества минимальных путей использует операции с матрицей смежности графа.

#### **Нахождение минимальных путей из базы в антибазу графа методом потенцирования матрицы смежности**

Метод нахождения минимальных путей основан на следующем свойстве матрицы смежности ребер: умножение матрицы смежности ребер саму на себя  $r$  раз приводит к тому, что элементы новой матрицы представляют собой слагаемые, состоящие из минимальных путей длины  $r$  из узла  $i$  в узел  $j$ .

**Пример 1.** Найти минимальные пути из узла 1 в узел 4 для графа, показанного на рис. 9.3, методом потенцирования матрицы смежности графа.

*Решение.* Матрица смежности ребер была представлена формулой (9.2). Умножение этой матрицы на эту же матрицу, с учетом исключения циклических путей типа  $k_{23}k_{32}$ , дает следующую матрицу, определяющую минимальные пути длиной  $r = 2$ :

$$I^2 = \begin{vmatrix} 0 & k_{13}k_{32} & k_{12}k_{23} & k_{12}k_{24} + k_{13}k_{34} \\ 0 & 0 & 0 & k_{23}k_{34} \\ 0 & k_{32} & 0 & k_{32}k_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}. \quad (9.4)$$

Поскольку нас интересуют лишь минимальные пути из узла 1 в узел 4, то из матрицы (9.3) получаем два минимальных пути длиной  $r = 2$  (см. элемент матрицы в первой строке и в четвертом столбце):

$$\pi_{14}^{(1)} = (k_{12}, k_{24}); \quad \pi_{14}^{(2)} = (k_{13}, k_{34}). \quad (9.5)$$

Если последнюю матрицу умножить на первую еще раз, то получим минимальные пути длиной  $r = 3$ :

$$I^3 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & k_{12}k_{23}k_{34} + k_{13}k_{32}k_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

В этой матрице исключены члены с циклическими путями типа  $k_{12}k_{23}k_{32}$ . Минимальные пути из узла 1 в узел 4 длиной  $r = 3$  будут следующими:

$$\pi_{14}^{(3)} = (k_{12}, k_{23}, k_{34}); \quad \pi_{14}^{(4)} = (k_{13}, k_{32}, k_{24}). \quad (9.6)$$

### Нахождение минимальных путей из базы в антибазу графа методом определителей

Если определена матрица смежности ребер  $I$ , то алгоритм построения минимальных путей будет следующим:

1. Прибавление к матрице  $I$  единичной матрицы  $E$ , в результате чего получается матрица  $M_{IE}$ .

$$M_{IE} = I + E.$$

2. Удаление из матрицы  $M_{IE}$  столбца и строки с номерами, соответствующими номерам узлов графа, для которых ищут минимальные пути. В результате получается матрица  $Q$ .

3. Вычисление детерминанта  $D$  матрицы  $Q$  любым известным методом.

4. Удаление тех слагаемых, в которых одно ребро входит сомножителем более одного раза или которые соответствуют циклическим путям.

**Пример 2.** Найти минимальные пути для графа, показанного на рис. 9.3, методом определителей.

*Решение.* В качестве исходной используем матрицу смежности ребер, которая представлена формулой (9.2). Прибавляем к этой матрицы единичную матрицу:

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

получаем

$$M_{IE} = \begin{pmatrix} 0 & k_{12} & k_{13} & 0 \\ 0 & 0 & k_{23} & k_{24} \\ 0 & k_{32} & 0 & k_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & k_{12} & k_{13} & 0 \\ 0 & 1 & k_{23} & k_{24} \\ 0 & k_{32} & 1 & k_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (9.7)$$

2. После удаления из этой матрицы первого столбца и четвертой строки, получаем

$$Q = \begin{vmatrix} k_{12} & k_{13} & 0 \\ 1 & k_{23} & k_{24} \\ k_{32} & 1 & k_{34} \end{vmatrix}.$$

Вычисление детерминанта приводит к следующей формуле:

$$D = k_{12} k_{23} k_{34} + k_{13} k_{32} k_{24} - k_{12} k_{24} - k_{13} k_{34}. \quad (9.8)$$

Поскольку в этом выражении циклические пути отсутствуют (удалять нечего - см. п. 4 алгоритма), то слагаемые соответствуют минимальным путям. Анализируя выражения (9.5) и (9.6), видно, что минимальные пути, описываемые данными выражениями, входят в слагаемые детерминанта (9.8).

**Построение логической функции парной связности узлов графа**

После построения множества минимальных путей может быть записана логическая функция парной связности рассматриваемых узлов. Покажем, как это делается, на рассматриваемом примере.

Введем события, означающие работоспособное состояние дуг графа. Эти события для упрощения выкладок обозначим через  $l_{ij}$  (аналогично обозначениям соответствующих ребер графа  $k_{ij}$ ). Введем также события, соответствующие наличию минимальных путей  $\rho_{ij}^{(s)}$  (аналогично обозначениям соответствующих минимальных путей  $\pi_{ij}^{(s)}$ ), где  $s$  - номер минимального пути. Тогда логические функции наличия минимальных путей запишутся следующим образом:

$$\rho_{14}^{(1)} = l_{12} \cdot l_{24} ;$$

$$\rho_{14}^{(2)} = l_{13} \cdot l_{34} ;$$

$$\rho_{14}^{(3)} = l_{12} \cdot l_{23} \cdot l_{34} ;$$

$$\rho_{14}^{(4)} = l_{13} \cdot l_{32} \cdot l_{24} ,$$

где знаки  $(\cdot)$  - означают операцию конъюнкции.

Логическая функция наличия парной связности узлов графа находится с помощью дизъюнкции соответствующих событий наличия минимальных путей, то есть:

$$\begin{aligned} L_{14} &= \rho_{14}^{(1)} \vee \rho_{14}^{(2)} \vee \rho_{14}^{(3)} \vee \rho_{14}^{(4)} = \\ &= l_{12} \cdot l_{24} \vee l_{13} \cdot l_{34} \vee l_{12} \cdot l_{23} \cdot l_{34} \vee l_{13} \cdot l_{32} \cdot l_{24} , \end{aligned}$$

где знаки  $\vee$  означают операции дизъюнкции.

### Переход от логической функции к вероятностной функции

Переход к вероятностным функциям может быть осуществлен различными методами теории надежности (см. подраздел 8.5). Применим к рассматриваемому примеру метод перехода на основе расчета вероятностей совместных событий (метод включения-исключения):

$$P(L_{14}) = P(k_{12} k_{23} k_{34}) + P(k_{13} k_{32} k_{24}) + P(k_{12} k_{24}) + P(k_{13} k_{34}) -$$

$$\begin{aligned}
& - P(k_{12} k_{23} k_{34} k_{13} k_{32} k_{24}) - P(k_{12} k_{23} k_{34} \underline{k_{12} k_{24}}) - \\
& - P(k_{12} k_{23} k_{34} k_{13} \underline{k_{34}}) - P(k_{13} k_{32} k_{24} k_{12} \underline{k_{24}}) - \\
& - P(k_{13} k_{32} k_{24} \underline{k_{13} k_{34}}) - P(k_{12} k_{24} k_{13} k_{34}) + \\
& + P(k_{12} k_{23} k_{34} k_{13} k_{32} k_{24} \underline{k_{12} k_{24}}) + \\
& + P(k_{12} k_{23} k_{34} k_{13} k_{32} k_{24} \underline{k_{13} k_{34}}) + \\
& + P(k_{12} k_{23} k_{34} \underline{k_{12} k_{24} k_{13} k_{34}}) + P(k_{13} k_{32} k_{24} k_{12} \underline{k_{24} k_{13} k_{34}}) - \\
& - P(k_{12} k_{23} k_{34} k_{13} k_{32} k_{24} \underline{k_{12} k_{24} k_{13} k_{34}}).
\end{aligned}$$

Удаляем повторные члены в конъюнкциях (подчеркнутые члены) и взаимно уничтожающиеся члены, как это показано ниже:

$$\begin{aligned}
P(L_{14}) &= P(k_{12} k_{23} k_{34}) + P(k_{13} k_{32} k_{24}) + P(k_{12} k_{24}) + P(k_{13} k_{34}) - \\
& - \underline{P(k_{12} k_{23} k_{34} k_{13} k_{32} k_{24})} - P(k_{12} k_{23} k_{34} \underline{k_{12} k_{24}}) - \\
& - P(k_{12} k_{23} k_{34} k_{13} \underline{k_{34}}) - P(k_{13} k_{32} k_{24} k_{12} \underline{k_{24}}) - \\
& - P(k_{13} k_{32} k_{24} \underline{k_{13} k_{34}}) - P(k_{12} k_{24} k_{13} k_{34}) + \\
& + \underline{P(k_{12} k_{23} k_{34} k_{13} k_{32} k_{24})} + \underline{P(k_{12} k_{23} k_{34} k_{13} k_{32} k_{24})} + \\
& + P(k_{12} k_{23} k_{34} \underline{k_{12} k_{24} k_{13} k_{34}}) + P(k_{13} k_{32} k_{24} k_{12} \underline{k_{24} k_{13} k_{34}}) - \\
& - \underline{P(k_{12} k_{23} k_{34} k_{13} k_{32} k_{24})}.
\end{aligned}$$

Вводя для упрощения записи вероятности с индексами, соответствующими номерам ребер исследуемого графа, получаем:

$$\begin{aligned}
P(L_{14}) &= P_{12} P_{23} P_{34} + P_{13} P_{32} P_{24} + P_{12} P_{24} + P_{13} P_{34} - P_{12} P_{23} P_{34} P_{24} - \\
& - P_{12} P_{23} P_{34} P_{13} - P_{13} P_{32} P_{24} P_{12} - P_{13} P_{32} P_{24} P_{34} - P_{12} P_{24} P_{13} P_{34} + \\
& + P_{12} P_{23} P_{34} P_{24} P_{13} + P_{13} P_{32} P_{24} P_{12} P_{34}. \quad (9.9)
\end{aligned}$$

С помощью полученной вероятностной функции можно вычислять вероятность парной связности узлов 1 и 4 графа (см. рис. 9.3).

Рассмотрим численный пример. Пусть все ребра графа имеют вероятностные показатели работоспособности (или безопасности) одинаковые и равные по 0,9. Тогда по формуле (9.9) получаем вероятность связности узлов 1 и 4 исследуемого графа:

$$P(L_{14}) = 0,9^3 + 0,9^3 + 0,9^2 + 0,9^2 - 0,9^4 - 0,9^4 - 0,9^4 - 0,9^4 - 0,9^4 +$$

$$+ 0,9^5 + 0,9^5 = 0,97848.$$

Для сравнения покажем вероятности событий, соответствующих минимальным путям  $\pi(1)_{14}$  и  $\pi(3)_{14}$ :

$$P(\pi^{(1)}_{14}) = P(k_{12}k_{24}) = P_{12}P_{24} = 0,9 \cdot 0,9 = 0,81;$$

$$P(\pi^{(3)}_{14}) = P(k_{12}k_{23}k_{34}) = P_{12}P_{23}P_{34} = 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 = 0,729.$$

Видно, что вероятность парной связности узлов 1 и 4 существенно увеличивается при использовании всех возможных минимальных путей.

### 9.2.3. Метод вычисления вероятности связности узлов графа с помощью статистического моделирования

При статистическом моделировании осуществляется розыгрыш состояний дуг графа по известным вероятностям их отказа. Отказавшие дуги из графа исключаются, и анализируется связность интересующих исследователя узлов. Отношение количества испытаний, в которых эти узлы связны, к общему количеству испытаний является оценкой искомой вероятности. Получение достаточно корректной оценки, как правило, требует большого числа испытаний.

Ниже приведен алгоритм вычисления вероятности связности узлов графа методом статистических испытаний.

1. Счетчику работоспособных путей из базы графа в антибазу графа присваивается начальное значение, равное нулю ( $m = 0$ ).

2. Вызывается случайное число  $\xi$  с равномерным законом распределения на отрезке  $[0, 1]$ .

3. Выбирается одна из дуг графа (направленная из узла  $i$  в узел  $j$ ) и решается вопрос о состоянии работоспособности этой дуги.

Если  $\xi \leq P_{ij}$ , где  $P_{ij}$  - вероятность работоспособного состояния дуги графа (или вес ребра), то логической константе  $l_{ij}$ , соответствующей дуге  $k_{ij}$ , присваивается значение  $True$ , то есть  $l_{ij} = True$ .

Если  $\xi > P_{ij}$ , то логической константе  $l_{ij}$ , соответствующей дуге  $k_{ij}$ , присваивается значение  $False$ , то есть  $l_{ij} = False$ .

4. Пункты 2 и 3 повторяются для всех дуг графа. Результаты запоминаются.

5. Строится новый граф, в котором из исходного графа изымаются дуги, имеющие логическую константу  $l_{ij} = False$ .

Например, если анализируется вероятность парной связности узлов 1 и 4 графа, представленного на рис. 9.3, и в результате статистических испытаний получилось, что  $l_{23} = False$  и  $l_{24} = False$ , то из этого графа следует изъять дуги  $k_{23}$  и  $k_{24}$ . В результате получится граф, представленный на рис. 9.5 (пунктиром обозначены изъятые дуги).

6. Проверяется наличие пути из базы графа (в примере узел 1) в антибазу графа (узел 4).

Если путь имеется (в нашем примере  $\pi_{14} = k_{13}k_{34}$ ), то включается счетчик работоспособных путей из базы графа в антибазу графа, то есть к значению счетчика добавляется единица ( $m = m + 1$ ).

Следует отметить, что наличие пути из базы в антибазу графа может определяться любым методом, например, с помощью метода нахождения минимальных путей или методом определителей.

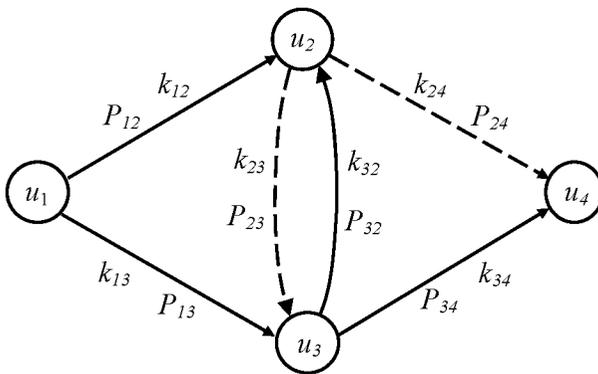


Рис. 9.5. Граф, полученный в результате изъятия дуг  $k_{23}$  и  $k_{24}$

7. Пункты 2-5 алгоритма повторяются  $N$  раз (заданное количество статистических испытаний).

8. Рассчитывается значение вероятности парной связности базы и антибазы исследуемого графа по следующему соотношению:

$$P(u_B, u_A) = \frac{m}{N},$$

где  $u_B$  и  $u_A$  - узлы, соответствующие базе и антибазе графа.

Конец алгоритма.

Статистическое моделирование целесообразно использовать для «больших» сетей. Для сетей же сравнительно небольшого размера (количество узлов в которых не превышает 20...25), более эффективны аналитические методы.

### **9.3. Использование методов оценки надежности систем с сетевой структурой в задачах безопасности полетов**

Использование методов оценки надежности систем с сетевой структурой в задачах безопасности полетов рассмотрим на примере оценки вероятности выхода экипажа пилотируемого космического аппарата из аварийных ситуаций с учетом многовариантных действий экипажа.

#### ***9.3.1. Сетевая модель выхода из аварийной ситуации и постановка задачи***

Процесс выхода из аварийных ситуаций можно представить в виде сети, узлы которой являются событиями, характеризующими различные промежуточные состояния процесса восстановления работоспособного состояния, а дуги - работами, проводимыми с целью выхода из аварийных ситуаций.

Пусть составлена сетевая модель выхода экипажа пилотируемого космического аппарата из аварийной ситуации, возникшей вслед-

стве пробоя корпуса орбитальной станции метеорной или техногенной частицей (рис. 9.6).

События в этой модели представлены в виде кружочков с номерами, а работы - дугами с соответствующими обозначениями.

На схеме введены обозначения событий, которые представлены ниже:

1- возникновение аварийной ситуации;

2 - имеющийся резерв времени для локализации или ликвидации аварийной ситуации - до 24 часов;

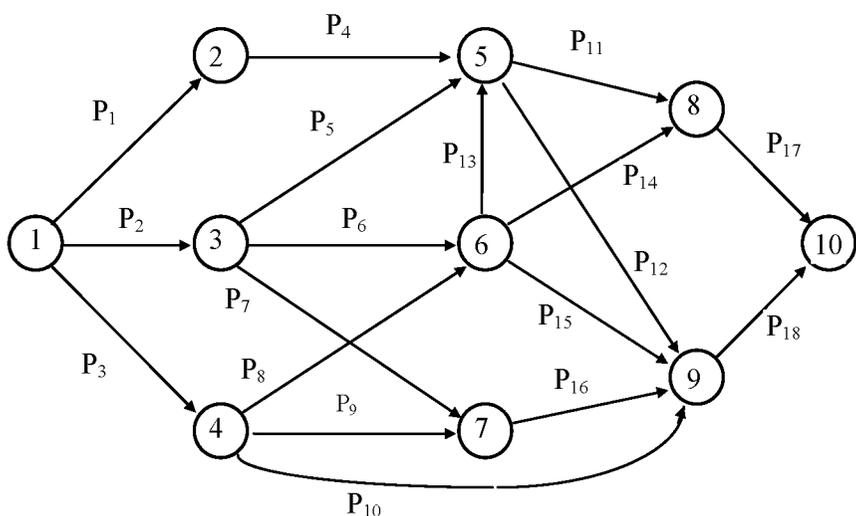


Рис.9.6. Сетевая модель выхода из аварийной ситуации

3 - имеющийся резерв времени для локализации или ликвидации аварийной ситуации - до 9 часов;

4 - имеющийся резерв времени для локализации или ликвидации аварийной ситуации - до 1,5 часов;

5 - экипаж послал сообщение об аварийной ситуации на Землю;

6 - экипажа перешел в спускаемый аппарат;

7 - одет скафандр;

8 - ремонт (устранение пробойны) корпуса орбитальной станции.

9 - установлена временная заглушка на пробойне (аварийная ситуация локализована);

10 - аварийная ситуация устранена.

Дуги графа соответствуют работам, приведенным ниже (при этом с целью упрощения обозначений номера дуг соответствуют индексам при вероятностях  $P_i$ ):

1, 2, 3 - обнаружение аварийной ситуации с различными последствиями;

4, 5, 13 - связь экипажа с Землей и сообщение об аварийной ситуации;

6, 8 - процесс перехода экипажа в спасательный корабль или спускаемый аппарат;

7, 9 - процесс облачения космонавта в скафандр;

10, 12, 15, 16 - процесс установки временной заглушки на пробоину;

11, 14 - ремонт корпуса орбитальной станции (устранение пробоины);

17, 18 - устранение аварийной ситуации.

Причем, выполнение частных работ между отдельными событиями имеет вероятностный характер, то есть, известны вероятности проведения соответствующих работ  $P_i$ , или эти вероятности можно определить какими-либо методами.

Техническая постановка задачи сводится к следующему: необходимо определить вероятность выхода из аварийной ситуации.

Математическая постановка задачи сводится к оценке вероятности парной связности узлов 1 и 10 графа при известных вероятностных характеристиках отдельных работ, производимых при выходе из аварийной ситуации.

### ***9.3.2. Оценка вероятностных характеристик отдельных работ, производимых при выходе из аварийной ситуации***

Такие вероятности могут быть назначены экспертным путем или рассчитаны теоретически. Для уточнения этих вероятностей необходимо создавать отдельные модели, испытательное оборудование и проводить эксперименты по имитированию подобных аварийных ситуаций и выхода из них.

Для успешного проведения какой-либо работы при выходе из аварийной ситуации необходимо, чтобы соблюдалось условие  $B$ , заключающееся в том, что резерв времени  $\tau_p$  на проведение этой работы был больше, чем время  $\tau_e$ , необходимое для благополучного завершения данной работы, то есть:  $\tau_p > \tau_e$ . Достаточным условием является выполнение события  $s$ , заключающегося в наличии на бор-

ту соответствующего обеспечения проведения работ по выходу из аварийной ситуации.

Таким образом, вероятность успешного проведения отдельных работ по выходу из аварийной ситуации определится через условные вероятности следующим образом:

$$P_e = P(B \wedge S) = P(B)P(S|B) = P(\tau_p > \tau_e)P[S|(\tau_p > \tau_e)].$$

Вероятность  $P[S|(\tau_p > \tau_e)]$ , как правило, оценивается эмпирическим путем на основании анализа статистических данных по полетам. Вероятность  $P(\tau_p > \tau_e)$  может быть определена аналитическим способом, если известны законы распределения случайных величин  $\tau_e$  и  $\tau_p$ , например, методом расчета надежности как вероятностной прочности:

$$P(\tau_e > \tau_p) = \int_0^{\infty} f_p(t) F_e(t) dt$$

или

$$P(\tau_e > \tau_p) = \int_0^{\infty} f_e(t) [1 - F_p(t)] dt, \quad (9.10)$$

где  $f_p(t)$ ,  $f_e(t)$ ,  $F_p(t)$  и  $F_e(t)$  функции плотности и функции распределения случайных величин  $\tau_p$  и  $\tau_e$  соответственно.

Если  $\tau_e \ll \tau_p$ , то приближенно можно принять  $P(\tau_p > \tau_e) = 1$ , если  $\tau_e \gg \tau_p$ , то  $P(\tau_p > \tau_e) = 0$ .

**Пример.** Пусть случайные величины  $\tau_e$  и  $\tau_p$  распределены по экспоненциальным законам. Тогда функция распределения  $F_p(t)$  и плотность распределения  $f_e(t)$  этих случайных величин соответственно будут выглядеть следующим образом:

$$F_p(t) = 1 - e^{-\lambda_p t} \quad \text{и} \quad f_e(t) = \lambda_e \cdot e^{-\lambda_e t},$$

где  $\lambda_p$  и  $\lambda_g$  параметры распределения соответствующих случайных величин.

Подставляем эти выражения в зависимость (9.10) и производим действия в следующей последовательности:

$$\begin{aligned}
 P(\tau_g > \tau_p) &= \lambda_g \int_0^{\infty} e^{-\lambda_g t} \left[ 1 - (1 - e^{-\lambda_p t}) \right] dt = \lambda_g \int_0^{\infty} e^{-\lambda_g t} e^{-\lambda_p t} dt = \\
 &= \lambda_g \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_g + \lambda_p)t} dt = \frac{\lambda_g}{\lambda_g + \lambda_p} e^{-(\lambda_g + \lambda_p)t} \Big|_0^{\infty} = \frac{\lambda_g}{\lambda_g + \lambda_p}.
 \end{aligned}$$

Таким образом, можно оценить вероятностные характеристики отдельных работ, производимых при выходе из аварийной ситуации.

Пусть в результате экспертного назначения, проведения расчетов или экспериментов, найдены следующие вероятностные показатели работ дуг графа в рассматриваемой задаче:

$$P_1 = 0,9; P_2 = 1; P_3 = 1; P_4 = 1; P_5 = 1; P_6 = 1; P_7 = 1; P_8 = 0,9;$$

$$P_9 = 0,8; P_{10} = 0,5; P_{11} = 0,9; P_{12} = 0,8; P_{13} = 0,9; P_{14} = 0,8;$$

$$P_{15} = 1; P_{16} = 0,7; P_{17} = 1; P_{18} = 0,7.$$

### 9.3.3. Оценка вероятности парной связности базы и антибазы графа

Для оценки вероятности парной связности узлов графа, как упоминалось, необходимо построение множества минимальных путей с последующим переходом от логических функций к вероятностным функциям, что довольно трудоемко, если размерность сети относительно большая и если этот переход осуществлять вручную.

С целью облегчения такого рода преобразований разработаны алгоритм и программа в среде Delphi 7<sup>3</sup>. Исходной для расчета является матрица смежности узлов графа. Алгоритм расчета основан, во-первых, на методах нахождения множества минимальных путей графа из одного узла графа в другой (см. п. 9.2.2 и п. 9.2.3) и, во-вторых, на использовании метода перехода от логических функций к вероятностным с помощью преобразования логической функции к совершенной дизъюнктивной нормальной форме с последующим замеще-

нием событий их вероятностями (см. пункт 8.5.3 настоящего учебно-го пособия). Алгоритм расчета множества минимальных путей графа, использованный в данной задаче, основан на переборе всех путей графа из одного узла графа в другой.

Продemonстрируем результаты решения задачи оценки вероятности выхода из аварийной ситуации, сетевая модель которой была представлена на рис. 9.6.

Матрица смежности  $C$ , необходимая в качестве исходных данных для работа программы, представлена ниже.

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

В результате выполнения программы с приведенными исходными данными был получен следующий результат:  $P = 0,9940$ .

## 10. НОРМИРОВАНИЕ НАДЕЖНОСТИ

Как было показано выше (см. раздел 2), космические аппараты, ракеты-носители, а также ракетно-космические комплексы являются сложными не только в смысле состава, но и в смысле жизненного цикла, этапов и периодов функционирования. Поэтому необходимо установить некоторые требования, которые позволят

---

<sup>3</sup> Алгоритм и программа разработаны с участием доцента Кучерова А.С.

систематизировать действия по созданию надежных летательных аппаратов и их комплексов. С этой целью используется понятие "нормирование надежности".

*Нормирование надежности* – установление в нормативно-технической документации и (или) конструкторской (проектной) документации количественных и качественных требований к надежности.

Нормирование надежности включает следующие этапы.

1. Формирование критериев отказов, повреждений и предельных состояний.
2. Выбор номенклатуры нормируемых показателей надежности космических аппаратов и составных частей.
3. Техничко-экономическое обоснование значений показателей надежности объекта и его составных частей.
4. Задание требований по надежности проектируемых летательных аппаратов в проектной документации.

Пункты 1 и 2 практически были освещены в разд. 2 настоящего пособия. Здесь же рассмотрим некоторые вопросы технико-экономического обоснования значений показателей надежности объекта и его составных частей и вопросы задания требований по надежности проектируемых летательных аппаратов в проектной документации.

### **10.1. Техничко-экономическое обоснование значений показателей надежности космического комплекса**

Структура космического комплекса была представлена на рис. 2.2. Надежность космического комплекса (КК) существенно влияет на его эффективность. Снижение надежности КК ведет к уменьшению выходного эффекта. Для установления показателей надежности КК необходимо построить зависимость выходного эффекта КК от его надежности, как это схематично показано на рис. 10.1.

Минимальное значение показателя надежности находят из условия допустимого уровня потери выходного эффекта:

$$\Delta E = E_0 - E_{\text{дон}}(P), \quad (10.1)$$

где  $E_0$  - выходной эффект при абсолютной надежности комплекса;

$E_{\text{доп}}(P)$  - допустимый выходной эффект.

Оптимальное значение показателя надежности космического комплекса (КК) зависит от его специфики. Рассмотрим некоторые варианты комплексов.

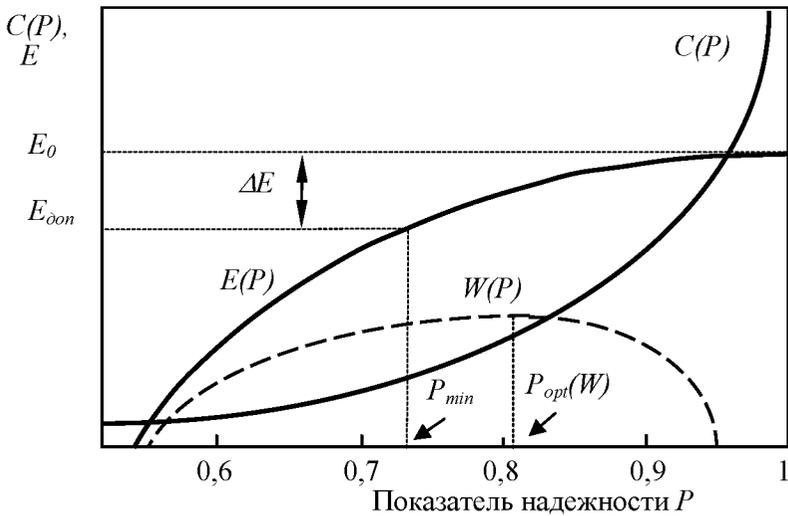


Рис.10.1. Нормирование показателей надежности

**Вариант 1.** Выходной эффект и затраты на создание космического комплекса – величины одного и того же вида (стоимость). На рис. 10.1 показаны условные графики изменения выходного эффекта  $E(P)$  и стоимости  $C(P)$  создания космического комплекса в зависимости от показателя надежности комплекса  $P$ .

Функцию разности между эффектом и стоимостью можно принять за целевую функцию

$$W(P) = E(P) - C(P). \quad (10.2)$$

Критерий выбора оптимальных значений показателей надежности будет следующим:

$$W(P) \xrightarrow{x \in X} \max,$$

где выражение  $x \in X$  представляет собой условную запись вектора ограничений различного рода (как правило, стоимостных).

Кривая  $W(P)$  показана на рис. 10.1 пунктирной линией. Максимум функции  $W(P)$  соответствует оптимальному значению показателя надежности  $P_{opt}(W)$ .

Если важно получить максимум эффекта на единицу затраченных средств (относительный эффект), то вычисляют отношение

$$K = \frac{E(P)}{C(P)} \quad (10.3)$$

и принимают его за целевую функцию, по которой можно построить критерий определения оптимальных значений надежности составляющих частей космического комплекса.

Стоимость создания космического комплекса иногда аппроксимируют следующей функцией:

$$C(P) = C_0 \frac{\ln(1-P)}{\ln(1-P_0)}, \quad (10.4)$$

где  $C_0$  и  $P_0$  - соответственно стоимость и показатель надежности прототипа.

Представить эффект в виде стоимости можно для некоторых типов космических комплексов, например для комплекса телевизионной ретрансляции.

**Вариант 2.** Выходной эффект космического комплекса выразить в единицах измерения стоимости невозможно, а стоимость потерянных аппаратов выразить в единицах стоимости можно. Этот вариант показан на рис. 10.2 условной кривой  $C_n(P)$ .

К этой группе можно отнести, например, комплексы для исследования планет солнечной системы.

Если сложить функции стоимости космического комплекса и стоимости потерянных аппаратов, то результирующую функцию можно принять за целевую при построении критерия оптимизации:

$$C_{\Sigma}(P) = C_n(P) + C(P). \quad (10.5)$$

Критерий оптимизации будет следующим:

$$C_{\Sigma}(P) \xrightarrow{x \in X} \min.$$

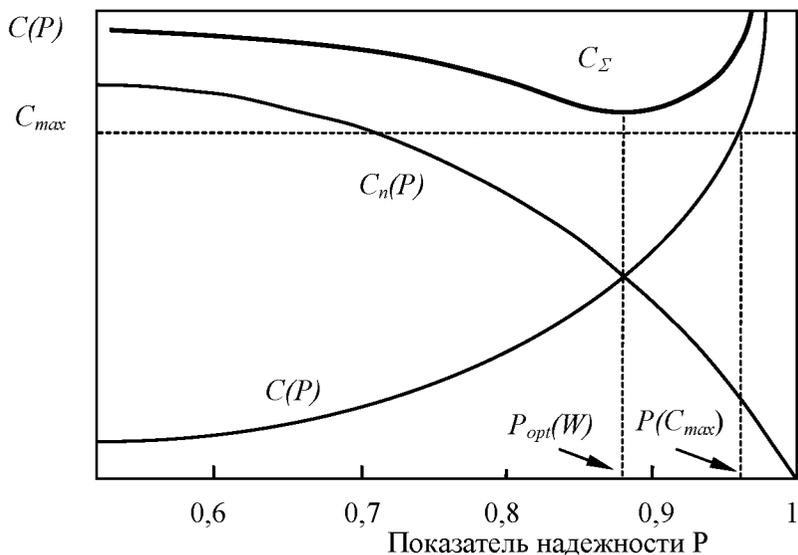


Рис.10.2. Нормирование показателей надежности

То есть, оптимальным должен быть показатель надежности космического комплекса  $P_{opt}$ , который соответствует минимуму функции (10.5) при наличии соответствующих ограничений ( $x \in X$ ).

Следует отметить, что оптимальные показатели надежности для разных критериев не совпадают.

**Вариант 3.** Эффект выразить в каких-либо единицах измерения нельзя или сложно, а стоимость потерянной информации громадна, но не поддается расчету, например для спутников военной разведки. Тогда вместо оптимального значения надежности берут показатель, соответствующий максимально возможному выделению средств  $C_{max}$  на создание космического комплекса и определяют нормируемый показатель надежности  $P(C_{max})$ , который можно обеспечить. Этот вариант также показан на рис. 10.2.

## 10.2. Нормирование надежности составных частей ракетно-космического комплекса

### 10.2.1. Нормирование надежности составных частей ракетно-космического комплекса на основе системного подхода

Приведем порядок действий при нормировании составных частей ракетно-космического комплекса на основе системного подхода.

1. Проводят декомпозицию ракетно-космического комплекса на составные части. Представляют комплекс в виде иерархической структуры, состоящей из элементов, технические и эксплуатационные характеристики которых являются независимыми. Один из возможных способов декомпозиции был показан на рис. 2.1.

2. Определяют зависимость надежности комплекса  $P_{KK}$  от показателей надежности составных элементов  $P_i$ , то есть функцию

$$P_{KK} = P_{KK}(P_1, P_2, \dots, P_i, \dots, P_n), \quad (10.6)$$

где  $n$  – количество элементов комплекса.

Такие зависимости можно найти, например, с использованием логико-вероятностных методов (см. раздел 8).

3. На функцию (10.6) и ее составные части накладывают необходимые ограничения (на величину показателя, расход ресурсов, массу элементов и систем).

4. Находят оптимальные значения показателей надежности элементов, при которых достигается максимальное значение функции (10.6) с учетом введенных ограничений:

$$P_{KK} \xrightarrow{x \in X} \max.$$

В этом выражении ограничения представлены в обобщенной форме:  $x \in X$ , где  $X$  – вектор допустимых значений по рассматриваемым параметрам.

5. Если максимальное значение функции (10.6) не совпадает с показателем надежности комплекса, назначенного при его нормировании, то решается вопрос либо о резервировании элементов комплекса, либо о послаблении требований к надежности составных элементов комплекса.

Следует заметить, что в настоящее время применение системного подхода к нормированию составных частей космического комплекса затруднено в связи с ограниченностью статистических данных по связям проектных характеристик с вероятностными характеристиками летательных аппаратов.

### ***10.2.2. Нормирование надежности ракетно-космической техники по изделиям-аналогам***

Нормирование надежности ракетно-космической техники по изделиям-аналогам основано на определении доверительных границ по результатам использования (испытаний) прототипов. Методы определения доверительных границ рассматривались ранее (см. подраздел 5.1 «Метод расчета надежности как вероятности случайного события»). Поэтому в данном пункте ограничимся лишь демонстрацией метода нормирования надежности на конкретных примерах.

#### **Пример 1. Нормирование надежности долговременной орбитальной станции (ДОС)**

Пусть в результате анализа прототипов найдены 26 аналогов долговременных орбитальных станций или их модулей (блоков). Среди них: «Заря» («Салют 1», «Салют 4», «Салют 7», серии Космос), «Алмаз» («Салют 2», «Салют 3», «Салют 5»), «Полюс», «Скайлэб», «Кристалл», «Квант 2», Блоки МКС («Заря», «Звезда») и др. Из них отказали две долговременные обитаемые станции (не вышли на орбиту по причине аварийного старта ракеты-носителя). Необходимо оценить нижнюю доверительную границу надежности проектируемого блока для доверительной вероятности  $\gamma = 0,95$ .

*Решение.* Используя таблицы биномиального закона распределения (такие таблицы приведены, например в работах [10, 26]), находим для  $\gamma = 0,95$  нижнюю доверительную границу надежности:

$$P_n = 0,7770.$$

Если брать во внимание только неотказавшие долговременные орбитальные станции ( $26 - 2 = 24$  шт.), то результаты расчета будут следующими:

$$P_n = \sqrt[24]{1 - 0,95} = 0,8827.$$

Если бы причины отказов двух долговременных орбитальных станций были установлены точно, то расчет можно проводить как для успешных испытаний. В этом случае нижнюю доверительную границу можно рассчитать по приближенной зависимости (5.5):

$$P_H = \sqrt[26]{1 - \gamma} = \sqrt[26]{1 - 0,95} = 0,8911.$$

### **Пример 2. Нормирование надежности пилотируемого космического аппарата**

Пусть в результате анализа прототипов найдены 164 аналога космического аппарата «Союз». Из них 9 полетов были неуспешными (аварийные пуски ракет-носителей, невыполнение полетного задания по причине отказа КА или гибель экипажа). Необходимо оценить нижнюю доверительную границу надежности проектируемого пилотируемого космического аппарата для доверительной вероятности  $\gamma = 0,95$ .

*Решение.* Так же как и в примере 1, используя таблицы биномиального закона распределения (см. [26], с. 286-287, табл. 5.2) находим для  $\gamma = 0,95$  нижнюю доверительную границу надежности:

$$P_n = 0,8963.$$

Если брать во внимание только неотказавшие пилотируемые космические аппараты ( $164 - 9 = 155$  шт.), то результаты расчета будут следующими:

$$P_n = \sqrt[155]{1 - 0,95} = 0,9809.$$

Опять же, как и в примере 1, если причины отказов девяти пилотируемых космических аппаратов установлены точно, то расчет можно проводить как для успешных испытаний:

$$P_n = \sqrt[164]{1 - 0,95} = 0,9819.$$

### **Пример 3. Нормирование надежности космических аппаратов и долговременных орбитальных станций с учетом времени активного существования на орбите**

Если принять, что закон распределения вероятности безотказной работы пилотируемого космического аппарата или орбитальной

станции в зависимости от времени полета подчиняется экспоненциальному закону:

$$P_n = e^{-\lambda t}, \quad (10.7)$$

и если также принять допущение, что интенсивность отказа остается неизменной (как для малого срока активного существования, так и для длительного), то нормирование надежности можно проводить следующим образом.

1. Из выражения (10.7) определяют интенсивность отказов для конкретных значений вероятности безотказной работы ( $P$ ) и времени ( $t$ ) активного существования прототипов (аналогов):

$$\lambda_0 = \frac{-\ln P_0}{t_0}.$$

2. Вероятность ( $P_{1n}$ ) безотказной работы космического аппарата или орбитальной станции для длительного срока ( $t_1$ ) активного существования находится опять же по зависимости (10.7)

$$P_{1n} = e^{-\lambda_0 t_1}.$$

Результаты расчета прогнозируемых показателей надежности проектируемых орбитальных станций (ОС) по результатам использования интенсивности отказов, полученных из обработки статистических данных летавших ранее ОС, приведены в табл. 10.1.

Таблица 10.1

Прогнозирование надежности орбитальной станции по времени полета

Тип ОС	Средний срок активного существования	Средняя интенсивность отказа $\lambda_0$ , 1/ч	Вероятность безотказной работы за время активного существования
Прототип	2 года	0,000346	$P_{0n} = 0,7770$
Проектируемая ОС	6 лет	0,000346	$P_{1n} = 0,4661$

#### Пример 4. Нормирование надежности ракет-носителей

По сообщениям в печати к 1999 г. было осуществлено 1100 пусков ракеты-носителя на базе ракеты Р-7 («Восток», «Восход», «Союз» и т.п.). В 97% случаев запуски успешные. Определить нижнюю доверительную границу надежности ракеты-носителя с доверительной вероятностью  $\gamma = 0,95$ .

*Решение.* Прежде всего, определяем количество отказавших и неотказавших ракет. В соответствии с заданным процентом можно рассчитать количество успешных запусков  $\mu=1067$  и количество отказавших ракет  $\hat{m}=33$ .

Используем таблицы биномиального закона распределения (см. также [26, с. 286-287, табл. 5.2]). В таблице таких значений ( $\mu=1067$  и  $\hat{m}=33$ ) нет. Ближайшие значения следующие:

$$\text{для } \mu = 500 \quad \text{и} \quad \hat{m}=30 \quad P_n = 0,924;$$

$$\hat{m}=35 \quad P_n = 0,914;$$

$$\text{для } \mu = \infty, \quad \text{и} \quad \hat{m}=30 \quad P_n = 1,0;$$

$$\hat{m}=35 \quad P_n = 1,0.$$

С помощью интерполяции по количеству  $\mu$  неотказавших ракет (первой интерполяции для  $\mu=1067$ ) можно получить:

$$\text{для } \hat{m}=30 \quad P_n = 0,962;$$

$$\text{для } \hat{m}=35 \quad P_n = 0,957.$$

С помощью интерполяции по количеству  $\hat{m}$  отказавших КА (второй интерполяции для  $\hat{m}=33$ ) можно получить:

$$\text{для } \mu=1067 \text{ и } \hat{m}=33 \quad P_n = 0,960.$$

Если брать во внимание только неотказавшие ракеты-носители, то результаты расчета будут следующими:

$$P_n = \sqrt[1067]{1 - 0,95} = 0,9980.$$

Если причины отказов 33 ракет-носителей установлены точно, то расчет можно проводить как для успешных испытаний:

$$P_n = \sqrt[1100]{1 - 0,95} = 0,9979.$$

### ***10.2.3. Нормирование надежности бортовых систем летательных аппаратов на основе системного подхода***

Нормирование надежности бортовых систем летательных аппаратов производится по той же процедуре, что и в пункте 10.2.1 настоящего подраздела, но с некоторыми особенностями, которые и рассмотрим здесь. Пример декомпозиции космического аппарата по бортовым системам и конструктивным элементам был приведен на рис. 2.3.

Приведем порядок действий при нормировании надежности бортовых систем летательных аппаратов на основе системного подхода составных.

1. Определяют зависимость надежности летательного аппарата от надежности бортовых систем и конструктивных элементов  $P_i^{BC}$ :

$$P^{KA} = P^{KA} (P_1^{BC}, P_2^{BC}, \dots, P_i^{BC}, \dots, P_n^{BC}), \quad (10.8)$$

где  $n$  - количество рассматриваемых систем и конструктивных элементов. Такого рода зависимости можно найти, например, с использованием методов, рассмотренных в разделах 5-9 настоящего учебного пособия. Данную функцию принимают в качестве целевой.

2. Далее отыскивают по статистике (из прототипов), рассчитываются или назначаются зависимости надежности бортовых систем и конструктивных элементов от их массы

$$P_i^{BC} = P_i^{BC} (m_i), \quad (10.9)$$

где  $m_i$  - параметр массы бортовой системы (масса конструкции  $i$ -й бортовой системы или конструктивного элемента).

3. Назначают ограничения по массе

$$\sum_{i=1}^n m_i \leq m_{KA}, \quad (10.10)$$

где  $m_{KA}$  - масса всего аппарата.

4. Ставят и решают задачу математического программирования

$$\left[ P_{i \text{ opt}}^{BC} \right]^T = \arg \max \left\{ P^{KA} \left( P_i^{BC} \right) \quad i = \overline{1, n} \left| \begin{array}{l} P_i^{BC} = P_i^{BC} (m_i) \\ \sum_{i=1}^n m_i \leq m_{KA} \\ x \in X \end{array} \right. \right\}, \quad (10.11)$$

то есть находят значения показателей надежности, при которых достигается максимум функции (10.8) с учетом функций связи (10.9), ограничений (10.10) и различного вида ограничений, которые представлены в обобщенном виде  $x \in X$ .

5. Полученные значения показателей надежности бортовых систем и конструкции летательного аппарата принимают в качестве нормированных.

Если в проектируемом летательном аппарате используются заимствованные бортовые системы и конструктивные элементы, характеристики которых по надежности и по массе известны, то их параметры в уравнениях (10.8) - (10.11) рассматриваются как фиксированные.

При недостижимости значения показателя надежности, полученного при нормировании надежности летательного аппарата, решается вопрос о резервировании элементов бортовых систем или повышении требований к разрабатываемым системам. В крайнем случае констатируется факт недостижимости требуемой надежности летательного аппарата при современном уровне элементной базы.

Однако использование системного подхода к нормированию составных частей летательного аппарата в настоящее время сдерживается в связи с ограниченностью статистических данных по влиянию массы бортовых систем на показатели их надежности.

#### *10.2.4. Метод нормирования надежности бортовых систем летательного аппарата с помощью весовых коэффициентов*

Этот метод основан на приближенной зависимости расчета надежности элемента, полученной из экспоненциального закона при разложении в ряд Тейлора с точностью до линейных членов разложения

$$P = e^{-\lambda t} \approx 1 - \lambda t .$$

Для системы с последовательным соединением элементов в смысле надежности можно получить

$$P_c = \prod_{i=1}^n P_i = \prod_{i=1}^n e^{-\lambda_i t} = e^{-\sum \lambda_i t} \approx 1 - \sum_{i=1}^n \lambda_i t = 1 - \sum_{i=1}^n q_i = 1 - Q_c ,$$

где  $n$  - количество рассматриваемых бортовых систем;

$\lambda_i$  - интенсивность отказа  $i$ -й бортовой системы;

$t$  - время работы;

$Q_c$  - вероятность отказа системы, которая приближенно оценивается по следующей зависимости:

$$Q_c = \sum_{i=1}^n q_i .$$

Суть метода нормирования надежности бортовых систем летательного аппарата с помощью весовых коэффициентов состоит в том, что уменьшение вероятности отказа  $\Delta q_i$  какой-либо бортовой системы проектируемого летательного аппарата (ЛА) пропорционально уменьшению вероятности отказа  $\Delta Q_i$  того же ЛА в целом, то есть

$$\Delta q_i = k_i \cdot \Delta Q , \tag{10.12}$$

где  $k_i$  - весовой коэффициент по отказам, который определяется по изделиям-аналогам.

Весовой коэффициент по отказам представляет собой отношение вероятности отказа  $q_{0i}$  рассматриваемой бортовой системы прототипа летательного аппарата к вероятности отказа  $Q_0$  прототипа летательного аппарата в целом (или к сумме вероятностей отказа бортовых систем летательного аппарата):

$$k_i = \frac{q_{0i}}{Q_0} = \frac{q_{0i}}{\sum q_{0i}} . \tag{10.13}$$

Если прототипа нет, то приближенно полагают, что весовые коэффициенты для всех бортовых систем равны. В этом случае весовые коэффициенты подсчитываются по следующей зависимости:

$$k_i = \frac{1}{n}.$$

Формулой (10.12) не очень удобно пользоваться для нормирования надежности бортовых систем проектируемого летательного аппарата, так как искомые вероятности отказа присутствуют в ней в неявном виде. Получим более удобную для расчета формулу, в которую вероятности отказа бортовых систем и летательного аппарата входят в явном виде.

Представим выражение (10.8) в следующем виде:

$$(q_{0i} - q_i) = k_i(Q_0 - Q),$$

где  $q_i$  - вероятность отказа  $i$ -й бортовой системы проектируемого летательного аппарата;

$Q$  - вероятность отказа проектируемого летательного аппарата.

Подставляя в эту зависимость выражение (10.13), получаем:

$$(q_{0i} - q_i) = \frac{q_{0i}}{Q_0}(Q_0 - Q).$$

Решаем данное уравнение относительно вероятности отказа  $i$ -й бортовой системы  $q_i$ , проводя алгебраические преобразования в следующей последовательности:

$$q_{0i} Q_0 - q_i Q_0 = q_{0i} Q_0 - q_{0i} Q;$$

$$-q_i Q_0 = -q_{0i} Q;$$

$$q_i = q_{0i} \frac{Q}{Q_0}. \quad (10.14)$$

Это и есть искомая формула, которой удобно пользоваться для нормирования надежности бортовых систем проектируемого летательного аппарата. Следует заметить, что в этой формуле отсутст-

вуют в явном виде весовые коэффициенты по отказам бортовых систем, что несколько упрощает расчет.

Приведем алгоритм нормирования показателей надежности бортовых систем проектируемого летательного аппарата.

### Алгоритм

1. Выбирают прототип летательного аппарата, для которого известен показатель надежности  $P_0^{KA}$  и показатели надежности его бортовых систем  $P_{0i}^{BC}$ .

2. Рассчитываются вероятность отказа прототипа

$$Q_0^{KA} = 1 - P_0^{KA} \quad (10.15)$$

и вероятности отказов бортовых систем прототипа ЛА

$$q_{0i}^{BC} = 1 - P_{0i}^{BC} \quad (10.16)$$

3. По заданному значению надежности  $P^{KA}$  проектируемого летательного аппарата определяется вероятность его отказа

$$Q^{KA} = 1 - P^{KA} \quad (10.17)$$

4. Рассчитываются вероятности отказа бортовых систем проектируемого летательного аппарата по следующей зависимости:

$$q_i^{BC} = q_{0i}^{BC} \frac{Q^{KA}}{Q_0^{KA}} \quad (10.18)$$

5. Рассчитываются показатели надежности бортовых систем проектируемого летательного аппарата по следующей зависимости:

$$P_i^{BC} = 1 - q_i^{BC} \quad (10.19)$$

Эти показатели принимаются за нормированные показатели надежности бортовых систем проектируемого летательного аппарата.

Анализируя выражение (10.18) видим, что нормированное значение вероятности отказа бортовой системы пропорционально вероятности отказа аналога бортовой системы, причем коэффициент пропорциональности представляет собой отношение вероятности отказа проектируемого летательного аппарата к вероятности отказа аналога (прототипа).

**Пример.** Необходимо провести нормирование надежности бортовых систем проектируемого космического аппарата при следующих исходных данных: показатель надежности проектируемого КА  $P_0^{KA} = 0,90$ ; показатель надежности прототипа  $P_0^{KA} = 0,82$ ; показатели надежности бортовых систем прототипа  $P_{0i}^{BC}$  приведены в табл. 10.2.

Таблица 10.2

Пример нормирования показателей надежности бортовых систем космического аппарата по изделиям-аналогам

Бортовые системы	$P_{0i}^{BC}$	$q_{0i}^{BC}$	$k_i$	$q_i^{BC}$	$P_i^{BC}$
1. ОЭТК	0.980	0.020	0.111	0.011	0.989
2. ВРЛ	0.990	0.010	0.055	0.006	0.994
3. СУД	0.950	0.050	0.277	0.028	0.972
4. БВС	0.960	0.040	0.222	0.022	0.978
5. БСТИ	0.970	0.030	0.166	0.017	0.983
6. СОТР	0.970	0.030	0.166	0.017	0.983
7. СЭП	0.999	0.001	0.003	0.000	1.000
8. КДУ	0.995	0.005	0.028	0.003	0.997
9. Др.	0.990	0.010	0.055	0.006	0.994

В этой таблице введены следующие обозначения:

БС - бортовая система;

ОЭТК - оптико-электронный телескопический комплекс;

ВРЛ - высокоскоростная радиолиния;

СУД - система управления движением;

БВС - бортовая вычислительная система;

БСТИ - бортовая система телеметрической информации;

СОТР - система обеспечения теплового режима;

СЭП - система электропитания;

КУ - комплексная двигательная установка;

Др. - другие системы.

*Решение.* Расчет проведем в соответствии с приведенным алгоритмом.

Вероятность отказа прототипа космического аппарата составляет

$$Q_0^{KA} = 1 - P_0^{KA} = 1 - 0,82 = 0,18,$$

а вероятность отказа проектируемого космического аппарата

$$Q^{KA} = 1 - P^{KA} = 1 - 0,90 = 0,10.$$

Результаты расчета по отказам и показателям надежности бортовых систем прототипа и проектируемого космических аппаратов (промежуточные и окончательные) представлены также в табл. 10.2.

Значения весовых коэффициентов рассчитаны по формуле (10.13) и приведены в таблице только для анализа доли отказа рассматриваемой бортовой системы в значении вероятности отказа космического аппарата.

На рис. 10.3 приведена иллюстрация пропорционального уменьшения вероятностей отказа бортовых систем космического аппарата.

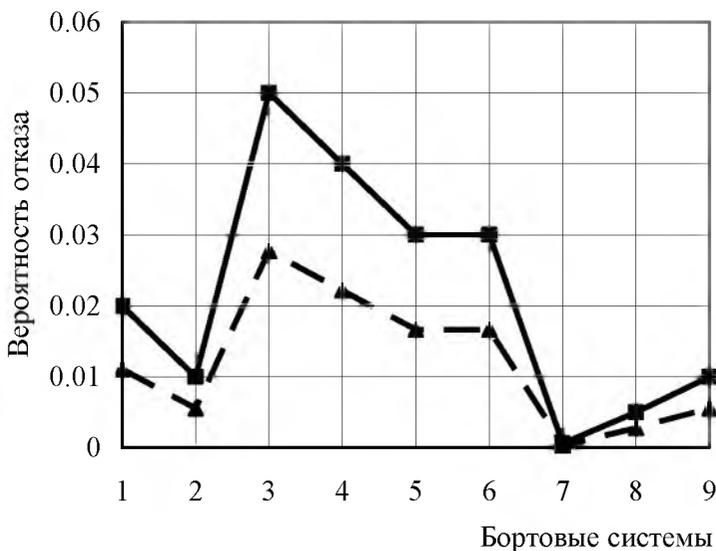


Рис. 10.3. Иллюстрация пропорционального уменьшения вероятностей отказа бортовых систем КА

На этом рисунке по оси абсцисс отложены номера бортовых систем в соответствии с табл. 10.2. Квадратиками на рисунке отмечены значения вероятностей отказа бортовых систем КА-прототипа, а треугольниками - проектируемого КА.

### *10.2.5. Нормирование надежности составных частей бортовых систем летательных аппаратов*

Нормирование надежности составных частей бортовых систем летательных аппаратов производится аналогично, что и нормирование надежности самих систем.

На рис. 10.4 показана декомпозиция системы обеспечения теплового режима (СОТР) КА.



Рис. 10.4. Декомпозиция системы обеспечения теплового режима космического аппарата

Декомпозицию осуществляют до уровня, при котором выполняются следующие условия:

1. Показатели надежности элементов известны (например, паспортные данные).
2. Показатели надежности можно рассчитать известными методами.

3. Показатели надежности можно определить только из эксперимента.

При проектировании летательного аппарата, как упоминалось, установить оптимальное значение показателей надежности не всегда удастся. Это связано, во-первых, с наличием определенных ограничений (массовых, стоимостных, временных и т.п.), во-вторых, с использованием уже разработанных ранее систем, подсистем, элементов, у которых уже известны показатели надежности.

Таким образом, выше рассмотрены вопросы нормирования показателей надежности космической системы, космического комплекса, летательных аппаратов, бортовых систем и их элементов.

### 10.3. Задание требований по надежности проектируемых летательных аппаратов

Ниже в качестве примера приведены значения некоторых показателей надежности для типового ракетно-космического комплекса, которые обычно представляются в тактико-техническом задании:

- вероятность вывода космического аппарата в заданную область пространства с заданным вектором скорости и заданным временем  $\geq 0,97$  при доверительной вероятности  $\gamma = 0,9$ ;
- вероятность успешного запуска  $\geq 0,983$  ( $\gamma = 0,9$ );
- вероятность выполнения средствами наземного комплекса управления мероприятий суточного технологического цикла управления  $\geq 0,957$  ( $\gamma = 0,9$ );
- вероятность безотказной работы средств приема и обработки информации за время сеанса связи  $\geq 0,99$  ( $\gamma = 0,9$ ) и др.

Приведем проектные значения надежности некоторых типов летательных аппаратов, которые задавались на ранних этапах проектирования.

- Аполлон – 95% – вероятность выполнения задания;  
99,9% – вероятность спасения экипажа.
- Шаттл – 96,7% – вероятность выполнения задания.
- Гермес – 98% – вероятность выполнения задания;  
99,95% – вероятность спасения экипажа.

Надежность КА существенно зависит от времени создания и времени активного существования. Так, для спутника типа "Бион", "Ресурс", время эксплуатации которого 14 суток, показатель надежности составлял 95%, а для метеоспутников с временем активного существования полгода - год он может быть порядка 65%.

Надежность долговременных обитаемых станций поддерживается соответствующим техническим обслуживанием и ремонтом.

Процесс нормирования показателей надежности составных частей космической системы и космического комплекса проводится по схеме «сверху-вниз» и является итерационным. При этом он неразделим с обратным процессом, а именно с процессом прогнозирования надежности изделий при проектировании, который проводится по схеме «снизу-вверх». Нормированные значения показателей надежности постоянно корректируются в связи с появлением «неувязок» с прогнозируемыми показателями надежности. В результате итераций можно приблизиться к оптимальным показателям надежности. В этом случае показатели принято называть рациональными.

В этой связи в процессе различных этапов проектирования постоянно меняются требования по надежности составных частей ракетно-космического комплекса. На начальной стадии проектирования показатели надежности приводятся в тактико-технических требованиях на комплекс в целом. Показатели надежности сначала, как правило, назначают по изделиям-аналогам. На последующих этапах проектирования появляется более детальный облик ракетно-космического комплекса и задаются показатели надежности составных частей, а по мере накопления данных в процессе длительного проектирования эти показатели уточняются.

Ниже в таблицах 10.3 и 10.4 приведены данные по надежности ракетно-космической техники на период до 1989 года, которые заимствованы из работы [51], где используется наиболее простой показатель надежности космической техники, а именно процент успешных пусков или полетов, который соответствует математическому ожиданию показателя надежности (или статистической оценке показателя надежности при доверительной вероятности 50%). Такой показатель еще называют "точечной оценкой надежности" (не путать с термином "точный!").

Задание требований к точности и достоверности исходных данных по надежности зависит от количества испытаний и отказов изделий-аналогов. Это делается с помощью оценки доверительных границ (см. пункт 10.2.2).

Сравнительные характеристики надежности современных отечественных и зарубежных ракет-носителей и космических аппаратов с учетом нижних доверительных границ приведены в табл. 10.5 и 10.6.

Таблица 10.3

Надежность основных отечественных ракет-носителей  
(результаты пусков с 1.01.70 по 1.04.89)

Типы РН	Всего пусков	Неудачных	Точечная оценка надежности, %
Протон	132	10	92,4
Союз	578	12	97,9
Восток	92	1	98,9
Молния	193	10	94,8
Космос	333	14	95,8
Циклон	75	2	97,3
Зенит	21	0	100
Энергия	2	0	100

Таблица 10.4

Надежность основных западных ракет-носителей  
(данные на 1989 год)

Ракеты	Всего пусков	Неудачны	Точечная оценка надежности, %
Space Shuttle	30	1	96,7
Titan	141	6	95,7
Ariane	33	1	97,0
Atlas-Centaur	67	11	83,6
Delta	187	12	93,6
Scout	112	14	87,5
Сатурн V	33	0	100

Таблица 10.5

Сравнительные характеристики надежности  
отечественных и зарубежных ракет-носителей

Страна	Тип РН	Вероятность безотказной работы			
		за весь период эксплуатации		за последние 10 лет	
		точечная оценка	нижняя граница с $\gamma = 0,9$	точечная оценка	нижняя граница с $\gamma = 0,9$
РОССИЯ	«Союз»	0,97	0,965	0,99	0,983
	«Молния»	0,9	0,869	0,98	0,931
	«Протон»	0,92	0,893	0,98	0,94
УКРАИНА	«Зенит»	0,8	0,677	0,72	0,545
	«Циклон»	0,97	0,949	0,966	0,912
ФРАНЦИЯ	«Ариан»	0,93	0,888	0,95	0,910
США	«Дельта»	0,941	0,906	0,952	0,925
	«Атлас»	0,879	0,816	0,949	0,890
	«Титан»	0,930	0,9	0,914	0,819
КИТАЙ	«СЗ»	0,942	0,868	0,969	0,884
ЯПОНИЯ	«Н»	0,936	0,837	0,91	0,69

Таблица 10.6

Сравнительные характеристики надежности отечественных  
и зарубежных космических аппаратов

Страна	Тип КА	Вероятность безотказной работы КА по результатам эксплуатации	Вероятность безотказной работы КА, пересчитанная на $T_{AC}=1$ год
США	Landsat	0,857	0,968
США	NOAA	0,875	0,956
США	КН-11(12)	0,96	0,987
Франция	Spot	0,91	0,97
Россия	Ресурс-Ф1	0,98	0,87
Россия	Силуэт	0,92	0,82
Россия	Янтарь	0,95	0,9

## **11. ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОБЕСПЕЧЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ НА РАЗЛИЧНЫХ ЭТАПАХ ЖИЗНЕННОГО ЦИКЛА**

Как упоминалось, в настоящее время при создании ракетно-космических комплексов используется разумное сочетание расчетных и организационно-технических методов обеспечения надежности систем и изделий ракетно-космической техники.

Расчетные методы используются для выбора наиболее приемлемых с точки зрения надежности технических решений создаваемых систем и изделий и задания значений показателей надежности в нормативной, проектной и конструкторской документации.

Однако обеспечить расчетные значения показателей надежности при воплощении проекта в реальные конструкции и системы не так просто. Для этого используется специальный комплекс организационно-технических методов обеспечения надежности, позволяющий осуществлять практическую реализацию расчетных характеристик и создаваемых систем и изделий, в том числе проектных показателей надежности.

Ракетно-космические комплексы всегда относились по количеству производимых изделий к малосерийной продукции. В этой связи отработка изделий и подтверждение их характеристик, в том числе и показателей надежности, всегда была непростой задачей. Тем не менее, для летной отработки и подтверждения заданных тактико-технических характеристик, в том числе и показателей надежности, еще не так давно предоставлялось несколько космических аппаратов. Малое число изделий для отработки в некоторой степени компенсировалось организационно-техническими мероприятиями обеспечения надежности.

За последние 10-15 лет постоянно происходит сокращение количества запусков космических аппаратов, так как срок активного существования некоторых типов КА, например, космических аппаратов наблюдения, значительно увеличился (до 7-10 лет). Такие космические аппараты, как правило, являются уникальными (единич-

ными в производстве) и дорогостоящими, их отказы связаны с большими потерями труда, времени и средств. Летные испытания и отладку работы бортовых систем, как правило, проводят с помощью проектных организаций и наземного комплекса управления на том же экземпляре КА, который предназначен для длительного функционирования по целевому назначению. Поэтому роль организационно-технических методов обеспечения надежности для такого рода КА особенно актуальна.

Организационно-технические методы реализуются на основе программно-целевого планирования принимаемых решений на всех стадиях жизненного цикла создания ракетно-космического комплекса, то есть на стадиях:

- эскизного проектирования;
- разработки рабочей документации;
- наземной экспериментальной отработки;
- летных испытаний;
- серийного производства.

Основными документами такого планирования являются:

- программа обеспечения надежности (ПОН);
- комплексная программа экспериментальной отработки (КПЭО);
- программа повышения надежности (ППН).

Очень важным является требование о составлении этих документов на ракетно-космический комплекс в целом и на все его основные составные части (элементы), это позволяет разумно распределить задачи подтверждения показателей надежности в соответствии с иерархией (структурой) ракетно-космического комплекса.

Рассмотрим эти программы последовательно.

### **11.1. Программа обеспечения надежности**

Типовая структура и содержание ПОН изложены ниже.

1. Анализ требований по надежности, оценка их принципиальной выполнимости, выбор изделий аналогов.
2. Анализ организационно-технических требований.

3. Нормирование надежности составных частей летательных аппаратов.
  4. Составление перечня возможных отказов (на этапе эскизного проектирования).
  5. Анализ видов , последствий и критичности возможных отказов (на этапах технического проектирования, экспериментальной отработки и эксплуатации).
  6. Состав перечня возможных нештатных ситуаций.
  7. Обоснование различных видов резервирования.
  8. Перечень расчетно-теоретических работ.
  9. Перечень экспериментальных работ (который развивается затем в КПЭО).
  10. Контрольные сроки и порядок контроля.
  11. Финансы.
- Рассмотрим некоторые пункты этой программы подробнее.

### *11.1.1. Анализ требований по надежности*

Как правило, заказчик желает получить высокие значения показателей надежности проектируемых изделий и систем. Однако такое желание не всегда можно обеспечить в процессе создания ракет-носителей и космических аппаратов. Чтобы подтвердить возможность достижения заданных требований по надежности и проводится анализ требований по надежности, оценка их принципиальной выполнимости. На начальных этапах проектирования такая оценка производится на основе анализа надежности изделий-аналогов.

Естественно, что показатели надежности новой проектируемой техники или систем не должны быть ниже показателей надежности аналогов, но и также не должны быть существенно выше них.

### *11.1.2. Анализ организационно-технических требований*

При создании новых изделий или при повышенных требованиях по надежности проектируемой техники могут возникнуть проблемы, связанные с необходимостью привлечения новых смежников или проведения некоторых видов испытаний, которые до этого не прово-

дились. Для выяснения этих вопросов проводится анализ организационно-технических требований. Например, при создании комплекса «Энергия-Буран» пришлось построить на Байконуре специальный корпус с мощными вибростендами, на которых испытывалась ракета-носитель целиком (в вертикальном положении). Для огневых испытаний двигателей ракеты-носителя «Энергия» также на Байконуре был построен специальный стенд старт. А для того, чтобы экспериментально подтвердить свойства теплозащитного покрытия «Бурана», в Подмоскowie была построена вакуумная камера с имитатором температурного режима, в которой испытывался «Буран».

### 11.1.3. Нормирование надежности составных частей летательных аппаратов

Методы нормирования надежности были рассмотрены в разделе 10. Здесь же приведем только форму представления результатов, которая принята при разработке программы обеспечения надежности по изделиям аналогам (см. табл. 11.1). Стоки таблицы с многоточиями означают, что показан лишь фрагмент таблицы, взятый из какой-то сечастии.

Таблица 11.1

Нормирование надежности бортовых систем по изделиям-аналогам

Наименование системы или элемента	Условное обозначение	Аналог и характеристики надежности	Источник информации	Требования к надежности системы или элемента	Примечание
...	...	...	...	...	...
Тормозная двигательная установка	ТДУ	11Д44 $P_{BC} = 0,999$ $P_{СИ} = 0,998$	КБХМ, [123]	11Д57 $P_{BC} = 0,999$ $P_{СИ} = 0,999$	На стадии отработки
Система отделения	СО ТДУ	Существующая, 0,9995-0,9999	ЦСКБ	0,9999	Отработана
...	...	...	...	...	...

В этой таблице приведены следующие обозначения:

$P_{БС}$  - вероятность безотказного срабатывания;

$P_{СИ}$  - вероятность выдачи заданного суммарного импульса.

Нормирование бортовых систем по весовым коэффициентам было представлено табл. 10.2 (см. пункт 10.2.4).

#### ***11.1.4. Анализ видов, последствий и критичности отказов***

Анализ видов, последствий и критичности отказов проводят для оборудования, систем изделий с целью определения возможных видов отказов для каждого элемента оборудования, системы в пределах его выполняемой функции и оценки влияния каждого конкретного вида возможного отказа на заданные характеристики оборудования, подсистемы и изделия в целом.

Анализ может проводиться или методом "сверху вниз" (то есть от "аварии" (аварийной ситуации) до определения вида отказов элементов вызвавших это событие) или методом "снизу вверх" (то есть от исследования последствий видов отказов элементов до "аварии" изделия) или их сочетанием. При этом на ранних стадиях проектирования предпочтение должно отдаваться методу "сверху вниз".

При проведении анализа видов, последствий и критичности отказов используются термины и определения, которые были приведены в разделе 3 настоящего учебного пособия: *безотказность, работоспособность, отказ, критичный отказ, срок службы*. Кроме того, используются специфические термины и определения:

*Критичные (особо ответственные) элементы изделия* – особо ответственные детали, сборочные единицы, составные части изделия, технологические параметры, функции, связи, межструктурные сопряжения, отказ которых приводит к отказу изделия, возникновению аварийной ситуации или невыполнению поставленной задачи.

*Категория тяжести* – классификационная группа тяжести последствий отказа, определяемая в виде качественного значения наносимого последствием отказа ущерба.

*Деградационный отказ* – отказ, обусловленный естественными процессами старения, изнашивания, коррозии и усталости при со-

блюдении всех установленных правил и (или) норм проектирования, изготовления и эксплуатации.

*Нагрузочное резервирование* – способность элементов воспринимать дополнительные нагрузки сверх номинальных, а также способность объекта перераспределять нагрузки между элементами.

Уровень критичности каждого вида отказа определяют по наиболее тяжелым его последствиям (худший случай) в соответствии с категориями, приведенными в табл. 11.2.

Таблица 11.2

Уровень критичности	Последствия отказа	
4	Категория катастрофическая	Отказ приводит к полному отказу системы (оборудования) или космического аппарата
3	Категория критическая	Отказ приводит к серьезным нарушениям функционирования системы (оборудования), постоянному ограничению в работе КА
2	Категория значительная	Отказ приводит к потере системой (оборудованием) некоторых эксплуатационных свойств, к возникновению перерывов в работе КА
1	Категория незначительная	Отказ не приводит к потере эксплуатационных характеристик системы (оборудования), но приводит к снижению уровня надежности (уровня резервирования) или полноты телеметрического контроля

При проведении анализа видов, последствий и критичности отказов должны быть рассмотрены:

- виды отказов, инициируемые отказами оборудования;
- сбои программного обеспечения;
- отказы интерфейсов между функциональными элементами;
- ошибки персонала при управлении изделия, наземных испытаниях, транспортировке и хранении.

В результате проведения анализа видов, последствий и критичности отказов должны быть определены:

- места единичного отказа;
- отказы, вызывающие перерывы в работе;
- отказы, вызывающие снижение уровня безопасности;
- критичные элементы;
- недостатки проекта, конструкции аппаратуры (если выявлены) по обеспечению заданной надежности;
- наличие соответствующих возможностей, таких как телеметрическая информация и команды управления, для определения и парирования выявленных отказов;
- способы проверки всех резервных элементов при имитации возможных видов отказов на максимально возможную глубину на соответствующих интеграционных уровнях;
- необходимые работы при эксплуатации для предотвращения и устранения отказов, включаемые в инструкции по эксплуатации.

Основой для проведения анализа видов, последствий и критичности отказов оборудования (АВПКО), системы являются результаты функционального анализа - функциональная схема оборудования, системы, которая помещается в отчете по АВПКО. Для каждой функции должны быть определены все возможные виды отказов функциональных устройств и связей между ними, отвечающих за её выполнение.

При выполнении анализа видов, последствий и критичности отказов для оборудования анализ проводят для всех функций, определенных в техническом задании на оборудование, либо перечень функций формирует подразделение, выдавшее техническое задание.

К уровню критичности добавляется индекс ТЕО для единичного отказа, индекс П, если отказ приводит к перерыву в работе, и индекс Р, если обеспечивается резервирование.

Выявленные по результатам анализа видов, последствий и критичности отказов оборудования элементы, отнесенные к категории критичности 4 и 3, подлежат включению в перечень и программу контроля критичных элементов.

Результаты анализа видов, последствий и критичности отказов оборудования представляют в виде таблицы, форма и пример заполнения которой для баков и каркасных отсеков конструкции РН приведены в табл. 11.3.



## Возможные отказы баков и каркасных

Код элемента	Наименование элемента	Вид (описание) отказа	Возможные причины отказа	Последствия отказа			Способы и средства обнаружения и локализации отказа
				На рассматриваемом уровне	На вышестоящем уровне	На уровне изделия	
1	2	3	4	5	6	7	8
	Корпус бака "О", корпус бака "Г"	1. Негерметичность корпусов и элементов конструкции баков	1. Дефект в сварном или в основном материале 2. Деформация бака из-за непатного перепада давления на любой стадии эксплуатации изделия 3. Ошибка в расчете нагрузок 4. Ошибка в расчете на прочность	Возникновение пожаро взрывоопасной ситуации в отсеках		Нарушение нормального функционирования изделия. Возможно как частичное невыполнение задачи пуска, так и аварийное прекращение полета	Обнаружение отказа происходит косвенно по показателям телеметрии. Локализация отказа невозможна
		2. Разрушение бака				Разрушение изделия	
	Приборный отсек Силовое кольцо Хвостовой отсек	Разрушение конструкции	1. Ошибка в расчете нагрузок 2. Ошибка в расчете на прочность 3. Неучтенное влияние принятых (возможных) отступлений от документации по карточке разрешения при изготовлении			Нарушение нормального функционирования изделия. Возможно как частичное невыполнение задачи пуска, так и аварийное прекращение полета	Локализация отказа на изделии невозможна

Таблица 11.3

## отсеков конструкции ракеты-носителя

Категория тяжести последствий отказа	Мероприятия по устранению отказа			Вероятность отказа
	При проектировании	При изготовлении	При эксплуатации	
9	10	11	12	13
II или III	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Проведение расчетов нагрузок и прочности</li> <li>2. Назначение в конструкторской документации сварки I категории.</li> <li>3. Статистические и динамические испытания</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Применение сертифицированного материала баков</li> <li>2. Входной контроль материала</li> <li>3. Рентгеноконтроль сварных швов</li> <li>4. Опрессовка баков</li> </ol>	Соблюдение требований эксплуатационной документации по наддуву баков (при необходимости) на всех этапах эксплуатации	Отказ маловероятен (менее 0,0001)
IV	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Применение материалов, обладающих хорошей свариваемостью</li> <li>2. Назначение толщины материалов в зонах сварных швов с учетом термического разупрочнения материалов</li> <li>3. Проведение расчетов на прочность с коэффициентом безопасности <math>\geq 1</math></li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Разработка перечня критических технологических операций</li> <li>2. Разработка перечня операций, проводимых под особым контролем</li> <li>3. Ведение перечня отступления от конструкторской документации и изготовление по карточкам разрешения</li> </ol>		Отказ маловероятен (менее 0,0001)
III или IV	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Проведение расчетов нагрузок, прочности</li> <li>2. Планирование необходимого объема экспериментальной отработки</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Применение сертифицированного материала баков. Входной контроль</li> <li>2. Составление перечня операций проводимых под особым контролем</li> </ol>	Соблюдение требований эксплуатационной документации	Отказ маловероятен (менее 0,0001)

### 11.1.5. Обоснование различных видов резервирования

*Резервирование* – способ обеспечения надежности объекта за счет использования дополнительных средств или возможностей, избыточных по отношению к минимально необходимым для выполнения требуемых функций.

Например, если высокоскоростная линия передачи видеoinформации с космического аппарата наблюдения имеет две антенны, в то время как для нормальной работы системы передачи достаточно одной антенны, то вторая антенна является резервной. Следует однако отметить, что такой пример резервирования справедлив, если скорость передачи информации не является критической.

*Нагруженный резерв* – резерв, который содержит один или несколько резервных элементов, находящихся в режиме основного элемента. Например, два температурных датчика в одной магистрали системы обеспечения теплового режима (СОТР). Нагруженный резерв можно изобразить условно так, как это показано на рис. 11.1, а, где прямоугольниками обозначены элементы 1 и 2.

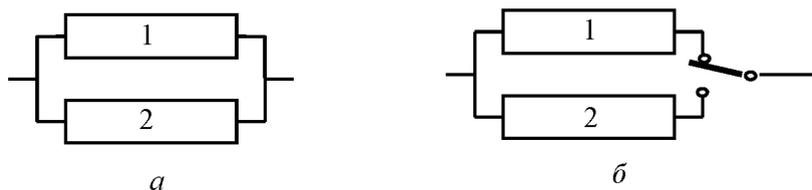


Рис. 11.1. Нагруженный и ненагруженный резервы

*Ненагруженный резерв* отличается от нагруженного тем, что резервный элемент не включен до момента выполнения им функций основного элемента (рис. 11.1, б).

Схемы *общего и отдельного* резервирования показаны на рис. 11.2 и 11.3. При общем резервировании резервируется целиком объект, а при отдельном – отдельные составляющие элементы этого объекта.

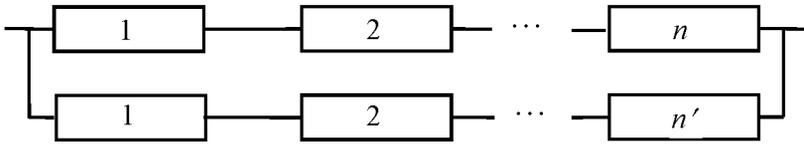


Рис. 11.2. Общее резервирование

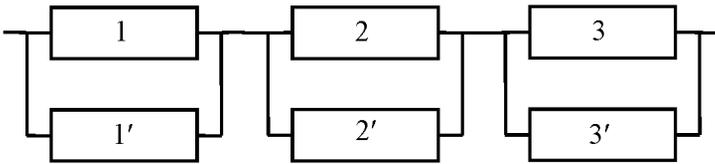


Рис. 11.3. Раздельное резервирование

При *скользящем* резервировании резервный элемент может заменить любой из отказавших элементов группы, как это схематично показано на рис. 11.4.

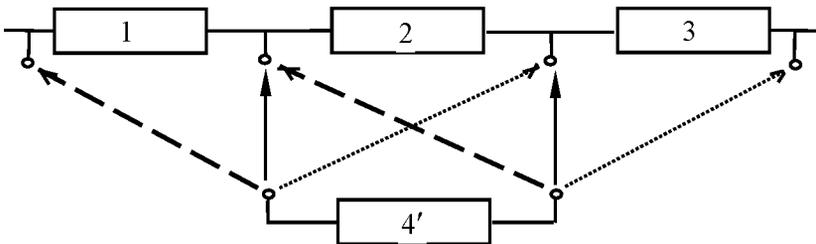


Рис. 11.4. Скользящее резервирование

*Мажоритарное резервирование* – метод повышения надежности с применением принципа "голосования". Например, "Спейс Шаттл" содержит 5 ЭВМ, решение о выполнении той или иной команды принимается, когда команду выдадут не менее трех ЭВМ.

*Толерантное резервирование.* Система называется толерантной, если для обнаружения, локализации и устранения собственных неисправностей она не требует вмешательства человека. Например, толерантность бортовых вычислительных систем "Спейс Шаттл" достигается при использовании одновременно трех форм избыточности: аппаратной, программной и временной.

Программная избыточность реализуется:

дублированием в памяти особо важных программ и данных;  
тестовыми и диагностическими программами на различном программном уровне;

избыточностью, которая наряду с другими функциями должна способствовать возможности осуществления повторного запуска рабочих программ.

Временная избыточность преследует две цели:

возможность обнаружить ошибку с помощью вторичного выполнения программы;

возможность восстановить вычислительный процесс после обнаружения ошибки.

*Функциональное резервирование* - это резервирование, при котором функции отказавшего элемента передаются другому элементу, выполняющему эти функции другими способами. Например, при отказе спутника-ретранслятора передача видеoinформации может вестись на наземные пункты приема. При отказе гироскопа датчика направления осей ориентации космического аппарата ориентацию можно проводить с помощью интегратора угловых скоростей.

Следует отметить, что при использовании резервирования (кроме нагруженного) следует учитывать надежность переключающих устройств, что оценивается с помощью показателя вероятности успешного перехода на резерв за время, не превышающее заданное.

Поскольку космический аппарат является сложным роботом, то возможно в принципе использование методов резервирования, заложенных в живой природе. Приведем выдержки из работы [43].

"В организме на всех уровнях существует избыток структурных элементов, выполняющих ту или иную функцию. Например, нейронов глазного нерва, управляющего движением глаза, в организме 25 тысяч, а в обычных условиях используются лишь 4 тысячи. Итак, во

всем есть избыток функционирующих элементов, каналов связи (нервов), управляющих систем (например, 13 гормонов вызывают сокращение легочной артерии, 7 – ее расслабление). Увеличение нагрузки компенсируется не ростом действующих элементов, не усилением режима их работы, а именно подключением дополнительных элементов. И те, и другие элементы при этом действуют без перегрузки.

Болезни происходят тогда, когда достигается предел возможностей резервирования. Отдельные элементы, правда, восстанавливаются или заменяются новыми. В особых случаях функции вышедшей структуры принимают на себя резервные. Так, при удалении селезенки лимфатические узлы брызжейки становятся и узлами кроветворения".

### *11.1.6. Перечень расчетно-теоретических работ*

Такой перечень необходим для достижения, подтверждения и контроля заданного уровня надежности ракетно-космических комплексов и составных частей.

Выбор необходимого перечня расчетных работ определяется степенью новизны создаваемого изделия. При проектировании современного изделия, не имеющего аналогов, выполняется весь комплекс расчетных работ.

Первым направлением расчетных работ являются расчеты на функционирование, позволяющие теоретически определить значения выходных характеристик, которые могут быть получены новым ракетно-космическим комплексом. Перечень необходимых расчетов зависит от задач функционирования конкретного типа космического аппарата. Если речь идет о космическом аппарате дистанционного зондирования Земли, то расчет на функционирование включает расчеты времени активного существования, разрешения, оперативности, производительности, ширины полосы обзора и полосы захвата района наблюдения и т.п.

Ниже приведены некоторые виды расчетно-теоретических работ для космического аппарата наблюдения по разделу перечня, касающегося расчету работоспособности КА:

- расчет основных целевых характеристик;
- расчет статических и динамических нагрузок, действующих на конструкцию летательного аппарата на всех этапах эксплуатации;
- расчеты на прочность (с учетом норм прочности);
- расчеты на жесткость конструкции;
- расчет масс и инерционных характеристик летательного аппарата и составных частей;
- расчет характеристик движения центра масс космического аппарата;
- расчет теплового режима;
- расчет характеристик по ориентации космического аппарата;
- расчет характеристик по навигации;
- расчет аэродинамических характеристик;
- расчет энергобаланса и др.

При проведении расчетно-теоретических работ целесообразно применять вероятностный подход и учитывать статистический характер распределения возмущающих факторов.

Вторым направлением расчетных работ являются расчеты, подтверждающие надежность функционирования в заданных условиях эксплуатации, и расчеты, необходимые для определения характеристик обеспечивающих систем.

Ниже приведены некоторые виды расчетов для космического аппарата наблюдения по разделу перечня, касающегося разработке материалов по надежности:

- обоснование критериев надежности;
- разработка предварительной методики оценки надежности;
- расчет предварительных требований по надежности ракетно-космического комплекса;
- расчет требований по надежности к элементам второго (аналогично третьего и четвертого) уровня иерархической структуры ракетно-космического комплекса;
- окончательный выбор номенклатуры показателей надежности летательного аппарата и составных частей.
- окончательный расчет показателей надежности ракетно-космического комплекса.

### *11.1.7. Перечень экспериментальных работ*

В программе обеспечения надежности представляется перечень основных экспериментальных работ, который развивается затем в комплексной программе экспериментальной отработки (КПЭО).

Применительно к основному элементу ракетно-космического комплекса - космическому аппарату - комплексная программа экспериментальной отработки обычно содержит следующие виды экспериментальных работ:

- макетно-конструкторские испытания;
- электрорадиотехнические испытания;
- испытания антенного изделия;
- наземно-технологические испытания;
- испытания изделия на статическую прочность;
- динамические испытания;
- тепловакуумные испытания;
- испытания на транспортабельность;
- испытания изделия с системой ориентации и стабилизации;
- испытания упругого изделия;
- испытания по целевому назначению;
- испытания на сохраняемость;
- испытания на постоянно действующем стенде и др.

### **11.2. Комплексная программа экспериментальной отработки**

Комплексная программа экспериментальной отработки (КПЭО), как упоминалось, на начальной стадии жизненного цикла летательного аппарата является составной частью программы обеспечения надежности, затем, на более поздних стадиях, - самостоятельной и предназначена для экспериментальной отработки надежности изделий.

Сквозное проектно-целевое планирование, охватывающее все создаваемые элементы ракетно-космического комплекса, позволяет

экспериментально подтвердить все основные характеристики комплекса.

Испытания, проводимые согласно комплексной программе экспериментальной отработки, требуют рационального подхода и выбора объекта их подтверждения. Например, проводить испытания на безотказность, долговечность на единичном уникальном КА невозможно. Испытания на безотказность и долговечность планируются на уровне испытаний электрорадиоэлементов, аппаратуры, деталей, узлов. Испытания же на ремонтпригодность проводятся для КА в целом.

### *11.2.1. Состав комплексной программы экспериментальной отработки*

КПЭО изделия должна содержать следующие разделы:

- общие положения;
- экспериментальная отработка;
- порядок отработки конструкторской и технологической документации;
- порядок отработки и подтверждения основных эксплуатационных характеристик, а также отработки эксплуатационной документации;
- порядок поставок объектов испытаний, оборудования, документации;
- порядок отработки взаимного влияния функционально сопряженных систем, агрегатов, приборов;
- порядок оценки и подтверждения требований к надежности изделия и его составных частей;
- методическое обеспечение испытаний;
- основные требования по отработке работоспособности в нестандартных ситуациях;
- порядок отработки программного и (или) информационного обеспечения бортовых систем и автоматизированных систем управления испытаниями;
- программа экспериментальной отработки новых технологических решений.

1. Раздел «Общие положения» должен содержать:

- основные сведения по назначению и условиям эксплуатации изделия;
- состав изделия с указанием степени новизны его комплектующих;
- требования по обеспечению максимальной имитации реальных условий функционирования изделий при испытаниях;
- требования к испытаниям изделий в процессе экспериментальной отработки;
- требования к программам конкретных видов испытаний;
- перечень частных комплексных программ экспериментальной отработки.

Степень новизны изделия характеризуется коэффициентом новизны

$$K_H = \frac{N_H}{N_H + N_3}, \quad (11.1)$$

где  $N_H$  – количество новых составляющих частей и элементов ЛА;

$N_3$  – количество заимствованных составляющих.

Если в создаваемом ЛА заимствованных элементов нет ( $K_H = 1$ ), то испытаниям подвергаются все системы и элементы, если летательный аппарат содержит много заимствованных элементов  $K_H \rightarrow 0$ , то испытания проводят по усеченной программе.

2. Раздел «Экспериментальная отработка» должен содержать:

- перечень отработочных (и предварительных) испытаний изделия с указанием объектов испытаний;
- цели и задачи конкретных видов испытаний;
- перечень программ на специальные испытания;
- перечень средств испытаний, измерений, требований по их точности;
- порядок реализации мероприятий метрологического обеспечения;
- порядок подтверждения требований к обеспечению безопасности эксплуатации изделия (при наличии соответствующих требований);
- перечень программ и отчетность по видам испытаний;

- перечень видов испытаний, содержащих особо опасные операции;

- этапность завершения испытаний.

3. Раздел «Порядок отработки конструкторской и технологической документации» должен содержать:

- перечни конструкторских и технологических документов, обрабатываемых при конкретных видах испытаний;

- порядок принятия решений о необходимости уточнения конструкторской и технологической документации, а также порядок осуществления этих уточнений;

- порядок контроля обеспечения технологической документацией;

- перечень экспериментальных работ и других мероприятий, по результатам выполнения которых комплекту конструкторской документации на изделие присваивается литера отработанности.

4. Раздел «Порядок отработки и подтверждения основных эксплуатационных характеристик, а также отработки эксплуатационной документации» должен содержать:

- состав эксплуатационной документации, а также перечни эксплуатационных документов, обрабатываемых при конкретных видах испытаний;

- перечень основных эксплуатационных характеристик и порядок их отработки и подтверждения при конкретных видах испытаний;

- порядок принятия решений о необходимости уточнения эксплуатационной документации, а также порядок этих уточнений;

- порядок и объем отработки изделия на внешние воздействующие факторы.

5. Раздел «Порядок поставок объектов испытаний, оборудования, документации» должен содержать:

- требования к объектам испытаний, оборудованию и документации, регламентирующие допуск их к конкретным видам испытаний;

- перечень документации, устанавливающей конкретные сроки поставок объектов испытаний, оборудования, документации по конкретным видам испытаний.

6. Раздел «Порядок отработки взаимного влияния функционально сопряженных систем, агрегатов, приборов» должен содержать:

- задачи, решаемые в процессе конкретных видов испытаний, при которых отрабатывается взаимное функционирование составных частей изделия;

- порядок отработки взаимного влияния функционирования составных частей изделия в процессе электрорадиотехнических испытаний.

7. Раздел «Порядок оценки и подтверждения требований к надежности изделия и его составных частей» должен содержать:

- порядок оценки и подтверждения надежности составных частей по результатам автономных испытаний;

- порядок оценки и подтверждения надежности изделия по результатам всех видов испытаний с учетом результатов испытаний составных частей.

8. Раздел «Методическое обеспечение испытаний» должен содержать перечень методических документов, используемых при выполнении работ, предусмотренных КПО.

9. Раздел «основные требования по отработке работоспособности в нештатных ситуациях» должен содержать:

- требования об имитации при автономных и комплексных испытаниях возможных отказов в соответствии с отчетами по анализу возможных отказов;

- требования об отработке методов и средств обеспечения работоспособности изделия при возникновении возможных отказов как при автономных, так и при комплексных испытаниях;

- требования об определении запасов (границ) работоспособности составных частей по основным воздействующим факторам в процессе автономных испытаний.

10. Раздел «Порядок отработки программного и (или) информационного обеспечения бортовых систем и автоматизированных систем управления испытаниями» должен содержать перечень алгоритмов и программ, используемых в бортовых вычислительных машинах и автоматизированных системах управления полетом, а также при испытаниях и контроле подготовки изделия на предприятиях-изготовителях и в эксплуатирующей организации.

11. «Программа экспериментальной отработки новых технологических решений» (ПЭОТ) должна содержать перечень технологических процессов, вновь разработанных для изготовления создаваемого изделия.

***11.2.2. Состав и рекомендуемая последовательность проведения видов испытаний и проверок при автономной отработке приборов, агрегатов, узлов***

Состав и рекомендуемая последовательность проведения видов испытаний и проверок при автономной отработке приборов, агрегатов, узлов приведены ниже.

1. Технический осмотр.
2. Проверка массы.
3. Проверка электрической схемы.
4. Проверка электрического сопротивления.
5. Проверка электрической прочности изделия.
6. Проверка работоспособности.
7. Испытания на стойкость, прочность и устойчивость к механическим воздействиям:
  - а) испытания на прочность при воздействии синусоидальной вибрации;
  - б) испытания по обнаружению резонансов конструктивных элементов аппаратуры;
  - в) испытания на транспортировочные нагрузки; испытания на вибропрочность и виброустойчивость;
  - г) испытания на ударную прочность и ударную устойчивость;
  - д) испытания на прочность и устойчивость к воздействию линейных (центробежных) перегрузок;
  - е) испытания на воздействие акустического импульса;
8. Испытания на воздействие повышенной температуры среды.
9. Испытания на воздействие пониженной температуры среды.
10. Испытания на воздействие циклических изменений температуры.
11. Испытания на воздействие повышенной влажности.
12. Испытания на воздействие пониженного давления.

13. Испытания на воздействие газовых контрольных сред и сред заполнения.
14. Испытания на воздействие быстрого изменения давления.
15. Испытания на воздействие повышенного давления.
16. Испытания на теплоустойчивость.
17. Испытания на воздействие солнечной радиации.
18. Испытания на герметичность.
19. Испытания на назначенный ресурс.
20. Проверка электрических режимов.
21. Испытания по оценке количественных показателей надежности.
22. Испытания по определению запасов (границ) работоспособности.
23. Контрольная разборка.
24. Проверка на отсутствие в аппаратуре посторонних предметов, осмотр внешнего вида и проверка комплектности.

### ***11.2.3. Цели и задачи испытаний, проводимых при наземной отработке космических аппаратов***

Виды испытаний изделий, проводимые при наземной отработке, их цели и задачи приведены в табл. 11.4.

Таблица 11.4

Испытания изделия, проводимые при наземной отработке

Наименование испытаний	Объект испытаний	Цель и задачи испытаний
Макетно-конструкторские	Макет изделия, соответствующий штатной комплектации	Объемное макетирование; проверка правильности конструктивных решений; отработка монтажа, эталонирование кабельной сети и пневмогидрокоммуникаций; проверка технологичности изготовления и сборочных работ; отработка характеристик по массе, показателей центровки и инерции
Электро-	Опытный	Отработка электрической стыковки

радио-технические	образец изделия	комплектующих изделий; оценка взаимовлияния бортовых систем; отработка контрольно-измерительной аппаратуры и технологического оборудования для электрорадио-технических испытаний;
-------------------	-----------------	--

Продолжение таблицы 11.4

Наименование испытаний	Объект испытаний	Цель и задачи испытаний
То же	То же	отработка логики работы изделия и типовых сеансов в соответствии с программой полета; отработка технологического цикла испытаний опытных и штатных изделий на КИС и в эксплуатирующей организации; отработка эксплуатационной документации
Испытания антенного изделия	Масштабные модели антенн, штатные антенны, опытный образец изделия	Определение электротехнических характеристик антенн; определение параметров диаграмм направленности антенн; определение уровней взаимосвязи между высокочастотными каналами различных антенно-фидерных устройств; оценка влияния конфигурации (обводов) на электрические характеристики антенн и определение электрических характеристик антенно-фидерных устройств; оценка влияния материалов конструкций на электрические характеристики антенн и определение электротехнических характеристик антенн
Наземно-технологические	Опытный образец изделия, комплект наземно-техно-	Отработка комплекса наземно-технологического оборудования; отработка стыковки изделия с наземным технологическим оборудованием эксплуатирующей организации; отработка технологического цикла

	гического оборудования	заправки изделия; отработка эксплуатационной документации
Испытания изделия на статическую прочность	Опытный образец изделия	Отработка прочности изделия в соответствии с принятыми случаями нагружения; оценка несущей способности конструкции и отдельных комплектующих

Продолжение таблицы 11.4

Наименование испытаний	Объект испытаний	Цель и задачи испытаний
Динамические	Опытный образец изделия	Отработка прочности конструкции при воздействии динамических нагрузок; определение динамических характеристик изделия; проверка работоспособности комплектующих изделия, прошедших воздействие динамических нагрузок; отработка герметичности
Тепловакуумные	То же	Уточнение тепловых режимов изделия; отработка системы терморегулирования изделия; гидравлические испытания замкнутых тепловых контуров изделия; отработка герметичности
Испытания на транспортability	Опытный образец изделия, контейнер	Проверка прочности изделия при транспортировании различными видами транспорта; отработка контейнера изделия и его узлов крепления в транспортных средствах; проверка пылевлагонепроницаемости контейнера изделия; проверка работоспособности комплектующих изделия после реальных условий транспортирования
Испытания изделия с системой ориентации	Опытный образец изделия	Отработка функций ориентации и стабилизации в условиях, приближенных к эксплуатационным

ции и стабилизации		
Испытания упругого изделия	Опытный образец изделия, со штатными узлами крепления	Определение характеристик динамической схемы упругой конструкции в контуре ориентации и стабилизации

Окончание таблицы 11.4

Наименование испытаний	Объект испытаний	Цель и задачи испытаний
По целевому назначению	Опытный образец целевой аппаратуры	Отработка характеристик изделия в условиях, максимально приближенных к эксплуатационным
На сохранность	Опытный образец изделия	Подтверждение требуемого срока сохранности
На постоянно действующем стенде	То же	Всесторонняя проверка и отработка функционирования изделия при имитации режимов работы и условий, характерных для эксплуатации; отработка изделия, отражающая моделирование неблагоприятных аварийных ситуаций и маловероятных режимов функционирования, возникающих в полете

### 11.3. Программа повышения надежности

Первоначально программа повышения надежности (ППН) разрабатывается до начала серийного производства изделий ракетно-космического комплекса на основе требований конструкторской документации к серийному производству. На стадии серийного производства и эксплуатации летательных аппаратов программа повышения надежности уточняется и реализуется. Причины появления ППН следующие:

- плановое совершенствование летательного аппарата;
- замечания и отказы по результатам серийного производства и эксплуатации;
- изменение элементной базы.

Отказы и аварийные ситуации могут быть как вследствие незамеченных ошибок проектирования, так и вследствие нарушения технологии производства.

Так, катастрофа с «Челленджером» произошла вследствие несовершенства конструкции стыков блоков твердотопливных ускорителей, после чего программа полетов на других подобных аппаратах была приостановлена более чем на год с целью изменения конструкции ненадежных узлов.

Было принято решение выводить космические грузы в этот период с помощью ракет-носителей, которые не эксплуатировались уже долгое время. Однако при их запуске были отказы, причина которых заключалась в нарушении технологии производства.

В свою очередь нарушение технологии производства может происходить при смене оборудования или кадров, а также вследствие фактора психологического привыкания к опасности или ответственности за свои действия исполнителей на рабочих местах.

Так, отказы одного из двигателей конструкции Н. Д. Кузнецова были связаны с тем, что вместо женщины, которая полировала лопатки турбины, на эту операцию был поставлен мужчина, который вел обработку поверхностей лопаток интенсивнее, что, в свою очередь, приводило к появлению микротрещин.

Отдельные отказы при запусках ракеты-носителя "Союз" были связаны с тем, что некоторые исполнители, много лет выполнявшие одну и ту же работу, стали работать без чертежей, "по памяти", и делали брак, который контролеры также не замечали, так как тоже контролировали выполнение работ без чертежей, по "памяти".

Изменение элементной базы требует модернизации изделия, которая проводится также согласно ППН. Например, после смены в пилотируемом космическом аппарате "Союз-Т" некоторых приборов, кабелей и другого оборудования ему присвоили индекс "Союз-ТМ" и он мог вместить трех космонавтов в скафандрах вместо двух на корабле "Союз-Т".



## 12. ЛЕТНАЯ ОТРАБОТКА ИЗДЕЛИЙ РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНИКИ

### 12.1. Методология организации управления и контроля при летных испытаниях

#### *12.1.1 Цели и задачи летных испытаний*

Летные испытания являются завершающим этапом создания космических комплексов. Летные испытания всех элементов космического комплекса: космического аппарата, ракеты-носителя, обтекателя, наземной инфраструктуры могут проводиться как одновременно, так и последовательно. Как правило, ракета-носитель со своей наземной инфраструктурой отрабатывается заранее с макетными полезными нагрузками или с серийными, относительно дешевыми космическими аппаратами.

*Основная цель* летных испытаний – проверить и подтвердить заданные характеристики космического комплекса в условиях реального полета, реальной загрузки наземных и бортовых средств управления, средств получения, передачи и доставки информации потребителю. Для этого желательно провести достаточно большое количество пусков (если это возможно).

*Основные задачи* летных испытаний:

- обеспечить на этапе подготовки к пуску проверку ракетно-космического комплекса во всех допустимых условиях функционирования (например, при температуре окружающей среды –  $40\div 50^{\circ}\text{C}$ , скорости ветра – до 15 м/с, длительной стоянке в заправленном и незаправленном состоянии и т. п.);

- оценить на этапе подготовки к пуску временные характеристики штатной циклограммы подготовки и с учетом устранения возможных неисправностей проверить достаточность средств и методов обеспечения безопасности, достаточность запасных приборов, расходных материалов и т. п.

- подтвердить в процессе полета ракеты-носителя и космического аппарата соответствие статических, динамических, вибрационных, акустических и аэродинамических нагрузок расчетным значе-

ниям, оценить динамические и кинематические характеристики ракеты-носителя и космического аппарата, достаточность энергетических характеристик, выходные целевые параметры и требования по надежности и ресурсу;

- проверить в процессе полета ракеты-носителя и космического аппарата надежность функционирования космического комплекса по целевому назначению;

- подтвердить срок активного существования космического аппарата (если возможно ожидать окончания полета) и т.п.

Реально обеспечить проверку надежности функционирования космического комплекса при летных испытаниях во всех заданных диапазонах значений внешних и внутренних факторов не удастся. Необходимо находить разумный компромисс в определении характеристик, подтвержденных расчетом, наземной отработкой и летными испытаниями.

При летных испытаниях и ракета-носитель, и космический аппарат оснащаются дополнительными средствами измерений для наиболее полного контроля характеристик как самого аппарата и его систем, так и всех внешних воздействующих факторов – силовые и климатические воздействия, солнечное и радиационное излучение, электромагнитные поля и т. п.

Для повышения информативности летных испытаний кроме увеличенного объема контроля разрабатываются специальные программы, позволяющие реализовать крайние допустимые пределы разброса отдельных характеристик, отработать логику управления при имитации отказов и неисправностей систем, проверить функционирование наземных средств управления полетом.

### *12.1.2. Особенности построения управления космическими аппаратами в нештатных ситуациях*

При лётных испытаниях должна быть окончательно отработана оптимальная организация контроля и управления в процессе полета. При этом задачи контроля и управления для ракеты-носителя и для космического аппарата имеют ряд принципиальных отличий. Полет ракеты-носителя не может быть приостановлен для анализа нештатной ситуации и её исправления. Поэтому все резервированные сис-

темы ракеты-носителя имеют нагруженный резерв, и бортовая система управления по результатам контроля может только отключить неисправный канал или полностью прекратить полет.

Космический аппарат может на какое-то время прекратить выполнение целевой задачи из-за отказов. Например, возникновение некоторых видов отказов в космическом аппарате наблюдения может привести к невозможности съемки объектов, невозможности передачи полученной видеoinформации, ухудшению качества получаемой видеoinформации, сокращению времени активного существования, т.е. к снижению уровня выходного эффекта космического аппарата в целом. Снижение уровня выходного эффекта космического аппарата в зависимости от вида отказа может меняться в очень широких пределах (от незначительной потери качества или количества видеoinформации вплоть до полной ее потери).

Задача сохранения и восстановления работоспособного состояния КА при возникновении отказов в условиях автономного полета при большом сроке активного существования и функционирования должна сводиться к обеспечению возможно меньшего влияния последствий тех или иных отказов на характеристики выполняемых задач КА вплоть до полного исключения таких последствий.

Основными путями, позволяющими достигнуть требуемых уровней эффективности при эксплуатации космического аппарата, являются повышение надежности бортовой аппаратуры, а также улучшение средств контроля, диагностики и восстановления работоспособного состояния бортовых систем до такого уровня, чтобы бортовым комплексом управления без привлечения средств уровня автоматизированной системы управления КА (включающей наземный комплекс управления) могло бы быть осуществлено задействование любого из имеющихся резервов бортовой аппаратуры и, при необходимости, реализован переход на резервный вариант выполнения той или иной функциональной задачи, когда невозможно реализовать ее в основном варианте. При этом конечная цель функционирования бортовых средств восстановления работоспособности – исключение или сокращение до минимально возможных величин потерь технической эффективности КА.

При создании автоматизированных КА наблюдения, имеющих развитый бортовой комплекс управления на базе бортовой цифровой вычислительной машины, при рассмотрении процесса восстановления работоспособности КА принято выделять следующие основные уровни:

- восстановление работоспособности на уровне бортовой системы;
- восстановление работоспособности на уровне решаемой задачи в бортовом комплексе управления;
- восстановление работоспособности на уровне выполнения программы полета;
- восстановление работоспособности на уровне автоматизированной системы управления КА (включающей наземный комплекс управления).

Определяющими факторами при распределении функций управления между уровнями являются:

- критичность по времени устранения неисправностей;
- последствия неисправности, в том числе влияние на выполнение программы полета КА.

В соответствии с приведенными уровнями восстановления работоспособности КА весь перечень предполагаемых неисправностей разделяется на следующие четыре группы:

1. Отказы, устранение последствий которых производится встроенными схемно-программными средствами бортовых систем за время, при котором эти неисправности не оказывают существенного влияния на работоспособность контура, в котором задействована аппаратура, и, соответственно, на характеристики выполняемой задачи.

2. Отказы, устранение которых невозможно средствами бортовых систем, т.е. отказы, приводящие к необходимости функционального замещения, не влияющие на выполнение программы полета.

3. Отказы, приводящие к прекращению выполнения запланированной программы полета.

4. Отказы, при возникновении которых возможности бортового комплекса управления не позволяют восстановить работоспособное

состояние КА, в том числе и отказы, не предусмотренные при проектировании.

В соответствии с приведенной классификацией разрабатываются алгоритм и программное обеспечение управления при неисправностях бортовой аппаратуры, которые выполняют следующие функции:

- при возникновении неисправностей, относящихся к первой группе, устранение их производится на уровне системы встроенными средствами, и не требуется дополнительного вмешательства БКУ или наземного комплекса управления, при этом характеристики текущей задачи не меняются;

- при возникновении неисправностей, относящихся ко второй группе, устранение их производится на уровне решаемой задачи, режима функционирования, с привлечением средств бортового комплекса управления, при этом характеристики текущей задачи не меняются;

- при возникновении неисправностей, относящихся к третьей группе, устранение их производится на уровне выполнения программы полета средствами бортового комплекса управления, при этом выполнение программы полета на некоторое время прерывается (до восстановления работоспособности КА);

- при возникновении неисправностей, относящихся к четвертой группе, устранение их производится на уровне автоматической системы управления космическим аппаратом, включающей наземный комплекс управления, при этом выполнение программы полета прекращается или ограничивается до восстановления работоспособности КА с привлечением средств наземного комплекса управления.

Для реализации такого алгоритма управления на космическом аппарате реализуется возможность организованного перехода в два возможных нештатных состояния:

- ориентированный дежурный полет (ОДП);

- неориентированный полет (НП).

В обоих допустимых состояниях КА продолжает полет до получения команд и рабочей программы с наземного комплекса управления по переходу в режимы нормальной эксплуатации.

КА переводится в состояние ориентированного дежурного полета при возникновении ряда отказов, не грозящих тяжелыми последствиями для его работоспособного состояния и если причины отказов достаточно точно локализованы бортовыми средствами контроля и технической диагностики. В этом состоянии сохраняется ориентация и стабилизация КА (система управления движением работает), но выполнение функциональных задач, а также маневров по изменению параметров орбиты не производится. Сеансы связи с наземным комплексом управления, перекладки панелей солнечных батарей и другие операции управления также планируются и производятся.

Состояние неориентированного полета инициируется при возникновении отказов, грозящих тяжелыми последствиями для работоспособности КА, например, отказов:

- искажающих информацию в оперативном запоминающем устройстве бортовой вычислительной системе так, что дальнейшая правильная работа КА не обеспечивается;

- приводящих к потере ориентации и стабилизации КА в заданной системе координат;

- причина которых не локализована бортовой системой контроля и технической диагностики и, вследствие этого, имеется угроза полной потери работоспособности КА.

Бортовые системы КА, находящегося в состоянии неориентированного полета, предварительно приводятся в "исходное состояние" и выключаются (в том числе и система управления движением). Не выключаются только системы, которые обеспечивают функционирование КА в этом состоянии (система трансляции команд, бортовая вычислительная система, командная радиолиния), а также системы, которые обеспечивают сохранение работоспособного состояния КА при последующей работе по целевому функционированию (система терморегулирования, электроснабжения).

В режиме неориентированного полета планируются и исполняются только сеансы связи с наземным комплексом управления. Остальные операции не планируются и не реализуются.

### *12.1.3. Организация контроля состояния космического аппарата в полете*

Контроль состояния КА и диагностика возникающих на нем отказов составляют неотъемлемую часть общего процесса управления КА.

*Целью контроля* является определение технического состояния приборов, систем, агрегатов, КА и обеспечение необходимой контрольно-диагностической информацией для принятия решения по управлению КА на борту (в бортовом комплексе управления) или на Земле (в наземном комплексе управления).

Оперативность и надежность управления КА, а следовательно и эффективность выполнения целевой задачи КА, определяются в том числе и следующими компонентами процесса управления:

- оперативностью и надежностью формирования и передачи на борт КА командно-программной информации;
- оперативностью и надежностью проведения контрольно-диагностических операций на борту КА;
- оперативностью и надежностью выполнения операций по передаче с борта КА, обработке и анализу на наземном комплексе управления контрольной информации, формируемой на борту КА;
- оперативностью и надежностью решения задач диагностирования выявленных отказов.

Задачи контроля в общем процессе управления должны быть сформулированы таким образом, чтобы их решение обеспечивало минимально возможные задержки управления КА, т. е. обеспечивало поддержание производительности КА на возможно более высоком уровне. В этом плане можно выделить следующие основные моменты организации процесса контроля:

- оптимальное распределение задач контроля между КА и наземным комплексом управления;
- комплексная автоматизация решения задач контроля;
- использование перспективных высокопроизводительных средств передачи и обработки контрольной информации;
- комплексное использование всех видов информации, характеризующей состояние КА, при решении задач диагностирования отказов.

## **Особенности организации процесса контроля космического аппарата как сложной автоматической системы**

Космический аппарат как объект контроля имеет ряд особенностей, предъявляющих к организации процесса контроля определенные требования, выполнение которых связано со значительными затратами ресурсов КА (масса, энергопотребление, вычислительные мощности). Контроль состояния КА, являясь неотъемлемой составной частью общего процесса управления КА, предназначен обеспечить его эффективность, не накладывая существенных ограничений на выполнение предписанной программы полета, и, в то же время, обеспечить гибкое ее изменение в зависимости от состояния КА и качества отработки текущих рабочих программ в целях поддержания основных характеристик КА на необходимом для выполнения целевой задачи уровне. Соответственно, предъявляются высокие требования к качеству контроля, то есть к его достоверности и полноте. Под полнотой контроля понимается как полнота с позиции номенклатуры контролируемых элементов и формируемой контрольной информации, так и непрерывность процесса контроля во времени.

В общем случае к особенностям контроля сложных автоматических КА можно отнести следующие:

- значительная удаленность космического аппарата от средств наземного контроля;
- отсутствие возможности постоянного контроля состояния космического аппарата наземными средствами в реальном масштабе времени;
- большое количество на борту КА различных по своему назначению и конкретному техническому исполнению систем, агрегатов, приборов;
- высокая сложность каждой конкретной системы, прибора, агрегата;
- зависимость процесса контроля от конкретного участка полета КА;
- высокая точность и динамичность процессов регулирования, проводимых на борту КА;
- ограничения по массе и энергетике.

Указанные особенности приводят к необходимости введения следующих специальных мер по обеспечению процесса контроля состояния КА:

- формирование большого количества контрольных сигналов;
- введение запоминания сформированной телеметрической информации в запоминающем устройстве большого объема;
- введение избыточности контрольной информации;
- введение специальных мер по повышению помехозащищенности радиолиний передачи контрольной информации;
- применение специальных методов измерений и специальной датчиковой аппаратуры;
- применение встроенных в аппаратуру КА средств контроля и диагностики;
- автономность проведения контрольно-диагностических операций на борту КА.

Сформулируем основные принципы организации контроля состояния КА в полете:

- подчиненность процессов контроля и диагностики состояния КА целевым задачам;
- иерархичность организации процессов контроля и диагностики состояния КА, соответствующая иерархичности организации процессов управления;
- широкое применение на борту КА автономных схемно-программных средств контроля и диагностики состояния систем;
- перестраиваемость процессов контроля на наземном комплексе управления в зависимости от задач полета и конкретных условий полета;
- централизация выполнения основных контрольных операций с целью пресечения развития опасных последствий на борту космического аппарата;
- централизация формирования информации о состоянии КА на борту КА;
- управление КА на этапе штатной эксплуатации на основании информации оперативного контроля;
- автоматизация процессов обработки и анализа контрольной информации на наземном комплексе управления.

Рассматривая космический комплекс как совокупность технических средств, предназначенных для выполнения конкретных функций в рамках определенной задачи, решаемой в процессе полета КА, можно выделить следующие основные элементы, обеспечивающие контроль состояния КА:

- бортовой приборный состав КА;
- бортовое (неспециализированное и специализированное) математическое обеспечение контроля;
- бортовые средства сбора, накопления и передачи контрольной информации на наземный комплекс управления;
- наземные средства приема, обработки и передачи контрольной информации;
- наземные средства автоматизированного анализа и представления контрольной информации.

В процессе полета КА перечисленные элементы контроля взаимодействуют между собой. Это взаимодействие определяется необходимостью решения контрольно-диагностических задач и информационного обеспечения как бортового, так и наземного комплекса управления и осуществляется в соответствии с заложенной логикой функционирования. Структурная схема информационного взаимодействия элементов контроля и программного обеспечения приведена на рис. 12.1.

На этом рисунке введены следующие сокращения: ПО - программное обеспечение; КИ - контрольная информация; БКУ - бортовой комплекс управления; НКУ - наземный комплекс управления. Контур управления БКУ и НКУ выделены пунктирными линиями.

Взаимодействие между указанными группами элементов контроля состоит в передаче с борта КА и приеме на НКУ контрольной информации и носит сугубо периодический характер, определяемый логикой штатной эксплуатации КА и его конкретным состоянием.

Весь комплекс элементов контроля подразделяется на две группы:

- элементы контроля, входящие в состав КА;
- элементы контроля, входящие в состав наземного комплекса управления.

Можно отметить тот факт, что элементы контроля, входящие в состав КА, обеспечивают непрерывный процесс контроля функционирования КА и выполнение предписанной программы полета, в то время как элементы контроля, входящие в состав НКУ, функционируют соответственно принятой логике взаимодействия с бортовыми элементами контроля.

Поскольку эффективность общего процесса управления непосредственно зависит от оперативности и качества выполнения задач контроля состояния КА, необходимо обеспечить оптимальное распределение задач контроля между элементами контроля как внутри групп элементов контроля, так и между группами (между КА и НКУ).

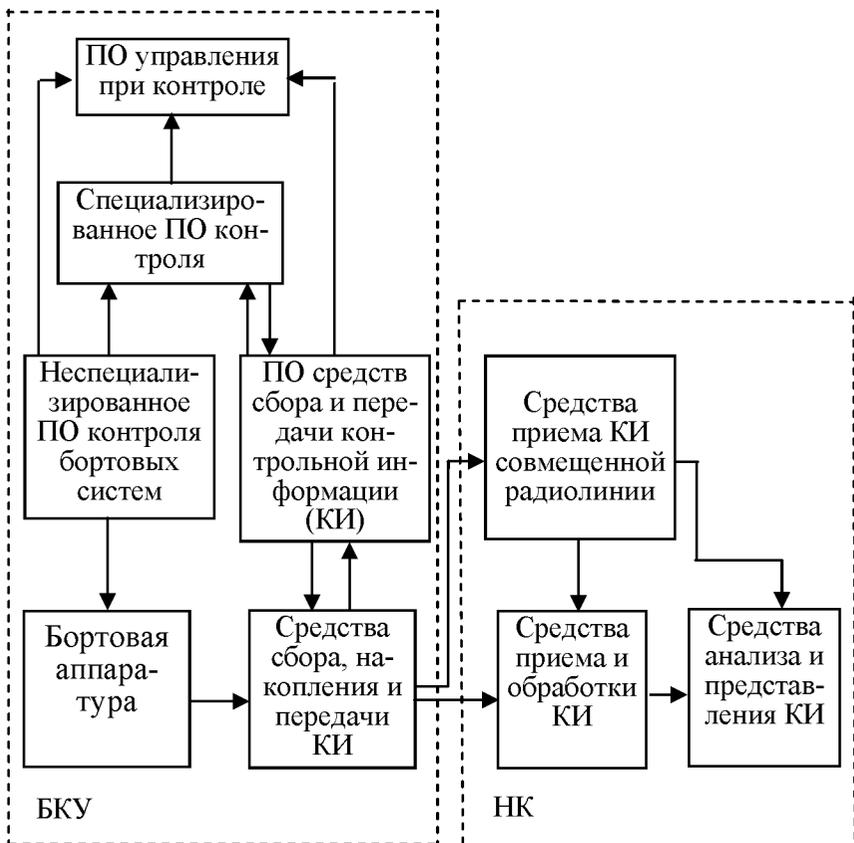


Рис. 12.1. Структурная схема взаимодействия элементов контроля

Рассматривая задачу оптимального распределения функций контроля между элементами контроля как функцию оперативности и надежности решения задач контроля, необходимо отметить, что оперативное, а во многих случаях и надежное решение большинства задач контроля возможно только на борту КА. Действительно, любая задача контроля перенесенная с борта КА на наземный комплекс управления, требует для своего выполнения наличия соответствующей

щей контрольной информации (КИ). Соответственно необходимо обеспечить:

- передачу КИ на наземный комплекс управления;
- обработку КИ средствами наземного комплекса управления;
- формирование заключения по результатам анализа КИ.

При этом достоверность поступающей на обработку контрольной информации существенно (на два - три порядка) ниже достоверности информации, используемой на борту КА, из-за довольно большой вероятности ее искажения в бортовом и наземном запоминающем устройстве, трактах передачи и предварительной обработки информации. Надежность решения задач контроля обеспечивается за счет избыточности контрольной информации.

Задачи контроля состояния КА в целях эффективного выполнения целевой задачи должны, по возможности, выполняться на борту КА. На наземном комплексе управления необходимо решать задачи контроля, требующие анализа контрольной информации за сравнительно большие интервалы полета изделия, или задачи, не определенные для принятой логики функционирования отдельных систем КА или КА в целом. Целесообразность такого распределения функций контроля возрастает еще и в силу того, что каждая из систем КА может иметь собственные вычислительные средства наряду с центральной бортовой вычислительной системой, что позволяет в достаточной мере реализовать программные методы контроля и обеспечить формирование необходимой для наземного комплекса управления контрольной информации.

### **Задачи контроля состояния космического аппарата**

Все задачи контроля состояния КА можно свести к следующим обобщенным задачам (см. рис. 12.2):

- контроль выполнения программы полета КА;
- определение возможности выполнения программы полета на последующий интервал планирования;
- локализация отказов и восстановление работоспособного состояния;
- информационное обеспечение процесса контроля.



Рис. 12.2. Перечень задач контроля состояния КА

Каждая из обобщенных задач контроля включает в себя несколько конкретных подзадач, выполнение которых возможно как средствами бортового, так и средствами наземного комплексов управления. Ниже рассматриваются отдельные подзадачи контроля.

Контроль выполнения программы полета КА содержит в себе две подзадачи:

- контроль выполнения предписанной номенклатуры операций управления;
- контроль качества выполнения операций управления.

В общем виде процесс формирования и выполнения заданных операций управления можно представить как последовательность следующих операций:

- передача рабочих программ на борт КА;
- обработка рабочих программ на борту КА;
- распределение полученных и имеющихся на борту исходных данных на выполнение операций управления по системам КА и программам бортового программного обеспечения;
- отработка полученных исходных данных в соответствии с заданной логикой функционирования КА;

- формирование и выдача контрольной информации о выполненных операциях управления.

При отсутствии отклонений от нормы в функционировании бортового программного обеспечения КА и искажений в принятой на борт КА рабочей программе подзадача контроля выполнения предписанной номенклатуры операций управления полностью выполняется бортовыми средствами. Качество выполнения операций управления, характеризующееся состоянием выходных характеристик систем, обеспечивающих выполнение операций, также может быть оценено на борту КА, но при этом значительно возрастают аппаратурно-программные затраты, необходимые для решения данной подзадачи.

Таким образом, задачу контроля выполнения программы полета КА целесообразно выполнять как в бортовом комплексе управления, так и в наземном, используя информацию оперативного контроля, передаваемую с борта КА. При этом информация оперативного контроля, предназначенная для контроля отработки рабочих программ КА и обобщенного контроля состояния КА, обычно передается на наземный комплекс управления не чаще одного раза за сутки полета космического аппарата.

Задача оценки состояния КА для планирования дальнейшей работы (определения возможности выполнения программы полета КА на последующий интервал) содержит в себе следующие подзадачи контроля:

- контроль состояния (функционирования) бортовых систем космического аппарата;
- прогнозирование функционирования систем КА на последующий период эксплуатации;
- учет расходуемых характеристик изделия (в том числе и ресурсов) и контроль конфигурации КА.

Контроль функционирования систем КА выполняется автономно в соответствии с выставленными к ним требованиями по контролю и обеспечивается как встроенными в системы схемными средствами контроля, так и наличием в составе каждой из систем КА собственных вычислительных средств.

Подзадачу прогнозирования функционирования систем решать средствами систем или средствами бортового комплекса управления

в полном объеме нецелесообразно, так как надежное ее решение возможно только при достаточно глубоком сравнительном анализе состояния и изменения с течением времени характеристик систем, что требует привлечения информации о системе за предыдущие интервалы функционирования и определения статистических характеристик состояния систем. Данную подзадачу целесообразно решать периодически средствами наземного комплекса управления в рамках профилактического контроля состояния КА. В бортовом комплексе управления выполняются только те элементы подзадачи прогнозирования, которые не требуют больших затрат ресурсов бортовой вычислительной системы.

Задача учета расходуемых характеристик и контроля конфигурации КА возникает в связи с большой длительностью срока активного существования КА. Данная подзадача смыкается в отдельных случаях с подзадачами контроля и прогнозирования функционирования систем КА, причем необходимость ее выполнения в связи с неопределенностью или полным отсутствием на данном этапе соответствующих данных определяется при рабочем проектировании. В то же время необходимо отметить, что данная подзадача (при ее наличии) должна выполняться средствами бортового комплекса управления и бортовых систем КА. На наземном комплексе управления должны поступать только результаты контроля в виде отдельного массива контрольной информации. Учет результатов решения данной подзадачи производится при профилактическом контроле состояния КА.

Задача локализации отказов и восстановления работоспособности выполняется различными средствами в зависимости от вида отказа. Все возникающие в процессе полета на борту КА отказы можно разбить на две группы:

- *предусмотренные* и заранее описанные в документации по управлению;
- *непредусмотренные*, рекомендации по устранению которых не описаны заранее в документации.

Эффективная работа КА возможна только в том случае, когда все *предусмотренные* отказы устраняются оперативно и выполнение программы полета КА либо не прерывается, либо прерывается на

минимально возможный интервал времени, длительность которого определяется как сумма длительностей интервалов времени, необходимых на проведение операций управления, обеспечивающих восстановление работоспособного состояния КА. Указанное положение может быть выполнено только при том условии, что любой предусматриваемый отказ распознается на борту КА.

В свою очередь, все *предусмотренные* отказы можно разбить на следующие виды:

- *собственные*, возникающие как следствие отказов составных элементов самой системы, которой приписывается данный отказ;
- *функциональные*, возникающие вследствие взаимного влияния систем, функционально связанных между собой.

В первом случае функцию локализации отказа, безусловно, должна выполнять сама система, как располагающая всей необходимой контрольной информацией и имеющая в своем составе схемно-программные средства контроля.

Во втором случае возникает ситуация, при которой все характеристики системы соответствуют логике ее функционирования, но не обеспечивается выполнение функциональных задач КА. Данная ситуация может быть определена только при комплексном анализе информации функционально-зависимых систем, и локализация отказа должна производиться в основном средствами бортового комплекса управления.

*Непредусмотренные* отказы по самой своей сути могут быть выявлены только лишь как отказы в общем виде. Логика функционирования типовых КА не позволяет идентифицировать такие отказы, эта задача должна быть возложена на наземный комплекс управления и требует обычно привлечения к процессу анализа значительных объемов контрольной информации вплоть до обработки содержимого оперативно-запоминающего устройства вычислительных средств КА.

Задача информационного обеспечения процесса контроля выполняется на всех уровнях контроля и подразделяется на следующие подзадачи:

- формирование контрольной информации;

- сбор и накопление контрольной информации на борту космического аппарата;
- передача контрольной информации на наземный комплекс управления;
- обработка контрольной информации на наземном комплексе управления;
- анализ результатов обработки.

В свою очередь, каждая из перечисленных задач выполняется в двух вариантах соответственно видам формируемой на борту КА информации (оперативного контроля и телеметрической), что связано с различными способами ее формирования, накопления, передачи на наземный комплекс управления и различным математическим обеспечением обработки и анализа. Каждая из подзадач выполняется непосредственно по ее принадлежности к конкретной структурной единице космического комплекса.

### **Методы решения задач контроля**

Построение процесса контроля и диагностики КА соответствует построению процесса управления в бортовом комплексе управления, то есть контроль имеет многоуровневую и иерархическую структуру, построенную на основе принципа детерминированной оценки работоспособности бортовой аппаратуры на каждом уровне.

Основой выполнения контрольно-диагностических операций в бортовом комплексе управления служат распределенные по системам КА встроенные и программные средства контроля и диагностики.

Ниже приведены уровни иерархии, описание целей, задач и методов решения функций контроля и диагностики на каждом уровне иерархии.

1. Контроль технического состояния приборов, агрегатов (уровень IV).

*Цель* - определение технического состояния приборов, агрегатов и системы в целом для выработки решения о возможности восстановления работоспособного состояния КА.

Для реализации цели встроенные и программные средства должны обеспечивать решение следующих задач:

- контроль работоспособного состояния приборов, агрегатов;
- определение места отказа до уровня резервного блока (для управления на борту КА);
- контроль ресурса (при необходимости);
- тестовый контроль;
- формирование контрольной информации для проведения любого вида контроля (в том числе и для оценки состояния системы в наземном комплексе управления);
- передачу информации о состоянии контролируемой системы и ее резервов на верхний уровень, в том числе и по запросу.

2. Контроль выполнения функциональной задачи системы (уровень III).

Цель - контроль правильности выполнения отдельной функциональной задачи системы для предотвращения развития отказов комплексного функционирования систем и обеспечения функционального резерва.

Достижение этой цели обеспечивается выполнением следующих задач:

- контроль временных соотношений выполнения данной функциональной задачи;
- контроль нахождения выходных характеристик систем в заданные моменты времени в необходимых пределах;
- контроль факта выполнения задачи;
- формирование контрольной информации о состоянии процесса решения задачи.

К методам решения задач контроля и диагностики можно, например, отнести:

- метод контроля "трассы" выполнения функциональной задачи;
- метод сравнения выходных характеристик системы с характеристиками, заданными для соответствующих участков программы полета.

Контрольно-диагностические операции данного уровня реализуются в основном программным обеспечением бортового комплекса управления и входят в основном в алгоритмы управления.

3. Контроль выполнения режима функционирования КА (уровень II).

*Цель* - контроль выполнения режима функционирования КА для предотвращения развития опасных последствий какого-либо отказа и выработки решения о возможности выполнения задач КА на различных типах резерва (функционально замещаемые резервы).

Достижение цели обеспечивается выполнением следующих задач:

- контроль временных соотношений выполнения данного режима;
- контроль наложения процессов управления;
- формирование контрольной информации о выполнении режима.

Контрольно-диагностические операции данного уровня реализуются программным обеспечением бортового комплекса управления и входят в основном в состав алгоритмов режимов.

#### 4. Контроль выполнения программы полета (уровень I).

*Цель* - обеспечение планирования и организации функционирования КА в соответствии с контрольно-диагностической информацией, сформированной на нижних уровнях иерархии, а также контроля выполнения функциональных задач, решаемых на II уровне.

Контроль выполнения функциональных задач уровня I осуществляется там, где это возможно, в бортовом комплексе управления, а также в наземном комплексе управления.

## 12.2. Планирование объема летных испытаний

Методология проведения летных испытаний направлена на поиск разумного компромисса между полнотой проверок всех характеристик комплекса во всех заданных эксплуатационных условиях, а также сроками и стоимостью проведения этих испытаний.

По статистике для относительно простых (а, следовательно, недорогих) космических аппаратов с малым сроком активного существования и ракет-носителей задачи летных испытаний выполняются при осуществлении пусков 5-15 изделий.

При исследовании задач анализа и синтеза процесса летных испытаний КА длительного функционирования возникает ряд проблем, связанных с тем, что рассматриваемые аппараты являются единичными, уникальными объектами, сроки их активного существования соизмеримы со сроком морального старения. Поэтому эксперимен-

тальная отработка КА как в наземных, так и летных условиях по традиционной схеме приводит к необоснованным материальным и временным затратам. С другой стороны, сокращение объемов наземной экспериментальной отработки и летных испытаний требует от статистического материала, полученного в процессе испытания, большей достоверности, а от моделей испытаний – учета особенностей процесса функционирования КА, основных факторов, определяющих как наземную, так и летную отработку, с целью более полного использования результатов испытаний, составления оптимальной программы летного эксперимента.

Анализ моделей, с помощью которых принципиально возможно оценить эффективность испытаний, их завершенность, показывает, что большая их часть не отражает реальный процесс экспериментальной отработки КА, не учитывает особенности летных испытаний космических аппаратов длительного функционирования.

В процессе летных испытаний КА происходит накопление информации о характеристиках изделий. Причём этот процесс характеризуется насыщением, т. е. с увеличением длительности испытаний снижается их информативность и при каком-то определенном значении ( $T_K$ ) показатель эффективности испытаний ( $\mathcal{E}(t)$ ) достигает уровня насыщения ( $\mathcal{E}_K$ ). Это означает, что об объекте испытания получен достаточный объем информации о соответствии тактико-технических характеристик заданным требованиям и дальнейшее продолжение испытаний не имеет смысла.

Поэтому для КА со сроками активного существования один год и более осуществляется концепция передачи в серийную эксплуатацию уже первого запущенного космического аппарата с выполнением программы летных испытаний по подтверждению основных характеристик в течение первых 2...3 месяцев полета.

Следует отметить, что летные испытания КА начинаются с некоторого уровня  $\mathcal{E}_0$ , характеризующего степень отработанности аппарата после проведения наземной экспериментальной отработки.

В процессе летных испытаний в течение времени  $T_K$  должна быть проверена работоспособность КА во всех основных режимах при различных внешних условиях.

Процесс функционирования КА можно разбить на ряд логически и функционально завершенных участков ( $\Delta\tau$ ), на которых решаются основные функциональные задачи, возложенные на КА. Такие участки представляют собой целевые режимы функционирования космического аппарата – получение и передача информации определенного характера и вида с требуемыми характеристиками качества.

Определив число циклов проведения целевых режимов для обеспечения заданного уровня эффективности летных испытаний космического аппарата ( $k$ ), можно оценить минимальное время проведения испытаний, соответствующее этому количеству циклов:

$$T_k^{\min} = \sum_{i=1}^{NR} MR_i \Delta\tau_i,$$

где  $MR_i$  – число циклов проведения  $i$ -го целевого режима;

$\Delta\tau_i$  – интервал времени, на который определяется программа работы космического аппарата, реализующая  $i$ -й режим;

$NR$  – общее число режимов.

Например, как правило, за 2-3 месяца полета удается подтвердить все основные целевые характеристики космического аппарата наблюдения (разрешение на местности, производительность, оперативность), характеристики систем управления (точность системы ориентации и стабилизации, динамику перенацеливания, оперативность связи с Землей), обеспечение заданного теплового режима, удельные характеристики корректирующих и управляющих двигателей и др. Требования по ресурсу и надежности за это время непосредственно не могут быть определены, поэтому отработка и подтверждение ресурсных характеристик проводится при наземных отработочных испытаниях на уровне испытаний, приборов, агрегатов с широким применением ускоренных испытаний, прогнозирующего диагностического неразрушающего контроля, позволяющего отобрать для единичного летного изделия наиболее надежные элементы.

Таким образом, для изделий длительного функционирования летные испытания и серийная эксплуатация, как правило, совмеща-

ются на одном изделии, при этом задаваемый гарантийный срок активного существования и фактический технический ресурс могут существенно отличаться.

### 12.3. Прогнозирование ожидаемого срока активного существования

Проблема уточненной оценки ожидаемого срока активного существования каждого конкретного КА длительного функционирования, особенно если он используется в орбитальной группировке, является очень важной технико-экономической задачей. Задаваемый в технической документации срок активного существования по своей сути является гарантируемым, т. е. сроком функционирования КА в наиболее тяжелых внешних условиях при наихудших (в пределах допустимых разбросов) характеристиках самого КА. Для уникальных единичных КА такой подход дает заниженную оценку возможного срока активного существования одного конкретного КА.

Ознакомимся с методикой прогнозирования фактического срока активного существования каждого конкретного космического аппарата по его фактическим характеристикам и оценке в реальных эксплуатационных условиях (в полете) технического состояния по результатам контроля ограниченного числа определяющих параметров.

Иллюстрация методического подхода к определению срока активного существования космического аппарата представлена на рис. 12.3, где по оси абсцисс отложено время (время активного существования КА), а по оси ординат показана область разброса определяющих параметров КА (горизонтальные сечения функций плотностей).

В качестве определяющих параметров выбираются запасы рабочего тела, электроэнергии, стабильность гироскопических систем и т.п.

В общем случае техническое состояние выбранного типа космического аппарата в произвольный момент времени определяет набор параметров  $x_i(t)$ , где  $i = 1 \dots n$ ;  $n$  – общее число параметров, а условия его работоспособности на интервале  $[0, T_{AC}]$  описываются функциями плотностей  $f_j[x_i(t)]$ , где  $j = 1 \dots m$ ;  $m$  – число функций.

Функции  $f_j[x_i(t)]$  могут иметь аналитическое представление либо быть заданы в виде дискретных граничных значений, как это схематично изображено на рис. 12.3.

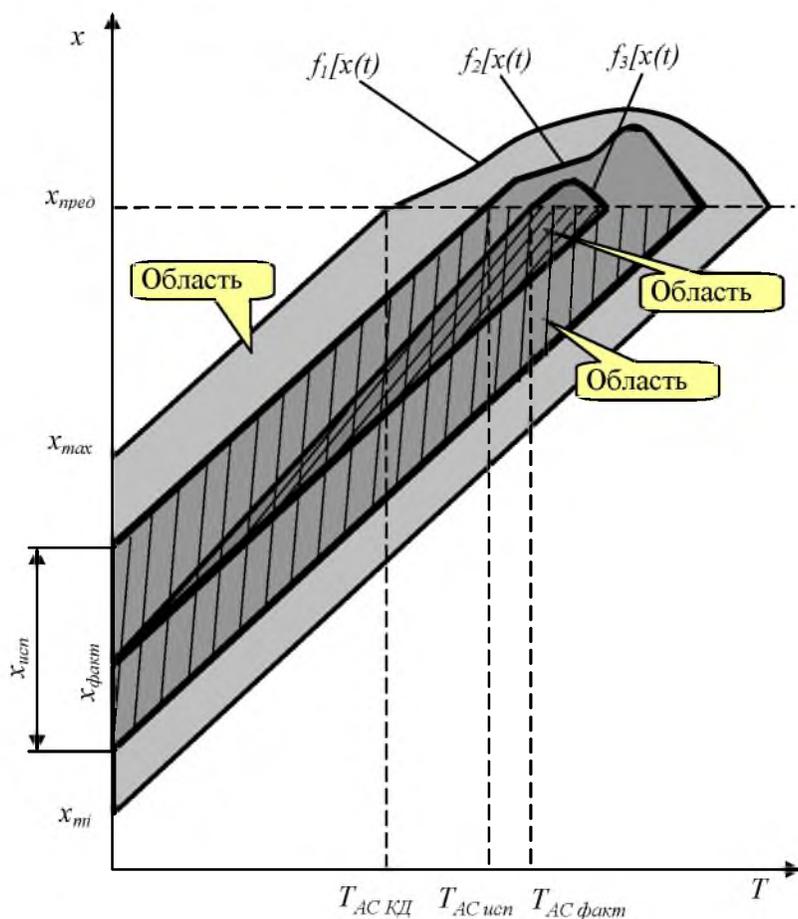


Рис. 12.3. Иллюстрация методического подхода к определению срока активного существования КА

Параметры  $x_i(t)$  являются случайными величинами.

При проектировании рассматривается весь диапазон допустимых изменений определяющих параметров  $x_i$  (область I на рисунке, ограниченная экстремальными значениями  $x_{\min}$  –  $x_{\max}$ ). Нижняя граница гарантированного срока активного существования (по конструкторской документации) обозначена как  $T_{АС КД}$ .

После изготовления и проведения наземных испытаний конкретного изделия область разброса определяющих параметров сужается до области 2, обозначенной на рисунке через  $x_{исп}$ . Нижняя доверительная граница гарантированного срока активного существования в этом случае составляет  $T_{AC\text{исп}}$ .

После осуществления запуска космический аппарат начинает функционировать в конкретных внешних условиях, с конкретными характеристиками компонентов, и область разброса определяющих параметров сужается до области 3, которая обозначена на рисунке как  $x_{факт}$ . Нижняя доверительная граница гарантированного срока активного существования соответствует  $T_{AC\text{факт}}$ .

Техническая задача прогнозирования состояния работоспособности конкретного КА, функционирующего на орбите, в общем случае заключается в следующем: по результатам диагностирования объекта в предшествующий промежуток времени необходимо оценить его работоспособность в последующие периоды функционирования, при этом используются алгоритмы экстраполяции.

Математическая постановка задачи прогнозирования срока активного существования КА по результатам состояния КА в предшествующие периоды времени следующая.

Пусть процесс, характеризующий состояние объекта, представлен в виде многомерной функции распределения  $F[\bar{x}(t)]$ , где  $\bar{x}(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)\}$  - вектор значений случайных характеристик, которые наблюдаются (дискретно или непрерывно) в период времени  $[t_0, t_k]$  (области изменения времени  $T_1$ ). Вследствие дискретности наблюдения считаются известными значения функции  $\bar{x}(t)$  соответственно в моменты времени  $(t_0, t_1, \dots, t_k) \in T_1$ . Необходимо с помощью некоторой модели прогнозирования  $W(\bar{x}, t)$  по известным значениям  $\bar{x}(t_0), \bar{x}(t_1), \dots, \bar{x}(t_k)$  определить значение функции  $\bar{x}(t_{k+1}), \bar{x}(t_{k+2}), \dots, \bar{x}(t_{k+j}), \dots, \bar{x}(t_{k+e})$  в моменты времени  $(t_{k+1}, t_{k+2}, \dots, t_{k+j}, \dots, t_{k+e}) \in T_2$ , где  $e$  - количество интервалов прогно-

зирования;  $T_2$  – область интервалов времени с учетом времени прогнозирования.

Задача в операторном виде записывается следующим образом:

$$\bar{x}(t_{n+j}) = W(\bar{x}, t) \cdot x(t_i); \quad (i = \overline{1, k}; \quad j = \overline{1, e}).$$

На основе математической постановки задачи прогнозирования срока активного существования КА по результатам состояния КА в предшествующие периоды времени и на основе моделирования разработано специализированное программное обеспечение. Блок-схема алгоритма решения задачи прогнозирования срока активного существования космического аппарата представлена на рис. 12.4.

В блоке 1 в диалоговом режиме осуществляется выбор задачи, режима, типа и вида оценки или прогноза надежности и задается его точность.

Базы данных (блоки 3, 4, 5, 6) берутся из информационной системы на основе имеющихся статистических данных и пополняются по текущей информации об изделии, находящемся в эксплуатации, для которого производится оценка или прогноз показателей надежности.

В базу данных блока 3 и 4 поступает текущая информация о переключениях на резерв систем изделия о времени отказов систем и последствиях отказа для изделия, находящегося в процессе функционирования, для которого осуществляется прогноз.

В базе данных по определяющим параметрам изделия (блок 6) имеется информация по выбранным для изделия определяющим параметрам, их предельным уровням и их зависимостям от внешних и внутренних факторов функционирования. По информации, поступающей от функционирующего изделия, проводится анализ изменения определяющих параметров в блоке 9.

Выбор определяющих параметров, определение зависимости их от ряда факторов и установление предельных уровней определяющих параметров является весьма сложной задачей.

Формализованная логика расчета определяющих параметров (блок 9) позволяет достоверно определять запасы рабочего тела, запасы ресурсов целевой аппаратуры, контролировать процессы износа

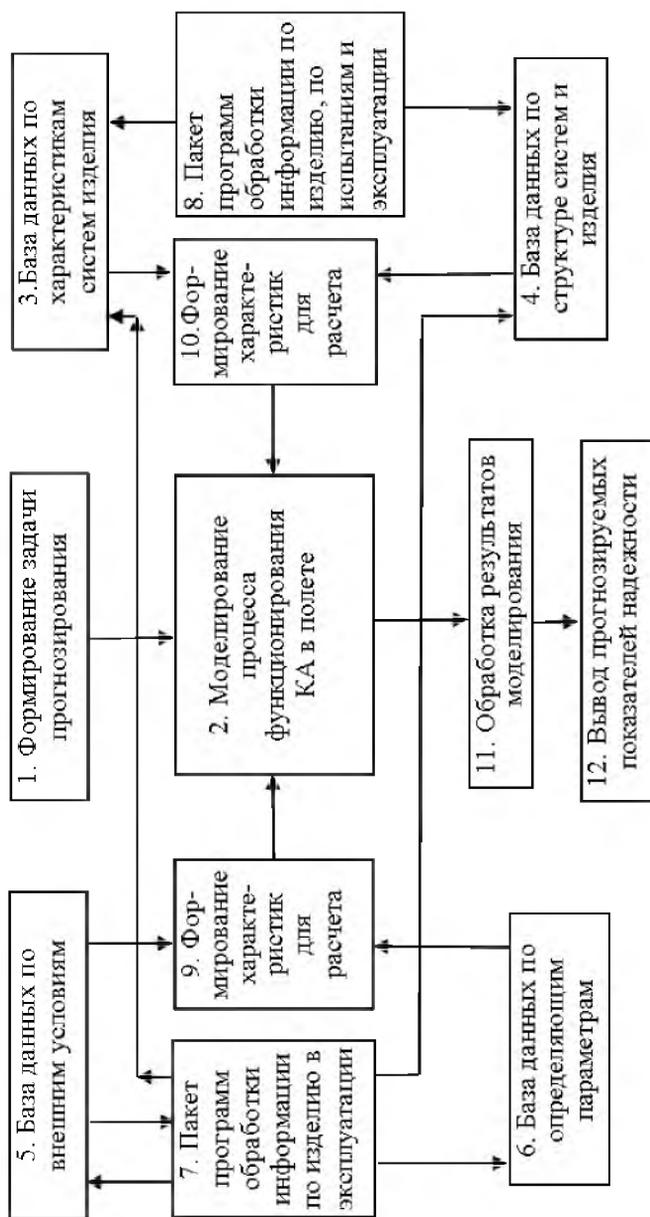


Рис. 12.4. Блок-схема работ по прогнозированию срока активного существования КА

(ток солнечной батареи, емкость буферных батарей, коэффициент отражения покрытий и т. п.), а также рассчитывать остаточный ресурс работы электронной аппаратуры.

Использование модели прогнозирования срока активного существования КА позволяет в некоторых случаях продлевать сроки активного существования на 50 и даже на 100%.

## 12.4 Оценка надежности ракетно-космического комплекса по результатам летных испытаний

Оценка надежности ракетно-космического комплекса по результатам летных испытаний в связи с малым количеством испытаний проводится как по качественным, так и по количественным критериям.

За качественные критерии принимаются:

- степень выполнения всех задач программы летных испытаний;
- полнота подтверждения требований тактико-технического задания;
- устранение всех выявленных в процессе летных испытаний замечаний по работе как бортовой, так и наземной аппаратуры космического комплекса.

Для количественной оценки надежности ракетно-космического комплекса по результатам летных испытаний используется методика, базирующаяся на оценке надежности космического комплекса  $P_{KK}(E)$  как вероятности того, что значение относительного выходного эффекта  $E$  будет не менее заданного уровня  $E_0$ . Этот показатель должен быть подтвержден с заданным уровнем доверия

$$\gamma_{ЛИ} \geq \gamma_{ЛИ}^{ТТЗ}, \quad (12.1)$$

где индексы  $ЛИ$  и  $ТТЗ$  означают летные испытания и тактико-техническое задание соответственно.

В методике заложен байесовский подход к оценке, позволяющий учесть априорную информацию, полученную в процессе проектной оценки надежности с помощью метода статистического моделирования, и согласовать эту информацию с результатами экс-

платации бортовой аппаратуры в процессе летных испытаний, а также в составе космических комплексов-аналогов.

В соответствии с байесовским подходом априорное распределение вероятности безотказной работы любой бортовой системы космического аппарата может быть представлено в виде  $\beta$ -распределения.

$$f_{анп}(P) = \frac{1}{B(\alpha_{анп}, \beta_{анп})} \cdot P^{\alpha_{анп}-1} \cdot (1-P)^{\beta_{анп}-1}, \quad (12.2)$$

где  $\alpha_{анп}, \beta_{анп}$  – параметры априорного  $\beta$ -распределения;

$B(\alpha_{анп}, \beta_{анп})$  –  $\beta$ -функция от параметров  $\alpha_{анп}, \beta_{анп}$ ;

$P$  – вероятность безотказной работы.

Параметры  $\alpha_{анп}$  и  $\beta_{анп}$  определяются по следующим зависимостям:

$$\alpha_{анп} = \frac{\bar{P}^2(1-\bar{P})}{S^2} + 1; \quad \beta_{анп} = \frac{\bar{P}(1-\bar{P})^2}{S^2} + 1,$$

где  $\bar{P}$  – проектная оценка вероятности безотказной работы,

$S$  – среднее квадратичное отклонение, характеризующее разброс оценки  $\bar{P}$ .

С учетом имеющейся статистики наземных испытаний и эксплуатации в составе других космических комплексов-аналогов априорное  $\beta$ -распределение трансформируется в апостериорное с плотностью

$$f_{аносм}(P) = \frac{1}{B(\alpha_{аносм}, \beta_{аносм})} \cdot P^{\alpha_{аносм}-1} \cdot (1-P)^{\beta_{аносм}-1}. \quad (12.3)$$

Параметры  $\alpha_{аносм}$  и  $\beta_{аносм}$  определяются по следующим формулам:

$$\alpha_{аносм} = \alpha_{анп} + n - d;$$

$$\beta_{аносм} = \beta_{анп} + d,$$

где  $n$  – объем испытаний бортовой системы;

$d$  – количество зачетных отказов бортовой системы.

Показано, что значение  $\beta_{анп}$  можно принять равным двум ( $\beta_{анп} = 2$ ). Тогда априорная плотность  $\beta$ -распределения представляется в виде

$$f_{анп}(P) = \frac{1}{B(\alpha_{анп}, 2)} P^{\alpha_{анп}-1} (1-P). \quad (12.4)$$

Интервальная оценка показателя надежности изделия рассчитывается по апостериорным показателям надежности систем.

В соответствии со значением плотности апостериорного распределения  $f_{аност}(P_i)$  моделируются значения вероятности безотказной работы систем  $P_i$  и по ним определяется оценка показателя надежности изделия  $P$  по количеству реализаций процесса функционирования  $n$  космических аппаратов. Указанная процедура повторяется  $M$  раз. В результате моделирования получаем ряд значений показателей надежности:  $P_1, P_2, \dots, P_m$ , по которым определяется достигнутый уровень  $\gamma_{наз}$ , как вероятность превышения значениями этого ряда требуемого в ТТЗ уровня надежности ракетно-космического комплекса.

После проведения летных испытаний подтверждение требований по надежности осуществляется с использованием достигнутого значения доверительной вероятности  $\gamma_{КАназ}$ .

Требования по надежности считаются подтвержденными при выполнении следующих условий:

- доверительная вероятность  $\gamma_{ЛИ}$ , достигнутая на стадии летных испытаний, получается не менее заданной в тактико-техническом задании  $\gamma_{ЛИТТЗ}$  (см. выражение (12.1));

- по всем отказам, имевшим место в процессе летных испытаний, проведены соответствующие мероприятия, исключающие возможность их повторного появления.

Уровень доверия определяется по следующим исходным данным:

-  $P_{KKTT3}$  - показатель надежности космического аппарата по тактико-техническому заданию;

- эквивалентное число пусков при летных испытаниях  $n_{ЛИ}^э$  с учетом наземных испытаний;

- число зачетных неуспешных пусков  $d_{ЛИ}$ .

Эквивалентное число пусков определяется по формуле

$$n_{ЛИ}^э = \left[ \frac{\ln(1 - \gamma_{КА}^{HA3})}{\ln P_{KK}^{TT3}} \right] + d_{ЛИ}, \quad (12.5)$$

где  $n_{ЛИ}$  – число пусков при летных испытаниях.

При выполнении неравенства (12.1) надежность КА по результатам летных испытаний считается подтвержденной.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в учебном пособии изложены основные методы расчета и обеспечения надежности ракетно-космических комплексов. Приведенные методы используются в процессе создания надежных элементов и систем ракетно-космической техники. Также рассмотрены основные методические и организационно-технические вопросы создания надежных ракетно-космических комплексов и их составных частей.

В то же время много вопросов из-за ограниченности объема пособия осталось вне поля нашего зрения. Желающих более глубоко изучить вопросы, связанные с надежностью изделий, можно отослать к литературе, приведенной в списке использованных источников.

Следует также отметить, что создание надежных изделий ракетно-космической техники в значительной степени определяется опытом работы конструкторских бюро, заводов, эксплуатирующих организаций, их кооперацией и взаимодействием соответствующих служб.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Шор, Я. Б. Статистические методы анализа и контроля качества надежности / Я. Б. Шор. - М.: Советское радио, 1962.
2. Шишонок, Н. А. Основы теории надежности и эксплуатации радиоэлектронной техники / Н. А. Шишонок, В. Ф. Репкин, Л. Л. Барвинский; под ред. И. А. Шишонка. - М.: Советское радио, 1964. - 552 с.
3. Нечипоренко, В. И. Структурный анализ и методы построения надежных систем / В. И. Нечипоренко. - М.: Советское радио, 1968. - 256 с.
4. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. - М.: Наука, 1969.
5. Конструкция управляемых баллистических ракет / под ред. А. М. Синюкова и Н. И. Морозова. - М.: Военное издательство. 1969. - 444с.
6. Броди, С. М. Расчет и планирование испытаний систем на надежность / С. М. Броди, О. Н. Власенко, Б. Г. Марченко. - Киев: Наукова думка, 1970. - 192 с.
7. Черкесов, Г. Н. Надежность технических систем с временной избыточностью / Г. Н. Черкесов; под ред. А. М. Половко. - М.: Советское радио, 1974. - 295 с.
8. Волков, Е. Б. Основы теории надежности ракетных двигателей / Е. Б. Волков, Р. С. Судаков, Т. А. Сырицин. - М.: Машиностроение, 1974. - 400 с.
9. Вероятностные характеристики прочности авиационных материалов и размеров сортамента: справочник. / А. А. Кузнецов, О. А. Алифанов, В. И. Ветров [и др.]; под ред. проф. С. О. Охалкина. - М.: Машиностроение, 1970. - 568 с.
10. Волков, Л.И. Надежность летательных аппаратов / Л.И. Волков, А.М. Шишкевич. - М.: Высшая школа, 1975. - 294 с.

11. Козлов, Б. А. Справочник по расчету надежности аппаратуры радиоэлектроники и автоматики / Б. А. Козлов, И. А. Ушаков. - М.: Советское радио, 1975. - 472 с.
12. Надежность и эффективность АСУ / Ю. Г. Заренин, М. Д. Збырко, Б. П. Креденцер [и др.]; под общ. ред. Ю. Г. Заренина. - Киев: Изд-во «Техніка», 1975. - 368 с.
13. Ремонтпригодность машин / А. И. Аристов, П. Н. Волков, Л. Г. Дубицкий [и др.]; под ред. проф. П. Н. Волкова. - М.: Машиностроение, 1975. - 368 с.
14. Кузнецов, А.А. Надежность конструкций баллистических ракет / А.А. Кузнецов. -М.: Машиностроение, 1978. -256 с.
15. Кристофидес, Н. Теория графов. Алгоритмический подход / Н. Кристофидес. – М.: Мир, 1978. – 476 с.
16. Райкин, А. Л. Элементы теории надежности технических систем / А. Л. Райкин; под ред. проф. И. А. Ушакова. - М.: Советское радио, 1978. - 280 с.
17. Зажигаяев, Л. С. Методы планирования и обработки результатов физического эксперимента / Л. С. Зажигаяев, А. А. Кишьян, Ю. И. Романиков. - М.: Атомиздат, 1978. - 232 с.
18. Фрэнк, Г. Сети, связи, потоки / Г. Фрэнк, И. Фриш; пер. с англ; под ред. Д. А. Пospelова. - М.: Связь, 1978. - 448 с.
19. Райншке, К. Модели надежности и чувствительности систем / К. Райншке; пер. с нем. проф. Б. А. Козлова. - М.: Мир, 1979. - 454 с.
20. Оре, О. Теория графов / О. Оре. - М.: Наука, 1980. - 336 с.
21. Капур, К. Надежность и проектирование систем/ К. Капур, Л. Ламберсон; пер. с англ. - М.: Мир, 1980. -604с.
22. Рябинин, И.А. Логико-вероятностные методы исследования надежности структурно-сложных систем / И.А. Рябинин, Г.Н. Черкесов. - М.: Радио и связь, 1981.
23. Ракеты-носители / под ред. проф. С.О. Осипова. - М.: Военное изд-во министерства обороны СССР, 1981. - 315 с.
24. Болотин, В. В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений / В. В. Болотин. - М.: Стройиздат, 1982. - 351 с.

25. Кузнецов, А.А. Математическое обеспечение надежности летательных аппаратов / А. А. Кузнецов. - М.: МАИ, 1982. -72с.
26. Болшев, Л.И. Таблицы математической статистики /Л. И. Болшев, Н. В. Смирнов. - М.: Наука, 1983.
27. Вопросы математической теории надежности / Е. Ю. Бразилевич, К. Ю. Беляев, В. А. Каштанов [и др.]; под ред. Б. В. Гнеденко. - М.: Советское радио, 1983. - 376 с.
28. Диллон, Б. Инженерные методы обеспечения надежности систем / Б. Диллон, Ч. Сингх; пер. с англ. - М.: Мир, 1984. - 318 с.
29. Болотин, В.В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций / В. В. Болотин. - М.: Машиностроение, 1984. - 312 с.
30. Статистические методы обработки результатов наблюдений / Р. М. Юсупов, Г. Б. Петухов, В. Н. Сидоров [и др.]; под ред. проф. Р. М. Юсупова. - М.: Министерство обороны СССР, 1984. - 563 с.
31. Анцелиович, Л. Л. Надежность, безопасность и живучесть самолета / Л.Л. Анцелиович. - М.: Машиностроение, 1985.
32. Надежность технических систем: справочник / под ред. проф. И. А. Ушакова. - М.: Радио и связь, 1985. - 607 с.
33. Лукашев, Л. Г. Надежность систем конструкций летательных аппаратов / Л.Г. Лукашев, В. И. Куренков; Куйбышев. авиац. ин-т. - Куйбышев, 1986.
34. Тарасов, Ю.Л. Элементы прочностной надежности авиационных конструкций / Ю. Л. Тарасов, Э. И. Миноранский; Куйбышев. авиац. ин-т. - Куйбышев, 1986.
35. Степанов, С. Л. Космическая среда и условия пребывания в ней летательных аппаратов / С. Л. Степанов, В. Т. Тимшин, Л. П. Юмашев; Куйбышев. авиац. ин-т. - Куйбышев, 1986.
36. Надежность и эффективность в технике: справочник. В 10 т. - М.: Машиностроение, 1986 - 1990.
37. Волков, Л. И. Управление эксплуатацией летательных комплексов / Л. И. Волков. - М.: Высшая школа, 1987.
38. Основы синтеза систем летательных аппаратов / А. А. Лебедев, В. Н. Баранов, В. Т. Боброников [и др.] - М.: Машиностроение, 1987. -224 с.
39. Байхельт, Ф. Надежность и техническое обслуживание. Математический подход / Ф. Байхельт, П. Франкен; пер. с нем. М. Г.

Коновалова; под ред. И. А. Ушакова. - М.: Радио и связь, 1988. - 392 с.

40. Надежность и эффективность в технике: справочник. В 10 т. / ред. совет: В. С. Авдучевский [и др.] – М.: Машиностроение, 1988. Т. 3. Эффективность технических систем / под общ. ред. В. Ф. Уткина, Ю. В. Крючкова. – 328 с.

41. Золотов, А.А. Обеспечение надежности транспортных аппаратов космических систем / А. А. Золотов, М.И. Титов. - М.: Машиностроение, 1988.

42. Боевая живучесть летательных аппаратов / С. И. Базазянц, А. Н. Меднов, А. Ф. Букшин [и др.]; под ред. В. Ф. Леонтьева - М.: Военное издательство, 1988.

43. Федоров, В. Избыточность функционирующих структур - фундаментальный фактор надежности физиологических систем / В. Федоров. // Успехи современной биологии. Т. 105, вып. 2, 1988.

44. Райншке, К. Оценка надежности систем с использованием графов / К. Райншке, И. А. Ушаков. - М.: Радио и связь, 1988. - 209 с.

45. Коваленко, И. Н. Методы расчета высоконадежных систем / И. Н. Коваленко, Н. Ю. Кузнецов. - М.: Радио и связь, 1988, - 176 с.

46. Решетов, Д. Н. Надежность машин / Д. Н. Решетов, А. С. Иванов, В. З. Фадеев; под ред. проф. Д. Н. Решетова. - М.: Высшая школа, 1988. - 240 с.

47. Косточкин, В. В. Надежность авиационных двигателей и силовых установок / В. В. Косточкин. Изд. 2-е. - М.: Машиностроение, 1988. -272 с.

48. Северцев, Н.А. Надежность сложных систем в эксплуатации и отработке / Н.А. Северцев. - М.: Высшая школа, 1989. - 432 с.

49. Согомонян, Е. С. Самопроверяемые устройства и отказоустойчивые системы / Е. С. Согомонян, Е. В. Слабаков. - М.: Радио и связь, 1989. - 208 с.

50. Справочник по безопасности космических полетов / Г. Т. Береговой, В. И. Ярополов, И. И. Баранецкий [и др.] - М.: Машиностроение, 1989. - 336 с.

51. Надежность ракетной техники. Астронавтика и ракетодинамика: Экспресс-информация. - М.: ВИНТИ, 1990, №15. Вып. 2. С. 22-24.

52. Лебедев, А.А. Проектирование космических аппаратов наблюдения / А.А. Лебедев, О.П. Нестеренко. - М.: Машиностроение, 1991.
53. Ханцеверов, Ф.Р. Моделирование космических систем моделирования природных ресурсов Земли / Ф. Р. Ханцеверов, В.В. Остроухов. - М.: Машиностроение, 1989.
54. Методические и организационно-технические вопросы надежности космических аппаратов: конспект лекций / В. И. Куренков, В. И. Кузнецов, В. А. Капитонов [и др.]. - Самара: СГАУ, 1997. - 42 с.
55. Куренков, В. И. Методы расчета надежности космических аппаратов: конспект лекций / В. И. Куренков. - Самара: СГАУ, 1998. - 80 с.
56. Управление космическими аппаратами зондирования Земли. Компьютерные технологии / Д. И. Козлов, Г. П. Аншаков, Я. А. Мостовой [и др.]. - М.: Машиностроение, 1998. - 368 с.
57. Куренков, В. И. Основы безопасности космических полетов: конспект лекций / В. И. Куренков. - Самара: СГАУ, 1999. - 68 с.
58. Надежность сложных технических систем / В. В. Малышев, К. А. Карп, В. И. Кочетков [и др.]. - М.: Изд-во МАИ, 1999. - 64 с.
59. Спутниковые системы мониторинга. Анализ, синтез и управление / В. В. Малышев, М. Н. Красильщиков, В. Т. Бобронников [и др.]; под ред. проф. В. В. Малышева. - М.: Изд-во МАИ, 2000. - 566 с.
60. Черток, Б. Е. Ракеты и люди / Б. Е. Черток. 3-е изд. - М.: Машиностроение, 2002. - 416 с.
61. Прочностная и вибрационная обработка космических аппаратов / А. И. Белоусов, С. И. Ткаченко, В. Н. Самсонов [и др.]; под ред. проф. А. И. Белоусова. - Самара: Изд-во Самарского научного центра РАН, 2002. - 502 с.
62. Оценка метеорно-техногенной опасности полета космического аппарата: учеб. пособие / В. И. Куренков, Л. Г. Лукашев, Л. П. Юмашев; под ред. чл.-корр. РАН Д. И. Козлова. - Самара: СГАУ, 2004, - 67 с.
63. Куренков, В.И. Выбор основных проектных характеристик и конструктивного облика ракет-носителей. учеб. пособие / В.И. Ку-

ренков, Л.П. Юмашев; под ред. чл.-корр. РАН Д. И. Козлова. - Самара: СГАУ, 2005. - 237 с.

64. Куренков, В. И. Основы устройства и моделирования целевого функционирования космических аппаратов наблюдения: учеб. пособие / В. И. Куренков, В. В. Салмин, Б. А. Абрамов. – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2006. – 296 с.

65. Справочник по специальным функциям / пер. с англ.; под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. - М: Наука, 1979.

66. ГОСТ 27.002-89. Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения.

Учебное издание

*Куренков Владимир Иванович  
Капитонов Валерий Алексеевич*

**МЕТОДЫ РАСЧЕТА И ОБЕСПЕЧЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ  
РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ**

Учебное пособие

Научный редактор В. В. С а л м и н  
Технический редактор А. Г. П р о х о р о в  
Редакторская обработка Л. Я. Ч е г о д а е в а  
Корректорская обработка А. В. Я р о с л а в ц е в а  
Доверстка А. А. Н е ч и т а й л о

Подписано в печать 24.09.07 г. Формат 60x84 1/16.  
Бумага офсетная. Печать офсетная.  
Печ. л. 20,0.

Тираж 90 экз. Заказ . ИП - 36 / 2007

Самарский государственный  
аэрокосмический университет.  
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

---

Изд-во Самарского государственного  
аэрокосмического университета.  
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

Оперативность и надежность управления КА, а следовательно и эффективность выполнения целевой задачи КА, определяются в том числе и следующими компонентами процесса управления:

- оперативностью и надежностью формирования и передачи на борт КА командно-программной информации;
- оперативностью и надежностью проведения контрольно-диагностических операций на борту КА;
- оперативностью и надежностью выполнения операций по передаче с борта КА, обработке и анализу на наземном комплексе управления контрольной информации, формируемой на борту КА;
- оперативностью и надежностью решения задач диагностирования выявленных отказов.

Задачи контроля в общем процессе управления должны быть сформулированы таким образом, чтобы их решение обеспечивало минимально возможные задержки управления КА, т. е. обеспечивало поддержание производительности КА на возможно более высоком уровне. В этом плане можно выделить следующие основные моменты организации процесса контроля:

- оптимальное распределение задач контроля между КА и наземным комплексом управления;
- комплексная автоматизация решения задач контроля;
- использование перспективных высокопроизводительных средств передачи и обработки контрольной информации;
- комплексное использование всех видов информации, характеризующей состояние КА, при решении задач диагностирования отказов.

### **Особенности организации процесса контроля космического аппарата как сложной автоматической системы**

Космический аппарат как объект контроля имеет ряд особенностей, предъявляющих к организации процесса контроля определенные требования, выполнение которых связано со значительными затратами ресурсов КА (масса, энергопотребление, вычислительные мощности). Контроль состояния КА, являясь неотъемлемой составной частью общего процесса управления КА, предназначен обеспечить его эффективность, не накладывая существенных ограничений на выполнение предписанной программы полета, и, в то же время

Учебное издание

*Куренков Владимир Иванович  
Капитонов Валерий Алексеевич*

**МЕТОДЫ РАСЧЕТА И ОБЕСПЕЧЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ  
РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ**

Учебное пособие

Научный редактор В. В. С а л м и н  
Технический редактор А. Г. П р о х о р о в  
Редакторская обработка Л. Я. Ч е г о д а е в а  
Корректорская обработка А. В. Я р о с л а в ц е в а  
Доверстка А. А. Н е ч и т а й л о

Подписано в печать 24.09.07 г. Формат 60x84 1/16.

Бумага офсетная. Печать офсетная.

Печ. л. 20,0.

Тираж 90 экз. Заказ . ИП - 36 / 2007

Самарский государственный  
аэрокосмический университет.  
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

---

Изд-во Самарского государственного  
аэрокосмического университета.  
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

Исследование операции проводится всегда с точки зрения интересов одного распорядителя (основного субъекта системы), которого называют лицом, принимающим решение (ЛПР).

Набор всевозможных взаимоисключающих (альтернативных) способов использования активных средств составляет множество допустимых стратегий. Выбор конкретной стратегии из множества допустимых стратегий является основным этапом принятия решения.

Процесс подготовки и принятия решений ЛПР, организация их выполнения и контроль составляют сущность управления операцией.

Применительно к космической системе наблюдения операции могут быть направлены на:

- достижение целей функционирования в штатных условиях эксплуатации;
- парирование внешних неблагоприятных условий;
- парирование внутренних неблагоприятных условий.

Элементами операций, направленных на достижение целей функционирования в штатных условиях эксплуатации, могут быть:

- планирование порядка съемки объектов наблюдения;
- астроориентация;
- проверка готовности КА к проведению съемки;
- разворот корпуса КА для съемки цели;
- фокусировка оптической системы (наведение на резкость);
- включение фотоприемного устройства;
- запись сигнала в запоминающее устройство;
- поворот антенн на спутник-ретранслятор;
- передача информации;
- разворот корпуса КА для съемки следующей цели и т. д.

Элементами операций, направленных на достижение цели космической системы по парированию неблагоприятных внешних условий, могут быть:

- изменение порядка съемки целей, расположенных в полосе обзора космического аппарата;
- изменение орбиты для срочного выхода на «важную» цель;
- использование аппаратуры с различными характеристиками по детальности, размеру ширины полосы обзора в зависимости от поставленных частных задач;

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА»

*В. И. КУРЕНКОВ, В. А. КАПИТОНОВ*

МЕТОДЫ РАСЧЕТА И ОБЕСПЕЧЕНИЯ  
НАДЕЖНОСТИ РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКИХ  
КОМПЛЕКСОВ

*Утверждено Редакционно-издательским советом университета  
в качестве учебного пособия*

САМАРА  
Издательство СГАУ  
2007