

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

Ю.Ф. Широков

Основы теории радиолокационных систем

Электронное учебное пособие

САМАРА

2012

УДК 621.397.132
Ш 645

Автор : **Широков Юрий Федорович**

Широков, Ю. Ф. Основы теории радиолокационных систем [Электронный ресурс] : электрон. учеб. пособие / Ю. Ф. Широков ; Минобрнауки России , Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С.П. Королева (нац. исслед. ун-т) . - Электрон. текстовые и граф. дан. (20,7 Мбайт) . - Самара , 2012 . – 1 эл. опт. диск (CD-ROM).

В пособии рассматриваются физические основы работы радиолокационных систем и комплексов. Рассмотрены методы измерения координат движущихся и неподвижных объектов. Рассмотрены основы статистической теории радиолокации, позволяющие оценить потенциальные радиолокаторов при измерении и разрешении параметров обрабатываемых сигналов.

Учебное пособие предназначено для студентов радиотехнического факультета , обучающихся по специальности 210601.65 «Радиоэлектронные системы и комплексы», изучающих дисциплину «Основы теории радиолокационных систем » в 8 семестре.

Пособие разработано на кафедре радиотехнических устройств.

© Самарский государственный
аэрокосмический университет, 2012

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	5
1 Физические и геометрические основы работы радиолокационных систем	
1.1. Радиодальнометрия (измерение расстояния).....	11
1.2. Радиопеленгация (измерение угловых координат).....	13
1.3. Измерение радиальной скорости.....	15
2. Энергетические соотношения в радиолокации	16
2.1. Дальность действия беззапросной РЛС.....	16
2.2. Энергетический потенциал РЛС	18
2.3. Дальность действия РЛС при локации точечного объекта.....	20
2.4. Дальность действия РЛС при локации протяженной цели . Непрерывное излучение. Импульсное излучение	21
2.5. Дальность действия запросно-ответной РЛС.....	21
2.6. Влияние отражения ЭМВ от поверхности Земли на дальность радиолокационного наблюдения.....	22
2.7. Дальность обнаружения низколетящих целей	25
2.8. Влияние кривизны земной поверхности на дальность радиолокационного наблюдения	26
2.9. Влияние атмосферной рефракции на дальность радиолокационного наблюдения.....	27
2.10. Влияние затухания в атмосфере на дальность радиолокационного наблюдения	28
2.11. Уточненное уравнение радиолокации	29
3 Основы статистической теории радиолокации	31
3.1. Исходные положения. Некоторые соотношения теории вероятностей.....	31
3.2. Обнаружение сигналов как статистическая задача.....	37
3.3. Качественные показатели и критерии оптимального обнаружения	38
3.4. Критерии оптимального обнаружения	39
3.5. Обнаружение полностью известного (детерминированного) сигнала.....	42
3.5.1. Характеристики оптимального обнаружения	47
3.5.2. Структура оптимального обнаружителя	48
3.6. Обнаружение сигнала со случайной начальной фазой.....	52
3.7. Обнаружение сигнала со случайной амплитудой и случайной начальной фазой.....	54
3.8. Обнаружение сигнала в виде пачки импульсов	56
3.9. Обнаружение сигналов при априорной неопределенности.....	57
3.10. Согласованная фильтрация сигналов	58
3.11. Квазиоптимальная фильтрация сигналов.....	60
3.12. Обнаружение шумовых сигналов.....	65
3.13. Цифровые методы обнаружения.....	66

3.14.	Разрешение сигналов.....	68
3.14.1.	Разрешение сигналов по запаздыванию	68
3.14.2.	Разрешение сигналов по частоте.....	71
3.14.3.	Совместное разрешение по запаздыванию и частоте . Принцип неопределенности в радиолокации	73
3.14.4.	Классы зондирующих сигналов . Особенности применения простых сигналов .Применение сигналов сложной формы.Частотно-модулированные импульсы Шумоподобные сигналы.....	76
4	РЛС обзора земной поверхности.....	83
4.1.	РЛС с большими вдольфюзеляжными антеннами.....	83
4.2.	Принцип синтезирования раскрытия антенны	84
4.3.	Формирование траекторных сигналов	86
4.4.	Обработка сигналов в РСА	90
4.4.1.	Оптическая обработка сигналов РСА.....	95
4.4.2.	Цифровые методы обработки сигналов РСА.....	98
5	Измерение (оценка) параметров сигнала.....	101
5.1.	Понятие функции потерь	102
5.2.	Структура оптимального измерителя.....	105
5.3.	Потенциальные точности измерения	108
5.3.1.	Потенциальная точность измерения дальности.....	111
5.3.2.	Потенциальная точность измерения скорости	115
5.3.3.	Оценка амплитуды детерминированного сигнала	117
6	Фильтрация параметров сигнала	127
	Список используемых источников.....	128

ВВЕДЕНИЕ

Радиолокация – отрасль радиоэлектроники , обеспечивающая получение сведений об объектах за счет приема и анализа радиоволн .

Объекты радиолокации , т.е. физические тела , сведения о которых представляют практический интерес , называются радиолокационными целями . В зависимости от области применения радиолокационные цели могут быть :

- аэродинамическими (самолеты , вертолеты , крылатые ракеты)
- баллистические и космические (боеголовки , спутники)
- наземные и надводные (автомобили , корабли)
- природного происхождения (планеты , молнии , облака , дождь , естественные ориентиры на местности и т.д.)

Совокупность сведений о целях , получаемых средствами радиолокации , называют радиолокационной информацией . Технические средств получения Радиолокационной информации называют радиолокационными станциями (РЛС) или радиолокаторами .

Таким образом , РЛС составляют важный подкласс радиотехнических систем , являясь радиосистемами извлечения информации и относятся к широкому классу информационных радиосистем .

Процесс получения радиолокационной информации , во многих случаях единый , часто делят на следующие этапы :

- обнаружение целей
- измерение координат и параметров движения
- разрешение целей

Обнаружение состоит в принятии решения о наличии или отсутствии цели в каждом временном участке пространства с минимально допустимыми вероятностями ошибочных решений.

Измерение сводится к выработке оценок координат и параметров движения цели с минимально допустимыми погрешностями . При использовании сферической системы координат обычно измеряют дальность до цели , а также ее азимут и угол места . В качестве параметров движения цели могут вводиться производные координат , либо другие параметры траектории движения . (рис.В1)

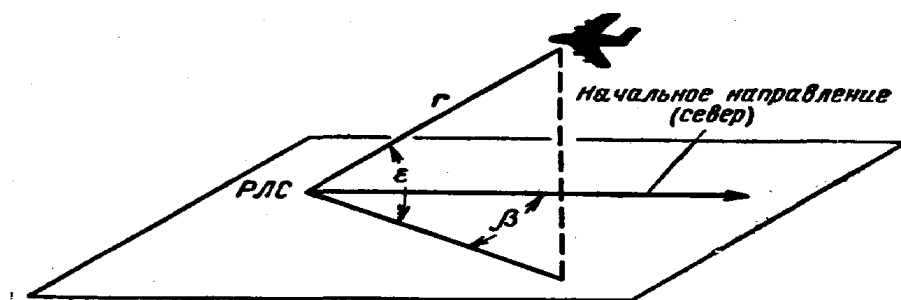
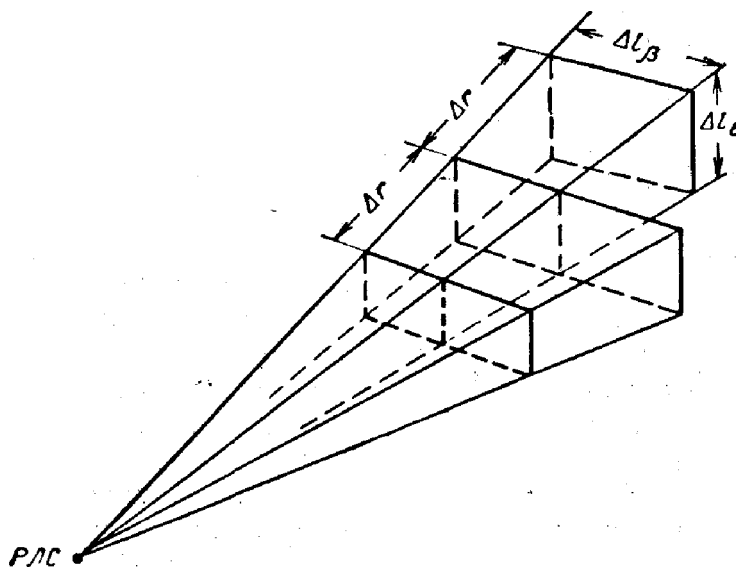


Рис.В.1 - Сферические координаты цели

Разрешение состоит в выполнении задач обнаружения и измерения параметров произвольной цели при наличии других, кроме выбранной для наблюдения. В соответствии с характером движения цели различают разрешение целей по дальности, угловым координатам и скорости. Разрешающую способность по координатам характеризуют элементарным объемом (рис.В2)



РисВ.2.Разрешаемый объем радиолокатора

Размеры последнего по дальности Δr , в азимутальной плоскости Δl_{β} , в угломестной Δl_{ϵ} устанавливаются так, что наличие цели в соседнем объеме не ухудшает показатели качества обнаружения и измерения параметров цели, которая расположена в центре выделенного объема. Выделенный таким образом элементарный объем называют разрешаемым объемом (при импульсном облучении цели – импульсным объемом).

Распознавание - заключается в установлении принадлежности разрешаемой цели к определенному классу. В одних случаях необходимо установить принадлежность “свой-чужой” с помощью запросно-ответных Устройств радиолокационного распознавания, в другом, например, распознать боеголовку баллистической ракеты на фоне ее корпуса, ложных Целей или определить характер искусственного спутника Земли или тип летательного аппарата.

Скоротечность и сложность радиолокационной обстановки требуют, как

Правило , высокого темпа выдачи данных , образующих потоки с большим объемом информации . Поэтому каждая из задач : обнаружение , измерение , разрешение и распознавание для любого конечного объема пространства должно решаться за ограниченное время .

Радиолокационные системы в зависимости от происхождения принимаемого Радиосигнала подразделяют на активные и пассивные . В активных системах Информация выделяется из радиосигналов , полученных в результате облучения объекта зондирующим электромагнитным колебанием – зондирующим сигналом и приема отраженной от объекта энергии . Поэтому Активная радиосистема состоит из радиопередающего устройства (передатчика) , передающей и приемной антенны и радиоприемного устройства (приемника) .Наличие двух антенн у активной радиосистемы не обязательно . Можно ограничиться и одной антенной , если обеспечить необходимую развязку приемного и передающего каналов . Наиболее просто это решается при импульсном зондирующем сигнале с помощью антенного переключателя . В пассивной радиосистеме извлечение информации осуществляется без облучения объекта электромагнитными колебаниями . Объект сам является источником излучения . Поэтому пассивная система состоит из приемной антенны и радиоприемного устройства . В зависимости от расположения радиопередающего и радиоприемного устройства в пространстве РЛС подразделяются на однопозиционные (совмещенные) , когда передатчик и Приемник расположены в одном пункте , и разнесенные (бистатические) , Когда передатчик и приемник расположены в двух пунктах , достаточно удаленных друг от друга .

Отдельный класс радиосистем составляют многопозиционные радиолокационные системы , состоящие из нескольких в пространстве приемных и передающих или приемопередающих позиций , в которых осуществляется совместная обработка радиолокационной информации .

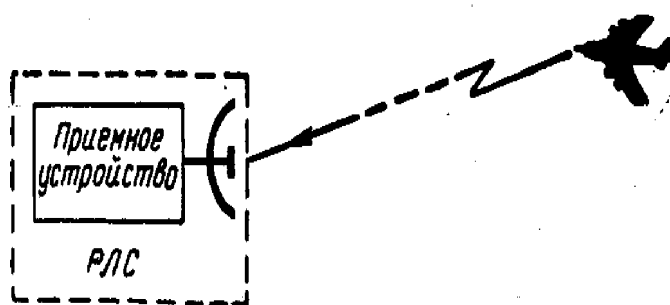


Рис.В.3.Пассивная радиолокационная система

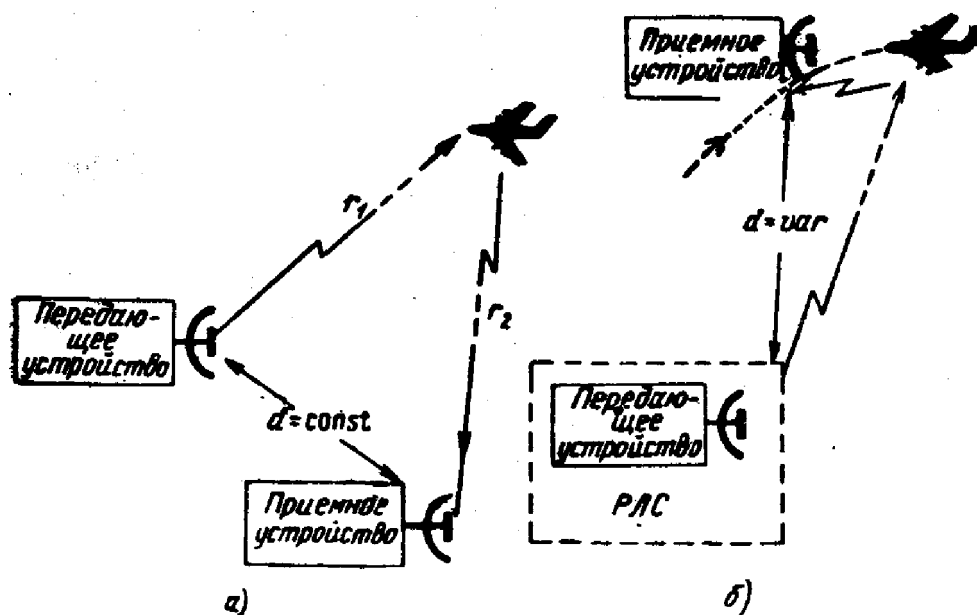


Рис.В.4.Активная радиолокационная система

ХАРАКТЕРИСТИКИ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ЦЕЛЕЙ

Основными характеристиками объектов , рассматриваемых в качестве радиолокационных целей , являются :

- отражающая способность , определяющая способность цели переизлучать большую или меньшую долю падающей на нее электромагнитной энергии
- закон распределения и спектр флуктуаций амплитуды (мощности) отраженного сигнала
- закон распределения и спектр флуктуаций фазового фронта отраженного сигнала
- особенности траектории движения .

Отражающие свойства цели наряду с другими параметрами РЛС определяют ее дальность действия . Отражающие свойства зависят от размеров цели , материала , из которого она выполнена , конфигурации , длины волны РЛС и направления облучения . Практическая невозможность точного учета всех перечисленных факторов привела к необходимости введения специальной расчетной величины – эффективной отражающей площади цели .

Эффективная отражающая площадь цели -это такая фиктивная поверхность , являющаяся изотропным и не поглощающим энергию переизлучателем , которая будучи помещена в точку расположения цели , создает у антенны РЛС такую же плотность потока мощности отраженного сигнала , как и реальная цель .

Диаграмма реальных целей существенно неравномерна в силу сложной конфигурации, поэтому всякое случайное или регулярное изменение их

ракурса облучения со стороны РЛС приводит к флуктуациям мощности отраженного сигнала у антенны РЛС

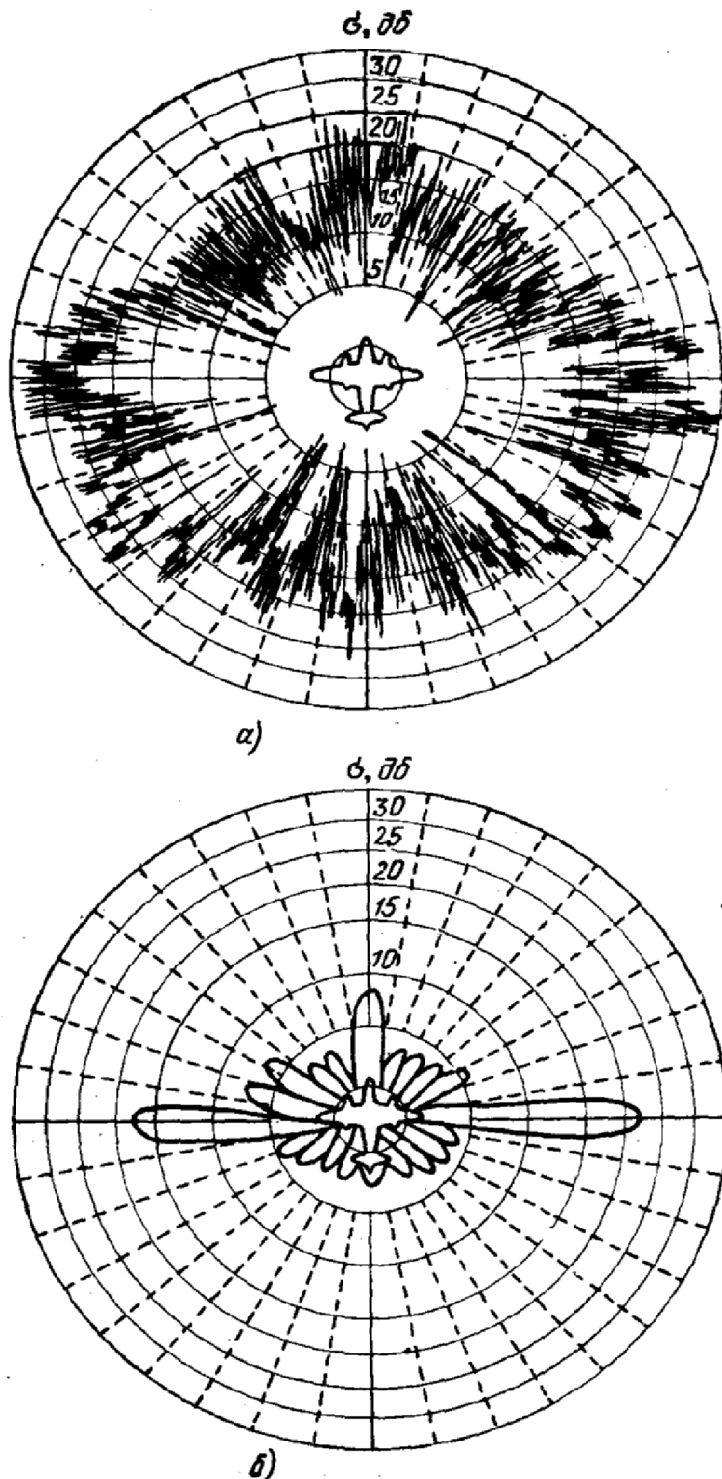


Рис.В.5. Диаграмма переизлучения самолета при $\lambda=10$ см(а) и $\lambda=3$ м (б)

Радиолокационные цели можно разделить на элементарные и сложные. Эффективная поверхность элементарных целей может быть определена аналитически (металлический шар, пластина, вибратор, уголкоый отражатель).

Для сложных целей эффективная отражающая площадь может быть определена только экспериментальным путем . К сложным целям относится большинство реальных целей . Сложные цели в свою очередь могут быть разделены на точечные и распределенные ..

Точечными целями называют такие цели , линейные размеры которых значительно меньше элементов разрешения РЛС по дальности и угловым координатам , а разность радиальных скоростей их крайних точек много меньше элемента разрешения по скорости . Эффективная отражающая поверхность точечных целей определяется экспериментально .

Если $l_{ц}$ - наибольший размер цели , а $\delta(D)$, $\delta(\varphi_{аз})$, $\delta(\varphi_{ум})$, $\delta(V_r)$ - разрешающие способности РЛС соответственно по дальности , угловым координатам и скорости , то должны выполняться соотношения :

$$l_{ц} \ll \delta(D), l_{ц} \ll \delta(\varphi_{аз})D, l_{ц} \ll \delta(\varphi_{ум})D, l_{ц} \ll \frac{\delta(V_r)D}{V}$$

- где $\delta(\varphi)D = \delta(l)$ - линейная разрешающая способность по угловой координате .

Указанные соотношения позволяют сформулировать важную особенность точечных целей :

- точечными целями следует считать такие , которые практически не увеличивают длительность отраженного сигнала и не изменяют его спектр по сравнению с сигналом , отраженным от цели в виде геометрической точки .

Распределенными целями называют такие , для которых указанные соотношения не выполняются . Распределенные цели могут быть поверхностными (земная поверхность) и объемными (облака пассивных отражателей , гидрометеоры) . Для распределенных целей экспериментально определяется средняя удельная эффективная отражающая поверхность Эта величина характеризует отражающие свойства единицы площади или

Объема . Полная величина $S_{эффо}$ находится из соотношений :

- для поверхностной цели

$$S_{эффо} = S_{эффц} \delta(S)$$

- для объемной цели

$$S_{эффо} = S_{эффц} \delta(V)$$

-где $\delta(S)$ и $\delta(V)$ - размеры элементов разрешения РЛС соответственно по площади и объему .

В общем случае довольно трудно точно определить удельную эффективную отражающую площадь земной поверхности вследствие сложности рельефа, различия в структуре и многих других факторов, влияющих на характер отражения радиоволн. Основные факторы, которые влияют на величину отраженного сигнала: неровность рельефа, значение углов падения облучающей волны, комплексная диэлектрическая постоянная отражающей поверхности, несущая частота РЛС. Значения $S_{эффц}$ приводятся в справочниках по радиолокации.

В таблице 1 приведен пример ЭПР различных точечных целей.

Таблица 1

Тип радиолокационной цели	Средняя эффективная поверхность цели, м ²
Крейсер	10 ⁴
Дальний бомбардировщик	10—50
Средний бомбардировщик	5—20
Истребитель	1—5
Рубка подводной лодки	1
Крылатая ракета	0,3—0,8
Головная часть баллистической ракеты	от 1 до 10 ⁻³

ТАКТИЧЕСКИЕ ДАННЫЕ И ТЕХНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РЛС

К тактическим характеристикам РЛС относят:

- зона действия, под которой понимают размеры области пространства, в пределах которой ведется наблюдение целей
- период обзора $T_{обз}$ - время, требующееся для осмотра заданной области
- измеряемые координаты
- точность измерения координат и скоростей целей
- разрешающая способность
- эксплуатационная надежность
- помехозащищенность

Зона действия РЛС ограничивается максимальной и минимальной дальностью действия и секторами обзора в горизонтальной и вертикальной плоскостях.

При оценке **точности** измерений, осуществляемых РЛС принимают во внимание лишь случайные составляющие ошибок измерений. Предполагают, что систематические составляющие ошибок могут быть определены и учтены. В большинстве практических случаев случайные ошибки радиолокационных измерений распределены по нормальному закону и для оценки точности используется либо среднееквадратичное отклонение, либо Дисперсия ошибок измерения.

Разрешающая способность РЛС характеризует возможность раздельного наблюдения целей, которые отличаются либо значением одной из координат, либо скоростью движения.

Разрешающая способность по дальности определяет минимальное расстояние между двумя целями δ_r , имеющими одинаковые угловые координаты и скорости, при которых эти цели наблюдаются раздельно.

Если расстояние между целями станет меньше δ_r , то РЛС воспринимает их как одну цель.

Разрешающая способность по угловым координатам δ_φ определяется минимальным углом между направлениями на две цели, характеризующимися одинаковыми дальностями и скоростями движения, при которых возможно раздельное наблюдение целей.

Разрешающая способность по скорости δ_v определяется минимальным различием скоростей двух целей, наблюдаемых раздельно, при условии равенства их дальностей и угловых координат.

Эксплуатационной надежностью РЛС называется ее свойство выполнять заданные функции в течение определенного времени в допустимых при эксплуатации условиях. Эксплуатационную надежность характеризуют вероятностью безотказной работы в течение заданного промежутка времени.

Помехозащищенностью называется способность РЛС сохранять свои основные тактические показатели при воздействии помех. Радиолокационная Станция обладает более высокой помехозащищенностью по сравнению с другой РЛС, если при прочих равных условиях воздействие помехи вызывает меньшее ухудшение тактических данных.

Тактические данные РЛС определяются ее **техническими характеристиками**, к которым относятся:

- принцип построения РЛС (метод получения радиолокационных сигналов, вид излучаемых колебаний, способ обработки сигналов в приемнике)
- несущая частота излучаемых колебаний
- средняя и пиковая мощность излучения
- форма и ширина диаграммы направленности антенны
- чувствительность приемного устройства по мощности или энергии
- тип выходного устройства.

Контрольные вопросы для самопроверки

1. В чем заключается различие активного и полуактивного методов радиолокации .
2. К какому виду радиотехнических систем относятся радиолокационные системы .
3. Какие характеристики РЛС относятся к основным тактическим характеристикам.
4. Какие виды информационных задач решаются радиолокационными системами .
5. Что такое разрешение сигналов . Разрешение по дальности , скорости и направлению .
6. Какие физические объекты могут являться радиолокационными целями .
7. Какие радиолокационные цели можно отнести к точечным .
8. Понятие распределенных целей . Поверхностные и объемные цели .
9. Что понимают под зоной действия радиолокационной системы .
10. Что понимают под помехозащищенностью радиолокационной системы .
11. Определение эффективной отражающей площади цели .
12. Какие радиолокационные системы относятся к классу многопозиционных систем .

1 Физические и геометрические основы работы радиосистем извлечения информации

В основе работы всех радиосистем извлечения информации о координатах и других характеристиках того или иного объекта лежат 3 важных свойства электромагнитных волн:

- прямолинейность их распространения в свободном пространстве
- постоянство скорости их распространения в свободном пространстве
- весьма малые изменения их направления, скорости, среды поляризации, создаваемые средой распространения (однородность и изотропность среды распространения)

Рассмотрим, как используются эти свойства для определения координат объектов и скорости их движения.

1.1 Радиодальнометрия (измерение расстояния)

Основную роль здесь играет второе свойство электромагнитных волн – постоянство скорости распространения.

Т.к. скорость их распространения $c = const$ и известна с большой точностью, то, измерив время τ_R распространения радиоволн от излучателя к приемнику, можно однозначно определить расстояние между ними: $R = c\tau_R$

Т.к. $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$, каждой микросекунде времени распространения соответствует 300 м пройденного волной расстояния.

Чтобы измерить время распространения волны, необходимо зафиксировать начало отсчета, сделать «засечку». По способу создания такой «засечки» различают 3 основных метода дальнометрии:

Метод синхронных часов (при импульсном излучении)

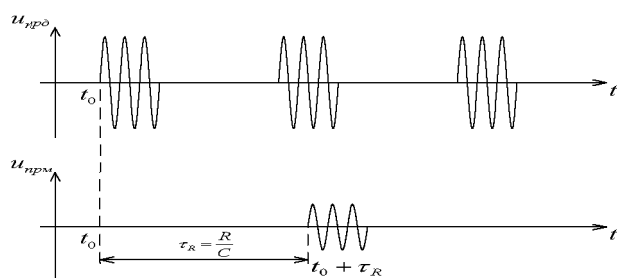


Рис.1.1

Необходимо, чтобы высокоточные часы передатчика и приемника были синхронизированы. В месте приема фиксируется момент приема импульсного сигнала, время излучения которого известно, и так определяют время распространения волны от передатчика к приемнику.

Метод фазометра (при непрерывном излучении колебаний постоянной частоты ω):

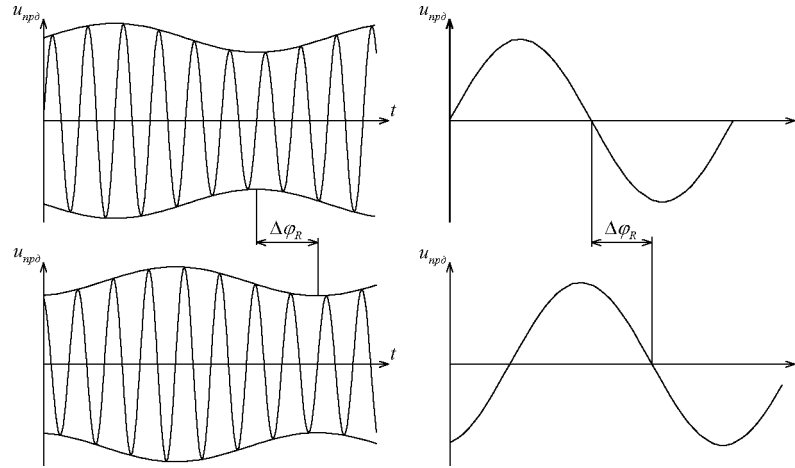


Рис.1.2

Здесь используется однозначная связь полного фазового сдвига между излученным и принятым сигналами $\Delta\varphi_R$ с временем τ_R :

$$\Delta\varphi_R = \omega\tau_R$$

Измерение $\Delta\varphi_R$ может осуществляться и на несущей частоте и на частоте огибающей модулированных колебаний.

Метод частотомера (при частотной модуляции передатчика)

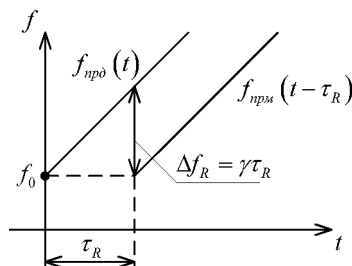


Рис.1.3

При линейном измерении частоты передатчика по закону $f(t) = f_0 + \gamma t$ (где $\gamma = df/dt$ - скорость изменения частоты) запаздывающий на время τ_R сигнал на входе приемника будет смещен относительно излученного по частоте на $\Delta f_R = \gamma\tau_R$.

Т.к. $\gamma = const$ заранее известная величина, то измерение τ_R сводится к изменению Δf_R .

Основное ограничение всех этих трёх методов связано с трудностью «сверить часы» между передатчиком и приемником, особенно когда один из них расположен на подвижном объекте.

Поэтому в навигационных системах широко используется опора на две или более наземных навигационных пункта, находящихся друг от друга на точно заданном расстоянии, названном базой d (синхронизация часов между ними не составляет особого труда).

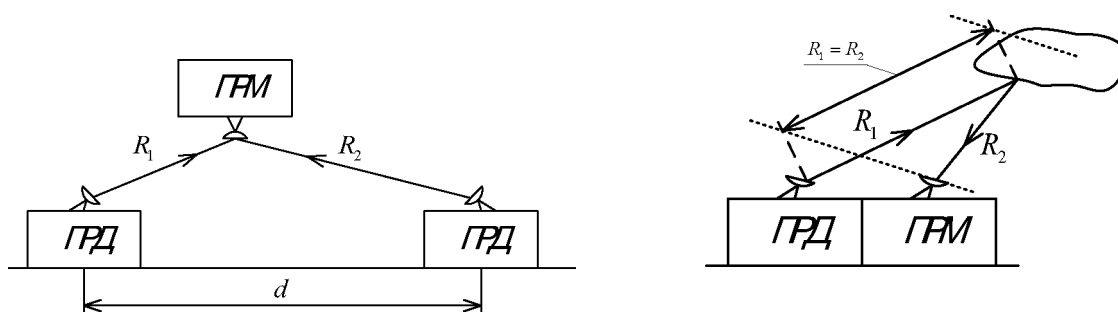


Рис.1.4

Измерению подвергается сумма или разность расстояний летящего объекта до этих двух пунктов. Соответственно различают *суммарно-* или *разностно-*дальномерные системы. При сокращении базы суммарно-дальномерной системы до нуля ($d=0$), т.е. при совмещении ее двух навигационных пунктов, один из которых представляет собой передатчик, а другой приемник, эта система преобразуется в дальномерную, для которой $\tau_R = 2R/c$ и каждой микросекунде времени распространения соответствует 150 м пройденного волной расстояния.

1.2.Радиопеленгация

(измерение угловых координат)

При измерении угловых координат главную роль играет первое свойство ЭМВ – прямолинейность распространения. До последнего времени в радиопеленгаторах применялись остронаправленные антенны с вращающейся, качающейся или коммутируемой ДН в трёх основных вариантах:

1. Установка оси антенной системы в направлении на цель по максимуму амплитуды сигнала данной цели. Этот метод характеризуется высокой

энергетикой ($E \rightarrow E_{max}$), но малой угловой чувствительностью (работа на «тупом» участке ДН)

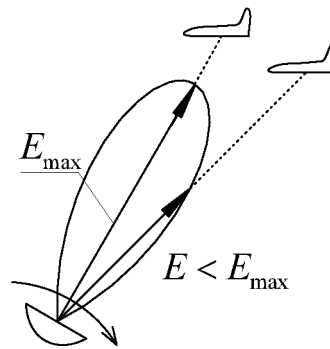


Рис.1.5

- Установка оси антенной системы в направлении на цель по минимуму амплитуды сигнала данной цели. Для этого метода характерна низкая энергетика ($E \rightarrow E_{min}$), но более высокая угловая чувствительность (работа на крутом участке ДН)

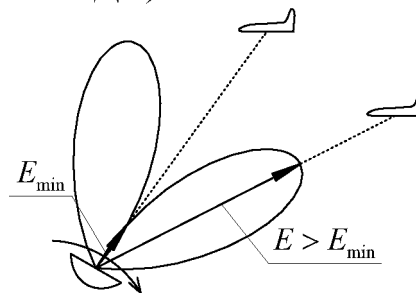


Рис.1.6

- Коммутация двух смещенных в разные стороны от оси антенны ДН и установкой оси антенной системы в направлении на цель по равенству амплитуд сигналов данной цели для двух ДН. Этот вариант, известный как метод равносигнальной зоны, совмещает основные достоинства двух первых методов: $E \rightarrow E_{max}$, работа на «крутом» участке ДН, т.е. достаточно высокая угловая чувствительность.

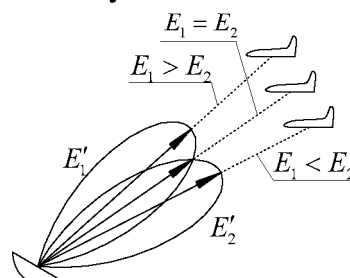


Рис.1.7

Работа всех этих пеленгаторов основана на сравнении амплитуд сигналов при относительно медленном вращении, качании или коммутации ДН антенны, что не позволяет определять направление на цель в каждый данный момент времени. Это ограничение существенно, т.к. при непрерывно возрастающих скоростях целей их угловое положение может на интервале измерения значительно измениться, а диаграмма обратного рассеяния (ДОР) имеет сложную многолепестковую форму, и при их движении одно из коммутируемых положений электрической оси антенны может совпасть с одним из максимумов, а другое – с одним из минимумов ДОР. При совпадении амплитуд сигналов будет допущена грубая ошибка.

Это привело к быстрому вытеснению таких пеленгаторов *моноимпульсными* (или одновременными), позволяющими определять направление на цель в каждый данный момент. Основу их обычно составляют разностно-дальномерные системы, которые при большом удалении от них целей вырождаются в угломерные. Действительно, как следует из рисунка при $R \gg d$ разность дальностей $R_1 - R_2 = d \cos \varphi$ и не зависит от расстояния. Поэтому здесь пригоден любой метод измерения расстояния: синхронных часов, фазометра или частотомера. Системы пеленгации с фазометром получили название фазовых пеленгаторов.

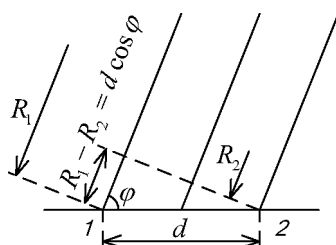


Рис.1.8

1.3 Измерение радиальной скорости

Радиальной скоростью V_r называют проекцию вектора V скорости цели на направление «измерительная система - цель». Т.к. $V_r = dR/dt$ (где R – расстояние между измерительной системой и целью), в принципе V_r можно определить, дифференцируя показания радиодальномера, либо оценивая

конечную разность дальностей на границах фиксированного интервала времени. Однако, повсеместно для измерения скорости V_r используется эффект Доплера а несущей частоте, т.к. при этом обеспечивается несравненно большая точность измерений.

Разность частот излученного и принятого колебаний называется доплеровским приращением частоты f_δ .

Если передатчик излучает гармонические колебания частоты f_0 , а приемник движется относительно него с переменной скоростью $V(t)$ под углом $\Theta(t)$ к линии передатчик – приемник, для большинства практических приложений зависимость f_{0r} от скорости $V(t)$ может быть с удовлетворительной точностью определена простым соотношением:

$$f_\delta(t) = \frac{f_0}{c} V(t) \cos \Theta(t) = \frac{f_0}{c} V_r(t) = \frac{V_r(t)}{\lambda},$$

где $V_r(t)$ - радиальная составляющая скорости

λ - длина волны излучаемых колебаний

Основная трудность измерения f_δ в выше беззапросной радиолинии связана с необходимостью иметь в месте приема сигнал, частота которого с высокой точностью (до 10^{-11} - 10^{-10}) равна частоте удаленного передатчика. Значительно проще измерять f_δ в радиолокационной или запросно-ответной системах, в которых передатчик и приемник находятся рядом.

Переход от связного к радиолокационному или запросно-ответному каналам, в которых радиоволны дважды проходят путь между измерительной системой и объектом, дает при прочих равных условиях удвоение приращения доплеровской частоты, т.е. $f_\delta = 2Vr(t)/\lambda$.

В частном случае прямолинейного равномерного движения, когда $V(t) = V_0 = const$, формула для f_δ упрощается

$$f_\delta(t) \cong \frac{2V_0}{\lambda} \cos \Theta(t) = \frac{2V_{0r}(t)}{\lambda} \cos \Theta(t)$$

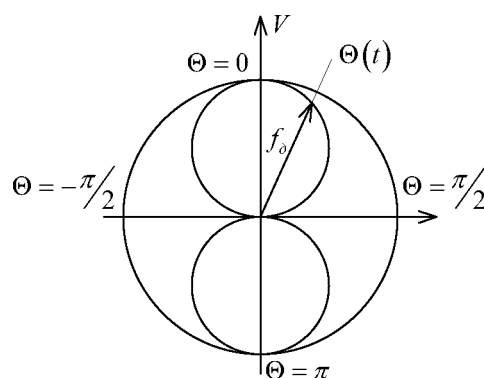


Рис.1.9

и частота является функцией только угла Θ . В общем случае эта зависимость характеризуется косинусной полярной диаграммой (рисунок со стр 12). Из диаграммы видно, что как при сближении, так и при удалении объекта частота f_d достигает максимума, когда вектор скорости направлен вдоль радиолуча ($\Theta=0, \Theta=\pi$) и $f_d = 0$ при $\Theta = \pm\pi/2$. При практических расчетах удобно пользоваться формулой $f_d(t) = 200 \frac{V_r(t)}{\lambda} \cos\Theta(t)$, где частота выражена в Гц, скорость в м/с, длина волны в см.

Определим порядок доплеровского приращения. Пусть $V=10^3$ м/с, $\lambda=2$ см, $\Theta=0$, тогда $f_d(t) = 200 \cdot \frac{10^3}{2} = 10^5$ Гц, при $V=10^2$ м/с $f_d = 10^4$ Гц.

Таким образом, в типовых задачах максимальные доплеровские приращения частоты лежат в диапазоне звуковых и ультразвуковых частот.

2 Энергетические соотношения в радиолокации

2.1 Дальность действия безапросной РЛС

Пусть передатчик мощностью $P_{прд}$ с коэффициентом усиления его антенны $G_{прд}$ облучает приемник с эффективной площадью антенны $S_{эфПРМ}$, удаленный от него на расстояние R .

Плотность мощности излучения у приемника Π_R [Вт/м²] определяется отношением мощности $P_{прд}$ к площади поверхности сферы радиуса R , которое должно быть увеличено в $G_{прд}$ раз

$$\Pi_R = \left(\frac{P_{прд} \eta}{4\pi R^2} \right) G_{прд},$$

где η - коэффициент потерь в среде распространения.

Мощность на входе приемника:

$$P_{ПРМ} = \Pi_R S_{эфПРМ} = \frac{P_{прд} \eta G_{прд} S_{эфПРМ}}{4\pi R^2}.$$

Используя соотношение $S_{эфПРМ} = G_{ПРМ} \frac{\lambda^2}{4\pi}$,

где $G_{ПРМ}$ – коэффициент усиления антенны ПРМ, получаем:

$$P_{ПРМ} = \frac{P_{прд} G_{прд} G_{ПРМ} \lambda^2 \eta}{(4\pi)^2 R^2}$$

Отсюда получаем максимальную дальность действия радиолинии:

$$R_{\max} = \sqrt{\frac{P_{прд} G_{прд} G_{ПРМ} \lambda^2 \eta}{(4\pi)^2 P_{ПРМ \min} L}},$$

где $L=3...10$ – коэффициент запаса на неучитываемые факторы;

$P_{ПРМ \min} = \rho_{\min} k T_{\Sigma} \Delta f_{ш}$ – реальная чувствительность ПРМ.

ρ_{\min} – минимально допустимое превышение сигнала над шумом по мощности.

$\Delta f_{ш}$ – шумовая полоса ПРМ

k – постоянная Больцмана

T_{Σ} – суммарная шумовая температура на входе ПРМ, которое складывается из следующих составляющих: $T_{\Sigma} =$

$$T_A + T_{ГАЛ} + T_{\Sigma} + T_{РЗ} + T_{АТМ} + T_3 + T'_{ТР} + T'_{ПРМ},$$

где T_A – собственная шумовая температура входного сопротивления антенны,

$T_{ГАЛ}$, T_{Σ} , $T_{РЗ}$, $T_{АТМ}$, T_3 – шумовые антенные температуры галактики, ярких радиозвезд, атмосферы, Земли,

$T'_{ТР}$, $T'_{ПРМ}$ – пересчитанные к антенне эквивалентные шумовые температуры фидерного тракта и ПРМ.

Что такое шумовая температура?

Под шумовой температурой любого внешнего источника шумов понимается температура сопротивления, равного входному сопротивлению антенны, при котором мощность шума от внешнего источника и шума сопротивления одинаковы.

Подставив в уравнение дальности, получим:

$$R_{\max} = \sqrt{\frac{P_{\text{ПРД}} G_{\text{ПРД}} G_{\text{ПРМ}} \lambda^2 \eta}{(4\pi)^2 \rho_{\min} k T_{\Sigma} \Delta f_{ш} L}}$$

Обычно, для оптимального фильтра $\Delta f_{ш} \approx d/T_H$,

где T_H – время приема элементарного сигнала,

d – коэффициент порядка 1.

С учетом этого

$$R_{\max} = \sqrt{\frac{P_{\text{ПРД}} G_{\text{ПРД}} G_{\text{ПРМ}} \lambda^2 \eta T_H}{(4\pi)^2 \rho_{\min} k T_{\Sigma} d L}} = \sqrt{\frac{\mathcal{E}_{\text{ПРД}} G_{\text{ПРД}} G_{\text{ПРМ}} \lambda^2 \eta}{(4\pi)^2 \rho_{\min} k T_{\Sigma} d L}}, \quad (\text{a})$$

где $\mathcal{E}_{\text{ПРД}} = P_{\text{ПРД}} T_H$ – энергия сигнала, излученного ПРД.

Таким образом, при оптимальной фильтрации дальность действия радиолинии определяется энергией сигнала и не зависит от его формы. (в частности, от того, излучается ли эта энергия непрерывно или короткими импульсами).

Выражение для дальности можно записать в несколько ином виде:

$$R_{\max} = \sqrt{\frac{\mathcal{E}_{\text{ПРД}} S_{\text{эфПРД}} S_{\text{эфПРМ}} \eta}{\rho_{\min} k T_{\Sigma} d L \lambda^2}}. \quad (\text{б})$$

Получим дальность действия обратно пропорциональную длине волны (в первом случае – прямопропорциональна).

Правильны оба утверждения, но каждое соответствует различным исходным данным. Так, если, например, на борту ЛА жестко ограничены и заданы площади антенны, надо использовать выражение (б), при этом уменьшение λ приводит к увеличению коэффициента усиления антенны и, соответственно, предельной дальности. Если жестко заданы коэффициенты усиления антенн, а их габариты неограничены, надо использовать формулу (а) и, согласно выражению

$$S_{\text{эфПРМ}} = G_{\text{ПРМ}} \lambda^2 / 4\pi$$

для поддержания постоянного коэффициента усиления антенн увеличение λ должно приводить к увеличению площади антенн и, соответственно, предельной дальности радиолинии.

2.2 Энергетический потенциал РЛС

Часто энергетику РЛС удобно характеризовать безотносительно к виду и объему принимаемой информации. Для этого введено понятие энергетического потенциала радиолинии H , равного отношению минимально допустимой мощности принимаемого сигнала $P_{\text{ПРМ min}}$ к спектральной плотности мощности шумов $N_0 = kT_{\Sigma}$:

$$H = \frac{P_{\text{ПРМ min}}}{N_0} = \frac{P_{\text{ПРД}} G_{\text{ПРД}} G_{\text{ПРМ}} \lambda^2 \eta}{(4\pi)^2 R^2 N_0}$$

Т.к. мощность шума $P_u = N_0 \Delta f_u$, то

$$H = \frac{P_{\text{ПРМ min}} \Delta f_u}{N_0 \Delta f_u} = \frac{P_{\text{ПРМ min}}}{P_u} \Delta f_u = \rho_{\text{min}} \Delta f_u.$$

Пример. Задан энергетический потенциал $H = 10^7$ Гц. Если задано $\rho_{\text{min}} \geq 10^2$, то мы можем заключить, что ширина спектра принимаемого по данной радиолинии сигнала не должна превышать $\Delta f_u = H / \rho_{\text{min}} = 10^5$ Гц. Если же необходим прием сигнала с шириной спектра $\Delta f_c = 10^6$ Гц, то мы заключаем, что в данной радиолинии будет $\rho_{\text{min}} \leq H / \Delta f_c \approx 10$, т.к. $\Delta f_u \geq \Delta f_c$.

Замечание. Корректное определение ρ_{min} требует использование статистических методов. То же относится к коэффициенту потерь в среде - η и к эффективной площади рассеивания цели.

2.3 Дальность действия РЛС при локации точечного объекта

Точечным принято называть удаленный объект, размеры которого малы по сравнению с разрешаемыми радиолокатором. Основная трудность оценки энергетики такой радиолинии связано с трудностью определения плотности мощности радиоволн, отраженных точечным объектом обратно к радиолокатору. Причиной этому является крайне сложная многолепестковая диаграмма обратного рассеяния объектов. Часто достаточно изменение их углового положения на малые доли градуса, чтобы мощность, отраженная или в направлении на РЛС, изменилась в десятки или сотни раз.

Для преодоления этой трудности была введена специальная характеристика – *эффективная площадь рассеяния цели* (ЭПР) – $S_{\text{эфц}}$ – это площадь такого изотропного рассеивающего отражателя, который в среднем отражает на РЛС такую же мощность, что и данная цель.

Эта характеристика определяется для каждого вида цели осреднением результатов многочисленных экспериментов.

ЭПР истребителя, например, составляет (1..5) м², бомбардировщика – (5..20) м², дальнего бомбардировщика – (10..50) м², крылатой ракеты – (0.3..0.8) м², головки баллистической ракеты (1..0.1) м².

Если ПРД мощностью $P_{\text{ПРД}}$ с коэффициентом усиления его антенны $G_{\text{ПРД}}$ облучает цель с ЭПР $S_{\text{эфц}}$, удаленную от него на расстоянии R , то по аналогии с рассмотренными ранее соотношениями $P_{\text{ц}}$ радиоволн, отражаемых целью

$$P_{\text{ц}} = \frac{P_{\text{ПРД}} G_{\text{ПРД}} S_{\text{эфц}} \eta}{4\pi R^2}.$$

Т.к. $S_{\text{эфц}}$ характеризует изотропно рассеивающий отражатель, то $G_{\text{ц}}=1$. Следовательно, мощность отраженного целью сигнала на входе ПРМ радиолокатора будет

$$P_{\text{ПРМ}} = \frac{P_{\text{ц}} \eta}{4\pi R^2} S_{\text{эфПРМ}} = \frac{P_{\text{ПРД}} G_{\text{ПРД}} G_{\text{ПРМ}} S_{\text{эфц}} \lambda^2 \eta^2}{(4\pi)^3 R^4}.$$

Таким образом, в отличие от ранее рассмотренных радиолиний, энергетика радиолокационной линии убывает не со второй, а с четвертой степенью расстояния.

В связи с этим, именно радиолокационные задачи стимулировали первые революционные изменения в методах генерации и излучения сверхмощных СВЧ колебаний и методов приема слабых сигналов.

Максимальная дальность действия РЛС определяется следующим образом:

$$R_{\text{max}} = \sqrt[4]{\frac{P_{\text{прд}} G_{\text{прд}} G_{\text{прм}} S_{\text{эфц}} \lambda^2 \eta^2}{(4\pi)^3 P_{\text{пр min}}}}$$

- это есть *основное уравнение радиолокации*.

2.4. Дальность действия РЛС при локации протяженной цели

При локации протяженной цели основные зависимости существенно иные. Радиолокационное отражение от материковой и океанической поверхности столь сложны, что невозможно построение каких-либо математических моделей. Основным источником качественной информации являются результаты лабораторных и летных экспериментов.

Наиболее полную информацию о закономерностях отражения от поверхностей дают электромеханические модели. Однако, это очень сложно. Наиболее простая модель – это большое число случайно расположенных точечных отражателей. Отражатели взаимно независимы. Это определяется тем, что разности расстояний от фазового центра антенны РЛС до отдельных отражений много больше длины волны.

Т.к. для фазы отраженных сигналов взаимно независимы, то они суммируются по плотности, образуя среднюю мощность отражателя, пропорциональную числу отражателей или поверхности $S_{\text{пл}}$, облучаемой радиолокатором. Однако, эта мощность, кроме размеров облучаемого

участка зависит от целого ряда параметров (λ , Δ - ширины ДН, направления луча, поляризации волн и т.д.), а также от параметров земной поверхности (проводимости, диэлектрической проницаемости, шероховатости, и т.д.).

Поэтому для интегральной характеристики влияния основной части этих параметров введен коэффициент рассеяния σ_0 , который характеризует эффективность ЭПР – единицы отражающей поверхности. Следует отметить, что σ_0 дает удовлетворительные результаты, если поверхность однородна, т.е. нет интенсивно отражающих объектов.

При узких ДН антенны считают $\sigma_0 = const$, тогда $\sigma_{nl} = \sigma_0 S_{nl}$.

Непрерывное излучение

Основные геометрические соотношения для этого режима представлены на Рис. 2.1:

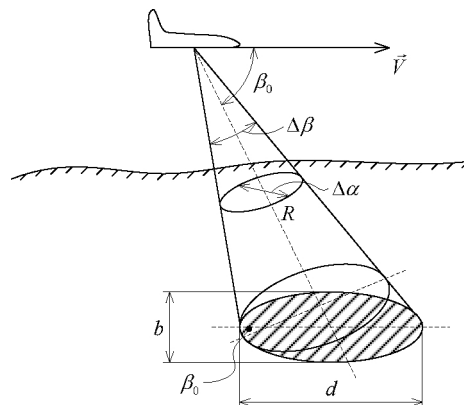


Рис.2.1

Мощность сигнала на входе РЛС определяется формулой:

$$P_{ПРМ} = \frac{P_{ПРД} G_{ПРД} G_{ПРМ} \sigma_{nl} \lambda^2 \eta^2}{(4\pi)^3 R^4}$$

В отличие от точечной цели здесь при заданной ширине луча эффективная поверхность рассеяния σ_{nl} зависит от расстояния до поверхности. Используя зависимость $\sigma_{nl} = \sigma_0 S_{nl}$, обозначим единым коэффициентом все неизменяемые параметры радиолокатора и поверхности

$$P_{ПРМ} = A \frac{S_{nl}}{R^4}, \quad A = \frac{P_{ПРД} G_{ПРД} G_{ПРМ} \sigma^0 \lambda^2 \eta^2}{(4\pi)^3 R^4}$$

и определим $S_{nl} = f(R)$.

В общем случае наклонного облучения поверхности с расстояния R под углом β_0 с широкой ДН в плоскости полета $\Delta\beta$, а в нормальной к ней плоскости $\Delta\alpha$, облучаемая площадь будет иметь форму эллипса с большой осью d и малой b .

Из рисунка ясно, что $d = R \Delta\beta / \sin \beta_0$; $b = R \Delta\alpha$.

Площадь эллипса пропорциональна квадрату расстояния

$$S_m = \frac{\pi}{4} db = \frac{\pi}{4} \frac{\Delta\alpha\Delta\beta}{\sin \beta_0} R^2 = BR^2,$$

где $B = \frac{\pi}{4} \frac{\Delta\alpha\Delta\beta}{\sin \beta_0}$.

Отсюда

$$P_{\text{ПРМ}} = AB(R^2 / R^4) = AB / R^2.$$

В отличие от точечной цели мощность отраженного поверхностью непрерывного сигнала на входе РЛ ПРМ убывает второй степенью расстояния.

Импульсное излучение

При тех же (что и в предыдущем примере) параметрах радиолокатора и поверхности, ПРД излучает радиоволны короткими прямоугольными импульсами длительностью τ_u с периодом повторения T_n , а ПРМ для защиты от мешающих сигналов отпирается в момент прихода отраженного сигнала стробирующим импульсом, длительность которого τ_c равна или превышает τ_u .

Основные геометрические соотношения приведены на рис.2.2:

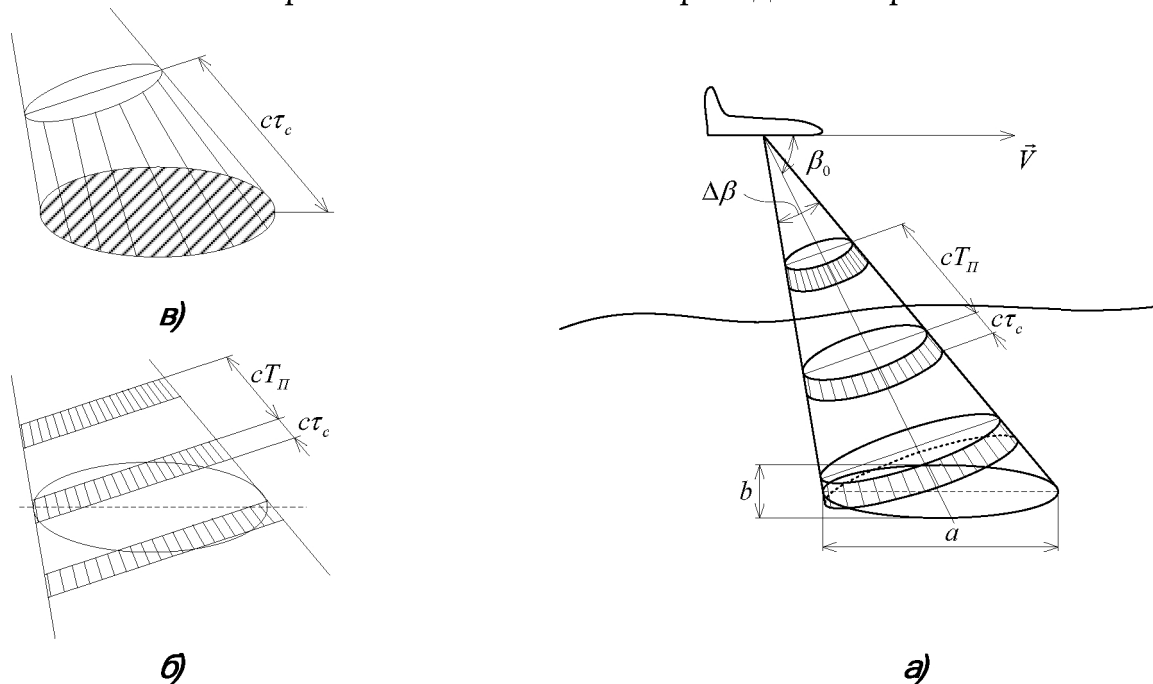


Рис.2.2

Излучение ПРД распространяется короткими импульсными пакетами, толщиной $c\tau_u \approx c\tau_c$, разделенные интервалами cT_n (c – скорость распространения радиоволн).

Рассмотрим 3 случая:

1. $\frac{c\tau_c}{\cos\beta_0} \ll a; \frac{cT_n}{\cos\beta_0} > a$ - короткие импульсы с большой скважностью T_n/τ_u . Импульс, пересекая своим осевым сечением поверхность, облучает прямоугольную площадку шириной a' , где $a' = c\tau_c/\cos\beta_0 \neq \varphi(R)$.

Облучаемая поверхность при этом пропорциональна первой степени расстояния

$$S_{\text{мл}} = a'b = \frac{c\tau_c\Delta\alpha}{\cos\beta_0} R = CR, \quad \text{где } C = \frac{c\tau_c\Delta\alpha}{\cos\beta_0}$$

Следовательно,

$$P_{\text{ПРМ}} = AC(R/R^4) = AC/R^3,$$

т.е. типовой импульсный режим излучения энергетически менее выгоден, чем непрерывный.

2. $a' \ll a; \frac{cT_n}{\cos\beta_0} < a$ - короткие импульсы с малой скважностью. При этом две или несколько соседних импульсных пакетов будут одновременно облучать отражающую площадку и возникнет опасность неоднозначного определения дальности в результате приема соседнего импульса с ошибкой по дальности cT_n .

3. $a' \geq a$ - длинные импульсы. В этом случае импульсный пакет перекрывает всю площадь эллипса, и поэтому энергетика радиолинии будет такой же, как при непрерывном излучении, т.е.

$$P_{\text{ПРМл}} = P_{\text{ПРМн}} = AB/R^2$$

Таким образом, лишь при длинных импульсах энергетика импульсного радиолокатора сравнивается с энергетикой непрерывного.

2.5 Дальность действия запросно-ответной РЛС наблюдения

Будем считать, что на объекте, за которым ведется наблюдение, установлен ответчик. Он принимает сигналы РЛС и примерно на той же частоте излучает ответные сигналы. Однако при этом в ответчике для передачи и приема используется одна и та же антенна. Мощность сигнала РЛС на входе ПРМ:

где R – расстояние между РЛС и ответчиком

P_{Σ} - мощность излучения РЛС ($P_{\text{ПРД}}$)

G – КНД антенны РЛС

S – эффективная площадь антенны ответчика

Выражая $S'_{\text{эф}}$ через G это соотношение можно представить в виде

Аналогично определяется мощность принимаемого сигнала

где $P_{\Sigma_{\text{отв}}}$ – мощность сигнала, излучаемая ответчиком.

Дальность действия РЛС с активным ответом определяется дальностью связи как по линии «РЛС - ответчик», так и по линии «ответчик - РЛС». Если

чувствительность приемника ответчика $P_{ПРМотсmin}$, то дальность действия по линии «РЛС - ответчик»

Дальность действия по линии «ответчик - РЛС»

где $P_{ПРМmin}$ – чувствительность приемника РЛС.

При $R > R_{1max}$ сигналы РЛС не смогут запустить передатчик ответчика, а в случае $R > R_{2max}$ ответный сигнал не будет выделен окончательным устройством на фоне флуктуирующих шумов.

При проектировании РЛС с активным ответом целесообразно добиваться равенства дальности по обоим линиям связи, т.е. $R_{1max} = R_{2max} = R_{max}$. Это соотношение позволяет определить следующее: $P_{\Sigma} P_{ПРМmin} = P_{\Sigmaотс} P_{ПРМотсmin}$.

Это соотношение позволяет правильно выбрать мощность передатчика и чувствительность ПРМ.

В случаях, когда это условие не выполняется, дальность действия РЛС с активным ответом определяется наименьшей дальностью. На практике дальность по каналу связи «ответчик РЛС» бывает несколько большей, поскольку ПРМ РЛС, работающие в стационарных условиях имеют лучшие характеристики, чем ПРМ ответчиков, устанавливаемых на подвижных объектах.

2.6 Влияние отражения ЭМВ от поверхности Земли на дальность радиолокационного наблюдения

При выводе предыдущих соотношений мы пренебрегали влиянием Земли. Излучение и прием ЭМВ антенной РЛС происходит в некотором телесном угле. Поэтому вследствие отражения волн от поверхности Земли, появляется дополнительный путь для распространения ЭМВ от РЛС до цели и обратно. Благодаря этому напряженность электромагнитного поля в точке приема будет определяться суммой векторной напряженности прямой волны и волны отраженной от поверхности Земли.

Напряженность электрического поля прямой волны $E_{пр}$ и $E_{от}$ отличаются по амплитуде и фазе. Это отличие обусловлено:

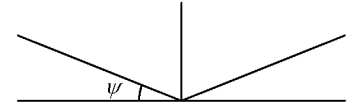
- влиянием ДН антенны. Которая имеет различные коэффициенты усиления в направлении на цель и точку отражения от земной поверхности;
- изменением амплитуды и фазы волны при отражении от земной поверхности;
- геометрической разностью хода прямой и отраженной волны:

$$\Delta R = (R_1 + R_2) R_1$$

Если поверхность Земли, на которую падает ЭМВ, гладкая (высота шероховатостей мала по сравнению с длиной волны), то происходит зеркальное отражение. При этом отраженный луч лежит в плоскости падающего луча и нормали к отражающей поверхности в точке падения, а угол падения равен углу отражения.

Высота неровностей, при которых поверхность можно считать гладкой, равна:

$$\delta \leq \frac{\lambda}{16 \sin \varphi}; \quad \text{где } \varphi - \text{ угол скольжения,}$$



т. е, чем больше длина волны и меньше угол скольжения, тем больше допустимые неровности земной поверхности.

$E = \dot{E}_{np} + \dot{E}_{отр}$ - результирующая напряженность поля

$$\dot{E}_{np} = \dot{E}_0 \sqrt{G(\beta_1)}; \quad \dot{E}_{отр} = \dot{E}_0 \sqrt{G(\beta_2)} \cdot p e^{-j(\varphi + \square \varphi)};$$

\dot{E}_0 - напряженность поля, создаваемая в точке цели ненаправленной антенной;

$G(\beta_1)$ и $G(\beta_2)$ - значения КНД в соответствующих направлениях;

p, φ - модуль и фаза коэффициента отражения;

$$\square \varphi = \frac{4\pi}{\lambda} h \sin \beta - \text{сдвиг по фазе между прямым и отраженным лучами;}$$

С учетом приведенных соотношений можно записать для результирующего поля:

$$\dot{E} = \dot{E}_0 \sqrt{G(\beta_1)} \left[1 + \frac{\sqrt{G(\beta_2)}}{\sqrt{G(\beta_1)}} p e^{-j(\varphi + \square \varphi)} \right] = \dot{E}_{np} \left[1 + p_{об} e^{-j(\varphi + \square \varphi)} \right],$$

где $p_{об} = p \sqrt{\frac{G(\beta_2)}{G(\beta_1)}}$ - обобщенный коэффициент отражения (модуль).

$p_{об}$ показывает, во сколько раз амплитуда отраженной волны отличается от амплитуды падающей. При этом $p_{об}$ учитывает не только отражающие свойства поверхности, но и влияние ДН антенны.

Амплитудное значение напряженности электрического поля определим, умножив \dot{E} на комплексно сопряженную E^* :

$$E_M^2 = |\dot{E}|^2 = \dot{E} \dot{E}^* = E_M^2 [1 + p_{об} e^{-j(\varphi + \Delta \varphi)}][1 + p_{об} e^{-j(\varphi + \Delta \varphi)}]$$

Отсюда напряженность результирующего поля:

$$E_M = E_{Mnp} \sqrt{1 + p_{об}^2 + 2 p_{об} \cos(\varphi + \Delta \varphi)}, \quad \text{или } E_M = E_{Mnp} \Phi(\beta),$$

где $\Phi(\beta) = \sqrt{1 + p_{об}^2 + 2 p_{об} \cos(\varphi + \Delta \varphi)}$

Переходя от эффективных значений напряженности к плотности потока мощности, получим:

$$P_1 = P_{np} \Phi^2(\beta),$$

где
$$P_{np} = \frac{P_{np0}}{4\pi R^2} G_{np0}$$

P_1 - плотность потока мощности, излучаемой РЛС.

Выражение для интерференционного множителя в зависимости от угла β может меняться в пределах от $\Phi(\beta)_{\min} = 1 - p_{об}$ до $\Phi(\beta)_{\max} = 1 + p_{об}$.

Таким образом, вследствие отражения от Земли, результирующая характеристика излучения и приема даже ненаправленной антенны имеет лепестковый характер. Благодаря этому, дальность радиолокационного наблюдения в зависимости от угла места цели, будет меняться от $(1 - p_{об})R_{свMAX}$ до $(1 + p_{об})R_{свMAX}$. В качестве иллюстрации рассмотрим следующий пример.

В вертикальной плоскости антенна ненаправлена, т.е. $G(\alpha, \beta_1) = G(\alpha, \beta_2)$ (см. рисунок). Поляризация излучаемых ЭМВ горизонтальная и, следовательно, при любых углах места модуль коэффициента отражения $p \approx 1$, аргумент $\varphi = \pi$. В этом случае $\Phi_{\min} = 0$, $\Phi_{\max} = 2$. Дальность действия РЛС (дальность радиолокационного наблюдения) в определенных направлениях возрастает в два раза по сравнению с $R_{св\max}$. Наряду с этим имеется и отрицательный эффект, заключающийся в том, что мощность сигналов, поступающих в приемник, резко меняется с изменением положения цели и появляются направления, в которых наблюдение за целью прекращается.

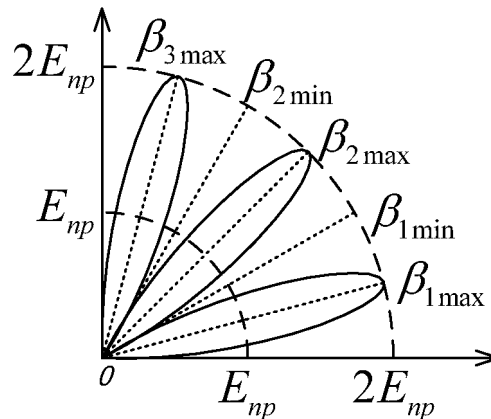


Рис.2.3

Экстремальные значения углов места цели можно определить путем дифференцирования интерференционного множителя

$$\Phi(\beta) = 2 \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot h \sin \beta\right), \quad \beta_n \approx \frac{n\lambda}{4hA}.$$

Угол наклона первого лепестка (малый угол места): $\beta_{1\max} \approx \frac{\lambda}{4} \cdot \frac{1}{h_A}$.

Приближаясь к РЛС на любой высоте полета, цель проходит зону, в которой она наблюдается под малыми углами места. Если угол места цели $\beta \leq \beta_{1\max}$, т.е. направление на цель ниже первого лепестка, то определение сигналов будет затруднено. Для улучшения условий обнаружения необходимо увеличить высоту подъема антенны. Благодаря этому первый лепесток прижимается к Земле, и условия обнаружения улучшаются. Число лепестков результирующей ДН определяется из условия

$$\sin \beta_n = \frac{n\lambda}{4h_A} \leq 1 \quad (\text{значение углов от } 0 \text{ до } 90^\circ).$$

Если антенна РЛС обладает направленностью в вертикальной плоскости, поляризация ЭМВ горизонтальная. В этом случае $p < 1$, $\varphi = \pi$, а обобщенный коэффициент отражения для всех случаев, когда угол наклона максимума ДН $\beta > 0$

$$p_{об} = p \sqrt{\frac{G(\alpha, \beta_2)}{G(\alpha, \beta_1)}} < 1, \text{ следовательно}$$

$$\Phi_{\min}(\beta) = 1 - p_{об} > 0 \text{ и } \Phi_{\max}(\beta) = 1 + p_{об} < 2,$$

ДН лепестковая, но провалы не до нуля, и нет удвоения.

Если цель летит на постоянной высоте, то по мере приближения она занимает последовательно положение, соответствующее максимумам и провалам. Мощность приемника будет меняться в зависимости от дальности. В некоторых интервалах дальности величина $P_{пр}$ упадет ниже порогового значения, и нормальное наблюдение за целью будет нарушено. Количество зон зависит от числа лепестков, которое определяется соотношением λ и h_A . Чем меньше λ и больше h_A , тем больше лепестков. На более длинных волнах, особенно метровых, число лепестков мало, а провалы настолько велики, что может быть нарушено наблюдение за целью.

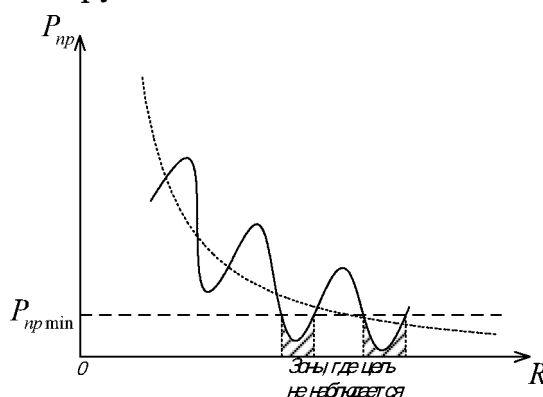


Рис.2.4.

При вертикальной поляризации картина аналогичная, но лепестки ДН располагаются несколько выше, чем при горизонтальной. Это затрудняет обнаружение низколетящих целей.

Основной практический интерес представляет 1-й лепесток ДН, так как дальность действия удваивается. Следовательно, необходимо обеспечить его формирование. Для этого выравнивают площадку вокруг станции, чтобы обеспечить зеркальное отражение.

2.7 Дальность обнаружения низколетящих целей

Низколетящими принято называть цели, линия визирования которых лежит ниже максимума первого лепестка. В этой области вследствие интерференции прямой и отраженной волн происходит заметное ослабление напряженности результирующего поля, что приводит к резкому сокращению дальности радиолокационного наблюдения.

Положим, что антенна ненаправленная и находится в вертикальном положении. Для низколетящих целей $\sin \beta \approx H/R$ и, следовательно, для случая, когда $H \ll R$ имеем

$$\Phi(\beta) = \frac{4\pi h_A}{\lambda R}$$

Считая, что $P_{np} = P_{np \min}$, получим

$$P_{np} = P_{np \text{ св. max}} G^4(\alpha, \beta) \cdot \Phi^4(\beta), \text{ отсюда}$$

$$R_{\max} \cong \sqrt[8]{\frac{P_{np\theta}}{P_{np \text{ MIN}}}} \cdot A, \text{ т.е.}$$

Мощность принимаемого от низколетящих целей сигнала обратнопропорциональна восьмой степени расстояния.

Можно определить границу зоны, где цель можно считать низколетящей:

$$R_n = \frac{10\pi H h_A}{\lambda}$$

Чем выше антенна, чем короче длина волны РЛС, тем раньше будет обнаружена цель. И наоборот, если необходимо незаметно приблизиться к РЛС, нужно лететь на низкой высоте.

2.8 Влияние кривизны земной поверхности

До сих пор мы рассматривали радиолокационные наблюдения при условии распространении волн над плоской поверхностью. Такая постановка справедлива при сравнительно небольших дальностях. При больших дальностях необходимо учитывать влияние кривизны земной поверхности. Кривизна земной поверхности ограничивает дальность радиолокационного наблюдения дальностью прямой видимости $R_{\text{вид}}$, которая зависит от высоты антенны РЛС h_A и высоты цели H . Из рисунка следует, что дальность прямой видимости равна

$$R_{\text{вид}} = \sqrt{(R_3 + H)^2 - R_3^2} + \sqrt{(R_3 + h_A)^2 - R_3^2} \approx \sqrt{2R_3} (\sqrt{H} + \sqrt{h_A}),$$

где R_3 - радиус Земли.

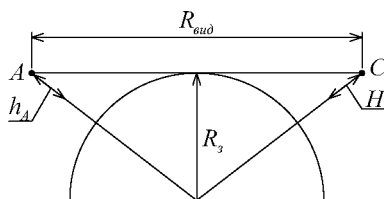


Рис.2.5

Необходимо различать особенности распространения ЭМВ в пределах зоны прямой видимости $R_{\text{вид}}$ и вне ее. В первом случае поле в зоне радиолокационного наблюдения имеет интерференционный характер, и могут быть использованы расчеты по полученным выше соотношениям, скорректированные с учетом кривизны.

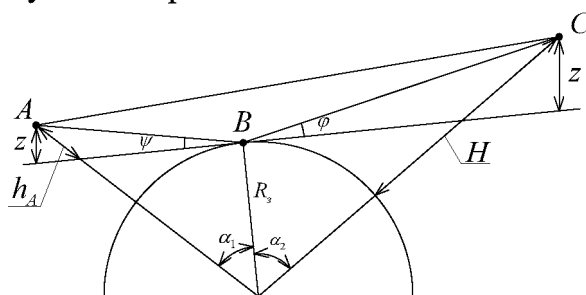


Рис.2.6

В общем случае формулы, полученные ранее, несправедливы. Однако, если провести касательную в точке отражения и отсчитывать высоты не от поверхности земли, а от этой плоскости, то можно пользоваться полученными формулами. Для этого надо истинные высоты заменить их приведенными значениями Z и Z . Справедливость такой замены является случаем того, что углы скольжения луча относительно сферической поверхности одинаковы и равны φ . Следовательно

$$Z = h - \frac{d_1^2}{2R_3} \quad \text{и} \quad Z = H - \frac{d_2^2}{2R_3}$$

При отражении ЭМВ от сферической поверхности имеет место расхождение отраженных лучей. Параллельный пучок падающих лучей трансформируется в пучок расходящихся лучей (сферическое расхождение). Следствием этого является уменьшение интенсивности отраженной волны. Учесть это явление можно, уменьшив коэффициент отражения от сферической поверхности. Тогда

$$p_{об} = pK_{cf}G(\alpha, \beta_2)/G(\alpha, \beta_1),$$

где K_{cf} - коэффициент сферической расходимости

$K_{cf} = f(R_3, R_2, Z, \beta)$, где R_2 - горизонтальная дальность.

2.9 Влияние атмосферной рефракции

До сих пор мы предполагали, что распространение волн происходит в однородной атмосфере. На самом деле атмосфера представляет собой неоднородную среду, в которой изменение диэлектрической проницаемости вызывает изменение коэффициента преломления: $n = \sqrt{\epsilon}$. В результате происходит искривление траектории лучей – рефракция электромагнитных волн.

Существенное влияние на дальность действия РЛС оказывает тропосфера – нижний слой атмосферы Земли. В тропосфере ϵ является функцией метеопараметров: давления, температуры, влажности. Метеопараметры меняются с высотой. Различают 3 характерных случая в зависимости от градиента изменения показателей с высотой.

1. $dn/dH = 0$ - рефракция отсутствует; распространение происходит прямолинейно.

2. $dn/dH > 0$ - отрицательная рефракция, возникающая при увеличении показателей с высотой. Траектория луча обращена выпуклостью вниз. Луч постоянно удаляется от Земли.

3. $dn/dH < 0$ - положительная рефракция. В отличие от отрицательной, ведет к увеличению дальности радиолокационного наблюдения.

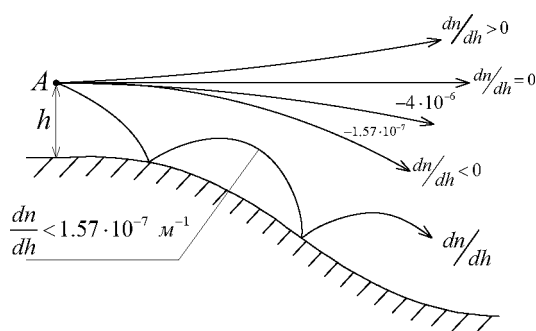


Рис.2.7.

Для количественной оценки необходимо в каждом конкретном случае знать закон изменения преломления. Это очень сложно из-за изменчивости состояния атмосферы. Общее решение задачи получить невозможно.

Поэтому оценка производится при так называемых стандартных условиях:
 $p = ?$, $t = 18^{\circ}C$, $\delta = 70\%$.

В атмосфере, по мере увеличения высоты, давление, температура, влажность уменьшаются. Величина ε' также уменьшается, стремясь к 1 по мере разрежения воздуха. При этом условиях стандартной атмосферы, градиент показателя изменения отрицательный: $dn/dH = -4 \cdot 10^{-8} \left(\frac{1}{M} \right)$.

Чаще всего атмосферные условия далеки от стандартных.

Если $dn/dH < -4 \cdot 10^{-8} \text{ м}^{-1}$, то искривление траектории радиолуча увеличивается по сравнению со стандартной атмосферой.

При $dn/dH = -1,57 \cdot 10^{-7} \text{ м}^{-1}$ наступает критическая рефракция, при которой траектория лучей, имевших первоначально горизонтальное направление, превращается в окружности, центры которых совпадают с центром Земли.

В атмосфере могут сложиться условия, когда $dn/dH < -1,57 \cdot 10^{-7} \text{ м}^{-1}$. В подобных случаях траектория радиолуча становится больше кривизны поверхности Земли, и возникает *сверхрефракция*. При этом возможно волновое распространение волн, когда траектория луча целиком находится в пределах нижнего слоя тропосферы – волнового канала. Это приводит к резкому увеличению дальности распространения УКВ и вызывает значительное увеличение напряженности поля.

Если антенна РЛС и объект находятся внутри этого волновода, то наблюдение за объектом можно вести за пределом максимальной дальности. Известны случаи, когда станция, расположенная на высоте 80 м над уровнем моря. Обнаруживала корабль на расстоянии 1120 км, а береговую линию – 2500 км. В нормальных условиях дальность действия была 200 км.

Сверхрефракция явление нерегулярное, ее трудно предвидеть. К тому же, она является источником дополнительных помех, т.к. калибровка окончательных устройств производится без ее учета.

2.10 Влияние затухания в атмосфере

Затухание обусловлено двумя причинами:

- погашение энергии ЭМВ газами атмосферы, гидрометеорами, частицами пыли и дыма,
- рассеивание ЭМВ различными частицами.

Убывание плотности потока мощности происходит по экспоненте. Поэтому в формулу, выражающую зависимость плотности потока мощности на входе приемника от расстояния R , должен вводиться экспоненциальный множитель ослабления:

$$P_{пр} = P_{прсв} \exp(-\Gamma),$$

где $P_{пр.св}$ - мощность в отсутствии затухания,
 Γ – коэффициент суммарного затухания.

Значение множителя ослабления $\exp(-\Gamma)$ зависит, кроме того, и от расстояния до цели. В общем случае, когда интенсивность затухания волны меняется вдоль траектории луча:

$$\Gamma = 2 \int_0^R \alpha(R) dR,$$

где R – расстояние от РЛС до цели,

$\alpha(R)$ - коэффициент затухания на элементарном участке траектории.

Для области однородной атмосферы: $\Gamma = 2\alpha R$ и мощность сигнала на входе приемника:

$$P_{пр} = P_{пр.св} \exp(-2\alpha R)$$

α - коэффициент затухания для всей траектории радиолуча.

Если выразить α в децибелах на километр, то получим

$$P_{пр} = P_{пр.св.} \exp(-0.46R)$$

Значение коэффициента затухания зависит от длины волны, атм. давления, влажности, температуры, параметров частиц, вызывающих рассеивание ЭМВ. Теоретический учет всех факторов затруднен. Поэтому пользуются экспериментальными данными.

2.11 Уточненное уравнение радиолокации

Если затухания нет, то $P_{пр.св.} = B/R^4$.

При наличии затухания $P_{пр} = (B/R^4) \exp(-\Gamma)$.

Очевидно, что пороговому значению мощности отраженного сигнала $P_{пр.мин}$ в первом случае соответствует большая дальность $R_{пр.макс}$, т.е. имеет место соотношение

$$R_{макс} = R_{св.макс} \exp(-\Gamma/4).$$

График зависимости R от затухания может быть представлен в следующем виде:

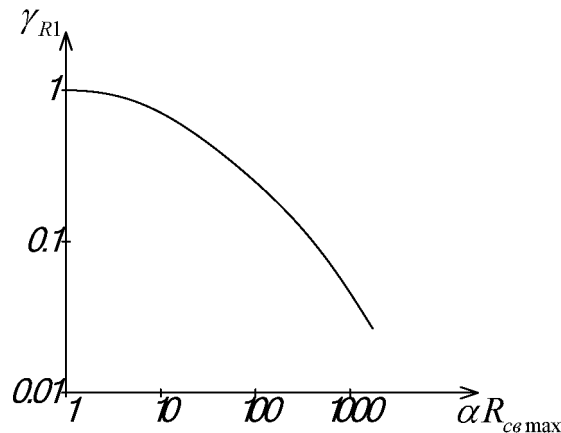


Рис.2.8

$$\gamma_R = R_{\max} / R_{\text{св. max}} ;$$

$\alpha = \text{const}$ - коэффициент затухания.

С помощью этой кривой можно определить дальность радиолокационного наблюдения. Из рисунка следует: относительное уменьшение R_{\max} растет с увеличением дальности наблюдения и затухания.

Практика радиолокационных наблюдений показывает, что волны длиннее 10 см даже при неблагоприятных метеоусловиях испытывают малое затухание в тропосфере. Поэтому при расчетах R_{\max} для РЛС МВ и ДМВ диапазонов, можно не учитывать.

Волны см и мм диапазонов заметно затухают в атмосфере и не могут быть использованы в станциях дальнего обнаружения.

В случае РЛС сверхдальнего наблюдения необходимо учитывать затухание в атмосфере:

α_0 – затухание на 1 км

Затухание в атмосфере для разных длин волн приведены в таблице 2.

Таблица 2

$\lambda = 10 \text{ см}$	$\alpha_0 = 5 \cdot 10^{-4}$
$\lambda = 5 \text{ см}$	$\alpha_0 = 7 \cdot 10^{-3}$
$\lambda = 3 \text{ см}$	$\alpha_0 = 3 \cdot 10^{-2}$
$\lambda = 1 \text{ см}$	$\alpha_0 = 2 \cdot 10^{-1}$

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Основное допущение, положенное в основу методов измерения дальности
2. Каковы причины неоднозначного измерения дальности в импульсных методах
3. Что такое "мертвая зона" в импульсных дальномерах
4. Какие параметры импульсного дальномера ограничивают диапазон однозначно измеряемых дальностей
5. Каковы физические основы работы частотных радиодальномеров
6. Какие параметры сигнала определяют точностные характеристики частотного метода измерения дальности
7. Каковы особенности фазовых методов измерения дальности. С чем связана однозначность фазовых измерений
8. В чем суть доплеровского метода измерения радиальной скорости. Понятие годографа.
9. Основные параметры радиолокатора, определяющие дальность обнаружения цели. Основное уравнение радиолокации.

10. Каково влияние длины волны излучаемых колебаний на дальность действия РЛС
11. Как влияет геометрический размер антенны на дальность обнаружения цели
12. Энергетические соотношения в запросно-ответной системе . Условия согласованной работы .
13. Особенности работы импульсной РЛС по поверхностно-распределенной цели .
14. Какая цель может считаться низколетящей . Дальность действия РЛС по низколетящей цели .
15. Как влияют переотражения от земной поверхности на работу РЛС .
16. Влияние свойств среды распространения ЭМВ на работу радиолокатора .
17. Уточненное уравнение радиолокатора .

3 Основы статистической теории радиолокации

3.1. Исходные положения

Если о сигнале все известно , то нет необходимости в его приеме, если о нем ничего не известно, то его невозможно отличить от помех, и прием его невозможен.

Поэтому, как правило, информацию содержат создаваемые объектом наблюдения и средой, неизвестные в месте приема, изменения параметров сигнала, т.е. в месте приема существует некоторая **априорная информация** об исходных значениях информационных параметров.

Прием сигнала должен увеличивать сведения о нем. Сведения после приема называют **апостериорными** и используются для принятия решения.

Неизбежные помехи и искажения в радиолиниях приводят к ошибкам в принимаемых решениях. Задача состоит в построении такой радиосистемы, которая бы уменьшала эти ошибки до минимума.

Эта задача может решаться на двух уровнях:

— для каждого заданного вида сигнала ищут приемник, сводящий ошибки к теоретическому минимуму. Такой **приемник называется оптимальным** для

данного вида сигнала, а даваемый им минимальный уровень искажения, содержащейся в сигнале информации, определяет **потенциальную помехоустойчивость**, причем помехоустойчивость любого реального приемника не может ее превзойти.

— полагая, что каждый сигнал обрабатывается оптимальным для него приемником, ищут *пару сигнал – оптимальный приемник*, для которой ошибки минимальны.

Таким образом, если на первом уровне оптимизируется только приемник, то на втором – вся радиосистема.

Для систем извлечения информации характерен системный подход к задаче оптимизации, соответствующей второму из указанных уровней.

Типовая схема прохождения сигнала в одноканальной радиолинии измерения приведена на рисунке 1.

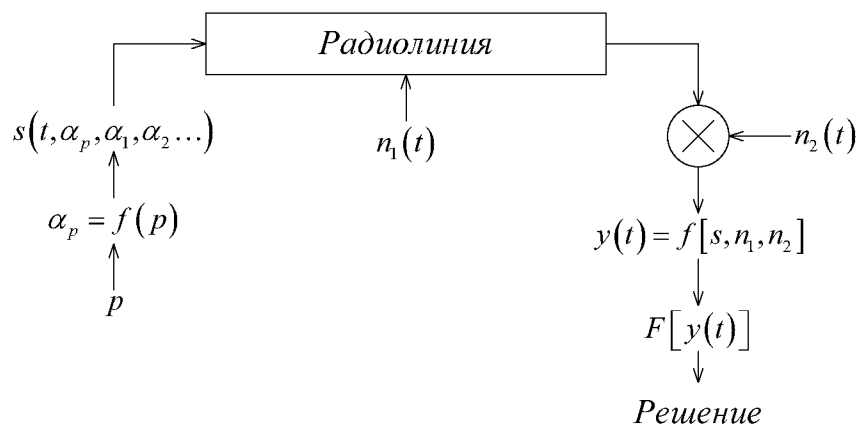


Рис.3.1

P – измеряемый параметр (дальность, скорость, угловые координаты и т.д.);

α_p – электрический параметр (частота, фаза, амплитуда и т.д.);

s – радиосигнал, зависящий не только от времени t и информативного параметра α_p , но и от неинформативных параметров;

$\alpha_1, \alpha_2 \dots$ – неинформативные параметры;

$n_1(t)$ – внешняя помеха, воздействующая на радиолинию;

$n_2(t)$ – внутренние шумы в приемном устройстве;

Различают три характерных частных случая сигналов:

$s(t, \alpha_p)$ – сигнал известен точно;

$s(t, \alpha_p, \Theta)$ – сигнал со случайной начальной фазой;

$s(t, \alpha_p, \Theta, S)$ – сигнал со случайной начальной фазой и амплитудой;

$y(s, n_1, n_2)$ – результирующее воздействие на входе приемника, в общем случае сложная функция сигнала и обеих помех, в простейшем случае – аддитивная сумма;

$F[y(t)]$ – решающий алгоритм обработки этого искаженного помехами сигнала, позволяющий принять то самое решение.

Традиционно используют два этапа обработки $y(t)$:

- *этап первичной обработки*, обеспечивающий выделение из входного воздействия полезного сигнала, его демодуляцию и измерение параметров;
- *этап вторичной обработки*, обеспечивающий определение траекторий движения объекта;

В последнее время в связи с развитием сложных комплексов систем извлечения информации, разнесенных в пространстве и (или) времени, из этапа вторичной обработки выделяют как самостоятельный *этап, обеспечивающий совместную обработку данных об избранных целях*, полученных от разных систем в различное время. Решение должно быть выработано и передано в наиболее удобном для использования виде в индикаторное или регистрирующее устройство, либо ЭВМ или линию связи.

По виду принимаемого решения различают 5 основных задач:

1. Различение n сигналов и обнаружение. Возможны n сигналов $s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t)$ с априорными вероятностями P_1, P_2, \dots, P_n , причем всегда на вход приемника поступает один из n сигналов, т.е.:

$$\sum_{i=1}^n P_i = 1;$$

Необходимо по результирующему входному воздействию $y(t)$ за время наблюдения T_n определить с минимальной ошибкой, какой из сигналов принят. При $s_2(t) = s_3(t) = \dots = s_n(t) = 0$ задача различения сигналов вырождается в более простую – *задачу обнаружения*, сводящуюся к принятию решения о том, есть сигнал $s_1(t)$ или его нет.

2. Оценка параметров сигнала. Электрический параметр α_p сигнала $s(t, \alpha_p)$ имеет априорное распределение вероятностей $P(\alpha_p)$ и изменяется столь медленно, что $\alpha_p(t + T_n) - \alpha_p(t) \rightarrow 0$, т.е. за время наблюдения $\alpha_p = const$.

Необходимо по $y(t)$ за время T_n определить с минимальной ошибкой переданное значение α_p .

Принято различать точечное оценивание, осуществляемое по результатам единичного замера, и следящее, при котором оценка уточняется путем учета результатов предыдущих замеров.

3. Фильтрация параметра сигнала. Электрический параметр $\alpha_p(t)$ сигнала $s(t, \alpha_p)$ представляет собой случайный процесс с известными статистическими характеристиками, претерпевающий за период наблюдения T_n существенные изменения. Необходимо по $y(t)$ за время T_n определить с минимальной ошибкой, какая из реализаций $\alpha_p(t)$ или самого сигнала $s[t, \alpha_p(t)]$ передана.

Следящее оценивание параметра может трактоваться как один из вариантов его фильтрации. В частном случае, когда $\alpha_p(t + T_n) - \alpha_p(t) \rightarrow 0$ фильтрация вырождается в точечную оценку параметра α_p .

4. Разрешение сигналов. Возможен прием сигналов $s_i(t)$ с вероятностями P_i ($i=1, 2, \dots, n$), причем несколько сигналов могут поступать на вход приемника одновременно, т.е. $\sum_i P_i \neq 1$. При этом в предельном случае:

$$y(t) = \sum_{i=1}^n s_i(t) + n(t);$$

Необходимо по $y(t)$ за время T_n с минимальной ошибкой разделить все поступившие на вход приемника сигналы $s_i(t)$, а в ряде случаев и оценить их параметры.

5. Отождествление данных. Несколько разнесенных в пространстве и (или) во времени радиосистем принимают искаженные помехами сигналы одной и той же цели: $y_1(t), y_2(t) \dots y_n(t)$. Необходимо за время T_o с минимальной ошибкой объединить полученные от разных систем данные об яркой цели. Кроме того, можно оптимизировать совместное решение двух и более видов задач и, в частности, задач обнаружения и оценки или фильтрации параметров сигнала.

3.2. Некоторые соотношения теории вероятностей

. Моментные функции

а) Среднее значение:

$$m_1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot W(x, t) dx - \text{постоянная составляющая случайного процесса.}$$

б) Средний квадрат:

$$m_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) \cdot W(x, t) dx;$$

Удобнее пользоваться центральной моментной функцией второго порядка, которая дает величину дисперсии случайной функции относительно среднего значения:

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} [x(t) - m_1(t)]^2 \cdot W(x, t) dx - \text{средняя мощность флуктуаций.}$$

Характеристики $m_1(t)$ и $\sigma^2(t)$ не дают достаточно полного представления о характере случайного процесса. Для дополнительной характеристики вводят понятие смешанной моментной функции второго порядка – корреляционной функции.

$$B(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 W_2(x_1, x_2, t_1, t_2) dx_1 dx_2;$$

$W_2(x_1, x_2, t_1, t_2)$ – двумерная функция распределения случайного процесса $x(t)$.

Наряду с усреднением по совокупности реализаций широко пользуются усреднением по времени.

Стационарный процесс – процесс, для которого функция распределения инвариантна к началу отсчета времени, т.е.:

$$W(x, t) = W(x, t + \tau);$$

Т.е. статистические свойства неизменны во времени. Такие процессы называются стационарными в “узком смысле”. Процессы, у которых инвариантны к началу отсчета математическое ожидание и корреляционные функции, называются стационарными в широком смысле.

Эргодический процесс – это стационарный процесс, для которого усреднение по совокупности реализаций дает тот же результат, что и усреднение по времени.

Для эргодических процессов (а стационарные процессы в большинстве являются эргодическими):

$$m_1 = \overline{x(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt - \text{постоянная составляющая;}$$

$$m_2 = \overline{x^2(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt - \text{мощность случайного процесса;}$$

$$B(\tau) = \overline{x(t)x(t+\tau)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t+\tau) d\tau - \text{автокорреляционная функция;}$$

$$R(\tau) = \frac{B(\tau)}{\sigma^2} - \text{коэффициент корреляции.}$$

Связь между корреляционной и спектральной характеристиками:

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^0 B(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau - \text{энергетический спектр (прямое преобразование Фурье);}$$

$$B(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega - \text{обратное преобразование Фурье;}$$

$$\sigma^2 = R(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} s(\omega) d\omega - \text{дисперсия.}$$

6. Независимые случайные величины, для них справедливо:

$$W(x, y) = W_x(x) \cdot W_y(y) - \text{совместная плотность вероятностей.}$$

x и y независимые случайные величины.

7. Функционально связанные величины: $y = f(x)$.

Если известно распределение $W_x(x)$, то функция распределения $W_y(y) = W_x(x) \left| \frac{dx}{dy} \right|$ – производную нужно брать по абсолютному значению, т.к. функция распределения всегда неотрицательна.

8. Условные распределения – т.е. решается задача определения вероятности того, что случайная величина x будет находиться в интервале $(x, x + dx)$ и при этом случайная переменная y будет заключена в интервале $(y, y + dy)$.

$$W_x(x/y) = \frac{W_2(x, y)}{W_y(y)};$$

где: $W_2(x, y)$ – двумерный закон распределения случайных переменных x и y , $W_x(x), W_y(y)$ – соответствующие одномерные законы.

$$W_y(y/x) = \frac{W_2(x, y)}{W_x(x)};$$

9. Белый шум – это стационарный случайный процесс $n(t)$, функция корреляции которого равна δ – функции, умноженной на $N_0/2$ – спектральную плотность.

$$K(\tau) = \frac{N_0}{2} \delta(\tau);$$

Этот процесс характеризуется тем, что значения $n(t)$ в любые два, сколь угодно близкие моменты времени некоррелированы.

Спектральная плотность: $S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} K(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \frac{N_0}{2} = const.$

Спектральная плотность постоянна на всех частотах.

Примеры функций распределения:

$W(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$ – нормальный закон распределения (закон Гаусса);

$W(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$ – закон Релея.

3.2. Обнаружение сигналов как статистическая задача

Решение статистической задачи обнаружения сигнала в шуме имеет следующую последовательность:

- 1) Выбор и обоснование критериев оптимальности.
- 2) Нахождение математического правила решения задачи оптимального обнаружения.
- 3) Реализация правила решения с помощью радиотехнических средств (нахождение структурной схемы).
- 4) Исследование характеристик оптимального обнаружителя.
- 5) Сравнение оптимального и реального обнаружителей.

Как уже отмечалось, реальный сигнал всегда является не только функцией времени, но и случайных, в месте приема, параметров. В общем случае он может быть представлен в виде:

$$u(t, a, \alpha_1 \dots \alpha_n);$$

где: $\alpha_1 \dots \alpha_n$ – неизвестные в месте приема параметры, a – информативный параметр.

Неизвестные величины рассматриваются как случайные, имеющие априорное распределение: $p(a), p(\alpha_1 \dots \alpha_n)$.

В дальнейшем предполагаем, что зависимость сигнала от времени и параметров точно известна.

В теории обнаружения и оценки параметров пользуются определенными моделями сигналов. Модель должна удовлетворять требованию близости к реальному сигналу, с другой стороны позволять достаточно просто производить теоретический анализ, результаты которого можно распространить на более общие случаи. В зависимости от того, какое из требований является наиболее важным, используют ту или иную модель сигнала.

Простейшей моделью является сигнал с полностью известными параметрами:

$$u(t) = A(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)];$$

Более сложной моделью является сигнал с неизвестной начальной фазой:

$$u(t, \beta) = A(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t) + \beta];$$

где: β – случайная величина, равномерно распределенная в интервале $0 \div 2\pi$.

Модель сигнала со случайной амплитудой и начальной фазой можно записать в виде:

$$u(t, \beta, B) = BA(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t) + \beta];$$

где: B – случайная величина, распределение которой во многих случаях можно считать релеевским:

$$W(B) = \frac{B}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{B^2}{2\sigma^2}\right);$$

Известно, что используются сигналы в виде пачек радиоимпульсов. Поэтому, используют импульсные модели:

$$u(t, \beta_1 \dots \beta_k) = \sum_{k=1}^N A_k(t) \cos[\omega_0 t + \varphi_k(t) + \beta_k] \quad \text{– модель некогерентной пачки}$$

импульсов, в которой начальные фазы импульсов β_k – случайные независимые величины; амплитуда – не флуктуирует. Если все начальные фазы $\beta_k = \beta$, то имеет место когерентная пачка импульсов:

$$u(t) = \sum_{k=1}^N A_k(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t) + \beta];$$

Если вместе с фазой флуктуирует и огибающая сигнала, то:

$$u(t, \beta_1 \dots, B_1 \dots) = \sum_{k=1}^N B_k A(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t) + \beta_k];$$

Если $B_1 \neq 1 \neq B \neq \dots \neq B_k$, то могут быть два случая:

- амплитуды импульса флуктуируют независимо,
- флуктуация амплитуд импульсов зависима.

3.3. Качественные показатели и критерии оптимального обнаружения

Пусть на входе приемника имеется шум $n(t)$ с известными статистическими характеристиками, а от цели может поступать сигнал $s(t)$, известный точно. Шум по отношению к сигналу аддитивен. Необходимо по результирующему входному воздействию $y(t) = s(t) + n(t)$ определить, есть сигнал цели или нет.

Возможны 4 вида решения:

— правильное обнаружение с условной вероятностью:

$$D = P(y_1^*/y_1);$$

где: y_1 – входное воздействие, y_1^* – оценка, т.е. решение о том, что на входе действительно существует воздействие y

— правильное необнаружение с условной вероятностью:

$$F = P(y_0^*/y_0);$$

где: y_0 – сообщение отсутствует, y_0^* – оценка этого параметра, т.е. решение об

отсутствии входного воздействия

— пропуск цели с условной вероятностью: $\bar{D} = P(y_0^*/y_1);$

— ложная тревога с условной вероятностью: $\bar{F} = P(y_1^*/y_0);$

Эти решения могут быть представлены следующей схемой (рисунок 2):

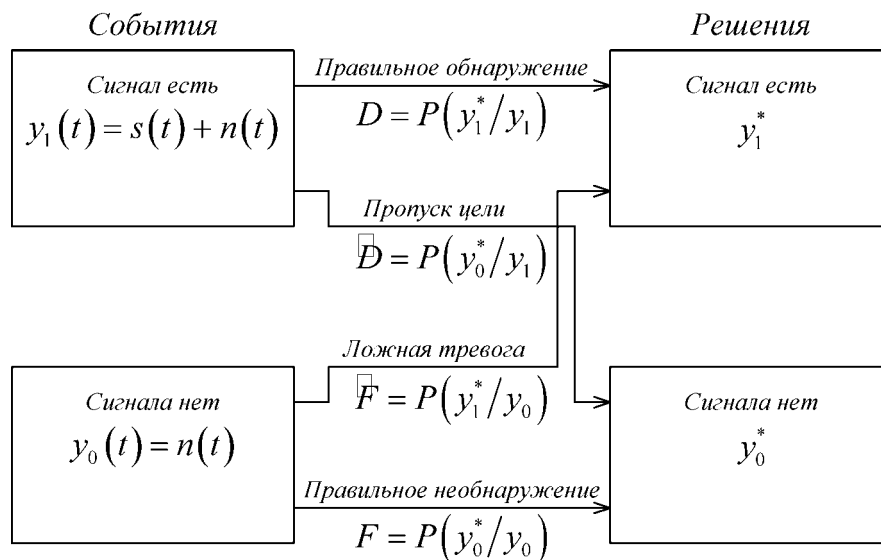


Рис.3.2

Из схемы видно, что $D + \bar{D} = 1$, $F + \bar{F} = 1$, т.е. условные вероятности попарно образуют полную группу событий. Это позволяет ограничиться определением только двух из них, чаще всего правильного обнаружения и ложной тревоги, которые должны удовлетворять требованиям:

$$D \geq D_{дон}, \bar{F} \leq \bar{F}_{дон};$$

где: $D_{дон}, \bar{F}_{дон}$ – предельно допустимые D и \bar{F} .

Если всякий раз независимо от принятой реализации решать, что цель есть, то получим: $\bar{D} = 0$, но $\bar{F} \rightarrow \max$. Если при обратном решении для всех реализаций (всегда считаем, что цели нет), то: $\bar{F} = 0$, но $\bar{D} \rightarrow \max$. Таким образом, требования сложения \bar{F} и \bar{D} противоречат одно другому, в связи с чем появляется возможность оптимизации решения.

3.4. Критерии оптимального обнаружения

Перед тем, как находить оптимальное решение, необходимо определить критерий, согласно которому оно должно быть оптимизировано. Ввиду случайного характера анализируемых процессов, оптимум определяется не по отдельным их реализациям, а в среднем, по многим реализациям.

Рассмотрим наиболее распространенные критерии оптимальности обнаружения:

1. Критерий минимума среднего риска (критерий Байеса). Выявляется полная группа всех возможных сочетаний событий и решений, т.е. в данном случае:

$(y_1^*, y_1), (y_1^*, y_0), (y_0^*, y_1), (y_0^*, y_0)$ – безусловные совместные вероятности.

Сумма их безусловных вероятностей:

$$\sum_{i,j=0}^1 P(y_i^*, y_j) = 1.$$

Далее назначается плата (риск) r для ошибок каждого вида (для безошибочных решений плата равна 0):

$$r_{\bar{F}}, r_{\bar{D}}, r_F = r_D = 0;$$

Определяется средний риск:

$$\bar{r} = r_{\bar{F}} P(y_1^*, y_0) + r_{\bar{D}} P(y_0^*, y_1);$$

Безусловные вероятности ошибочных сочетаний могут быть выражены через их условные вероятности:

$$P(y_1^*, y_0) = P(y_0) P(y_1^*/y_0) = P(y_0) \bar{F};$$

$$P(y_0^*, y_1) = P(y_1) P(y_0^*/y_1) = P(y_1) \bar{D};$$

С учетом этого можно определить средний риск:

$$\bar{r} = r_{\bar{F}} \cdot \bar{F} \cdot P(y_0) + r_{\bar{D}} \cdot \bar{D} \cdot P(y_1);$$

На основании этого соотношения определяется порог чувствительности приемного устройства, при котором \bar{r} минимален.

Характерным для этого и более частного критериев является этап назначения платы для каждого вида ошибок, который является результатом не строгого логического обоснования, а волевого эвристического определения коэффициента риска на основе предшествующего опыта и инженерной интуиции разработчика.

Все другие критерии оптимального обнаружения могут рассматриваться как частные случаи критерия минимального среднего риска.

2. Критерий идеального наблюдателя (критерий Котельникова)

Предполагает равенство минимальных ошибок: $r_{\bar{F}} = r_{\bar{D}} = 1$. При этом: $\bar{r} = \bar{F} \cdot P(y_0) + \bar{D} \cdot P(y_1)$, $P(y_1)$ и $P(y_0)$ должны быть известны.

В частном случае равенства априорных вероятностей наличия и отсутствия сигнала $P(y_0) = P(y_1) = 0.5$, средний риск представляет собой среднеарифметическую ошибку: $\bar{r} = \frac{\bar{F} + \bar{D}}{2} \rightarrow \min$.

Этот критерий чаще применяется в системах передачи информации.

3. Критерий Неймана-Пирсона

Задают предельно допустимое значение вероятности ложной тревоги $\bar{F}_{\text{дон}}$ и при условии $\bar{F} < \bar{F}_{\text{дон}}$ определяют порог чувствительности приемного устройства, при котором обеспечивается максимальная вероятность правильного обнаружения D .

Для иллюстраций сказанного рассмотрим рисунок 3. Приведены 4 реализации случайного колебания: первые две изображают шум на выходе согласованного фильтра, а две другие – сумму сигнала и шума. При этом установлен некоторый порог приемного устройства – H . Шум в первой реализации не превышает порога. Во второй реализации, хотя сигнала и нет, однако выброс шума превышает порог. В третьей реализации сумма сигнала и шума превышает порог, в четвертой – не достигает порога.

Из рассмотренных случаев в первом и третьем случае будет принято правильное решение, а во втором и четвертом – нет. Если взять другой порог, то ситуация может измениться.

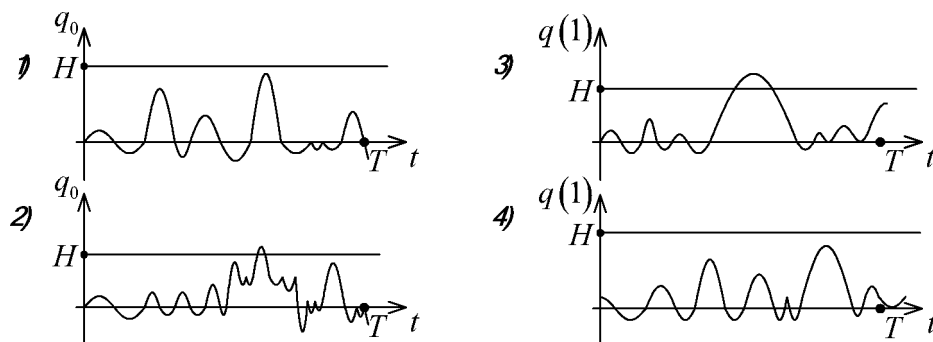


Рис.3.3

Кроме перечисленных, используются также критерии:

- минимальной взвешенной вероятности ошибки;
- минимум вероятности полной ошибки, и т.д.

$$\bar{r} = r_{\mathbb{F}} P(y_0) \mathbb{F} + Z_{\mathbb{D}} P(y_1) \mathbb{D}$$

$$\bar{r} = a\mathbb{F} + b\mathbb{D}, \quad \text{где: } d = Z_{\mathbb{F}} P(y_0), \quad b = Z_{\mathbb{D}} P(y_1), \quad \mathbb{F} = p_n, \quad \mathbb{D} = p_{np}, \quad \bar{R} = \frac{\bar{Z}}{b};$$

$$\bar{R} = P_{np} + l_0 P_n;$$

$$P_n = \int_{x_1} \dots \int P(x_1 \dots x_n / y_0) dx_1 \dots dx_n;$$

$$P_{np} + P_0 = 1; \quad P_{np} = 1 - P_0;$$

$$P_0 = \int_{x_1} \dots \int P(x_1 \dots x_n / y_1) dx_1 \dots dx_n;$$

$$\bar{R} = P_{np} + l_0 P_n = 1 - \int_{x_1} \dots \int [P(x_1 \dots x_n / y_1) - l_0 P(x_1 \dots x_n / y_0)] dx_1 \dots dx_n.$$

Отсюда: $P(x_1 \dots x_n / y_1) - l_0 P(x_1 \dots x_n / y_0) > 0$

$$\frac{P(x_1 \dots x_n / y_1)}{P(x_1 \dots x_n / y_0)} = \frac{L(x / y_1)}{L(x / y_0)} > l_0 - \text{отношение правдоподобия}$$

Отсюда следует, что оптимальный приемник должен вычислять величину:

$$l(x) = \frac{P(x_1 \dots x_n / y_1)}{P(x_1 \dots x_n / y_0)} = \frac{L_{y_1}(x)}{L_{y_0}(x)} - \text{отношение правдоподобия}$$

Где: $L_{y_1}(x)$ и $L_{y_0}(x)$ – функции правдоподобия.

Если $l(x)$ сравнить с некоторым порогом l_0 , то принимается решение: при

$$l(x) > l_0 - \text{сигнал есть;}$$

$$l(x) < l_0 - \text{сигнала нет.}$$

Все критерии дают оптимальное решение задачи обнаружения, основанное на вычислении отношения правдоподобия, и сравнении его с порогом. Отличаются критерии лишь выбором порога.

Для критерия \min среднего риска: $l_0 = \frac{Z_{\mathbb{F}} P(y_0)}{Z_{\mathbb{D}} P(y_1)}$. Для критерия \min

взвешенной вероятности ошибки $l_0 = d/b$. Для критерия Неймана-Пирсона задается l_0 и минимизируется значение P_n .

Отношение правдоподобия показывает, на сколько больше вероятность того, что принятый сигнал X содержит $y_1 \neq 0$ по сравнению с вероятностью приема сигнала X , состоящего из чистого шума.

3.5. Обнаружение полностью известного (детерминированного) сигнала

Рассмотрим задачу оптимального обнаружения сигнала $S(t)$. Точно известно с плотностью вероятностей $P(s)$ при наличии аддитивного гауссовского шума, входное воздействие:

$$y(t) = S(t) + n(t).$$

Распределение $P = (y/S)$ также нормальное и может быть получено простой подстановкой $n = y - S$ в выражение для нормального распределения шума $n(t)$.

Будем считать цель точной и амплитуда сигнала на входе приемника известна. Если амплитуда неизвестна, то после приема необходимо провести дополнительную операцию усреднения полученных результатов по всем значениям амплитуды с учетом их вероятностей.

Полагаем, что амплитуда сигнала от момента излучения до момента приема не изменяется и равна $S(t)$. Отраженный сигнал запаздывает на время $\tau_0 = 2R/C$, т.е. можно записать: $y(t) = S(t - \tau_0) + n(t)$. Этот сигнал существует на входе приемника в течение времени T . Будем полагать, что дальность до цели известна. Тогда, зная функцию $S(t)$ и, придав ей некоторый сдвиг τ , можно образовать разность $n(t) = y(t) - S(t - \tau)$, которая является чистым шумом при условии, что временной сдвиг τ функции $S(t)$ равен известному времени запаздывания τ_0 .

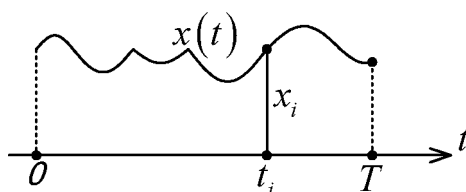


Рис.3.4

Выберем одно из значений принимаемого сигнала $x(t)$ в произвольный момент времени t_i . $y_i = S_i + n_i$. Разность $n_i = y_i - S_i$ подчиняется нормальному закону распределения :

$$P(n_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_u} \exp\left[-\frac{n_i^2}{2\sigma_u^2}\right] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_u} \exp\left[-\frac{(y_i - S_i)^2}{2\sigma_u^2}\right];$$

Обычно сигнал вместе с шумом ограничен по полосе частот от 0 до F_m . Тогда, согласно теории отсчетов Котельникова, функция $n(t) = x(t) - S(t - \tau)$ на интервале $[0, T]$ однозначно определяется $2F_m T$ своими значениями n_i , которые отсчитываются через интервалы времени $\Delta T = \frac{1}{2F_m}$, и которые являются независимыми величинами. Применим теорему умножения вероятностей для независимых и совместных событий:

$$P(A_1, uA_2, uA_3, u\dots, A_m) = \prod_{i=1}^m P(A_i), \text{ получим:}$$

$$P(y) = \prod_{i=1}^{2F_m T} P(y_i) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_u}\right)^{2F_m T} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_u^2} \sum_{i=1}^{2F_m T} n_i^2\right].$$

Переходя от дискретного представления к непрерывному, и заменяя сумму интегралом, получим:

$$P(y) = P(y/S) = (2\pi\sigma_u^2)^{-F_m T} \exp\left[-\frac{1}{N_0} \int_0^T (y - S_i)^2 dt\right], \text{ где:}$$

$$N_0 = \frac{\sigma_u^2}{F_m}, \text{ и } P(y/S) - \text{ функция правдоподобия.}$$

Для нахождения отношения правдоподобия необходимо найти $P(y/n)$, т.е. условную вероятность сигнала y в отсутствии цели. Это можно получить, подставляя в полученное выражение $S = 0$, т.е.

$$P(y/n) = (2\pi\sigma_u^2)^{-F_m T} \exp\left[-\frac{1}{N_0} \int_0^T y^2 dt\right].$$

Найдем отношение правдоподобия:

$$e(x) = \frac{P(y/S)}{P(y/n)} = \exp\left[-\frac{1}{N_0} \int_0^T S^2(t) dt + \frac{2}{N_0} \int_0^T y(t)S(t) dt\right];$$

В этом выражении: $\int_0^T S^2(t) dt = E$ – энергия входного сигнала,

$$\frac{2}{N_0} \int_0^T y(t)S(t) dt = q(T) - \text{ корреляционный интеграл.}$$

$$\text{Итак: } e(x) = \exp\left[-\frac{E}{N_0} + q(t)\right].$$

Для вынесения решения необходимо сравнить $e(x)$ с порогом e_0 . Если: $e(x) > e_0$ – сигнал есть, $e(x) < e_0$ – сигнала нет.

С учетом того, что в общем случае между $y(t)$ и $S(t)$ может существовать временной сдвиг, развернутое выражение для корреляционного интеграла имеет вид:

$$q(\tau) = \frac{2}{N_0} \int_0^T y(t)S_{on}(t - \tau) dt;$$

Таким образом, корреляционный интеграл представляет собой функцию взаимной корреляции между входным воздействием $y(t)$ и сформированным в месте приема опорным сигналом $S_{on}(t - \tau)$, нормированную к спектральной плотности шумов. Видно, что максимизация отношения правдоподобия может быть сведена к максимизации корреляционного интеграла $q(\tau)$.

Т.к. $y(t)$ – случайная функция с нормальным законом распределения, то $q(\tau)$ тоже нормально распределенная случайная величина, характеризуемая математическим ожиданием $q(S)$ и дисперсией σ_q^2 при отсутствии сигнала $y_0(t) = n(t)$. Т.к. $\overline{n(t)} = 0$, то:

$$\overline{q_0(\tau)} = \frac{2}{N_0} \int_0^T \overline{n(t)S(t - \tau)} dt = 0;$$

При приеме сигнала: $y_1 = S(t) + n(t)$; $\overline{y_1(t)} = S(t) + \overline{n(t)} = S(t)$.

Следовательно, $\overline{q_1(\tau)} = \frac{2}{N_0} \int_0^T S(t)S(t-\tau)dt$.

При $\tau = 0$ $\overline{q_1(0)} = \overline{q_{1MAX}}(\tau) = \frac{2}{N_0} \int_0^T S^2(t)dt = \frac{2\mathcal{E}}{N_0}$.

Дисперсия $q(\tau)$ как при наличии, так и при отсутствии сигнала, определяется только уровнем шумов. Поэтому для обеих ситуаций она одинакова и равна: $\sigma_q^2 = 2\mathcal{E}/N_0$.

По этим данным легко построить законы распределения корреляционного интеграла при отсутствии $P(q_0)$ и наличии $P(q_1)$ сигнала, а по ним найти значение условных вероятностей и ошибок обнаружения.

Итак, правила принятия решения:

$q \geq q_{пер}$ – сигнал есть (т.е. $S \neq 0$); $q < q_{пер}$ – сигнала нет (т.е. $S = 0$).

Вероятность ложной тревоги равна площади под кривой $P(q_0)$ справа от $q_{пор}$: $\overline{F} = \int_{q_{пор}}^{\infty} P(q_0)dq = S_{\overline{F}}$. Вероятность пропуска цели равна площади под

кривой $P(q_1)$ слева от $q_{пор}$ $\overline{D} = \int_{-\infty}^{q_{пор}} P(q_1)dq = S_{\overline{D}}$:

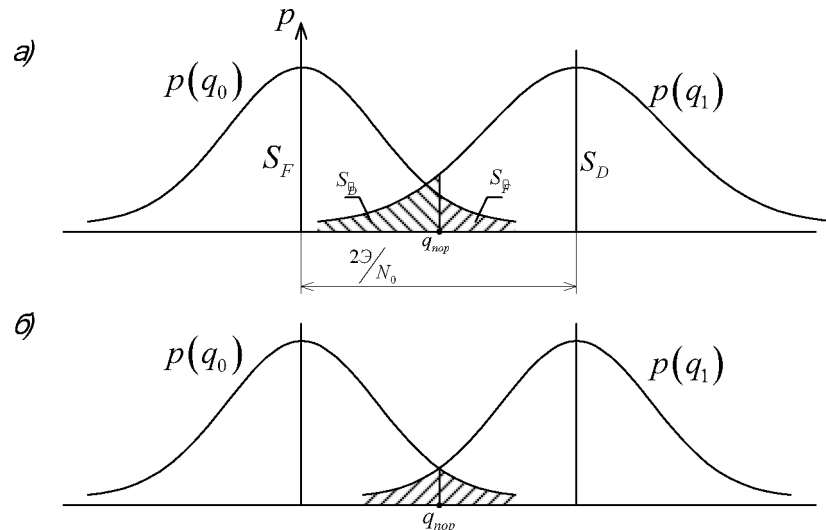


Рис.3.5

Используя рисунок а), можно определить каким должно быть оптимальное значение порога $q_{пор}$ для частных критериев обнаружения.

ИДЕАЛЬНЫЙ НАБЛЮДАТЕЛЬ - минимум вероятности общей ошибки, равную взвешенной сумме вероятности пропуска цели и вероятности ложной тревоги.

Итак, для идеального наблюдателя при равной вероятности наличия и отсутствия сигнала, оптимальным будет $q_{пор}$, при котором сумма площадей

$S_{\bar{D}}$ и $S_{\bar{D}}$ минимальна. Такой $q_{\text{пор}}$ соответствует абсцисса точки пересечения $P(q_0)$ и $P(q_1)$ (рис. б).

КРИТЕРИЙ НЕЙМАНА – ПИРСОНА – максимальная вероятность правильного обнаружения при заданной вероятности ложной тревоги. Порог выбирается из условия:

$$S_{\bar{D}} = \int_{q_{\text{пор}}}^{\infty} P(q_0) dq = F_{\text{дон}}.$$

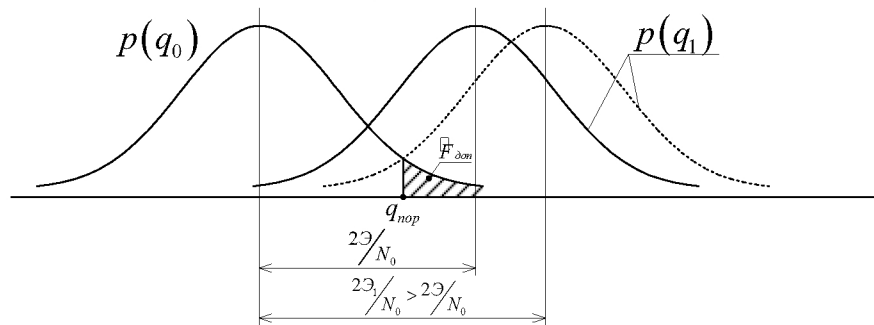


Рис.3.6.

Если при этом вероятность правильного обнаружения D будет ниже заданной, при выбранном решающем правиле, единственным средством ее увеличения является увеличение энергии сигнала \mathcal{E} , при котором кривая $P(q_1)$ сместится вправо, увеличивая D (штриховая линия).

Однако, для ряда задач существенно более эффективным является иное правило решения, соответствующее критерию последовательного обнаружения. Оно позволяет сократить общее время обнаружения, или обеспечить заданную вероятность правильного обнаружения, при меньшем энергетическом потенциале радиолинии. Особенность этого критерия заключается в том, что он не только определяет процедуру принятия решения, но и задает режим работы самой РЛС. Для этого критерия важно знание двух порогов: $q_{\text{пор1}}$ и $q_{\text{пор2}} > q_{\text{пор1}}$.

Если: $q < q_{\text{пор1}}$ – сигнала нет ($S=0$);

$q > q_{\text{пор2}}$ – сигнал есть ($S \neq 0$).

$q_{\text{пор1}} < q < q_{\text{пор2}}$ – не знаю, продолжаю наблюдение.

Эти соотношения можно рассмотреть на следующем рисунке:

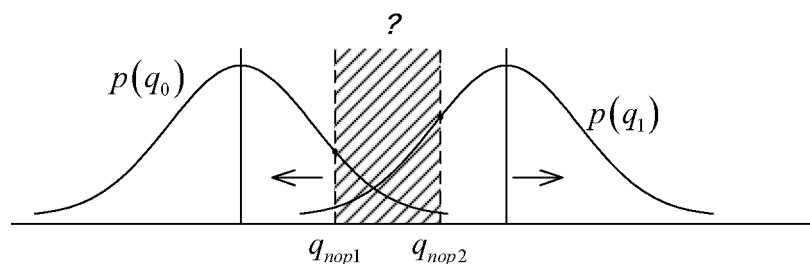


Рис.3.7

Оптимальное значение порогов определяется приближенными соотношениями между ординатами кривых $P(q_1)$ и $P(q_0)$:

$$q_{\text{нор}1} - \text{соответствует: } \frac{P(q_1)}{P(q_0)} \square \frac{D}{F};$$

$$q_{\text{нор}2} - \text{соответствует: } \frac{P(q_1)}{P(q_0)} \square \frac{D}{F}.$$

Для ситуаций, когда критерий последовательного обнаружения наиболее эффективен, суммарное время наблюдения или энергопотенциал радиолинии оказываются много меньшими, чем при фиксированном и одинаковом времени наблюдения при каждом шаге. Это особенно важно для радиосистем углового обзора, При большом отношении вектора обзора к угловому сечению радиолуча (ширина ДН), что соответствует большему числу элементов разрешения, в каждом из которых надо принять решение о наличии или отсутствии сигнала. Время нахождения луча на данном направлении и число сигналов (принимаемых и излучаемых) зависит от результатов наблюдения и для наблюдения случайно. Такая процедура носит название *метод динамического программирования образа*. Т.е, если $q_{\text{нор}1} < q < q_{\text{нор}2}$, луч антенны находится в данном направлении до тех пор, пока не будет пересечен один из порогов.

Метод динамического программирования применяется в системах обзора безинерционных антенн (с электрическим сканированием), а так же может применяться при поиске цели автодальномером.

3.5.1. Характеристики обнаружения

В ходе проектирования радиосистемы, и, в частности, при определении ее предельной дальности действия, необходимо определять превышение уровня сигнала над уровнем шума

$$q_{\text{max}} = \frac{2\mathcal{E}}{N_0},$$

которое при заданной вероятности ложной тревоги обеспечивает требуемую вероятность правильного обнаружения, а также решать обратную задачу. Для этой цели применительно к критерию Неймана-Пирсона были рассчитаны характеристики обнаружения. Это семейство зависимостей $D = f(2\mathcal{E}/N_0)$ при различных значениях $F = \text{const}$ (вероятность ложной тревоги). В результате вычисления интегралов, получим:

$$\overline{F} = \int_{q_{\text{нор}}}^{\infty} P(q_0) dq = S_{\overline{F}} - \text{ложная тревога};$$

$$\overline{D} = \int_{-\infty}^{q_{\text{нор}}} P(q_1) dq = S_{\overline{D}} - \text{пропуск цели};$$

Было получено семейство кривых, приведенных на рисунке:

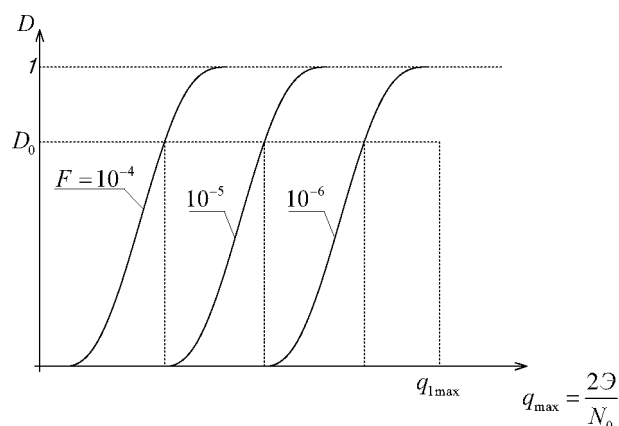


Рис.3.8

Для любой заданной вероятности обнаружения D_0 необходимое превышение $2\mathcal{E}/N_0$ может быть определено, если задана вероятность ложной тревоги.

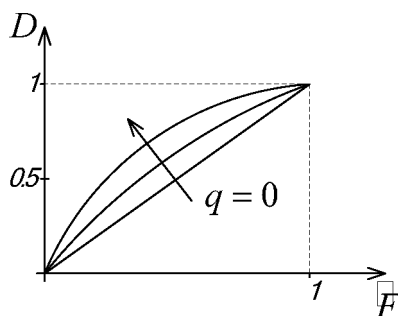


Рис.3.9

3.5.2. Структура оптимального обнаружителя

Оптимальный обнаружитель должен сформировать корреляционный интеграл:

$$q(\tau) = \frac{2\mathcal{E}}{N_0} \int_0^T y(t) S_{on}(t - \tau) dt ;$$

и сравнить его с порогом, который соответствует структурной схеме обнаружителя:

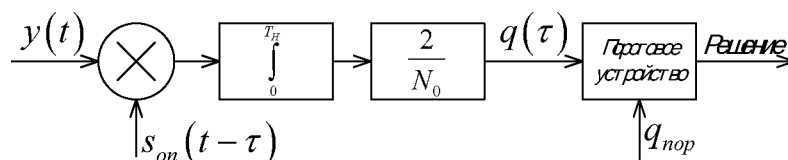


Рис.3.10

Здесь $S_{on}(t - \tau)$ - формируемый в приемнике опорный сигнал, подобный принимаемому. Такой обнаружитель получил название корреляционный приемник.

Данная структура приемника остается оптимальной для любого из рассмотренных критериев. Различаются только число и уровни порогов.

Оценим отношение сигнал/шум на выходе такого приемника. В общем случае входное воздействие и корреляционный интеграл определяется

соотношениями: $y(t) = S(t - \tau) + n(t)$ и

$$q(\tau) = \frac{2}{N_0} \int_0^{T_H} y(t) S_{on}(t - \tau) dt = q_s(\tau) + q_n(\tau).$$

Где:

S_{on} – опорный сигнал, совпадающий по форме с принимаемым (с учетом доплеровского сдвига частоты);

τ, τ_0 – задержка опорного и принимаемого сигналов соответственно;

$$q_s(\tau) = \frac{2}{N_0} \int_0^{T_H} S(t - \tau_0) S_{on}(t - \tau) dt; \quad q_n(\tau) = \frac{2}{N_0} \int_0^{T_H} n(t) S_{on}(t - \tau) dt.$$

– сигнальная и шумовая составляющая сигнала на входе блока сравниваются с порогом. При совпадении не только по форме, но и по времени принимаемого и опорного сигналов, т.е. при $\tau_0 = \tau$ q_s достигает максимума. Тогда:

$$q_{S_{\max}|\tau=\tau_0} = \frac{2}{N_0} \int_0^{T_H} S^2(t - \tau) dt = 2\mathcal{E}/N_0$$

$$q_n = \sqrt{\sigma_q^2} = \sqrt{2\mathcal{E}/N_0}$$

$$\frac{q_{S_{\max}}}{q_n} = \frac{2\mathcal{E}}{N_0} / \sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{N_0}} = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{N_0}}$$

Ни один приемник в тех же условиях не может дать большего превышения.

Основной и самой важной особенностью такого приемника является независимость его эффективности и, в частности, выходного превышения от формы сигнала. Важна лишь энергия сигнала. Как ясно из приведенных выше соотношений, основным характерным ограничением для него является необходимость выполнения условия $\tau = \tau_0$, т.е. синхронизацию опорного и принимаемого сигналов с точностью до фазы их высокочастотного заполнения. Были поиски другой структуры оптимального приемника, сохраняющие все преимущества, но не требующие жесткой синхронизации. Выяснилось, что все используемые с зарождения радиотехники методы фильтрации сигнала, сводились к использованию фильтрующих свойств корреляционного интеграла. Различия заключались лишь в формировании опорного сигнала.

Простейший интегратор:

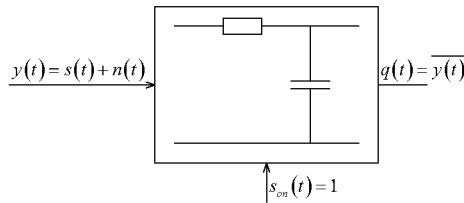


Рис.3.11

$q(\tau) = \int_0^{T_H} 1 \cdot y(t) dt$ – выделяется постоянная составляющая входного воздействия $\overline{y(t)}$ на интервале T_H .

Синхронный детектор:

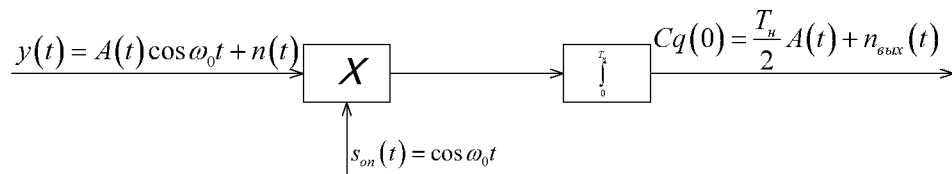


Рис.3.12

Синхронный детектор реализует корреляционный интеграл в явном виде, т. к. квазистационарное изменение амплитуды сигнала $A(t)$ на форме сигнала в пределах интервала $T_H = 2\pi / \omega_0$ не сказывается, и опорный гармонический сигнал по форме совпадает и синфазен с полезным АМ сигналом ($\tau = \tau_0$).

Линейный фильтр:

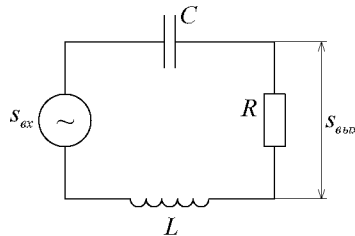


Рис.3.13

Менее очевидна корреляционная природа фильтрующих свойств пассивного линейного фильтра и, в частности, одиночного резонансного контура. Рассмотрим этот пример более подробно.

Как в любой линейной цепи с постоянными параметрами, выходной сигнал резонансного контура $S_{вых}(t)$ связан с входным воздействием $y(t)$ интегралом Дюамеля:

$$S_{вых}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} y(\xi)g(\xi - t)d\xi.$$

Здесь $g(t)$ – импульсный отклик фильтра, т.е. его собственные колебания, возбужденные единичным входным импульсом. По своей структуре этот интеграл с точностью до постоянного множителя совпадает с корреляционным. Причем, роль опорного сигнала здесь играет импульсный отклик. Контур способен отбирать из $y(t)$ лишь те спектральные

составляющие, которые совпадают с составляющими спектра его собственных колебаний $g(t)$ как опорного сигнала.

Известно, что для контура с резонансной частотой ω_0 и затуханием α $g(t) = G_0 e^{-\alpha t} \sin \omega_0 t$, представляет собой затухающую синусоиду. Ее амплитудный спектр:

$$|Sg(\omega)| = \frac{G_0}{2\alpha} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\alpha)^2}}$$

по форме точно совпадает с резонансной кривой контура.

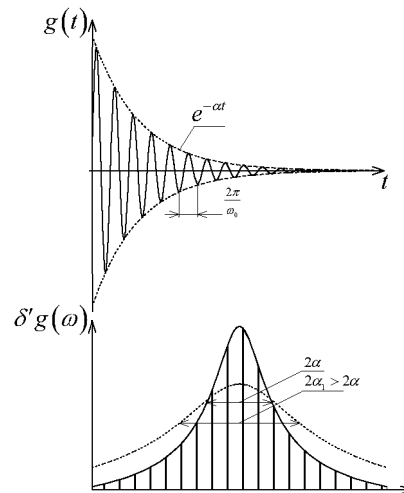


Рис.3.14

Этот результат имеет ясное физическое объяснение. Контур, в соответствии с общим фильтрующим свойством корреляционного интеграла, отбирает из входного воздействия только те спектральные составляющие, которые совпадают со спектральными составляющими его собственных опорных колебаний. Т.к. резонансная кривая снимается при постоянной амплитуде входного сигнала, то эта кривая повторяет форму огибающей спектра свободных колебаний контура. При увеличении α этот спектр соответственно расширяется и отбирает из входного воздействия более широкий спектр, что и является причиной расширения резонансной кривой.

Интересной особенностью такого фильтра является то, что здесь опорная функция формируется под действием самого входного сигнала, и потому не требуется фазовая синхронизация с внешним источником опорного сигнала.

Обобщение этого полезного свойства для более сложных видов входных сигналов привело к синтезу согласованного фильтра.

Согласованный фильтр – это такой фильтр, который к заданному моменту t_0 обеспечивает максимальное превышение входного сигнала над средней мощностью белых входных шумов, т.е.

$$S_{\text{вых}}^2(t_0) / n_{\text{вых}}^2(t) \rightarrow \max.$$

Такой фильтр будет оптимальным, если к моменту t_0 на его входе будет сформирован сигнал, с точностью до постоянного множителя совпадающий с корреляционным интегралом. Это в свою очередь связано с требованием, чтобы на выходе использовалась вся энергия полезного сигнала.

Следовательно, если сигнал возникает в момент τ , то необходимо, чтобы $\tau + t_0 > \tau + T$, где T – длительность сигнала.

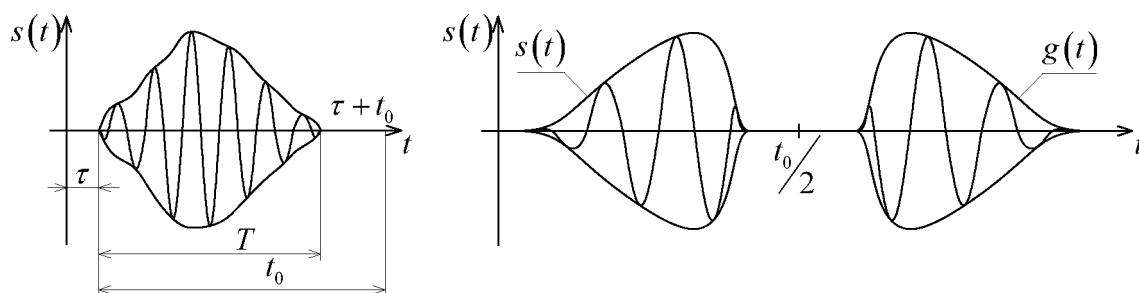


Рис.3.15

Импульсный отклик согласованного фильтра представляет собой зеркально отображение сигнала относительно момента $\tau + t_0/2$.

Преобразование Фурье от $g(t)$ позволяет определить комплексный коэффициент передачи согласованного фильтра:

$$K(\omega) = C e^{-j\omega t_0} S^*(\omega),$$

Где: $S^*(\omega)$ - спектр, комплексносопряженный со спектром сигнала.

Выделением модуля и аргумента $K(\omega)$ определяется АЧХ и ФЧХ.

$$K(\omega) = C S(\omega) \quad \varphi_k(\omega) = -\varphi_S - \omega t_0.$$

Оба соотношения имеют ясный физический смысл. АЧХ обеспечивает тем большее усиление спектральных составляющих сигнала, чем больше их превышение над уровнем шумов, что дает максимум результирующего превышения выходного сигнала над входным шумом.

Оптимальный характер ФЧХ определяется тем, что помимо задержки на заданное время t_0 , фильтр для каждой спектральной составляющей вносит фазовый сдвиг, обратный исходному. Благодаря этому амплитуды спектральных составляющих, которые на входе фильтра формируются случайным образом, на его выходе к моменту t_0 суммируются по модулю, давая максимально возможную амплитуду результирующего выходного сигнала.

3.6.Обнаружение сигнала со случайной начальной фазой (квазидетерминированного сигнала)

Рассмотрим задачу обнаружения сигнала, у которого фаза ВЧ-колебаний изменяется по случайному закону. Плотность распределения фазы равномерна в пределах от 0 до 2π .

$$P(\beta) = \frac{1}{2\pi}.$$

Отношение правдоподобия в этом случае будет еще и функцией фазы β . Энергия сигнала мало зависит от фазы, поэтому будем считать ее постоянной. Выражение для корреляционного интеграла выглядит так:

$$q(\tau) = \frac{2}{N_0} \int_0^T y(t) A \cos[\omega_0 t + \varphi(t) + \beta] dt.$$

Где: $y(t)$ – входной сигнал, $A \cos[\omega_0 t + \varphi(t) + \beta]$ – сигнал со случайной начальной фазой.

Преобразуем корреляционный интеграл:

$$q(\tau) = \frac{\cos \beta}{N_0} \int_0^T Ay(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)] dt - \frac{\sin \beta}{N_0} \int_0^T Ay(t) \sin[\omega_0 t + \varphi(t)] dt;$$

$$\begin{aligned} \text{Обозначим:} \quad & \frac{1}{N_0} \int_0^T Ay(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)] dt = q_1(\tau) \\ & \frac{1}{N_0} \int_0^T Ay(t) \sin[\omega_0 t + \varphi(t)] dt = q_2(\tau) \end{aligned};$$

Тогда: $q(\tau) = q_1(\tau) \cos \beta - q_2(\tau) \sin \beta$.

Найдем огибающую и фазу входного сигнала:

$$Q(\tau) = \sqrt{q_1^2(\tau) + q_2^2(\tau)}; \quad \theta = \arctg \frac{q_2(\tau)}{q_1(\tau)}.$$

С учетом этого, выражение для корреляционного интеграла можно записать в виде:

$$q(\tau) = Q(\cos \beta \cos \theta + \sin \beta \sin \theta) = Q \cos(\beta - \theta),$$

$$\text{Где: } \cos \theta = \frac{q_1(\tau)}{Q}; \quad \sin \theta = -\frac{q_2(\tau)}{Q}$$

Отношение правдоподобия для полностью известного сигнала было записано в виде

$$e(x) = \exp \left[-\frac{E}{N_0} + \frac{2q(\tau)}{N_0} \right];$$

Подставив сюда выражение корреляционного интеграла, получим:

$$e(x) = \exp \left[-\frac{E}{N_0} + 2 \frac{Q \cos(\beta - \theta)}{N_0} \right];$$

Это выражение является случайной функцией β . Чтобы исключить зависимость отношения правдоподобия от случайной начальной фазы, произведем усреднение по фазе β . Этим самым мы освобождаемся от неинформационного параметра β . Информационный параметр - τ . Решаем задачу обнаружения.

$$e(x) = \exp \left[-\frac{E}{N_0} \right] \exp \left[2 \frac{Q \cos(\beta - \theta)}{N_0} \right].$$

$$\text{Усредним по } \beta: \overline{e(x)} = \exp \left[-\frac{E}{N_0} \right] \cdot \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp \left[\frac{2Q \cos(\beta - \theta)}{N_0} \right] d\beta.$$

Интеграл: $\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[\exp \frac{2Q \cos(\beta - \theta)}{N_0} \right] d\beta = I_0 \left(\frac{2Q}{N_0} \right)$ – функция Бесселя

первого рода нулевого порядка.

Таким образом, отношение правдоподобия для сигнала со случайной начальной фазой:

$$\overline{e(x)} = \left[\exp + \left(-\frac{E}{N_0} \right) \right] I_0 \left[\frac{2\theta(\tau)}{N_0} \right].$$

Показатель экспоненты – величина постоянная. Функция Бесселя – монотонно-возрастающая.

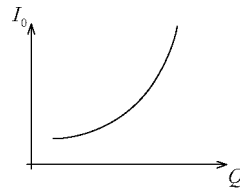


Рис.3.16

Поэтому, оптимальным правилом решения задачи обнаружения сигнала является вычисление корреляционного интеграла и сравнение его с порогом q_0 .

$q(\tau) > q_0$ – сигнал есть,

$q(\tau) < q_0$ – сигнала нет.

Структурная схема обнаружения может быть представлена следующим образом:

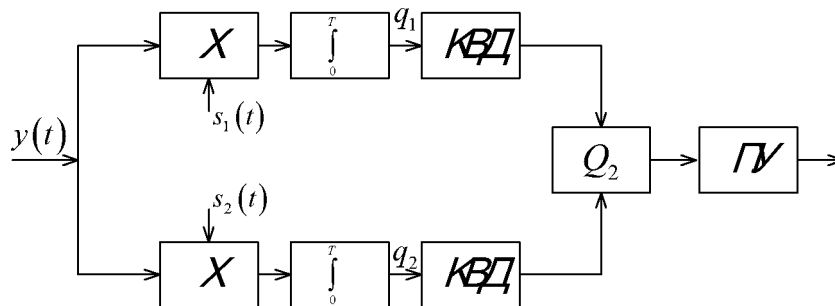


Рис.3.17

Схема включает в себя два квадратурных канала. В каждом вычисляется корреляционный интеграл $q_1(\tau)$ и $q_2(\tau)$. В квадратичном детекторе КВД осуществляется операция возведения в квадрат $Q^2 = q_1^2 + q_2^2$. Затем производится сравнение с порогом q_0 , который устанавливается в соответствии с выбранным критерием оптимальности. В качестве опорных напряжений в умножителях используются сдвинутые по фазе на $\pi/2$ колебания высокой и промежуточной частоты:

$$S_1 = S(t) \cos \omega_0 t; S_2 = S(t) \sin \omega_0 t.$$

В результате отклик Q^2 не зависит от случайной начальной фазы сигнала:

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1.$$

Можно построить характеристики обнаружения сигнала.

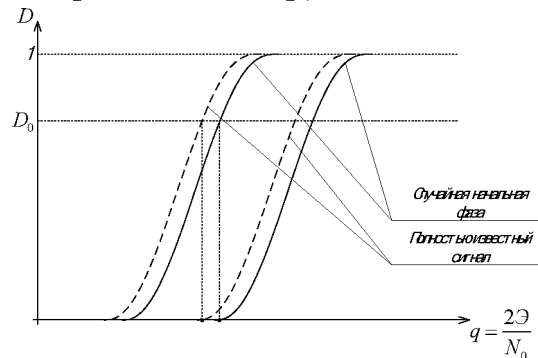


Рис.3.18

3.7.Обнаружение сигнала со случайной амплитудой и начальной фазой

Запишем сигнал в виде: $S(t) = BA(t)\cos[\omega_0 t + \varphi(t) + \beta]$, где B - случайная величина, распределенная по закону Релея -

$$P(B) = \frac{B}{\sigma^2} \exp\left[-\frac{B^2}{2\sigma^2}\right].$$

Случайная величина β равномерно распределена в пределах от 0 до 2π .

$P(\beta) = \frac{1}{2\pi}$. Такое допущение сделано для случая, когда мгновенное значение вектора сигнала распределено по нормальному закону:

$$P(S) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{S^2}{2\sigma^2}\right].$$

Совместная плотность распределения величин B и β , в силу их независимости, равна произведению их функций распределения:

$$P(B, \beta) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{B}{\sigma^2} \exp\left[-\frac{B^2}{2\sigma^2}\right].$$

Запишем отношение правдоподобия для полностью известного сигнала:

$$e(x) = \exp\left[-\frac{E}{N_0} + \frac{2q(\tau)}{N_0}\right].$$

Для решения данной задачи необходимо вычислить энергию сигнала, т.к. амплитуда непостоянна. В общем случае энергия сигнала равна

$$E = \int_0^T S^2(t) dt.$$

Подставляя в это выражение сигнал с амплитудой $B \cdot A(t)$,

получим $E(A, B) = B^2 E$. Корреляционный интеграл $q(\tau) = BQ \cos(\beta - \theta)$.

Подставив в формулу для отношения правдоподобия, получим:

$$e(x) = \exp \left[-\frac{B^2 E}{N_0} + \frac{2BQ \cos(\beta - \theta)}{N_0} \right];$$

Теперь необходимо провести усреднение по случайным параметрам B и β (статистическое усреднение).

$$\bar{X} = \int_{-\infty}^{+\infty} xP(x)dx;$$

$$\bar{e}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{+\infty} \exp \left[-\frac{B^2 E}{N_0} + \frac{2BQ \cos(\beta - Q)}{N_0} - \frac{B^2}{2\sigma^2} \right] \frac{B}{\sigma^2} dB d\beta;$$

Интегрируя по β , получаем:

$$\bar{e}(x) = \frac{1}{\sigma^2} \int_0^{+\infty} I_0 \left(\frac{2QB}{N_0} \right) \exp \left[\left(-\frac{E}{N_0} - \frac{1}{2\sigma^2} \right) B^2 \right] B dB;$$

Далее, используя табличный интеграл: $\int_0^{+\infty} I_0(ax) \exp(bx^2) x dx = \frac{1}{2b} \exp\left(\frac{a^2}{4b}\right)$,

получаем:

$$\bar{e}(x) = \frac{1}{2\sigma^2} \cdot \frac{1}{\frac{E}{N_0} + \frac{1}{2\sigma^2}} \exp \left[\frac{Q^2}{N_0^2 \left(\frac{E}{N_0} + \frac{1}{2\sigma^2} \right)^2} \right];$$

Если принять средний квадрат амплитуды $\sigma^2 = 1$, то:

$$\bar{e}(x) = \frac{N_0}{E + N_0} \exp \left[\frac{Q^2}{N_0(E + N_0)} \right];$$

Схема оптимального обнаружителя сигнала со случайной амплитудой и фазой не отличается от схемы оптимального обнаружителя в предыдущем случае. По-прежнему оптимальной является квадратурная схема обработки сигнала. Изменяется только порог, оптимальное значение которого можно вычислить по формуле:

$$q_0 = \sqrt{N_0 \frac{1+E}{N_0}} \ln \left(e_0 \frac{1+E}{N_0} \right);$$

Можно построить характеристики обнаружения.

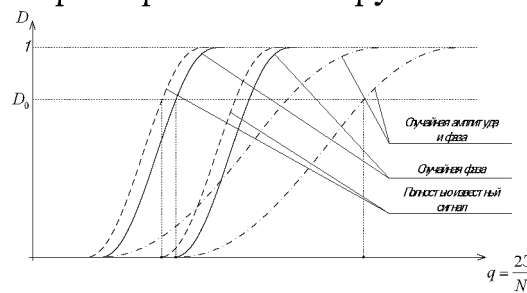


Рис.3.19

Из рисунка видно, что требуемое отношение сигнал /шум для случая случайной амплитуды и фазы сигнала, резко возрастает для обнаружения сигнала с заданной вероятностью ложной тревоги.

3.8.Обнаружение сигнала в виде пачки радиоимпульсов

Когерентная пачка импульсов с полностью известными параметрами:

Такой сигнал является частным случаем полностью известного сигнала. Для него справедливы все соотношения, полученные ранее. Для пачки справедливо соотношение $E = \sum_{i=1}^N E_i$.

Структурная схема аналогична, только копия сигнала подается в виде пачки импульсов.

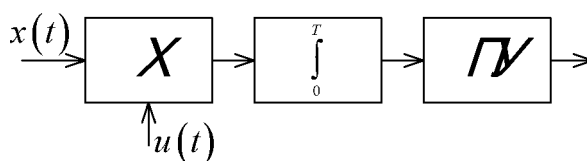


Рис.3.20

Флуктуирующая пачка импульсов:

Флуктуации могут быть коррелированными, частично коррелированными и независимыми.

Коррелированные флуктуации – называются дружными флуктуациями. Наиболее часто наблюдаются в радиолокации.

Если флуктуирует амплитуда импульсов, то сигнал можно считать как сигнал с неизвестной амплитудой, и использовать такую же схему обнаружителя.

Если флуктуирует фаза, то аналогично со случаем сигнала с неизвестной фазой.

Некогерентная пачка импульсов с независимыми флуктуациями амплитуды:

$$U(t) = \sum_{k=1}^N BA(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t) + \beta_k];$$

Отношение правдоподобия при независимых флуктуациях амплитуды:

$$e(x) = \prod_{k=1}^N e_k(x);$$

После выполнения операции умножения, в показателе экспоненты будет сумма откликов на каждый импульс пачки. В этом случае нужно вычлнить

$$Q(t) = \sum_{k=1}^N q_k .$$

Так же, как и для одиночного импульса отклик $Q(t)$ будет пропорционален энергии входного сигнала, т.е. энергии пачки символов. Далее результат сравнивают с порогом Q_0 , выбранным на основании критерия оптимальности.

3.9. Обнаружение сигналов при априорной неопределенности

Все рассмотренные схемы корреляторов являются оптимальными лишь тогда, когда положение определяемого сигнала на оси времени точно известно. Если неизвестно время прихода сигнала, то корреляционный интеграл будет являться функцией неизвестного времени τ .

$$q(\tau) = \int_0^{\tau} x(t)U(t-\tau)dt;$$

Чтобы в некоторый момент τ получить максимальное значение $q(\tau)$, необходимо на перемножитель подавать копию сигнала синхронно и синфазно с приходящим от цели сигналом. Следовательно, для вычисления $q(\tau)$ для сигнала с неизвестной задержкой, нужно иметь n -ое число копий, сдвинутых относительно друг друга на интервале времени, определяемого разрешающей способностью. В этом случае обнаружитель становится многоканальным. Для полностью известного сигнала:

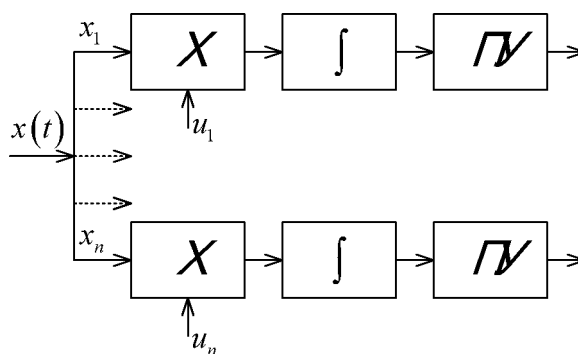


Рис.3.21

Аналогичную схему можно нарисовать для обнаружения сигнала со случайной начальной фазой. Кроме того, прием радиолокационных сигналов часто происходит в обстановке, когда статистические характеристики помехи и сигнала неизвестны, или известны неполностью. Тогда рассмотренные ранее методы оказываются малоэффективными. При этом представляют интерес методы обнаружения, дающие высокие показатели качества при неизвестных характеристиках.

Обозначим $W_0(U_m)$ – функция распределения помехи; $W_1(U_m)$ – функция распределения сигнал + помеха.

Если неизвестны лишь некоторые параметры этих распределений, то априорную неопределенность называют параметрической. В более общем случае, когда неизвестно хотя бы одно из распределений $W_0(U_m)$ или $W_1(U_m)$, то неопределенность называется непараметрической.

Большинство предложенных к настоящему времени методов обнаружения при априорной недостаточности являются эвристическими.

Существуют различные подходы к синтезу обнаружителей. При параметрической априорной неопределенности наиболее простой подход состоит в том, что неизвестные параметры распределений $W_0(U_m)$ и $W_1(U_m)$

полагаются случайными. Задаются подходящие априорные распределения этих параметров, и усредняя по ним $W_0(U_m)$ и $W_1(U_m)$ сводят задачу к известному классическому варианту.

3.10.Согласованная фильтрация сигнала

Для построения обнаружителей широко используются согласованные фильтры. Такой фильтр обеспечивает выходной сигнал, совпадающий по форме с корреляционным интегралом $q(\tau)$.

Определение согласованного фильтра. Рекомендации по их реализации

Если $S(t)$ есть некоторое физическое колебание, принимаемое на фоне белого шума, то согласованным фильтром для этого колебания является фильтр, имеющий импульсную характеристику: $G(t) = kS(t_0 - t)$, где $k = const$, равная максимальному усилению фильтра; t_0 – время наблюдения выходного сигнала.

Рассмотрим рисунок:

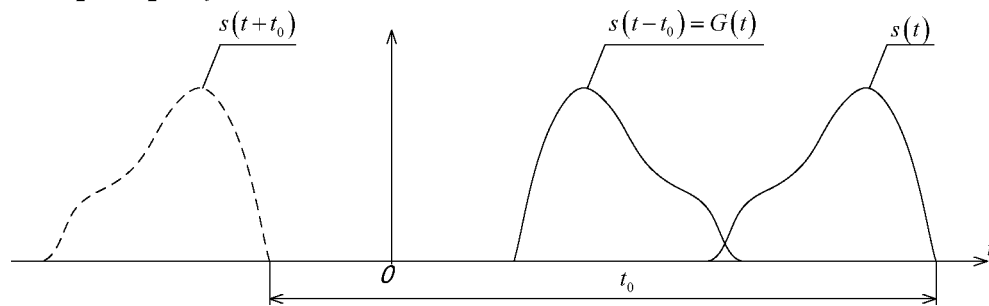


Рис.3.22

Функция $G(t) = S(t_0 - t)$ является зеркальным отображением функции $S(t_0 + t)$ относительно оси ординат. Умножив функцию $S(t_0 - t)$ на коэффициент k , получим импульсную характеристику согласованного фильтра.

Передаточная функция согласованного фильтра равна:

$$K(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} G(t)e^{-j\omega t} dt = Ke^{-j\omega t_0} \int_{-\infty}^{\infty} S(t)e^{j\omega t} dt ;$$

Учитывая выражение для спектра сигнала $S(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t)e^{-j\omega t} dt$,

получим:

$$K(j\omega) = Ke^{-j\omega t_0} S(-j\omega) = KS^*(j\omega)e^{-j\omega t_0} ,$$

Где: $S^*(j\omega)$ – функция, комплексно-сопряженная спектру сигнала $S(j\omega)$.

Таким образом, если прием сигнала осуществляется на фоне белого шума, то с точностью до амплитудного множителя и постоянной задержки (определяемых множителем $Ke^{-j\omega t_0}$) передаточная функция

согласованного фильтра представляет собой функцию, комплексно-сопряженную со спектром полезного сигнала.

Следовательно, частотная характеристика согласованного фильтра целиком определяется спектром сигнала, а импульсная характеристика – формой сигнала («согласованным» с сигналом).

Свойства согласованных фильтров

(примем без доказательств, доказательства в статической радиотехнике) – среди всех линейных фильтров, согласованный фильтр дает на выходе максимальное отношение пикового значения сигнала к среднеквадратичному значению шума, равное $\sqrt{2E/N_0}$. Это замечательное свойство часто принимают за определение согласованного фильтра.

– сигнал на входе согласованного фильтра по форме совпадает с функцией автокорреляции входного полезного сигнала.

Докажем второе свойство. Обозначим полезный сигнал на выходе согласованного фильтра $S_B(t)$, а шум $\Pi_B(t)$. Тогда применяя формулу интеграла Дюамеля, можем записать:

$$S_B(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(\tau)S(t-\tau)d\tau = K \int_{-\infty}^{\infty} S(t_0-\tau)S(t-\tau)d\tau;$$

$$\Pi_B(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(\tau)\Pi(t-\tau)d\tau = K \int_{-\infty}^{\infty} S(t_0-\tau)\Pi(t-\tau)d\tau.$$

Из первой формулы видно, что сигнал на входе согласованного фильтра с точностью до постоянного множителя представляет собой функцию автокорреляции входного полезного сигнала, причем максимальное значение выходного сигнала имеет место при $t=t_0$ и равно $S_{B\max}(t_0) = KE$, где E – энергия сигнала.

Так как к моменту t_0 на входе обнаружителя формируется корреляционный интеграл, выходное превышение уровня сигнала над шумом для него, так же как и на выходе корреляционного приемника, является предельно возможным, равным $\sqrt{2E/N_0}$.

Структурная схема оптимального обнаружителя с согласованным фильтром имеет вид:

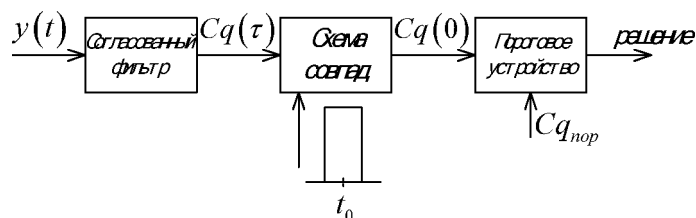


Рис.3.23

Такой обнаружитель обладает рядом существенных особенностей, из которых главные:

- в отличие от корреляционного, для него не требуется внешняя фазовая синхронизация;
- в общем случае он искажает сигнал, сосредотачивая всю его энергию к моменту t_0 ;
- на выходе согласованного фильтра сигнал по своей структуре неотличим от шумов.

Последнее обстоятельство естественно вытекает из оптимальности фильтра. Если бы структура выходного сигнала отличалась от структуры шумов, значит в фильтре не использованы все признаки, по которым они различаются, и поэтому фильтр не был бы оптимальным.

Если шум на входе не белый, а характеризуется спектральным распределением $N(\omega)$. То схема обнаружителя усложняется: на входе добавляется фильтр, квадратичный коэффициент передачи которого обратен спектру шума:

$$|K_N(\omega)|^2 = C/N(\omega);$$

При этом предполагается, что в полосе частот, превышающей полосу пропускания фильтра, ни на одной частоте спектральная плотность шума $N(\omega)$ не равна нулю.

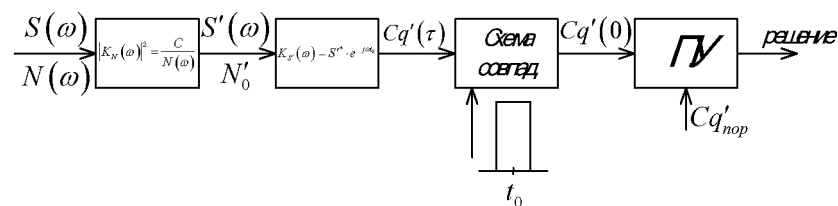


Рис.3.24

Такой фильтр не только преобразует входной шум в белый (обеляет шум), но и видоизменяет входной сигнал. Поэтому для оптимизации фильтра он должен быть согласован с этим видоизмененным сигналом. Это, в частности, говорит о том, что при «небелом» шуме на его входе фильтр, согласованный с исходным полезным сигналом, не является оптимальным.

Возможность несовпадения согласованного и оптимального режимов обнаружения становится еще более очевидной при наличии сосредоточенных помех.

Хотя оба рассмотренных вида оптимальных обнаружителей являются аппаратной реализацией все того же корреляционного интеграла, принято различать корреляционную (требующую внешней синхронизации) и фильтровую обработку сигнала.

3.11. Квазиоптимальные фильтры

В ряде случаев оптимальные и согласованные фильтры оказывается трудно реализовать на практике. Поэтому, вместо оптимальных (согласованных) фильтров можно применять другие надлежащим образом подобранные фильтры, на выходе которых наблюдается незначительное

уменьшение отношения сигнал/ шум по сравнению с оптимальным (согласованным) фильтром. Такие фильтры называются квазиоптимальными. При этом используется так называемое согласование «по полосе». Т.е., если согласованный фильтр «согласуется» со всем спектром сигнала, то в фильтре, согласованном по полосе, подбирается оптимальная ширина полосы пропускания, при которой получается максимальное отношение сигнал/ шум. В качестве иллюстрации можно привести рассчитанные характеристики оптимальных фильтров:

Радиоимпульс τ_u	Фильтр, $\square f$	$\square f \cdot \tau_u$	ρ_{\max}
-----	Идеально прямоугольный	1,37	0,91
-----//-----//-----//--	Гауссов	0,72	0,94
Гауссов	Идеально прямоугольный	0,72	0,94
Гауссов	Гауссов	0,63	1,00
-----//-----//-----	Одиночный рез. Контур	0,40	0,90
0,93	2-х каскадный рез. усилитель	0,61	
-----//-----//-----	5-ти каскадный рез. усилитель	0,67	
0,94			

Где: $\rho_{\max} = \frac{\text{сигнал/ шум на выходе фильтра произвольного}}{\text{сигнал/ шумна выходе фильтра согласованного}}$

Согласованная фильтрация импульсных сигналов

Одиночный импульсный сигнал. При оптимальном обнаружении на фоне белого шума импульсная характеристика фильтра должна быть зеркальной по отношению к сигналу. Однако, наряду с импульсными переходными функциями фильтра, широко используют при синтезе и анализе их комплексный коэффициент передачи, или, иначе, передаточную функцию. Известно, что передаточная функция фильтра $K(\omega)$ является преобразованием Фурье от импульсной переходной функции фильтра.

$$K(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e(-j\omega t) dt .$$

Пользуясь этим, отклик линейного фильтра можно записать следующим образом:

$$U(\tau_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} g(\omega)K(\omega)\exp[+j\omega(t - t_0)] dt ,$$

Где: $\dot{g}(\omega)$ – спектральная функция сигнала.

Эта формула является спектральным аналогом выражения

$$U(T_0) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)h(T_0 - t)dt \text{ – интеграл Дюамеля.}$$

Известно, что в согласованном фильтре АЧХ $|K(\omega)|$ в некотором масштабе воспроизводит амплитудный спектр сигнала $|\dot{g}(\omega)|$, а ФЧХ – $\arg K(\omega)$ – обратна фазовому спектру сигнала $\arg g(\omega)$ и линейно сдвинута на величину: $-\omega T_0$. Отклик СФ в спектральной форме можно записать в виде:

$$Z(\tau) = \frac{C}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{g}(\omega)g^*(\omega)\exp[j\omega(t - \tau)]dt,$$

Где: $g^*(\omega)$ – комплексно сопряженный спектр сигнала.

Исходя из вышеизложенного, синтез СФ можно осуществлять двумя методами: временным и спектральным.

Временной метод основан на использовании связи между импульсной переходной функцией фильтра и функцией, описывающей входной сигнал. При этом синтез СФ заключается в построении такой линейной системы, импульсная переходная функция которой воспроизводит в некотором масштабе C и с некоторым запаздыванием T_0 , функцию, являющуюся зеркальным отображением сигнала.

В основе спектрального метода синтеза СФ лежит использование связи между передаточной функцией фильтра и спектральной функцией сигнала. При этом синтез заключается в построении такой линейной системы, передаточная функция которой в некотором масштабе C с некоторым запаздыванием $-\omega T_0$ воспроизводит комплексно-сопряженный спектр сигнала.

Примеры согласованных фильтров для одиночных сигналов (самостоятельно).

Согласованные фильтры для пачек импульсных сигналов (самостоятельно).

Дымова АМ, РТС, 1976г, стр. 69-71.

Накопление импульсных сигналов

Известно, что составной частью СФ для последовательности импульсных сигналов являются накопители. Амплитуда огибающей на выходе накопителя тем больше, чем больше число накапливаемых импульсов. Различают два вида накопления импульсных сигналов: додетекторное (когерентное) и последдетекторное (некогерентное). Рассмотрим несколько примеров.

1. Когерентное накопление полностью известных пачек импульсных сигналов.

Схема содержит согласованный фильтр для одиночного импульса СФО и накопительное устройство.

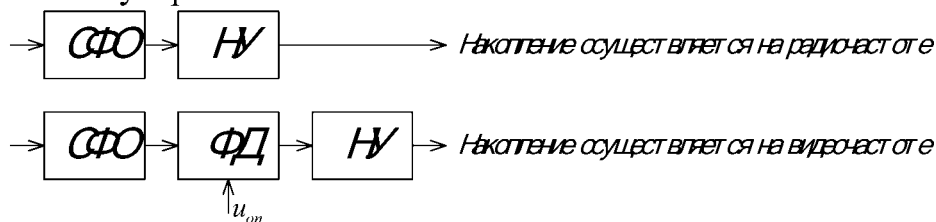


Рис.3.25

Фильтр НЧ, согласованный с огибающей на выходе ФД, выделяет последовательность видеоимпульсов, которые суммируются с одинаковым весом в накопителе. Для пачки прямоугольных импульсов с прямоугольной огибающей всей пачки идеальным накопителем будет СФ, состоящего из рециркулятора, задерживающего и вычитающего устройств.

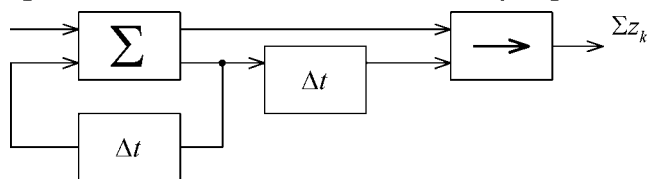


Рис.3.26

Для более сложных огибающих сигналов схемы могут быть сложнее.

1. Когерентное накопление пачек импульсных сигналов с неизвестной начальной фазой (когерентная пачка импульсов):

Сигнал имеет вид:

$$U(t, \beta) = \sum_{k=1}^N A(t) \cos(\omega_0 t + \varphi(t) + \beta_k);$$

Где: $\beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k$ – то возможно накопление сигнала.

Реализуется СФ в схемах, аналогичных описанной выше. Эффективность зависит от числа накопленных импульсов и весового коэффициента, определяемого схемой накопления.

Если q – соотношение сигнал/шум для одиночного импульса, то для идеального СФ:

$$q_n \cong q \cdot N$$

3.12.Обнаружение шумового сигнала

Такая задача встречается в пассивной радиолокации, где как правило используется естественное излучение теплового и нетеплового происхождения. Тепловое излучение дают: Земля, Солнце, различные сооружения. Нетепловое излучение является следствием ядерных взрывов, грозных раскатов в атмосфере и космическом пространстве. В пассивной локации в основном используется излучение нагретых тел, которое проявляется в ультрафиолетовой, видимой и инфракрасной и радиообластях спектра (от длины волны 0,4мкм до нескольких см).

Итак, реализация входного колебания $y(t)$ представляет собой аддитивную смесь сигнала $s(t)$ и шума $n(t)$: $y(t) = S(t) + n(t)$. Сигнал $s(t)$ представляет собой случайный нормальный процесс с дисперсией σ_c^2 , т.е.

$$W[S(t)] = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_c}} \exp\left[-\frac{S^2(t)}{2\sigma_c^2}\right]$$

Шум также является белым, нормальным, с дисперсией σ^2 , т.е.:

$$W[n(t)] = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left[-\frac{n^2(t)}{2\sigma^2}\right]$$

Проблема обнаружения заключается в обнаружении сигнала со случайными параметрами на фоне собственного шума радиоприемного устройства. Отличие принимаемого сигнала от шума лишь в дисперсии.

Подход к решению задачи такой же как и в предыдущих случаях. Считаем, что спектр имеет ограниченную ширину: $F(\omega) = F_m$. Представляем ее набором выборок по теореме Котельникова с числом выборок равным: $2F_m T = n$. Записываем выражение для плотностей вероятности:

$$P(x_1 \dots x_n / \Pi) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{n/2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{k=1}^n y_k^2\right] - \text{один шум};$$

$$P(x_1 \dots x_n / S) = \left[\frac{1}{2\pi(\sigma^2 + \sigma_c^2)} \right]^{n/2} \exp\left[-\frac{1}{2(\sigma^2 + \sigma_c^2)} \sum_{k=1}^n y_k^2\right] - \text{сигнал вместе с шумом};$$

Отношение правдоподобия:

$$l(x) = \frac{P(x_1 \dots x_n / S)}{P(x_1 \dots x_n / \Pi)} = \left(\frac{\sigma^2}{\sigma^2 + \sigma_c^2} \right)^{n/2} \exp\left[\frac{\sigma_c^2}{\sigma_c^2 + \sigma_n^2} \cdot \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{k=1}^n y_k^2 \right].$$

Если $l(x)$ превышает порог l_0 , то сигнал есть, если нет – то нет.

Иногда удобнее пользоваться не отношением правдоподобия, а логарифмом отношения и его значение сравнивать со значением $\ln l_0$.

$$\frac{n}{2} \ln \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + \sigma_c^2} + \frac{\sigma_c^2}{\sigma^2 + \sigma_c^2} \cdot \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{k=1}^n y_k^2 > \ln l_0;$$

Переходя от суммирования к интегрированию, получим:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{k=1}^n y_k^2 \Rightarrow \frac{2}{N_0} \int_0^T y^2(t) dt;$$

Тогда можно записать:

$$\frac{2}{N_0} \int_0^T y^2(t) dt > \left[\ln l_0 - \frac{n}{2} \ln \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + \sigma_c^2} \right] \frac{\sigma^2 + \sigma_c^2}{\sigma_c^2} = Z_0 - \text{порог};$$

Решение:

Если: $\frac{2}{N_0} \int_0^T y^2(t) dt > Z_0$ – сигнал есть;

$\frac{2}{N_0} \int_0^T y^2(t) dt < Z_0$ – сигнала нет;

Структурная схема такого приемника, часто его называют энергетическим приемником:

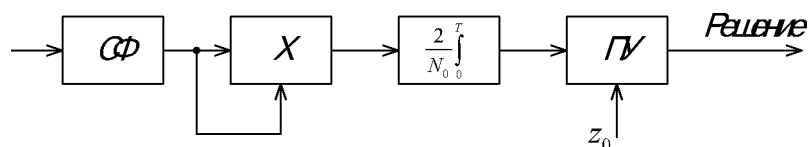


Рис.3.27

3.13. Цифровые методы обнаружения

Оптимальные алгоритмы обнаружения заключаются в накоплении сигнала за длительность входной реализации и сравнение с порогом.

Реализация алгоритмов в аналоговой форме имеет существенные недостатки.

1. Аналоговым НУ свойственно насыщение, вследствие которого уменьшается отношение сигнал/ шум.

2. Результат накопления изменяется в процессе эксплуатации за счет нестабильности элементов динамической памяти, а сравнительно небольшое расхождение между временем памяти и периодом повторения сигналов РЛС может полностью обесценить реализованные оптимальные алгоритмы.

3. Нет возможности полной автоматизации процесса обработки сигналов.

Однако, цифровые алгоритмы квазиоптимальны за счет потерь в отношении сигнал/ шум при квантовании смеси по амплитуде и дискретизации по времени. Но постоянство результатов и большая динамическая память часто дают возможность получить лучшие характеристики, чем в аналоговой форме, несмотря на квазиоптимальные алгоритмы. Кроме того, реализация алгоритмов в цифровой форме осуществляется на стандартных элементах вычислительной техники, что в ряде случаев конструкции, снижает габариты и вес.

Цифровые методы обнаружения импульсных сигналов

При использовании цифрового накопителя, выходное напряжение детектора квантуется по амплитуде на заданное число дискретных уровней. Одновременно производится дискретизация напряжения по времени с шагом Δt , равным интервалу корреляции квантуемого напряжения.

В случае приема некогерентной пачки импульсов наиболее простым является двухуровневое или бинарное квантование. Т.е. на выходе устройства квантования выдается импульс стандартной амплитуды и длительности при превышении порога огибающей и нуль, если этот порог не превышен.

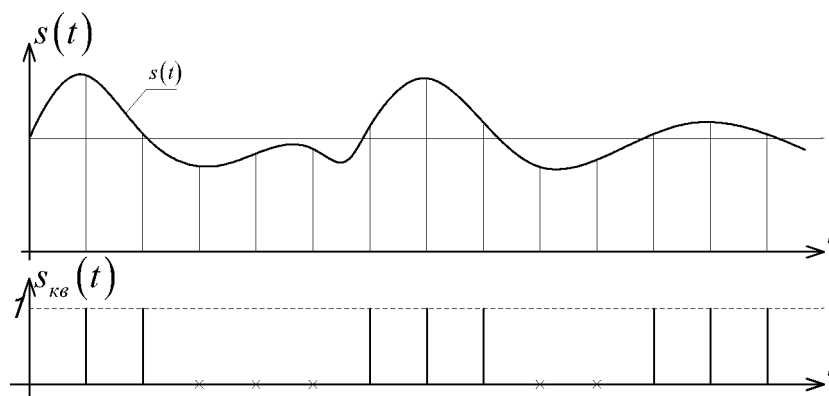


Рис.3.28

Стандартному импульсу присваивается символ 1 или 0.

Схема приемника при квантовании сигнала отличается от схемы аналогового приемника наличием квантователя, а так же тем, что аналоговый накопитель (видеоинтегратор) заменен цифровым:

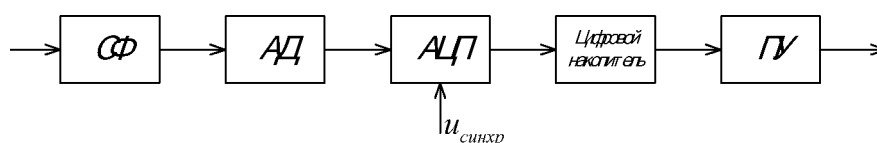


Рис.3.29

В случае двухуровневого квантования такой приемник называют *бинарным интегратором*.

При бинарном квантовании могут быть использованы, кроме рассмотренных ранее, и другие методы обнаружения сигнала, при которых, например, регистрируются определенные серии бинарно-квантовых напряжений, более вероятных при наличии сигнала, чем при его отсутствии. Примером является метод совпадений, при котором решение о наличии сигнала выдается в том случае, если в результате бинарного квантования получена серия подряд следующих единиц, число которых не меньше заданного K .

Схема выглядит следующим образом:

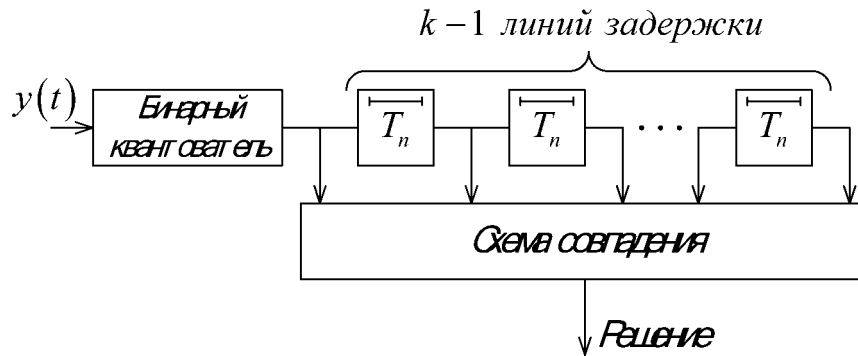


Рис.3.30

Устройство обнаружения бинарно-квантованных сигналов таким методом включает в себя схему совпадений на K входах и устройство памяти (например, ЛЗ). Время задержки сигналов каждой линии равно периоду следования T_n . Схема совпадения выдает импульсное наличие сигнала, когда на все входы поступает 1. Достоинством метода совпадения является то, что при его использовании необходимая емкость памяти меньше, чем при методе бинарного интегрирования.

3.14.Разрешение сигналов

Мы увидели, что если используется оптимальный метод обнаружения сигналов, то чувствительность радиолокационного приемника зависит только от энергии принимаемого сигнала (в случае белого шума), и не зависит от его формы. Если шум не белый, то чувствительность определяется плотностью энергетического спектра, а тонкая временная структура сигнала не имеет значения. Возникает вопрос, чем же тогда определяется лучшая форма выбираемого сигнала? Оптимальная форма сигнала связана со многими факторами, однако, одним из наиболее важных является разрешающая способность. Что же такое разрешающая способность?

Она означает способность определять, имеется ли одна или несколько целей в поле зрения радиолокационной системы. Она включает в себя понятие о разделении целей. С ней тесно связаны точность и неоднозначность координат целей, измеряемые РЛС, закодированные в параметрах принимаемых сигналов. Так дальность обычно кодируется во временной задержке τ модуляции, скорость – в доплеровском смещении частоты, угловые координаты – в модуляции, вносимой приемной антенной.

Для того, чтобы анализировать сигналы по их разрешающей способности, необходимо установить критерии разрешения по каждому из параметров. Затем вводится общий критерий одновременного разрешения по дальности и скорости.

3.14.1.РАЗРЕШЕНИЕ ПО ДАЛЬНОСТИ

Критерий Вудворда: положим, что имеются две неподвижные точечные цели, отличающиеся только по дальности. Т.к. доплеровский сдвиг отсутствует, то эти сигналы можно записать в виде:

$$U(t-t_0) \text{ и } U(t-t_0-\tau);$$

где: $t=0$ – начало отсчета времени, соответствующее моменту излучения зондирующего импульса; t_0 – время запаздывания сигнала от первой цели; τ – время запаздывания сигнала второй цели, относительно сигнала первой.

Без потери общности можно положить $t_0=0$. Требуется найти меру различимости этих сигналов. В методе, предлагаемом Вудвордом, средний квадрат отклонения $U(t)$ и $U(t-\tau)$:

$$\Delta^2(\tau) = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} |U(t) - U(t-\tau)|^2 dt;$$

Для большей разрешающей способности средний квадрат $\Delta^2(\tau)$ должен быть как можно больше для всех τ в априорном интервале задержек, за исключением малого интервала около точки $\tau=0$:

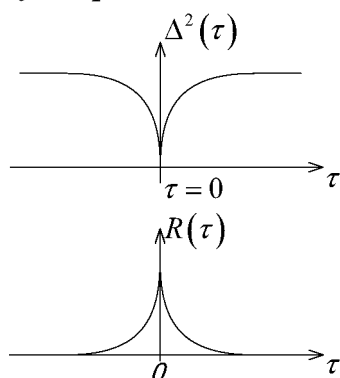
$$\Delta^2(\tau) = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} U^2(t) dt - \frac{2}{E} \int_{-\infty}^{\infty} U(t)U(t-\tau) dt + \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} U^2(t-\tau) dt;$$

Т.к. первый и последний интегралы дают энергию сигнала, то сумма их равна 2, следовательно:

$$\Delta^2(\tau) = 2[1 - R(\tau)];$$

где: $R(\tau) = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} U(t)U(t-\tau) d\tau$ – нормированная АКФ сигнала.

Таким образом, мерой разрешающей способности по критерию Вудворда, является АКФ сигнала.



Чтобы различие сигналов было большим, нужно выбирать сигнал такой формы, чтобы $|R(\tau)|$ был как можно ближе к нулю, за исключением окрестности точки $\tau=0$.

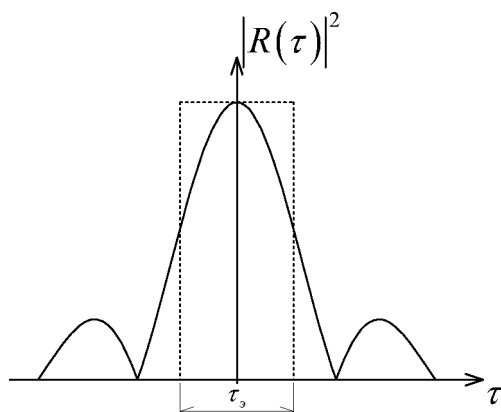
Часто в задачах разрешения используют понятие функции неопределенности.

В данном случае функция неопределенности представляет собой $R^2(\tau)$. Максимальное значение $R^2(\tau)$ получает при $\tau=0$. Если $|R(\tau)|=R(0)$ для некоторого $\tau \neq 0$, то две цели, сигналы от которых отличаются этим запаздыванием, будут совершенно неразличимы. Если $R(\tau)$ близка к $|R(0)|$

при некотором $\tau \neq 0$, тогда две цели, отличающиеся запаздыванием, могут быть разделены, но это связано с большими трудностями.

Идеальная форма $R(\tau)$ – это δ – функция. Но это невозможно реализовать физически.

Видно, что выражение для отклика СФ с точностью до некоторого множителя совпадает с АКФ сигнала. Таким образом, разрешающая способность по времени тем выше, чем меньше длительность отклика СФ. При обнаружении сигнала со случайной фазой, ее влияние исключают с помощью детектора. При этом отклик СФ на выходе линейного детектора описывается модулем комплексной огибающей корреляционной функции $|\dot{R}(\tau)|$, а на выходе квадратичного детектора – квадратом модуля $|\dot{R}(\tau)|^2$. Для произвольного сигнала $|\dot{R}(\tau)|^2$ имеет вид:



Интервал τ_s задержки одного сигнала по отношению к другому, в пределах которого нельзя разрешить два сигнала определяется по формуле:

$$\tau_s = \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{R}(\tau)|^2 d\tau$$

Это интервал неопределенности или постоянная разрешения времени.

Это справедливо для сигналов, отраженных от неподвижных целей. Если цель перемещается, то на доплеровское смещение изменяется частота сигнала и отклик СФ уменьшается. Этой зависимостью можно пренебречь, если спектр сигнала широкий и доплеровское смещение его мало меняет.

По-другому:

$$\tau_s = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |\dot{R}(\tau)|^2 d\tau}{R^2(0)}, \text{ где: } R^2(0) = 1;$$

Видно, что в выражении для разрешающей способности не входит в явном виде длительность сигнала. Проследим ее влияние на разрешающую способность. Найдем спектр сигнала $u(t)$:

$$u(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)e^{-j\omega t} dt = F[u(t)];$$

Равенство Парсеваля

$$\Theta = \int_{-\infty}^{\infty} S^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)|^2 d\omega = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} S^2(\omega) d\omega - \text{связь между энергией}$$

сигнала и модулем его спектральной плотности;

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega)F(-\omega) d\omega = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega)F^*(\omega) d\omega;$$

где: $F^*(\omega)$ – комплексно-сопряженная функция с $F(\omega)$.

Преобразование Фурье от корреляционной функции $R(\tau)$ – есть энергетический спектр сигнала, т.е.:

$$F[R(\tau)] = |u(\omega)|^2;$$

С учетом этого формула для τ_0 примет вид:
$$\tau_0 = \frac{2\pi \int_{-\infty}^{\infty} |u(\omega)|^4 d\omega}{\left[\int_{-\infty}^{\infty} |u(\omega)|^2 d\omega \right]^2}.$$

Ширина энергетического спектра:
$$\Delta f_0 = \frac{\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) d\omega}{G(0)}.$$

Разрешающая способность по дальности, соответствующая $\Delta\tau$ равна:

$$\Delta R = C\Delta\tau/2;$$

Удобно пользоваться понятием эффективной полосы сигнала, определяемой следующим образом:

$$\Delta F_0 = \frac{\left[\int_{-\infty}^{\infty} |u(\omega)|^2 d\omega \right]^2}{4\pi \int_{-\infty}^{\infty} |u(\omega)|^4 d\omega};$$

Это позволяет представить постоянную разрешения по запаздыванию в виде:

$$\Delta\tau = \frac{1}{2\Delta F_0};$$

Таким образом, если желательно иметь одну величину, наилучшим образом характеризующую разрешающую способность сигнала по дальности, то такой величиной будет эффективная полоса сигнала.

Большая длительность и широкая полоса сигнала не являются несовместимыми, если сигнал претерпевает быстрые изменения структуры. Выражение для $R(0)$ имеет вид:

$$R(0) = \int_{-\infty}^{\infty} |u(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |u(\omega)|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} a^2(t) dt;$$

Так как $a(t)$ представляет собой огибающую сигнала, интеграл от ее квадрата равен удвоенной энергии сигнала, т.е.: $R(0) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt = 2E_s$.

Следует обратить внимание на то, что здесь мы имеем два различных по своему содержанию понятия: о разрешающей способности в простом смысле и неопределенности. При очень малом τ : $R(\tau)$ будет близка к $R(0)$. Это соответствует трудности разделения отраженных сигналов, отличающихся очень небольшим запаздыванием. Возможно так же, что $|R(\tau)|^2$ будет иметь вторичные максимумы при больших τ , такие же или почти такие же, как и главный максимум при $\tau = 0$. Это может получиться например, при периодическом сигнале. При этом получается неопределенность большого масштаба, затрудняющая разделение сигналов, отличающихся на такие величины.

Выходной сигнал согласованного фильтра имеет огибающую, совпадающую по форме с АКФ входного сигнала. Таким образом, согласованный фильтр не только обеспечивает максимальную чувствительность при наличии нормального белого шума, но и сохраняет разрешающие свойства сигнала.

3.14.2. Разрешающая способность по скорости

При движении цели частота отраженного от нее сигнала будет отличаться на величину доплеровского смещения частоты: $f_d = \frac{2Vf_0}{C}$;

где: f_0 – частота передаваемого сигнала, V - радиальная составляющая скорости цели, C – скорость распространения радиоволн.

Допустим, что принимая два сигнала, спектр одного – $\dot{g}(\omega)$, спектр другого - $\dot{g}(\omega - f_d)$. Для различения двух целей, находящихся на одной дальности и одном направлении, но имеющих разные радиальные составляющие скорости движения, можно взять, как и в предыдущем случае, интеграл от квадрата разности спектров в качестве меры разрешающей способности по частоте:

$$\Delta_{\Omega}^2 = \frac{1}{2\pi E} \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{g}(\omega) - \dot{g}(\omega - f_d)|^2 d\omega;$$

В результате возведения в квадрат и интегрирования, по аналогии с предыдущим случаем, получим:

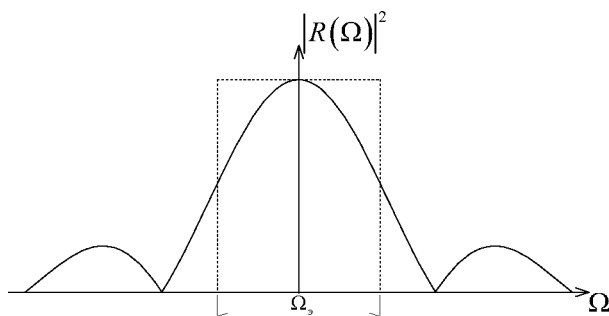
$$\Delta_{\Omega}^2 = 2 \left[1 - \frac{1}{2\pi E} \int_{-\infty}^{\infty} g^*(\omega) \dot{g}(\omega - f_d) d\omega \right].$$

Величину Δ_{Ω}^2 необходимо максимизировать для всех априорных значений доплеровских смещений, исключая область, близкую к $F_d = 0$.

Обозначим: $\dot{R}(\Omega) = \frac{1}{2\pi E} \int_{-\infty}^{\infty} g^*(\omega) \dot{g}(\omega - \Omega) d\omega$ – комплексная частотная

корреляционная функция.

Квадрат модуля комплексной функции частотной корреляции как функция частоты доплеровского смещения приведен на рисунке:



при определении постоянной разрешения по запаздыванию, можно определить постоянную разрешения Ω_x (интервал неопределенности) по доплеровской частоте. Подобно тому, как это было сделано как эквивалентную ширину функции:

$$\Omega_x = \int_{-\infty}^{\infty} |R(\Omega)|^2 d\Omega.$$

Соответствующая постоянная разрешения по скорости соответственно равна:

$$\Delta V = \frac{c\Omega_x}{2\omega_0}; \quad \Delta T_x = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{R(\tau) d\tau}{R(0)}.$$

3.14.3. Совместная разрешающая способность по дальности и скорости Принцип неопределенности в радиолокации

При наблюдении за движущейся целью, запаздывание эхо-сигнала и доплеровское смещение частоты проявляются одновременно. Поэтому выбор наилучшей формы сигнала должен производиться с учетом изменения его параметров как по дальности (по времени), так и по скорости (по частоте). Эти зависимости нельзя рассматривать отдельно. Во-первых, частотные и временные соотношения в сигнале взаимосвязаны. Во-вторых, требования к сигналу при излучении по дальности и скорости противоречивы.

В самом деле, если цель движется с неизвестной скоростью ($\Omega \neq 0$), то комплексная огибающая корреляционной функции будет изменяться в зависимости от значения Ω , т.к. фильтр, на выходе которого наблюдается отклик, перестает быть согласованным с сигналом, вследствие расстройки по частоте.

Рассмотрим выходной сигнал оптимального приемника при наличии доплеровского сдвига и в отсутствии шумов.

$$l_c(\tau, F) = \frac{2}{N_0} \int_{-\infty}^{\infty} s(t) s^*(t - \tau) e^{-j2\pi Ft} dt;$$

Множитель $e^{-j2\pi Ft}$ учитывает сдвиг сигнала $S(t)$ по частоте, а сам сигнал в общем случае полагается комплексным (модулированным по частоте или фазе). При отсутствии сдвига по частоте и времени, получаем максимальное значение амплитуды выходного сигнала:

$$l_C(0,0) = \frac{2E}{N_0}.$$

Как уже отмечалось, сигнал на выходе оптимального приемника может служить мерой разрешающей способности по дальности, так как он с точностью до постоянного множителя совпадает с АКФ сигнала:

$$R(\tau, F) = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} s(t) s^*(t - \tau) e^{-j2\pi Ft} dt = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} s^*(\omega) \cdot s(\omega - \Omega) e^{-2\pi f t} df;$$

Эта функция в общем случае является комплексной. Вторая форма записи получается из первой с помощью теоремы Персеваля.

При отсутствии сдвига по времени и частоте, функция $R(0,0) = 1$ – максимальна, а при сдвиге по времени и частоте убывает, образуя пик в области точки $(0,0)$.

К аналогичному результату можно прийти, если использовать критерий Вудворда (проделать самостоятельно и убедиться в этом).

Таким образом, функция $R(\tau, F)$ может служить для одновременной оценки разрешающей способности по дальности и по скорости. Из нее можно получить частные случаи корреляции только по времени и только по частоте.

$$R(\tau, 0) = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} s(t) s(t - \tau) dt;$$

$$R(0, \Omega) = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} s(f) s(f - F) df;$$

Квадрат модуля двумерной функции корреляции $|R(\tau, \Omega)|^2$ называют *функцией неопределенности*. Эта функция есть уравнение поверхности, расположенной над плоскостью Ω, τ . Абсолютное максимальное значение эта функция имеет при $\tau = 0$ и $\Omega = 0$:

$$|R(0,0)|^2 = \left| \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt \right|^2 = 1.$$

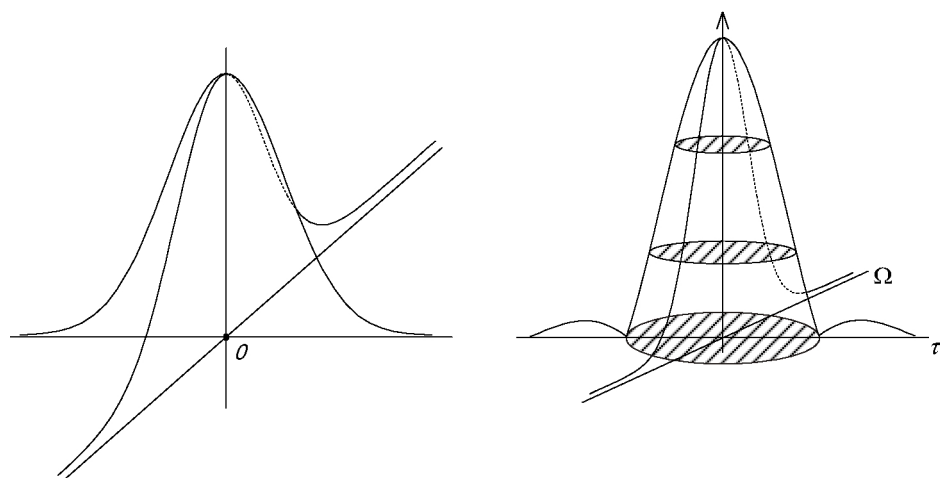


Рис.3.31

На рисунке обозначена поверхность неопределенности для произвольного сигнала. Тело, образованное поверхностью неопределенности, называют телом неопределенности. Сечение его плоскостью, проходящей через ось τ , есть квадрат модуля АКФ сигнала или квадрат огибающей отклика СФ, а сечение вертикальной плоскостью, проходящей через ось Ω – квадрат модуля спектра сигнала. В этом заключается удобство. По этой функции можно найти вид огибающей сигнала на выходе оптимального фильтра и спектр сигнала.

Можно определить эквивалентную площадь сечения плоскостью, параллельной плоскости $\Omega\tau$, которая могла бы служить мерой совместной разрешающей способности по дальности и скорости. Такая площадь представляет собой основание цилиндра с высотой, равной главному максимуму, и объемом, равным объему, ограниченному всей поверхностью $|R(\Omega, \tau)|^2$:

$$\Delta(\Omega, \tau) = \frac{1}{|R(0, 0)|^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |R(\tau, \Omega)|^2 d\tau d\Omega;$$

Эта величина называется эквивалентной площадью неопределенности.

Два сигнала не различаются, если их запаздывание и доплеровское смещение таковы, что оба сигнала попадают в эту область. Следовательно, сигналы сильно коррелированы, поэтому эту область называют областью сильной корреляции. Область, находящаяся вне $\Delta(\tau, \Omega)$, называют областью слабой корреляции.

Следует отметить, что выходной сигнал, кроме пика высокой корреляции, имеет боковые лепестки (области малой корреляции), которые могут простираются до бесконечности как по времени, так и по частоте. Наличие боковых лепестков мешает наблюдению за сигналом второй близкорасположенной цели, особенно когда он слаб по сравнению с сигналом первой цели.

Для повышения точности измерений и разрешающей способности по дальности и скорости желательно боковые лепестки ликвидировать, а основной сигнал (область высокой корреляции) сделать как можно уже как по τ , так и по Ω . Однако, этого сделать нельзя, т.к. временные и частотные характеристики любого сигнала взаимосвязаны, и сужение сигнала во времени неизбежно сопровождается расширением его спектра.

Поэтому объем под поверхностью функции неопределенности не зависит от формы сигнала и равен:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |R(\tau, \Omega)|^2 d\tau d\Omega = 1, \text{ при этом: } \Delta(\tau, \Omega) = 1;$$

Это соотношение говорит о том, что имеется предел совместной разрешающей способности по дальности и скорости. Изменения формы сигнала деформируют тело неопределенности, не меняя его объема. Сжав

тело в одном направлении, оно неизбежно расширяется в другом: улучшив параметры дальности, ухудшим скоростные параметры.

Невозможность повышения потенциальной разрешающей способности одновременно по дальности и по скорости, носит название *принципа неопределенности в радиолокации*.

Функция неопределенности (форма ее поверхности, область сильной корреляции) определяется выбором зондирующего сигнала. Отсюда, выбор тонкой структуры сигнала определяется в первую очередь разрешающей способностью по дальности и скорости.

Тело неопределенности и его эквивалент:

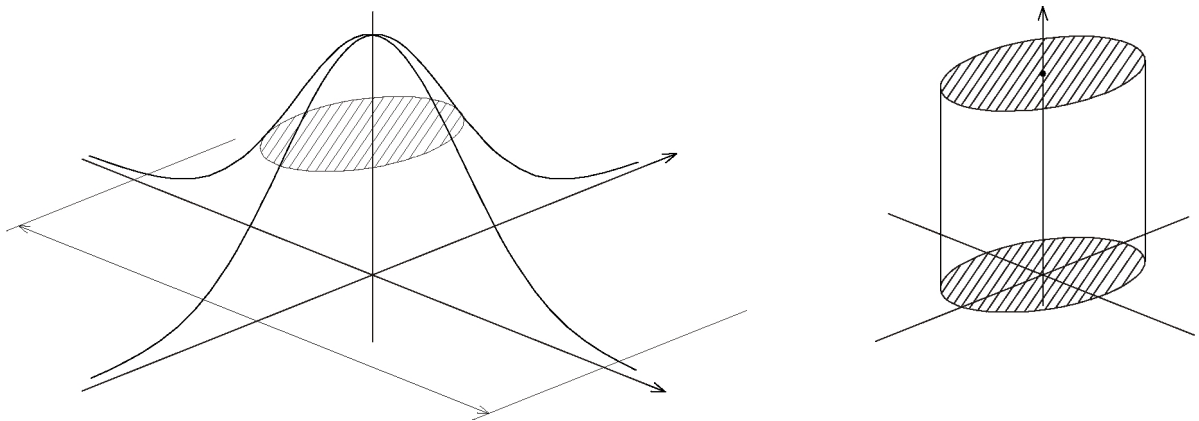
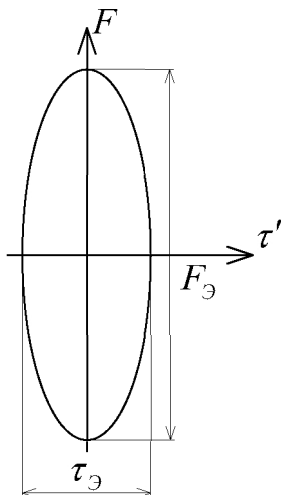


Рис.3.32

Удобно брать такое горизонтальное сечение фигуры, чтобы произведение площади сечения на максимальную высоту тела, равнялось его объему, т.е. действительное тело заменяется эквивалентным цилиндром. Так как объем цилиндра и высота равны 1, то и площадь сечения равна 1 (площадь неопределенности).

Графическое изображение площади сечения на плоскости τ, F , имеет вид:



Заменяя эффективные размеры по оси времени τ и частоты F на линейные размеры, для равновеликого прямоугольника, можно записать: $T\Delta f = 1$.

Это и есть математическая формулировка принципа неопределенности в радиолокации для сигналов простейшей формы: одиночного импульса или непрерывного колебания, не имеющих частотной (фазовой) модуляции. При коротких импульсах площадь неопределенности вытянута вдоль оси частот, при

3.14.4. Классы зондирующих сигналов

а) Сигналы простые: $FT = 1$ – одиночный импульс, пачка радиоимпульсов.

б) Сложные сигнал: $FT \ll 1$ – это сигналы с внутриимпульсной модуляцией, пачка сложных импульсов (АЧМ, ФКМ).

Методы формирования, корреляционные свойства – самостоятельно по конспекту или Дымова А.И. «Радиотехнические системы.» стр. 90-108.

Особенности применения простых и сложных сигналов

Из анализа соотношения $T\Delta F = 1$ можно сделать заключение, что подход к выбору формы сигнала тривиально прост. Если предпочтение отдается дальности – уменьшают длительность импульса, тем самым расширяя его спектр. Если скорости – сужают спектр, увеличивая длительность сигнала. На самом деле, при сигналах более сложной формы, у тела неопределенности, проявляются новые свойства, которые при определенных разумных ограничениях, позволяют получить дополнительный выигрыш без нарушения общего принципа неопределенности.

Обычно от цели принимается не один, а несколько импульсов. Рассмотрим сигнал в виде пачки импульсов колокольной формы длительностью τ_u и периодом повторения T_n . Огибающая амплитуды – тоже колокольной формы.

В этих условиях функция корреляции по времени $R(\tau, 0)$ – сигнал на выходе оптимального приемника, так же будет иметь вид импульсов того же периода, а функция корреляции по частоте $R(0, F)$ – спектр на выходе оптимального приемника, приобретает вид дискретных полос, разделенных интервалами $F_n = \frac{1}{T_n}$. Тело неопределенности имеет вид:

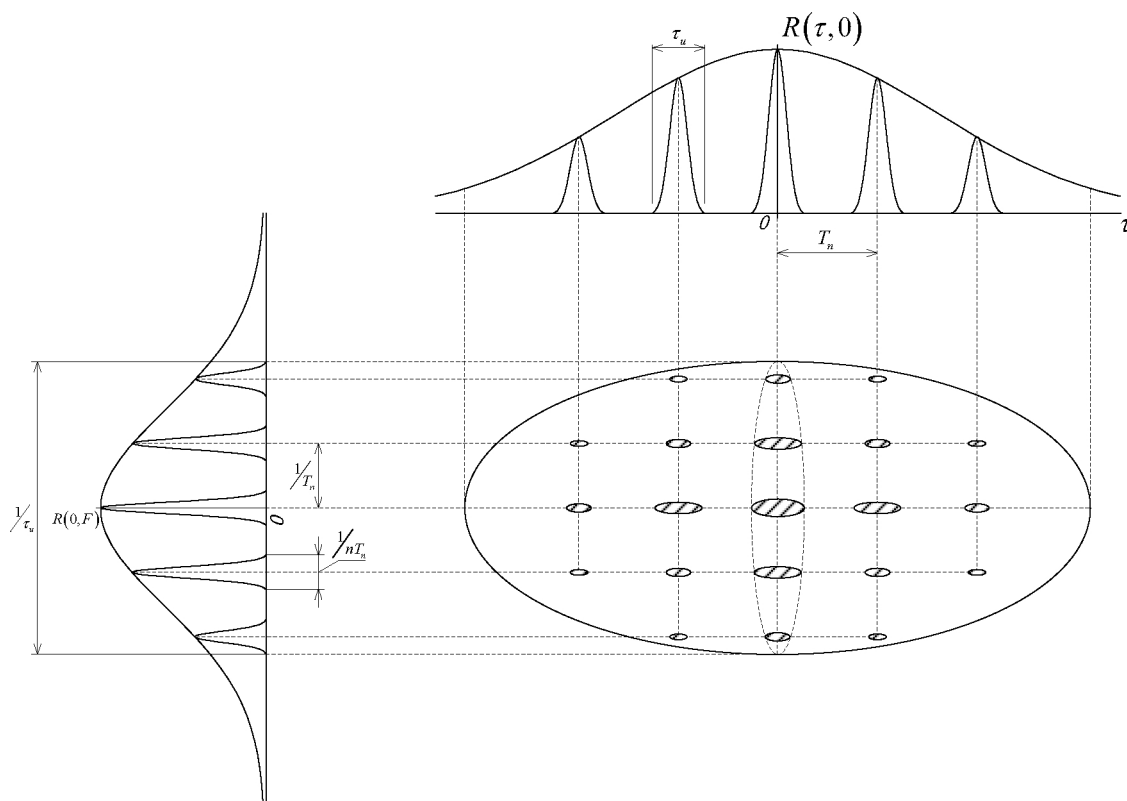


Рис.3.33

Тело неопределенности будет состоять из ряда пиков. Суммарный объем тела неопределенности, так же как и суммарная площадь его сечения, сохраняется равной 1. Пунктиром на рисунке показано тело неопределенности и сечение для единичного импульса.

Эффективная длительность сигнала возросла, а эффективная ширина спектра осталась неизменной:

$$T_{\text{э}} = nT_n, \text{ следовательно: } \Delta f \cdot T_{\text{э}} = f \cdot n \cdot T_n = 1.$$

Однако совместная разрешающая способность не изменилась, покажем это:

Введем понятия частотной ΔF_{Σ} и временной протяженности.

Частотная протяженность – это ширина дискретного спектра, из которого выброшены пустые участки. Соответственно временная протяженность равна длительности сигнала, за исключением пустых участков. Из рисунка видно, что число дискретных полос спектра, разделенных интервалом $F_n = \frac{1}{T_n}$ в пределах Δf , составляет: $\frac{\Delta f}{F_n} = \Delta f \cdot T_n$.

Поскольку ширина одной полосы равна $\frac{1}{nT_n}$, то частотная протяженность сигнала равна суммарной ширине всех полос:

$$\Delta F_{\Sigma} = \frac{1}{nT_n} \cdot \Delta f \cdot T_n = \frac{\Delta f}{n}.$$

При длительности одного импульса $\tau_u \cong \frac{1}{\Delta f}$ временная протяженность сигнала равняется примерной длительности всех n импульсов: $T_\Sigma = n/\Delta f$.

Таким образом, математическое соотношение неопределенности в радиолокации для составного сигнала: $T_\Sigma \Delta f_\Sigma = 1$, и формулируется так: произведение временной и частотной протяженности сигнала равна единице.

Разбиение тела неопределенности на дискретные участки приводит к новому явлению – неоднозначности ответа, которая является частью понятия разрешающей способности. Так сигналы двух целей, разделенные интервалом однозначности T_n (или целым числом T_n), не будут различаться, т.к. попадают в дискретные области неоднозначности.

Для исключения неоднозначности отсчета дальности, период следования импульсов T_n выбирают из условия: $T_n < 2R_{\max}/C$ или $T_n > 2R_{\max}/C$,

где: R_{\max} – дальность действия РЛС.

При этом условии расстояние между любыми двумя целями в зоне обзора будет меньше R_{\max} , и интервал между этими сигналами меньше интервала однозначности T_n .

Аналогично решается вопрос с неоднозначностью скорости. Различие состоит только в том, что у одной цели доплеровский сдвиг может быть положительным, а у другой – отрицательным. Поэтому интервал однозначности по частоте составляет $\pm F_n/2$, и однозначно измеряемая доплеровская частота:

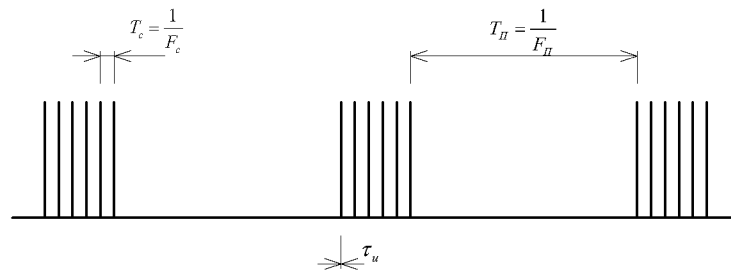
$$|F_d| < F_n/2 \text{ или } |V_R| < \lambda F_n/4 ;$$

При этих ограничениях по дальности и скорости, полный объем тела неопределенности, за исключением его центрального пика, не играет никакой роли.

Поэтому, совместная разрешающая способность определяется объемом только центрального пика, который значительно меньше 1. Из этого следует, что при одновременном измерении дальности и скорости, сигнал в виде последовательности импульсов более предпочтителен, чем одиночный импульс.

Однако, на практике условие $|F_d| < F_n/2$ выполняется лишь для целей, движущихся с малыми скоростями, поэтому для больших скоростей неоднозначность сохраняется. Дополнительное измерение скорости по доплеровскому сдвигу частоты $F_d = 2V_R F_n/C$ можно устранить неоднозначность измерения скорости. Однако, разрешающая способность по дальности и скорости остается неизменной.

Для повышения однозначно измеряемой доплеровской частоты при заданном периоде следования T_n , применяют пакетно-импульсный метод работы.



В каждом периоде излучают не одиночные импульсы, а импульсные пакеты с высокой частотой следования импульсов F_C внутри пакета. Тогда интервал однозначности по скорости $F_C/2$ существенно возрастает, т.к. $F_C \gg F_n$. При этом повышается разрешающая способность по скорости, но снижается по дальности. Поэтому, пакетно-импульсный режим работы используется в доплеровских измерителях путевой скорости, где единственной целью является земная поверхность и разрешающая способность по дальности не играет роли.

Применение сигналов сложной формы. Сжатие импульсов.

Нами были рассмотрены сигналы простейшей формы: непрерывное излучение, одиночный сигнал, пакет импульсов. Показано, что при определенных ограничениях можно преодолеть действие принципа неопределенности, но не отменить его. Ограничения были для величины максимального времени запаздывания и доплеровского сдвига частоты. Благодаря этому, значительная часть тела неопределенности оказалась за пределами указанной области время- частота.

Анализ поведения функции неопределенности $R^2(\tau, F)$ при различных сигналах позволяет синтезировать сигналы сложной формы, которые при приемлемых ограничениях обеспечивают вполне совместную разрешающую способность и отсутствие неоднозначности.

Общая идея формирования сигнала сложной формы состоит в том, что при заданной длительности импульса $\tau_u = T$, искусственно расширяется его спектр ΔF так, что произведение $\Delta F T = N \gg 1$. Ширина спектра сигнала по высокой частоте равна $\Delta f = 2F_m$, где F_m – максимальная частота спектра видеосигнала (оггибающей). Отсюда: $N = \Delta f \cdot T = 2F_m T$ – есть число независимых отсчетов в сигнале – число степеней свободы.

Таким образом, сигналами сложной формы называются такие сигналы, у которых число степеней $N \gg 1$. Простые сигналы имеют $N = 1$.

Расширение спектра достигается за счет модуляции сигнала в пределах его длительности, главным образом по частоте или фазе. Закон модуляции выбирают таким, чтобы тело неопределенности не имело дополнительных

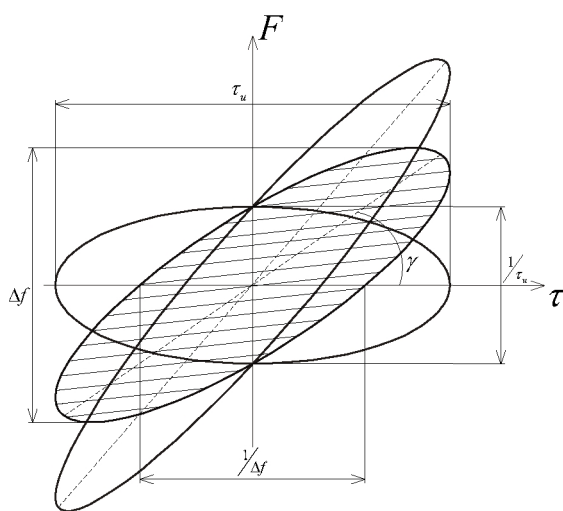
пиков, ведущих к неоднозначности отсчета, а так же, чтобы было удобно формировать и генерировать сложный сигнал в передатчике и обрабатывать в приемнике.

Частотно-модулированные импульсы

Одним из наиболее часто используемых методов видоизменения тела неопределенности является применение частотно-модулированных импульсов с линейным законом изменения частоты. При увеличении длительности импульсов в пределе получаем непрерывное ЧМ колебание. Эффективная длительность ЧМ сигнала T_e соответствует длительности импульса, эффективная ширина спектра Δf_e при глубокой модуляции примерно равна девиации Δf . Взяв сигнал достаточно большой длительности с глубокой модуляцией можно получить: $\Delta f \tau_u \gg 1$, и обеспечить одновременно высокую разрешающую способность.

Рассмотри сечение тела неопределенности, которое совпадает по форме с выходным сигналом оптимального приемника при его расстройке.

Тело имеет вид горной гряды, повернутой к оси τ на угол γ , характеризующий скорость изменения частоты. Площадь неопределенности и объем тела по-прежнему равны 1.



Поворот тела неопределенности на угол γ приводит к тому, что сечение тела неопределенности по каждой из двух осей получается узким. Длительность импульса на выходе оптимального фильтра равная $1/\Delta f$ и определяет точность и разрешающую способность только по дальности. Соответственно, размер тела вдоль координаты F , равный $\frac{1}{\tau_u}$,

Вытянутость функции неопределенности вдоль оси γ приводит к тому, что разрешающая способность, например, для двух целей, координаты которых (доплеровский сдвиг и задержка по времени) неизвестны, значительно ухудшается. Если, однако, $\tau = 0$ или $F = 0$, то, как следует из рисунка, разрешающая способность по другой координате достаточно велика.

Применение частотно-модулированных импульсов является наглядной иллюстрацией теоретического положения, что потенциальная разрешающая способность в общем случае определяется не длительностью сигнала, а шириной его спектра.

Шумоподобные сигналы

Можно получить еще одно видоизменение тела неопределенности, если его основной объем, кроме центрального пика, рассыпать в виде тонкого слоя на большом участке площади τF . Это возможно, когда $N = \Delta f \tau_u \ll 1$. Тело приобретает вид кнопки. Высота тонкого слоя в котором сосредоточен почти весь объем:

$$\frac{V_{R^2}}{\Delta f \tau_u} = \frac{1}{\Delta f \tau_u} = \frac{1}{N} \ll 1$$

Это значение значительно меньше высоты центрального пика.

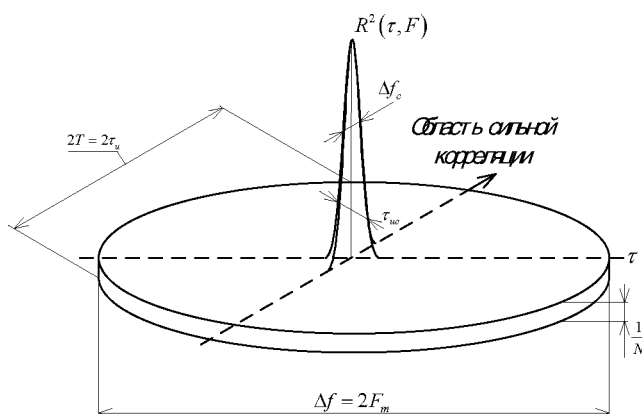


Рис.3.34

Поэтому, при оценке разрешающей способности главную роль играет узкий центральный пик, площадь сечения которого: $\Delta f_c \tau_{uc} = 1 / \Delta f \tau_u \ll 1$.

Т.к. объем пика в $N = \Delta f \tau_u$ раз меньше полного объема $V_{R^2} = 1$, а высота пика равна 1.

Величина τ_{uc} есть длительность импульса на выходе согласованного фильтра, оптимального для данного сигнала, а величина $\pm \Delta f_c / 2$ определяет пределы доплеровского сдвига по частоте, когда сигнал на выходе фильтра имеет заметную величину. Тем самым совместная разрешающая способность по дальности и скорости неограниченно возрастает с увеличением произведения $N = \Delta f \tau_u$.

Однако, принципы неопределенности не нарушаются, т.к. с ростом N возрастает число одновременно принимаемых сигналов. При этом области малой корреляции перекрываются, образуя в сумме фон, соизмеримый с центральным пиком. Если число целей равно N , то точно равно величине центрального пика. На практике число целей ограничено, поэтому получаем выигрыш.

(АКФ и методы формирования шумоподобных сигналов – самостоятельно).

Контрольные вопросы для самопроверки .

1. Понятие оптимального приема сигналов . Уровни оптимизации .
2. Какие основные задачи решаются в статистической теории радиолокации.
3. Что такое обнаружение сигнала с точки зрения статистической теории .
4. В чем суть качественных критериев оптимального обнаружения .
5. Основные количественные критерии оптимального обнаружения . Формулировка критериев Байеса и Неймана-Пирсона .
6. Особенности обнаружения детерминированного сигнала Структура оптимального обнаружителя .
7. Характеристики обнаружения сигнала по критерию Неймана-Пирсона .
8. Структура обнаружителя квазидетерминированного сигнала . Особенности характеристик обнаружения .
9. Понятие согласованной фильтрации Квазиоптимальная фильтрация . Примеры согласованных фильтров .
10. Особенности построения цифровых обнаружителей .
11. Разрешение сигналов как статистическая задача . Критерии оптимального разрешения .
12. Разрешение по дальности и скорости . Совместная разрешающая способность .
13. Особенности применения простых и сложных сигналов . Особенности применения ЛЧМ и шумоподобных сигналов .

4 РЛС ОБЗОРА ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

4.1.РЛС с большими вдольфюзеляжными антеннами

При создании РЛС для наблюдения земной поверхности с высокой разрешающей способностью наибольшие трудности встречаются при обеспечении хорошего разрешения по угловым координатам, которое определяется шириной диаграммы направленности антенны. Для повышения разрешения необходимо либо уменьшать длину волны, либо увеличивать геометрические размеры антенны. Уменьшать длину волны можно лишь до 2-3 см, т.к. при дальнейшем уменьшении возрастают потери энергии электромагнитной волны в атмосфере. Увеличение размеров антенны не должно ухудшать аэродинамические характеристики самолета. Кроме того антенна не должна превышать габаритов внутрифюзеляжного пространства. Однако, в некоторых случаях, например в РЛС картографирования и разведки используются антенны больших размеров устанавливаемых неподвижно вдоль фюзеляжа самолета. Луч антенной системы направлен перпендикулярно оси самолета вправо и влево от направления полета. Просмотр участка земной поверхности происходит благодаря перемещению самого летательного аппарата во время полета.

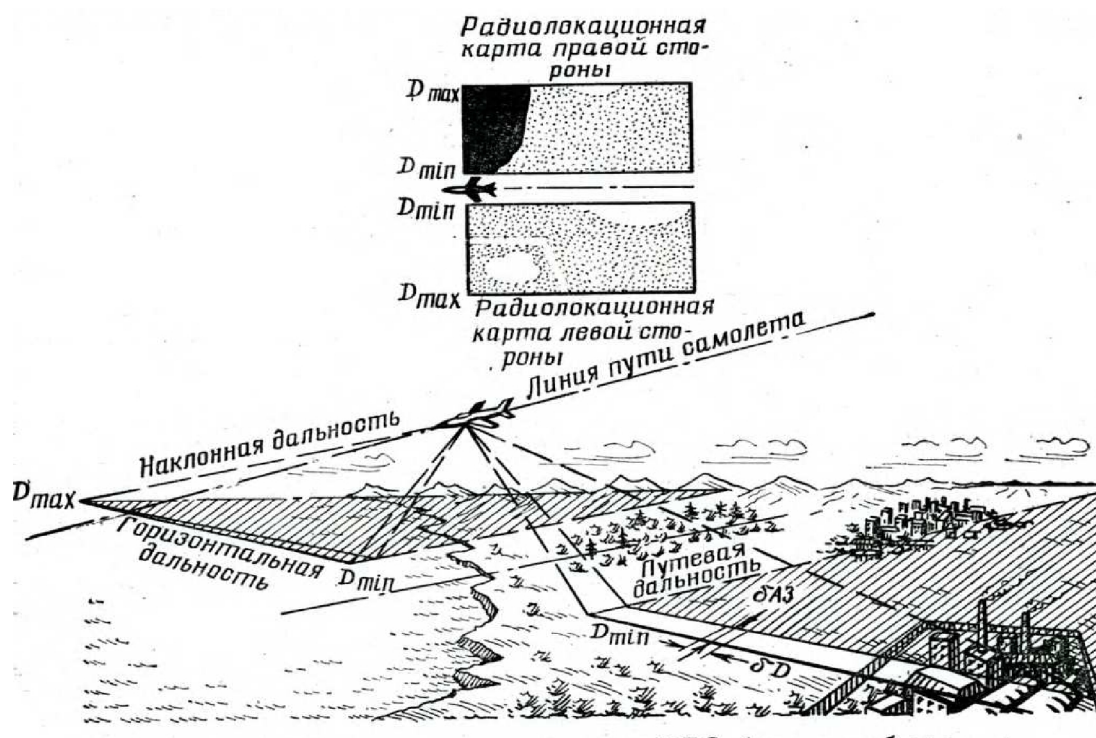


Рис.4.1 Обзор земной поверхности РЛС бокового обзора

Антенны РЛС бокового обзора могут достигать нескольких метров длины (до 5-8 м). В сантиметровом диапазоне это позволяет получить разрешение по угловым координатам порядка 10-20 угловых минут . Дальнейшее увеличение размеров антенны связано с большими конструктивными трудностями .

Недостатками РЛС с большими антеннами являются ;

- зависимость линейного разрешения в направлении полета от наклонной дальности
- недостаточное линейное разрешение в направлении полета , что не позволяет получать высокое качество изображения при картографировании .

4.2. ПРИНЦИП СИНТЕЗИРОВАНИЯ РАСКРЫВА

В настоящее время эти недостатки устраняются путем использования принципа синтезирования сигналов , или принципа синтезирования антенны . Аналогом синтезирования является формирование диаграммы направленности обычной линейной многоэлементной антенны (линейной антенной антенной решетки) .

Сигналы , отраженные от цели , принимаются практически одновременно всеми элементами антенны . В фидерной системе все сигналы векторно складываются , и результирующая сумма поступает в приемник . Если цель

Находится в направлении , перпендикулярном антенне , то сигналы , принимаемые элементами , находятся в фазе и векторная сумма по модулю максимальна . При других направлениях на цель сигналы имеют некоторое отличие по фазе и векторная сумма по модулю становится меньше . Таким образом формируется диаграмма направленности антенны . Таким образом для получения высокой направленности необходимо , чтобы элементы антенны были разнесены в пространстве по раскрыву и выполнялось векторное суммирование принятых сигналов .

Однако нет принципиальной необходимости принимать сигналы одновременно на все элементы антенной решетки . Можно принимать сигналы на один элемент , но этот элемент перемещать в пространстве вдоль некоторого воображаемого раскрыва . Принимаемые при этом последовательно во времени сигналы необходимо запомнить как по амплитуде , так и по фазе и через некоторое время одновременно сложить .

В качестве элемента такой антенны может быть использована обычная антенна , установленная на летательном аппарате . Перемещение этого летательного аппарата в пространстве создает требуемое перемещение эквивалентного элемента антенны . Очевидно , что в этом случае принципиально можно получить сколь угодно большие эквивалентные антенны . Такие антенны называют антеннами с синтезированным раскрывом . Как показано на рисунке самолет с установленной на нем антенной с шириной луча θ позволяет получить антенну с синтезированным раскрывом , равным по величине отрезку траектории полета самолета

$$L = V_c T_c \quad \text{где } T_c \text{ - время полета самолета}$$

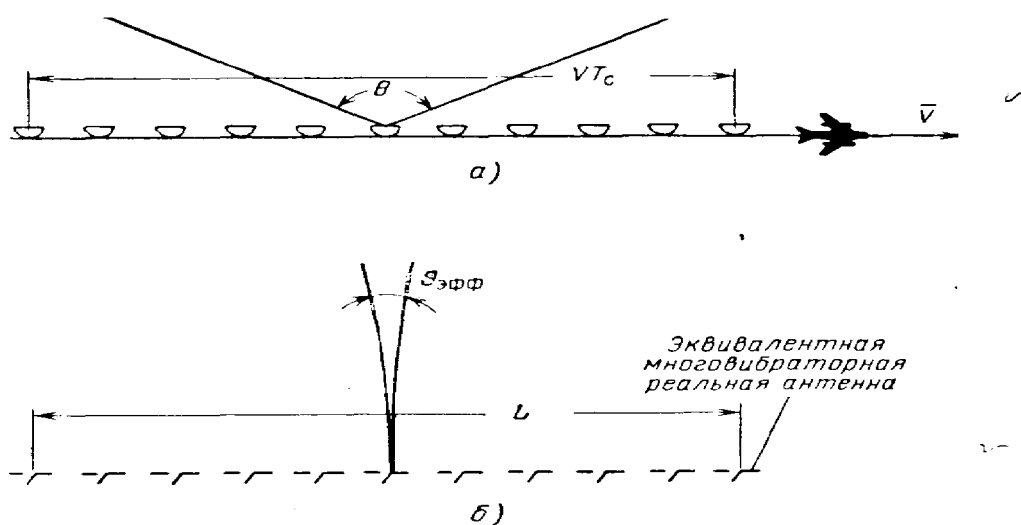


Рис.4.2 Принцип формирования искусственного (синтезированного) раскрыва .

Результирующая диаграмма направленности в этом случае имеет узкий основной лепесток шириной $\theta_{эфф} = \frac{\lambda}{L}$, который можно было бы получить при обычной антенне только при существенном увеличении ее размеров (см. рис.).

Таким образом, используя движение самолета, можно получать высокую разрешающую способность РЛС по угловым координатам.

Таким образом можно сформулировать требования к РЛС с синтезированным раскрывом;

- необходимость обеспечения когерентного режима работы, обеспечивающего в каждый момент времени получение необходимых фазовых соотношений
- возможность запоминания принимаемых сигналов по амплитуде и фазе
- обеспечение векторного суммирования принимаемых сигналов.

4.3. ФОРМИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРНЫХ СИГНАЛОВ

Сигналы, отраженные от неподвижной точечной цели, расположенной на поверхности земли принимаемые на борту при движении летательного аппарата называются траекторными сигналами.

При получении основных закономерностей полагают, что самолет движется горизонтально, равномерно и прямолинейно

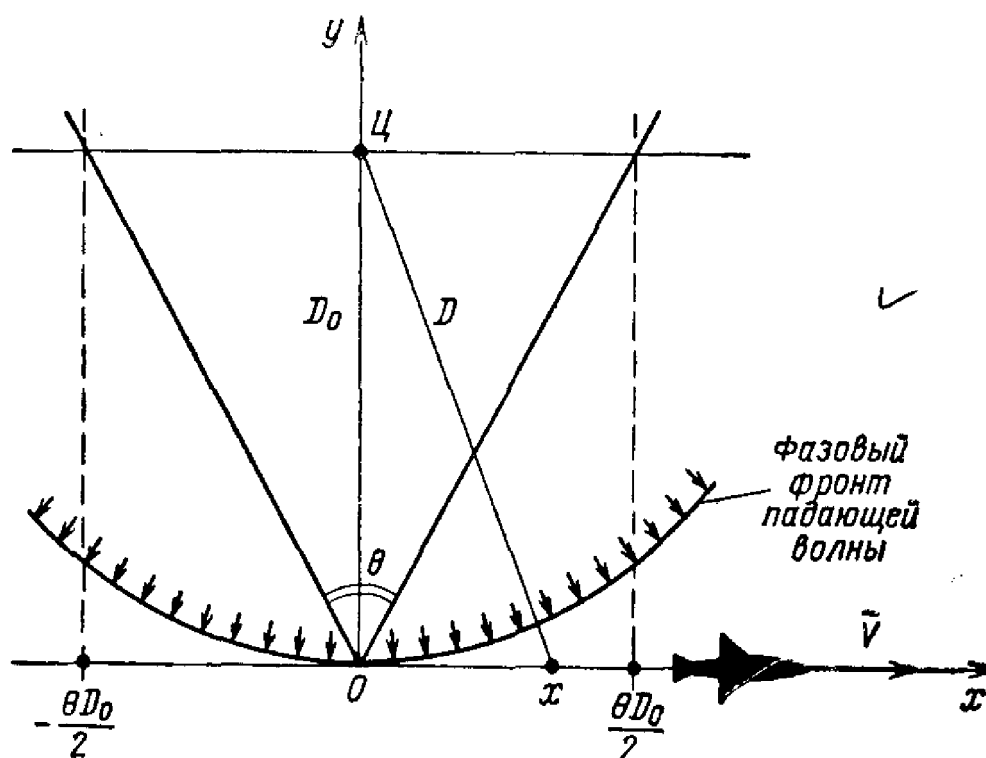


Рис.4.3 Положение цели относительно траектории полета самолета

Излученный сигнал имеет вид : $U_o(t) = A \exp(j\omega_0 t)$

Принимаемый сигнал , отраженный от цели Ц имеет вид

$$U(t) = k A \exp[j\omega_0(t - t_D)]$$

-где k-коэффициент , который учитывает затухание радиоволн в пространстве , отражающие свойства цели и т.д.

Задержку сигнала t_D можно представить в виде :

$$t_D = \frac{2D}{C} = \frac{2}{C} \sqrt{D_0^2 + x^2}$$

Так как обычно $x \ll D_0$, то приближенно можно записать

$$t_D \approx \frac{2}{C} [D_0 + \frac{x^2}{2D_0}]$$

С учетом этих соотношений сигнал , отраженный от цели можно представить В следующем виде :

$$U(t) = k A \exp\{j[\omega_0 t - \frac{2\omega_0}{C} (D_0 + \frac{x^2}{2D_0})]\}$$

Или в другом виде

$$U(t) = k A \exp[j\omega t - \varphi_0 - \varphi(x)]$$

Здесь

$$\varphi_0 = \frac{2\omega_0 D_0}{C} = \frac{4\pi D_0}{\lambda}$$

φ_0 - фазовый сдвиг сигнала из-за наличия расстояния до цели D_0

$\varphi(x)$ - фаза сигнала , зависящая только от положения элемента приема по оси x

$$\varphi(x) = \frac{\omega_0}{cD_0} x^2 = \frac{2\pi}{\lambda D_0} x^2 = \beta x^2$$

Где $\beta = \frac{2\pi}{\lambda D_0}$

Если учесть , что полет самолета происходит равномерно со скоростью V_c ,

то $x = V_c t$

Тогда $\varphi(x)$ запишется в виде :

$$\varphi(x) = \varphi[x(t)] = \frac{2\pi}{\lambda D_0} V_c^2 t^2$$

и выражение для входного сигнала примет вид :

$$U(t) = k A \exp(j\omega_0 t - \varphi_0 - \beta V_c^2 t^2)$$

Это выражение описывает высокочастотный сигнал с линейной частотной Модуляцией с крутизной β , равной :

$$b = 2\beta V_c^2$$

Учитывая, что фаза сигнала равна $\psi(t) = \omega_0 t - \beta V_c^2 t^2$, следовательно
Частота сигнала

$$\omega(t) = \frac{d\psi(t)}{dt} = \omega_0 - 2\beta V_c^2 t = \omega_0 - \beta t$$

Таким образом, полезная информация об угловом положении цели при Движении самолета содержится в основном в фазе сигнала $\varphi(x)$. Эта информация может быть выделена при помощи когерентных детекторов, с использованием в качестве опорного излучаемое колебание. Сигнал на выходе когерентного детектора имеет вид:

$$U_c(x) = E \cos[\varphi_0 + \varphi(x)]$$

Или в комплексной форме

$$U(x) = E \expj[\varphi_0 + \varphi(x)]$$

На рис показан характер изменения фазы $\varphi(x)$ сигнала, отраженного от цели. Максимальное значение фазы соответствует точкам, где X равен

$$|X| = \frac{\theta D_0}{2}$$

Область в пределах $\pm X_{max}$ облучается основным лепестком диаграммы направленности антенны. Вблизи значения $x=0$ фаза изменяется мало. Если исходить из критерия Релея, что допустимое изменение фазы по

раскрытию антенны не должно быть больше $\frac{\pi}{2}$, то участок малого изменения

фазы найдется из равенства: $\varphi(x_0) = \frac{\pi}{2}$ или $\frac{2\pi}{\lambda D_0} x_0^2 = \frac{\pi}{2}$

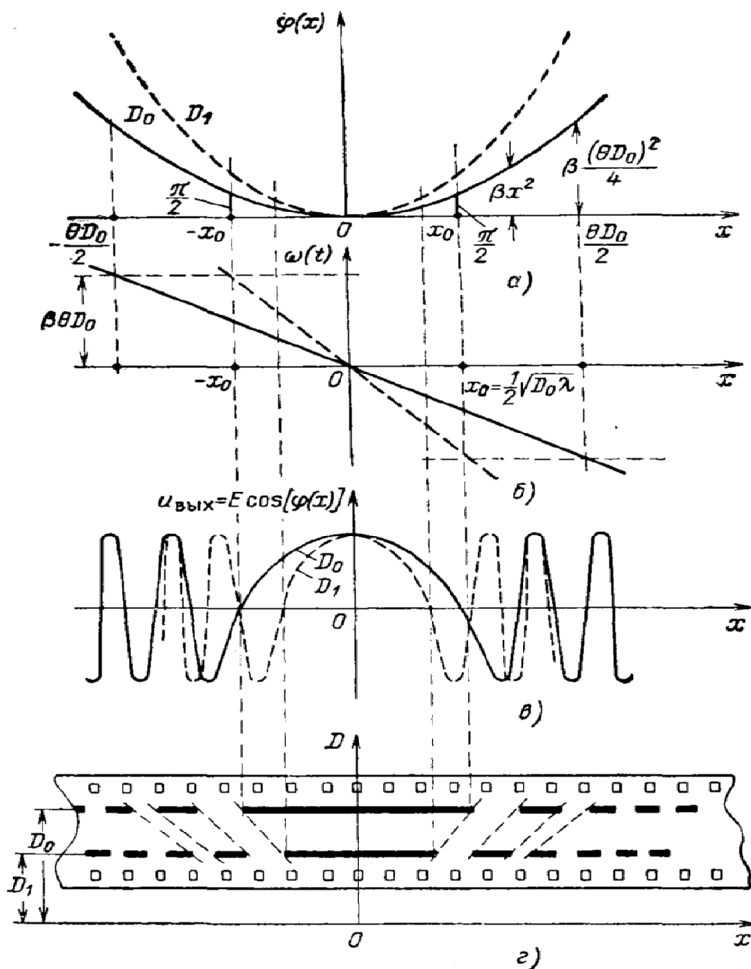


Рис.4.4 Характер изменения сигнала , отраженного от цели в РЛС с синтезированным раскрытием в зависимости от значений переменной X

В результате получаем длину участка , где фаза сигналов изменяется не более , чем на $\frac{\pi}{2}$:

$$2x_0 = L_0 = \sqrt{\lambda D_0}$$

Показано , как изменяется частота принимаемого сигнала . Скорость изменения фазы или частоты , как следует из формулы , равна

$$\omega(x) = \frac{d\varphi(x)}{dx} = 2\beta x$$

Максимальное значение этой частоты соответствует переменной X на границе облучаемого участка :

$$\omega_{max} = \beta\theta D_0$$

Т.к. β обратно пропорционально D , то

$$\omega_{max} = \frac{2\pi\theta}{\lambda} = \frac{2\pi}{d_a}$$

$$f_{xmax} = \frac{\theta}{\lambda} = \frac{1}{d_a}$$

Где d_a - раскрыв действительной антенны .

Следовательно, максимальное значение частоты ω_{max} при данном размере раскрыва антенны является величиной постоянной. Крутизна изменения частоты, равная 2β , обратно пропорциональна расстоянию до цели D_0 . Вид выходного сигнала когерентного детектора показан на рис.

4.4. ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ В РСА

Отраженный сигнал, как было показано выше, имеет линейную частотную Модуляцию. Такой сигнал может быть подвержен сжатию во временной области. Коэффициент сжатия $K_{сж}$ определяется длительностью первичного Сигнала L_c и шириной спектра ΔF :

$$K_{сж} = L_c \Delta F$$

Длительность сигнала по переменной X равна:

$$L_c = \theta D_0$$

А ширина спектра частотно-модулированного сигнала при большом индексе модуляции равна удвоенной девиации частоты:

$$\Delta F = 2 \frac{\omega_{max}}{2\pi} = \frac{2\theta}{\lambda}$$

Следовательно коэффициент сжатия равен:

$$K_{сж} = \frac{2\theta^2 D_0}{\lambda}$$

Длительность сигнала на выходе устройства обработки равна:

$$L_{вых} = \frac{L_c}{K_{сж}} = \frac{\lambda}{2\theta} = \frac{d_a}{2}$$

Таким образом, при оптимальной обработке длительность выходного сигнала по переменной X , а следовательно, и разрешающая способность По линейной координате равны половине раскрыва $\frac{d_a}{2}$ реальной антенны РЛС.

К такому выводу можно прийти и непосредственно, определяя форму сигнала на выходе устройства обработки. Как известно сигнал на выходе Согласованного фильтра во временной области по переменной X можно представить либо в виде корреляционной функции, или как обратное преобразование Фурье от спектра выходного сигнала.

По определению корреляционная функция записывается в виде

$$K(\Delta X) = Re \int_{|x_1|}^{x_2} U_c(x - \Delta X) U_{on}^*(x) dx$$

Где $U_{on}(x) = e^{j\varphi(x)}$ - опорная функция (импульсная переходная функция)

Принимая во внимание, что $\varphi(x) = \beta x^2$ выражение для корреляционной функции примет вид:

$$K(\Delta X) = E \operatorname{Re} \int_{x_1}^{x_2} e^{j(\varphi_0 + \beta|x - \Delta X|^2)} e^{-j\beta x^2} dx$$

Где пределы интегрирования равны:

$$\begin{aligned} \text{При } X > 0 \quad x_1 &= -\frac{\theta D_0}{2} + \Delta X \\ x_2 &= \frac{\theta D_0}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{При } X < 0 \quad x_1 &= -\frac{\theta D_0}{2} \\ x_2 &= \frac{\theta D_0}{2} + \Delta X \end{aligned}$$

Сдвиг ΔX изменяется в пределах

$$-\theta D_0 < \Delta X < \theta D_0$$

Выполнив интегрирование приближенно получим

$$K(\Delta X) = E \frac{\theta D_0}{2} \frac{\sin \frac{2\pi}{\lambda} \theta \Delta X}{\frac{2\pi}{\lambda} \theta \Delta X} \cos \varphi_0$$

Вид корреляционной функции показан на следующем рис.4.5

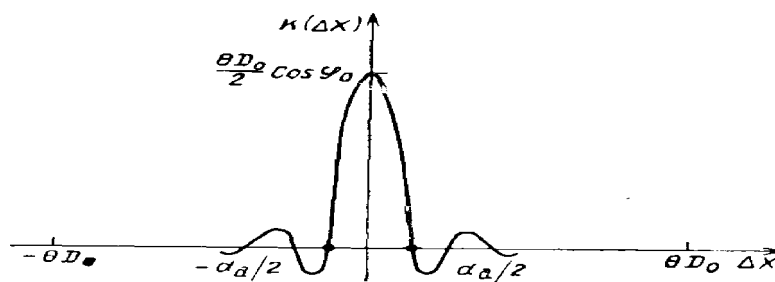


Рис.4.5

Видно, что первые нулевые значения функции $K(\Delta X)$ соответствуют

$$\Delta X_0 = \frac{d_a}{2},$$

что совпадает с ранее полученным результатом .

При выполнении преобразований в частотной области необходимо вначале найти спектр сигнала $U_c(x)$:

$$U(\omega) = F[U_c(x)]$$

Где $F[\]$ - символ преобразования Фурье .

Спектр сигнала $U(\omega)$ представим в следующем виде :

$$U(\omega) = |U(\omega)|e^{j\psi(\omega)}$$

Модуль спектра сигнала может быть аппроксимирован прямоугольной

Функцией с шириной , равной $2\omega_{\text{макс}}$. Фазовый спектр $\psi(\omega)$ равен

$$\psi(\omega) = \frac{\omega^2}{4\beta} \quad (\text{ см.рис.4.6})$$

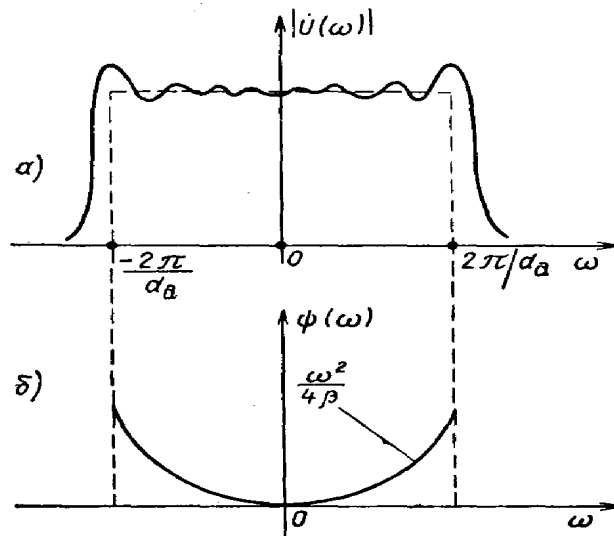


Рис.4.6 Амплитудный (а) и фазовый (б) спектры сигнала

Согласованный фильтр должен иметь передаточную функцию $H(\omega)$, сопряженную со спектром сигнала $U(\omega)$:

$$H(\omega) = U^*(\omega) = |U(\omega)|e^{-j\psi(\omega)}$$

В этом случае сигнал на выходе согласованного фильтра равен обратному преобразованию Фурье от спектра входного сигнала :

$$U_{\text{вых}}(\omega) = U(\omega)H^*(\omega) = |U(\omega)|^2$$

Или

$$U_{\text{вых}}(\Delta X) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |U(\omega)|^2 e^{j\omega\Delta X} d\omega$$

Но это есть корреляционная функция $K(\Delta X)$, так как преобразование Фурье от квадрата модуля спектра сигнала (спектра мощности) по теореме Хинчина является корреляционной функцией этого сигнала :

$$u_{\text{вых}}(\Delta X) = K(\Delta X)$$

Приведенные соотношения относятся как к импульсным РЛС, так и к РЛС с непрерывным излучением. Необходимо только учитывать, что появляющаяся в сигнале частотная модуляция и изменяющийся при этом спектр относятся к той естественной модуляции, которая возникает из-за Движения самолета. При этом в полученные выше соотношения не входит в явном виде спектр самого импульсного сигнала. Однако при импульсном излучении проявляются особенности, связанные с дискретностью при излучении и приеме сигналов. Такая дискретность приводит к неоднозначности при обработке сигналов.

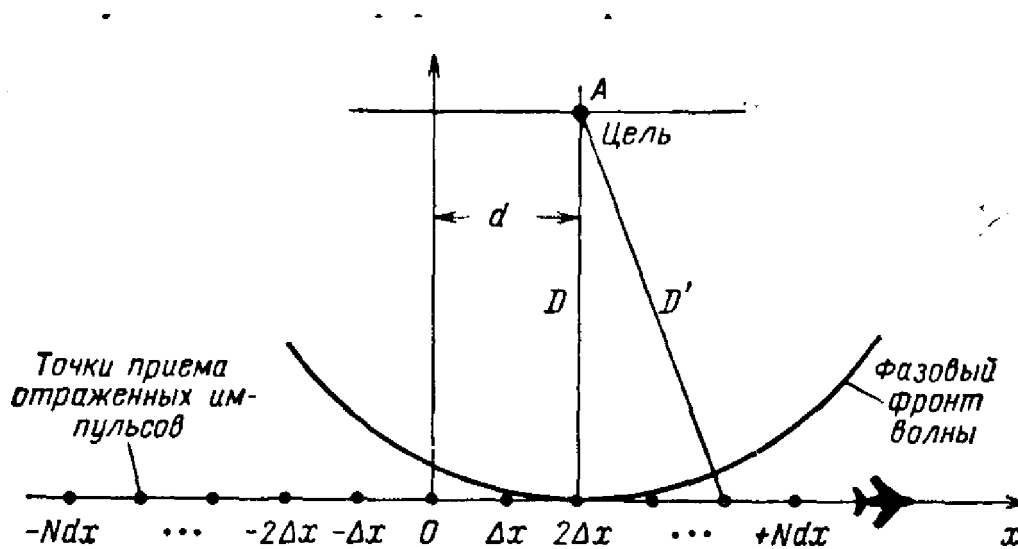


Рис.4.7. Формирование синтезированного раскрыва при импульсном характере сигналов РЛС

Т.к. сигнал является импульсным, то переменная X должна быть заменена дискретными точками приема, расположенными друг от друга на расстоянии

$$\Delta X = V_c T_u = \frac{V_c}{F_u}$$

Где T_u - период повторения импульсов, а F_u - частота повторения.

В этом случае формула для комплексной корреляционной функции представляется в виде суммы:

$$K(\Delta X) = E \sum_{n=-N}^N \exp\{j[\varphi_0 + \beta[n\Delta x - \Delta X]^2]\} e^{-j\beta(n\Delta x)^2}$$

Где $(2N+1)$ - общее число точек приема.

Сигналы, принимаемые в этих точках, обрабатываются одновременно.

После преобразований выражение для АКФ можно привести к виду:

$$K(\Delta X) = E e^{j[\varphi_0 + \beta\Delta X^2]} \sum_{n=-N}^N e^{-j2\beta(n\Delta X)\Delta X}$$

Слагаемые суммы в этой формуле представляют собой геометрическую прогрессию. Сумма членов геометрической прогрессии данного вида равна

$$\sum_{n=-N}^N \exp[-j2\beta(n\Delta x)\Delta X] = \frac{\sin[(2N+1)\beta\Delta x\Delta X]}{\sin\beta\Delta x\Delta X}$$

Выходная корреляционная функция тогда имеет вид :

$$K^*(\Delta X) = E \exp \{ j[\varphi_0 + \beta \Delta X^2] \} \frac{\sin[(2N+1)\beta\Delta x\Delta X]}{\sin\beta\Delta x\Delta X}$$

Модуль функции корреляции равен

$$|K^*(\Delta X)| = \frac{\sin[(2N+1)\beta\Delta x\Delta X]}{\sin(\beta\Delta x\Delta X)}$$

Это выражение имеет вид направленности антенной решетки длиной $L_c = (2N+1)\Delta x$ с равномерным облучением элементов . График функции

$|K^*(\Delta X)|$ имеет дополнительные ложные максимумы на расстоянии $\Delta X_{одн}$ от основного . Расстояние $\Delta X_{одн}$ можно определить , положив аргумент в знаменателе равным π :

$$\beta\Delta x\Delta X_{одн} = \pi$$

С учетом того , что $\beta = \frac{2\pi}{\lambda D_0}$, получаем

$$\Delta X_{одн} = \frac{\lambda D_0}{VT_u}$$

Для обеспечения однозначности необходимо , чтобы диаграмма направленности перекрывала участок по оси X не больше $\Delta X_{одн}$. При этом диаграмма направленности антенны (показана на рис пунктиром) выделяет только один основной максимум. Таким образом должно выполняться условие $\Delta X_{одн} \geq L_c$ или $\Delta X_{одн} \geq D_0\theta$

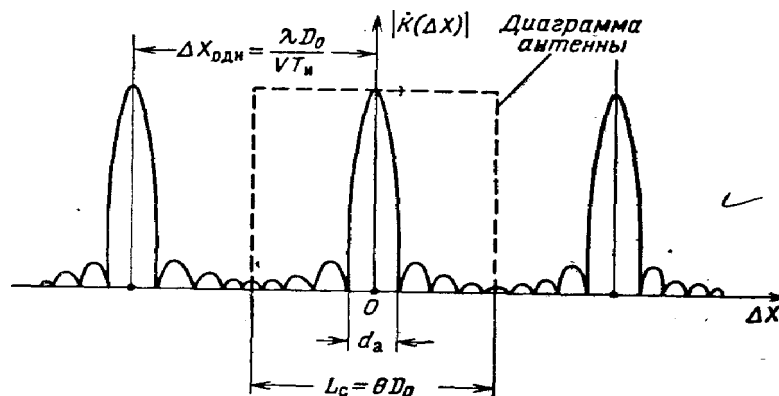


Рис.4.8 Мнозначность выходного сигнала РЛС с синтезированным раскрывом при импульсной работе

Таким образом , условие однозначной работы может быть записано в виде

$$d_a \geq V_c T_u$$

Следовательно раскрыв антенны должен быть больше участка пути , который Пролетает самолет за период повторения импульсов РЛС .

Отметим , что ширина одного лепестка корреляционной функции как и раньше равна $2\Delta X_0 = d_a$

Действительно $L_c = (2N + 1)\Delta x$, следовательно нулевое значение функции

Корреляции соответствует $\Delta X_0 \frac{\pi}{\lambda_c \beta}$, откуда с учетом $L_c = D_0 \theta$ и $\beta = \frac{2\pi}{\lambda D_0}$,

Получаем $\Delta X_0 = \frac{d_a}{2}$.

Полученные неравенства трудно выполнить в случае летательных аппаратов С большой скоростью , а также космических объектов т.к. необходимо иметь антенны с большим раскрывом .

4.4.1.ОПТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ В РСА

На первых этапах развития РСА предлагались различные методы запоминания и обработки сигналов как аналоговые , так и цифровые .

Однако на том этапе все они не обладали необходимыми характеристиками как по объему памяти , таки по быстродействию .

Поэтому были предложены новые методы обработки радиолокационных сигналов с помощью когерентных оптических систем .Наиболее эффективным устройством запоминания сигналов оказалась фото-

Графическая пленка, обладающая большой емкостью хранения информации . Кроме того , оптические устройства легко реализуют много-Канальную по дальности систему обработки данных .Объясняется это Двумерностью оптических систем , при этом одна координатная ось Может быть использована для обработки азимутальных данных , а Другая – для записи этих данных в различных разрешаемых элементах по дальности .

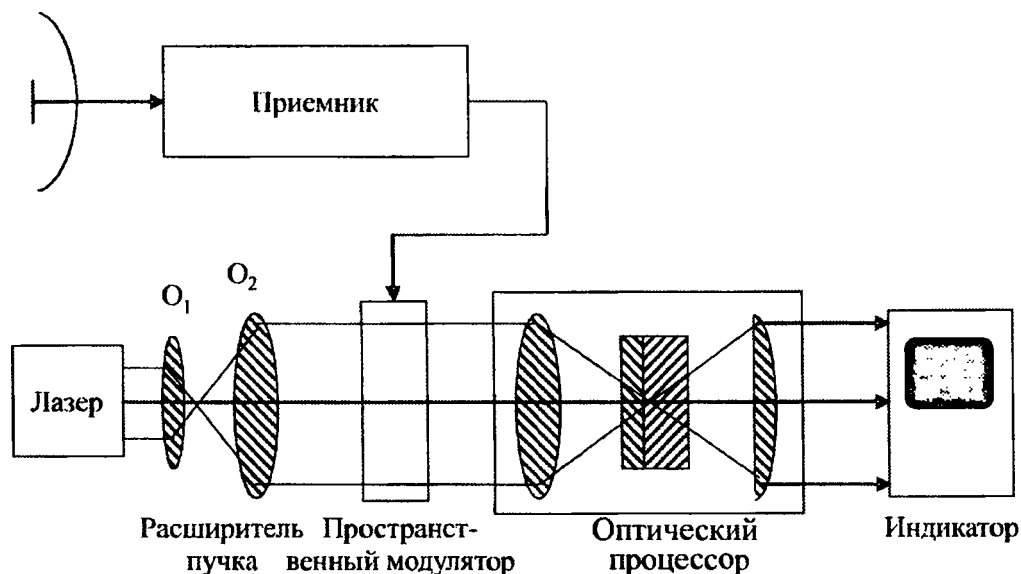


Рис.4.9. Схема оптической обработки сигналов РСА

В РСА с оптической системой обработки радиолокационные сигналы с выхода приемника поступают в преобразователь, превращает их в световые сигналы на выходной плоскости когерентного оптического процессора.

Это преобразование осуществляется пространственным модулятором путем освещения его когерентной световой волной лазерного источника излучения с помощью расширителя пучка (линз). В качестве источника когерентного света используются лазеры видимого оптического диапазона (длина волны 0,4-0,7 мкм). Оптический процессор в общем случае представляет собой набор различных оптических элементов (линз, диафрагм и т.п.), расположенных определенным образом в пространстве. Необходимый алгоритм обработки обеспечивается в результате прохождения света, модулированного траекторным сигналом РСА, через оптические элементы от входной до выходной плоскости. На выходной плоскости оптической системы формируется РЛИ объектов, которое поступает на индикатор. Благодаря высокой разрешающей способности оптическая система способна одновременно и практически мгновенно (за время распространения сигнала от модулятора до выходной плоскости) обрабатывать большой объем информации при высоком качестве РЛИ. На следующем рисунке представлена оптическая система обработки сигналов в РСА

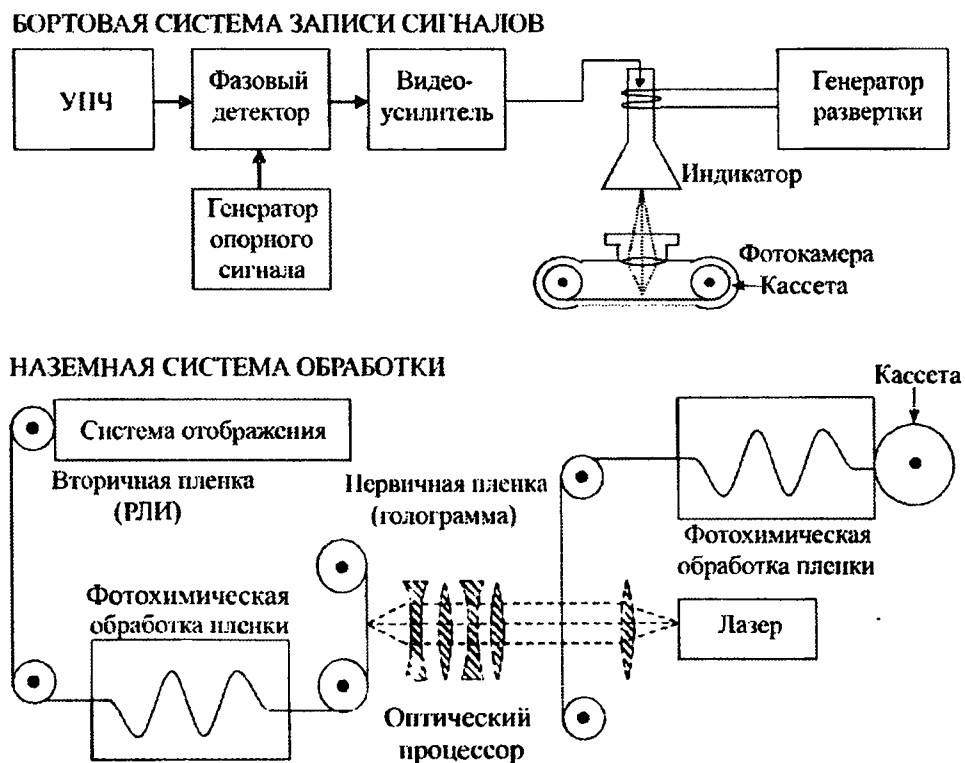


Рис.4.10 Структурная схема бортовой и наземной частей оптической системы записи и обработки сигналов в РСА

В оптической системе обработки в качестве запоминающего устройства используется запись траекторных сигналов с экрана электронно-лучевой трубки на фотопленку. Сигналы в каждом периоде повторения с выхода фазового детектора модулируют яркость экрана электронно-лучевой трубки при однострочной развертке луча по дальности. Объектив фотокамеры проектирует экран трубки на фотопленку таким образом, что развертка по дальности располагается поперек пленки. Фотопленка непрерывно протягивается со скоростью, пропорциональной скорости полета носителя РСА. В результате вдоль пленки записываются траекторные сигналы в каждом разрешаемом по дальности элементе. После фотохимической обработки так называемая первичная пленка поступает в оптический процессор. Участок пленки с записью траекторного сигнала на интервале синтезирования освещается параллельным пучком света лазера. Пройдя через оптическую систему процессора световой поток фокусируется на вторичной пленке в виде радиолокационного изображения. Оптическая система обработки использует известные принципы оптической голографии. Запись отраженных сигналов на фотопленку аналогично записи голограммы. Роль опорного луча при записи оптической голограммы в РСА играет опорный сигнал, подаваемый на фазовый детектор. В случае РСА записываются одномерные голограммы, представляющие собой интерференционную картину биений принимаемого и опорного сигналов отдельно в каждом канале дальности. Каждая голограмма представляет собой чередующиеся прозрачные и непрозрачные участки пленки, расстояния между которыми соответствуют фазовой модуляции траекторного сигнала. В оптическом процессоре при освещении голограммы пучком когерентного света происходит фокусировка света на определенном расстоянии от пленки и формируется изображение целей.

4.4.2. ЦИФРОВЫЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ РСА

Одним из основных требований к РСА является получение изображения в реальном масштабе времени. Для решения этой задачи применяют цифровые методы обработки сигналов

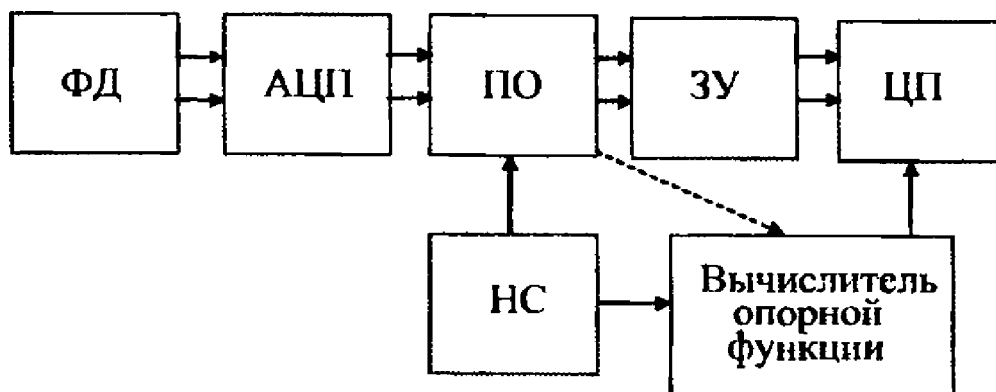


Рис.4.11. Цифровая система обработки

В цифровой системе обработки видеосигналы с выхода фазового детектора в каждом периоде повторения подвергаются дискретизации по времени и квантованию по амплитуде и преобразуются с помощью быстродействующего АЦП в цифровые сигналы. Сигналы, полученные от всех разрешаемых по дальности элементов в зоне обзора, запоминаются на участке траектории, равном длине синтезированной апертуры, на время выполнения алгоритма обработки. Цифровой процессор осуществляет обработку цифровых сигналов, хранящихся в запоминающем устройстве (ЗУ), и поступающих из вычислителя опорной функции. Следует отметить, что сжатие сигналов по дальности для обеспечения соответствующего разрешения, здесь не рассматривается. Вычислитель опорной функции снабжает процессор требуемыми опорными сигналами в соответствии с алгоритмом обработки. В результате на выходе процессора формируется массив цифровых сигналов, соответствующих амплитуде или мощности сигналов, соответствующих амплитуде или мощности сигналов, отраженных от каждого разрешаемого элемента в зоне обзора РСА, т.е. цифровое изображение объекта или участка местности. Главными характеристиками ЦСО являются разрядность АЦП и процессора, а также объем памяти ЗУ. Важной особенностью системы обработки является ее двухканальность, которая обеспечивается фазовым детектором. Структура алгоритма обработки траекторного сигнала приведена на рис.4.12.

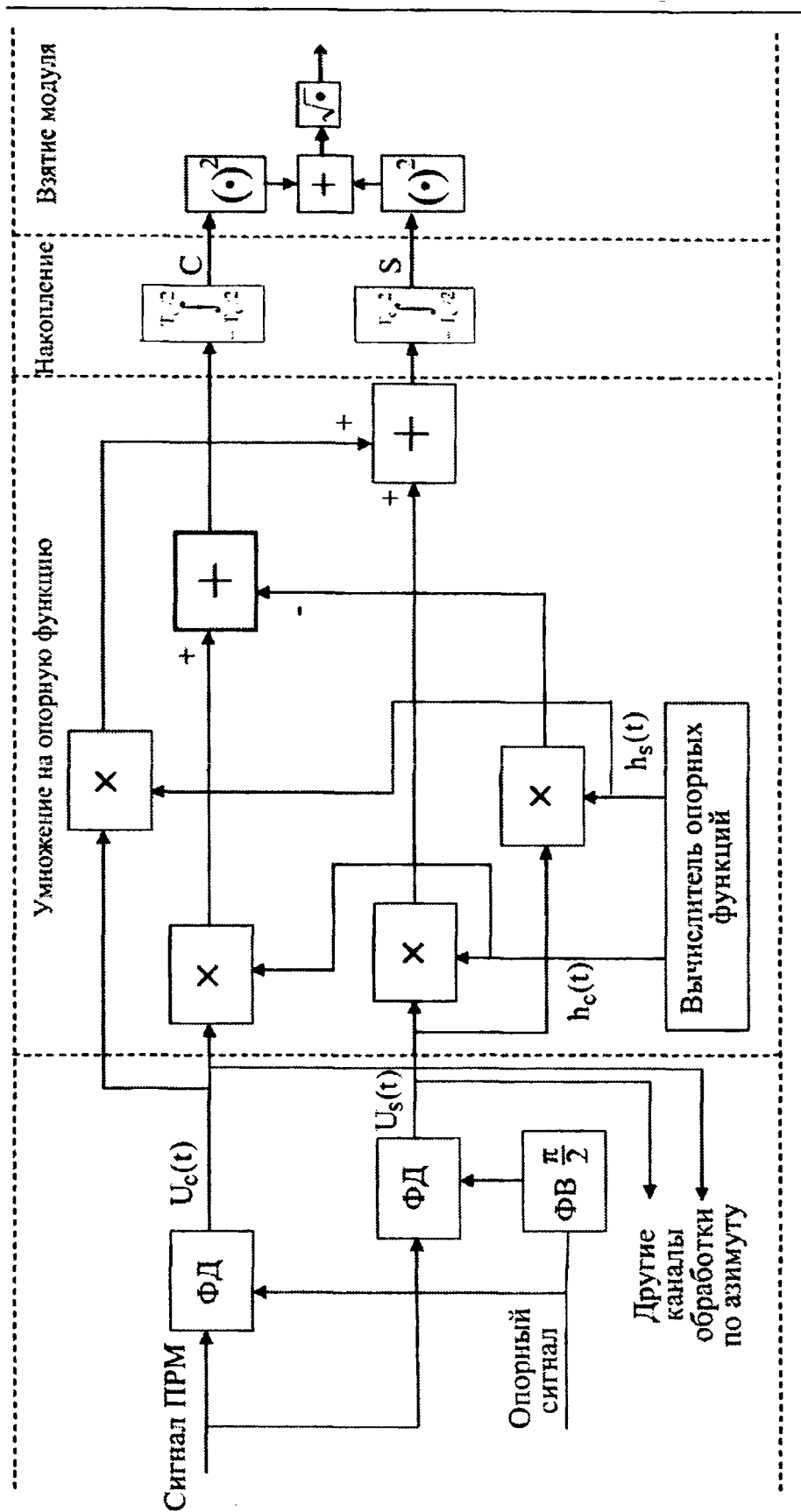


Рис.4.12

5 Измерение (оценка) параметров сигнала

Исходные соотношения. Критерий оптимальной оценки параметров сигнала:

Пусть на вход приемника поступает аддитивная смесь сигнала и шума:

$$y(t) = s(t, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) + n(t) = s(t, \bar{\alpha}) + n(t);$$

где: $\bar{\alpha}$ – вектор случайных неизвестных параметров сигнала с компонентами $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, часть из которых является информативными.

Все параметры за время наблюдения T неизменны, т.е. мы имеем дело с точечной оценкой. Приемник за время T по $y(t)$ формирует вектор оценки параметров: $\alpha^* = f[y(t)]$.

Решение задачи измерения параметров цели по результатам одного наблюдения в течение времени T , производится одновременно с обнаружением сигнала. Статистические характеристики смеси, поступающей на вход решающего устройства, оценки координат, то же, что и смеси, поступающей на вход решающего устройства обнаружителя. Следовательно, задача оценки параметров сигнала и обнаружения сигнала имеют общую статистическую модель. Различие этих задач состоит лишь в выборе функции стоимости.

Необходимо найти оптимальное правило работы измерителя $F[y(t)]$, дающее по какому либо критерию минимальную ошибку, и определить соответствующую точность оценки, которая называется потенциальной. Так как от реализации к реализации точность оценки различна, качество оценки, подобно качеству обнаружения, характеризуется среднестатистическими величинами.

Как и результат обнаружения, результат оценки наиболее полно характеризуется обратной или апостериорной плотностью вероятностей:

$$P(\alpha / y) = K \cdot P(\alpha) \cdot P(y / \alpha), \text{ где: } K - \text{нормирующий множитель.}$$

Из-за наличия шумов и случайного характера самих параметров, оценка их не совпадает с истинным значением: α – истинное значение; α^* – оценка; причем: $\alpha^* \neq \alpha$; $P(\alpha / t)$ – апостериорное распределение измеряемого параметра на выходе измерителя.

$$P(\alpha / y) = \frac{1}{P(y)} \cdot P(\alpha) \cdot P(y / \alpha);$$

Коэффициент $K = \frac{1}{P(y)}$ может быть определен из условия нормировки:

$$\int_A P(\alpha / y) d\alpha = 1;$$

Интегрирование ведется по всем значениям α , занимающим некоторую область A :

$$K = \left[\int_A P(y/\alpha) \cdot P(\alpha) d\alpha \right]^{-1}$$

Чтобы сделать более наглядным рассмотрение исходных соотношений проведем его для случая измерения одного параметра.

Основным показателем качества оценки является погрешность измерения $\varepsilon = \alpha_x^* - \alpha_x$, которую обычно характеризуют смещением оценки (т.е. математическим ожиданием погрешности):

$$\bar{\varepsilon} = \overline{|\alpha_x^* - \alpha_x|};$$

и дисперсией оценки:

$$\sigma_\varepsilon^2 = \overline{\varepsilon^2} - |\bar{\varepsilon}|^2 = \overline{(\alpha_x^* - \alpha_x)^2} - \left[\overline{(\alpha_x^* - \alpha_x)} \right]^2$$

Верхняя черта означает усреднение по ансамблю реализаций.

Оценка называется несмещенной при $\bar{\varepsilon} = 0$ и эффективной при минимизации σ_ε .

Как и в случае обнаружения, здесь наиболее общим критерием оптимальной оценки является критерий минимума среднего риска \bar{r}_ε , но в типовых случаях, когда оцениваемый параметр может принимать непрерывный ряд значений, сумма переходит в интеграл:

$$\bar{r}_\varepsilon = \int_{-\infty}^{+\infty} \int r(\alpha_x^*, \alpha_x) p(\alpha_x^*, \alpha_x) d\alpha_x^* d\alpha_x;$$

где: $r(\alpha_x^*, \alpha_x)$ – цена погрешности измерения, получившая название функции потерь (функция стоимости); $p(\alpha_x^*, \alpha_x)$ – распределение безусловных вероятностей совместного появления α_x^* и α_x .

Т.к. оценка связана с входной реализацией неслучайной функциональной зависимостью $\alpha_x^* = f[y(t)]$, то:

$$p(\alpha_x^*, \alpha_x) = p(y, \alpha_x) = kp(y)p(\alpha_x/y), \text{ и тогда:}$$

$$\bar{r}_\varepsilon = k \int_{-\infty}^{+\infty} \int r(\alpha_x^*, \alpha_x) p(y) p(\alpha_x/y) J(\alpha_x^*, y) d\alpha_x dy;$$

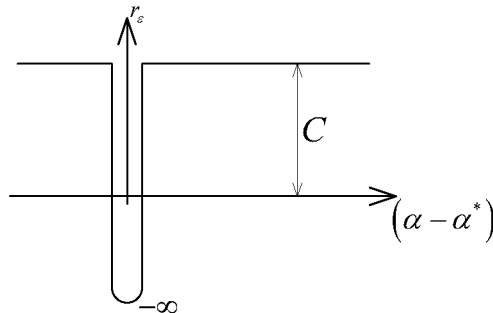
где: $p(y)$ – безусловная вероятность $y(t)$; $p(\alpha_x/y)$ – апостериорная вероятность того, что параметр имеет значение α_x при условии, что принята реализация $y(t)$; $J(\alpha_x^*, y)$ – якобиан преобразования $J = \frac{\partial \alpha_x^*}{\partial y}$.

5.1. Понятие функции потерь

Выбор функции стоимости при оценке параметров зависит от требуемой точности измерения координат. В различных задачах используются различные функции стоимости.

1. Простая функция стоимости: $r_\varepsilon = C - \delta(\alpha - \alpha^*)$; $C = const.$

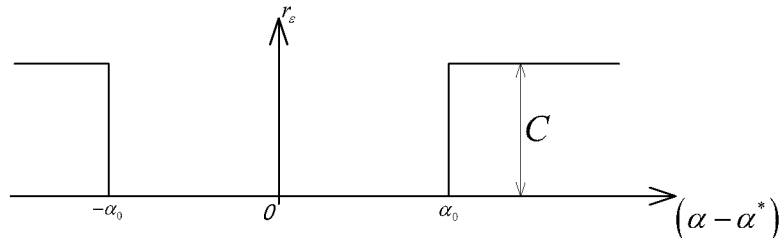
При использовании простой функции стоимости всем правильным решениям приписываются стоимости равные $-\infty$, а всем неправильным решениям, независимо от величины ошибок, приписывается постоянная стоимость C .



2. Допустимая функция стоимости (релейная):

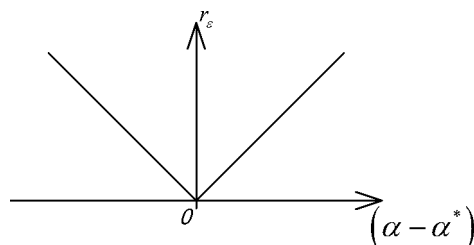
$$r_\varepsilon = \begin{cases} 0, & \text{при } (\alpha - \alpha^*) \leq |\alpha_0|; \\ C, & \text{при } (\alpha - \alpha^*) > |\alpha_0|; \end{cases}$$

В этом случае всем решениям, абсолютная ошибка которых не превышает некоторого фиксированного значения α_0 , приписывается нулевая стоимость, а решениям с ошибками, большими чем α_0 – постоянная стоимость C_0 .



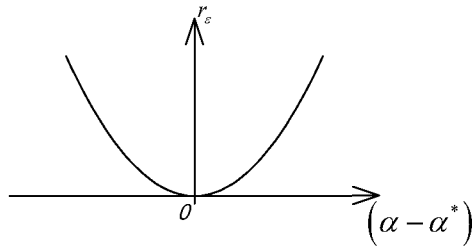
3. Линейная функция стоимости : $r_\varepsilon = |\alpha - \alpha^*|$.

Линейная стоимость приписывает правильному решению нулевую стоимость, а всем неправильным – стоимость, увеличивающуюся по линейному закону с ростом модуля абсолютной ошибки решения.



4. Квадратичная функция стоимости : $r_\varepsilon = (\alpha - \alpha^*)^2$.

Приписывает всем неправильным решениям стоимость, изменяющуюся по квадратичному закону с ростом ошибки решения.



Наиболее часто используется среднеквадратическая функция потерь.

Оптимальный измеритель должен минимизировать средний риск. Задача измерения параметров сигнала имеет следующую последовательность.

1. По критерию минимального среднего риска определяется оптимальное правило решения (алгоритм) задачи оценки параметров сигнала.
2. На основании найденного алгоритма находится структурная схема оптимального измерителя.
3. Структурная схема реализуется радиотехническими средствами.
4. Сравнивается оптимальный и реальный измерители по точности измерений и другим показателям (стоимости, надежности, весу, габаритам и т.д.).

Для вычисления среднего риска, как было показано ранее, необходимо найти апостериорное распределение измеряемого параметра и задаться функцией стоимости.

Рассмотрим наиболее часто используемый случай, когда среднеквадратическая функция потерь: $r_\varepsilon = (\alpha - \alpha^*)^2$.

Средний риск может быть определен по формуле:

$$\bar{r}_\varepsilon = \int \int_{-\infty}^{+\infty} (\alpha - \alpha^*)^2 p(\alpha / y) d\alpha dy;$$

При этом \bar{r}_ε есть ничто иное, как усредненная по α и y дисперсия ошибки измерений, а оптимизация измерений сводится к достижению минимальной среднеквадратичной ошибки. Уравнение для нахождения оптимальной оценки имеет вид:

$$\frac{\partial \bar{r}_\varepsilon}{\partial \alpha} = \int (\alpha - \alpha^*) p(\alpha / y) dy = 0;$$

Решением этого уравнения является условное математическое ожидание апостериорного распределения, т.е. среднее значение апостериорного распределения. Для нахождения среднего значения необходимо знать полностью апостериорное распределение.

При других функциях стоимости – другие оптимальные решения.

Если функция распределения $p(\alpha / y)$ симметричная, то центр тяжести (мат. ожидание) и максимум функции совпадают. Итак, необходимо определить максимум функции апостериорного распределения.

Из теории вероятности известно, что: $p(\alpha / y) p(y) = p(y / \alpha) p(\alpha)$.

Полагая, что факт приема сигнала достоверно известен, будем считать $p(y) = 1$, тогда: $p(\alpha/y) = p(\alpha)p(y/\alpha)$.

Т.е. для определения условной вероятности $p(\alpha/y)$ необходимо знать безусловное распределение измеряемого параметра и условную вероятность $p(y/\alpha)$, являющуюся функцией правдоподобия.

Тогда:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} [p(\alpha/y)] = \frac{\partial}{\partial \alpha} [p(\alpha)p(y/\alpha)];$$

Во многих практических случаях распределение $p(\alpha)$ является более полой функцией по сравнению с функцией $p(y/\alpha)$.

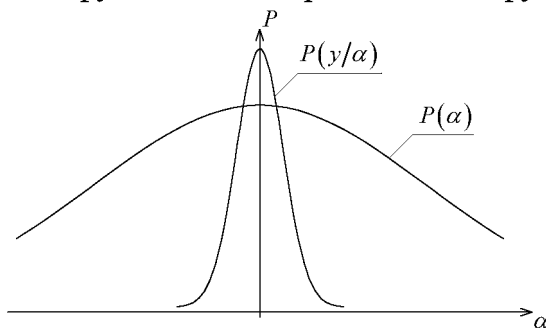


Рис.5.1

В этом случае вероятность $p(\alpha)$ во всем интервале оценок параметра α можно считать постоянной и оптимальная оценка должна совпадать с абсциссой экстремума функции правдоподобия. Поэтому необходимо для оптимальной оценки находить максимум функции правдоподобия, т.е. решать уравнение:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} [l_c(y/\alpha)] = 0;$$

Учитывая, что с функцией правдоподобия монотонно связан корреляционный интеграл $q(\tau)$ (отклик согласованного фильтра), для отыскания оптимально правильного решения, задачи оценки параметров сигнала, необходимо решить уравнение:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} [q(y/\tau)] = 0;$$

Такой метод оценки называется оптимальной оценкой по критерию максимального правдоподобия.

Для нормального белого шума и детерминированного сигнала функция правдоподобия:

$$L(y/\alpha^*) = K \exp \left\{ -\frac{2}{N_0} \int_0^T y(t) \cdot s(t, \alpha^*) dt \right\};$$

где: $q(y/\alpha^*) = \frac{2}{N_0} \int_0^T y(t) S(t, \alpha^*) dt$ – корреляционный интеграл.

5.2. Структура оптимального измерителя

Измерение какого-либо сигнала возможно при условии его полного обнаружения. В этой связи весьма важно определить совпадают ли структуры оптимального обнаружителя и оптимального измерителя, или

после обнаружения необходимо изменить структуру приемника для оптимальной оценки параметров.

Оптимальный измеритель должен формировать обратную вероятность (апостериорную) измеряемого параметра сигнала или самого сигнала, параметр которого оценивается при заданном входном воздействии:

$$p(\alpha_x / y) = p[s(\alpha_x) / y];$$

и находить абсциссу его оптимальной оценки, которая обычно совпадает с максимумом $p[s / y]$.

Выше мы определили, что если помеха является гауссовым белым шумом, то:

$$L(s / y) = p[s(\alpha) / y] = K \exp[-q(\tau, \alpha_x)];$$

Таким образом, для оптимальной оценки параметра сигнала необходим приемник, формирующий максимум корреляционного интеграла, т.е. такой же приемник, который необходим для оптимального обнаружения.

Поскольку значение измеряемого параметра α изменяется в некоторых пределах, реализация оптимальной оценки требует вычисления континуума значений корреляционного интеграла. Реализовать такой алгоритм можно либо применением корреляторов с бесконечным числом каналов, либо путем перестройки одноканальной схемы измерителя.

Практически число каналов ограничивается конечностью интервалов неопределенности по осям Ω и τ функции неопределенности реальных зондирующих сигналов. Интервал неопределенности характеризует разрешающую способность по измеряемым параметрам, поэтому число каналов определяется:

$$n = \frac{\alpha_{\max} - \alpha_{\min}}{\Delta\alpha};$$

где: $\alpha_{\max}, \alpha_{\min}$ – максимальное и минимальное значения измеряемого параметра; $\Delta\alpha$ – интервал неопределенности по измеряемому параметру.

Включенное на выходе приемника решающее устройство выбирает канал, в котором $q(\alpha_x)$ максимально. Номер канала однозначно связан с параметром α_x , его опорного сигнала и поэтому определяет оптимальную оценку параметра α_x^* .

Структурная схема имеет вид:

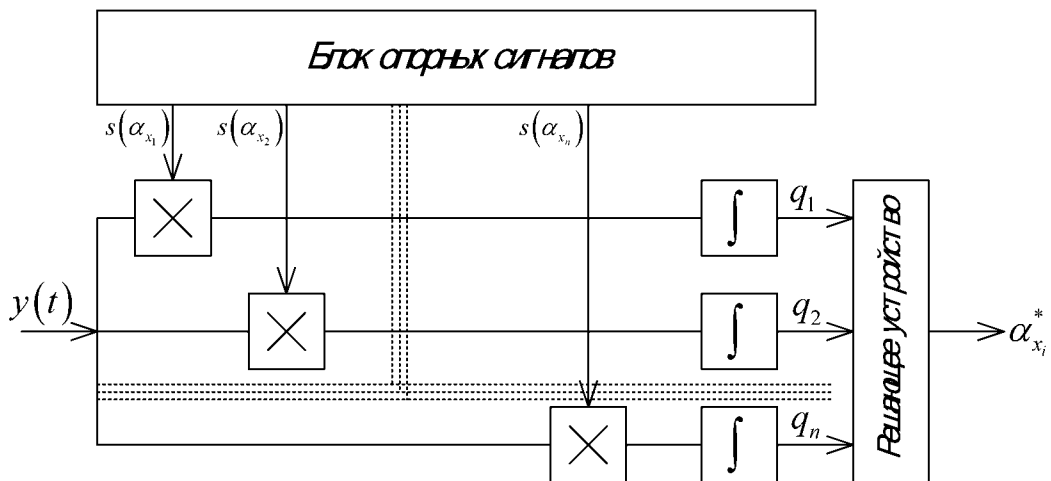


Рис.5.2.

В частном случае, когда оцениваемым параметром является время запаздывания сигнала τ , блок опорных сигналов проще всего выполнить на линии задержки с отводами:

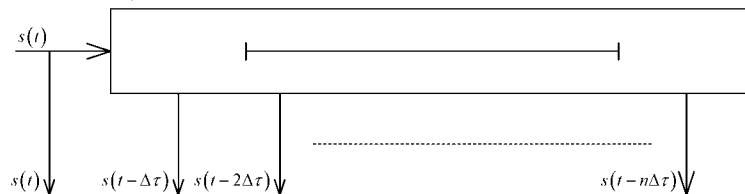


Рис.5.3.

При использовании для оптимальной оценки СФ необходимо при измерении дальности, например, каждый канал апробировать, т.е. открывать каждый канал на время прихода сигнала с определенной задержкой. Это делается потому, что СФ инвариантен ко времени прихода сигнала. В этом случае схема оптимального измерителя может быть представлена в следующем виде:

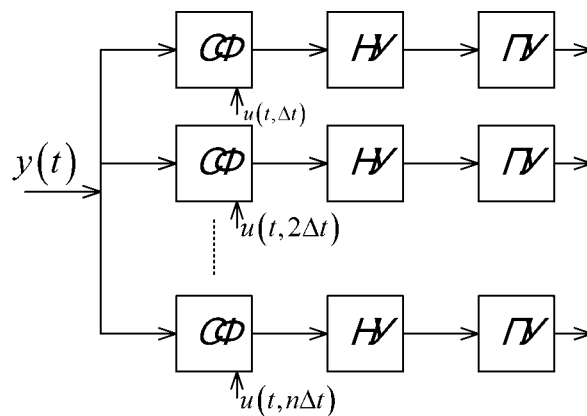


Рис.5.4

При большом числе идентичных каналов схема оптимального измерителя получается излишне сложной, громоздкой и ненадежной. В этом случае вынуждены переходить к следящему оцениванию.

При *следящем оценивании* опорное колебание может содержать ожидаемое значение параметра α_0^* , сформированное путем экстраполяции оценок, проведенных на предыдущих измерениях, с учетом прогноза эволюции параметра. При этом, вместо оценки α_x^* текущего значения параметра, оценивается малая разность между текущим и близким к истинному опорным его значением: $\Delta\alpha_x^* = \alpha_x^* - \alpha_0^*$, которая затем суммируется с α_0^* , давая результирующую оценку: $\alpha_x^* = \alpha_0^* + \Delta\alpha_x^*$. Устройство, оценивающее $\Delta\alpha_x^*$, названо дискриминатором. Структурная схема следящего измерителя имеет следующий вид:

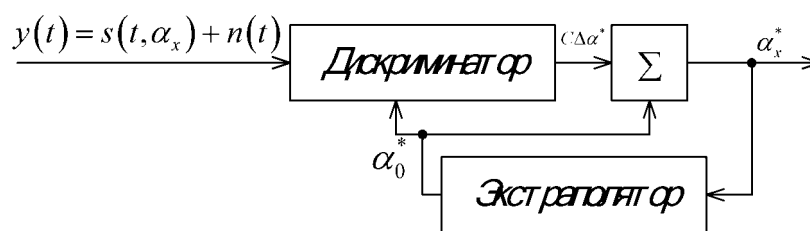


Рис.5.5

Дискриминатор вычисляет корреляционные интегралы от двух близких значений измеряемого параметра и схему сравнения. Оценка α_x^* по критерию максимального правдоподобия соответствует равенству корреляционных интегралов, т.е. нулевому напряжению на выходе дискриминатора, что эквивалентно оценке положения линии симметрии, разделяющей сигнал.

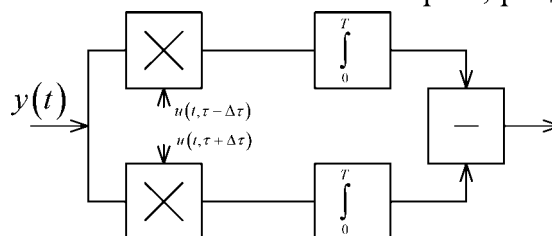


Рис.5.6.

По рассмотренному выше алгоритму работает большой класс систем следящего и неследящего типа. Например: импульсные автодальномеры, пеленгаторы, работающие по центру входной реализации колебания (при импульсных сигналах – по центру пачки), измерители скорости по центру тяжести спектра отраженного сигнала.

5.3. Потенциальные точности измерения

Высокая точность оценки, характерная для современных радиосистем, возможна лишь при высоком превышении сигнала над шумом на входе

решающего устройства, т.е.: $\frac{2E}{N_0} \gg 1$.

Потенциальная точность может быть достигнута лишь с помощью оптимального измерителя, на выходе которого формируется корреляционный интеграл.

Практически, погрешность измерения координат и параметров движения целей в любой измерительной системе обусловлена:

- флуктуациями, сопровождающими сигнал;
- изменением измерительного параметра в течение времени наблюдения;
- несовершенством измерительной аппаратуры.

Первая ошибка – флуктуационная, минимум которой ограничивается собственным шумом измерителя.

Потенциальная точность измерения параметров

Потенциальная точность измерения определяется ошибкой оценки параметра α по максимуму корреляционного интеграла $q(\tau, \alpha)$. При этом рассмотрим случай большого превышения сигнала над шумом, т.е.:

$$q^2 = \frac{2E}{N_0} \gg 1.$$

В этом случае максимум функции $q(\alpha)$ расположен вблизи истинного значения α_0 . В предельном случае $q \rightarrow \infty$ (например, при отсутствии шумов) оценка по максимуму функции правдоподобия совпадает с истинным значением измеряемого параметра.

В реальных системах q – конечная величина, но обычно достаточно большой величины, так что: $\gamma = \frac{1}{q} \ll 1$.

Параметр γ в этом случае можно считать малым. Тогда, в этом случае, оценку α^* можно представить в виде ряда по степеням малого параметра:

$$\alpha^* = \alpha_0^* + \gamma \alpha_{10}^* + \gamma^2 \alpha_{20}^* + \gamma^3 \alpha_{30}^* + \dots;$$

где: α_0 – нулевое приближение оценки измеряемого параметра; α_{10}, α_{20} , и т.д. – поправки к следующим приближениям, которые необходимо определить. Для простого рассмотрения ограничимся первым приближением, т.е. будем считать, что:

$$\alpha^* = \alpha_0^* + \gamma \alpha_{10}^*;$$

Итак, исходные предпосылки: на вход приемника поступает смесь сигнал с шумом: $y(t) = s(t, \alpha) + n(t)$. Причем: $\overline{n(t)} = 0$ – статистические характеристики шума известны.

Корреляционный интеграл на выходе корреляционного приемника можно представить в виде:

$$q(\alpha) = \frac{1}{\gamma^2} [R(\alpha - \alpha_0) + \gamma N(\alpha)];$$

где: $R(\alpha - \alpha_0)$ и $N(\alpha)$ являются преобразованными «сигналом» и «шумом» на выходе оптимального корреляционного приемника.

Свойства функций $R(\alpha - \alpha_0)$ и $N(\alpha)$:

$R(\alpha - \alpha_0)$ – нормированная АКФ входного полезного сигнала; $s(t, \alpha)$ по оцениваемому параметру она симметрична относительно $\alpha = \alpha_0$ и зависит только от абсолютного значения разности $|\alpha - \alpha_0|$, причем при $\alpha = \alpha_0^*$: $R(\alpha - \alpha_0) = 1$ (свойство АКФ);

$N(\alpha)$ – нормированный случайный процесс, зависящий от параметра α .

Т.к. среднее значение шума $\overline{n(t)} = 0$, то и среднее значение $\overline{N(\alpha)} = 0$.

Итак, если известно соотношение сигнал/шум, то для нахождения оценки необходимо найти поправку α_{10} . Для этого необходимо правую часть уравнения:

$$q(\alpha) = \frac{1}{\gamma^2} [R(\alpha - \alpha_0) + \gamma N(\alpha)], \text{ где: } R(\alpha - \alpha_0) = R(\alpha);$$

разложим в ряд Тейлора в окрестности точки $\alpha = \alpha_0$. Учтем, что в точке

максимума $\alpha = \alpha_m$ должно выполняться условие: $\left. \frac{\partial q(\alpha)}{\partial \alpha} \right|_{\alpha_m} = 0$. Ряд Тейлора:

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!} x + \frac{f''(0)}{2!} x^2 + \frac{f'''(0)}{3!} x^3.$$

В разложении ряда ограничимся двумя первыми членами:

$$\left[\frac{dR(\alpha)}{d\alpha} + \gamma \frac{dN(\alpha)}{d\alpha} \right]_{\alpha_0} + \left[\frac{d^2 R(\alpha)}{d\alpha^2} + \gamma \frac{d^2 N(\alpha)}{d\alpha^2} \right]_{\alpha_0} \gamma \alpha_{10} = 0;$$

Приравнивая члены с γ в первой степени, получим:

$$\frac{dN(\alpha)}{d\alpha} + \frac{d^2 R(\alpha)}{d\alpha^2} \alpha_{10} = 0;$$

Отсюда:

$$\alpha_{10} = - \left[\frac{\frac{dN(\alpha)}{d\alpha}}{\frac{d^2 R(\alpha)}{d\alpha^2}} \right]_{\alpha_0};$$

Статистические характеристики α_{10} и определяют ошибку измерения. Абсолютная ошибка: $\Delta \alpha = \alpha_m^* - \alpha_0 = \gamma \alpha_{10}$.

$$\text{Среднее значение ошибки: } \overline{\Delta \alpha} = \overline{\gamma \alpha_{10}} = - \left[\frac{\overline{\frac{dN(\alpha)}{d\alpha}}}{\frac{d^2 R(\alpha)}{d\alpha^2}} \right]_{\alpha_0} = 0;$$

Т.к. $\overline{n(t)} = 0$, то, следовательно, $\overline{N(\alpha)} = 0$.

Отсюда следует, что оценка параметра α по максимуму функции правдоподобия при больших соотношениях сигнал/шум является несмещенной.

Статистические характеристики величины α_{10} определяют ошибки оценки:

$$\Delta\alpha = \alpha_m^* - \alpha_0 = \gamma\alpha_{10};$$

Так как выше показано, что среднее значение функции $\overline{N(\alpha)} = 0$, то среднее значение:

$$\overline{\Delta\alpha} = \overline{\varepsilon} = \overline{\gamma\alpha_{10}^2} = - \left[\frac{\frac{\partial}{\partial\alpha} \overline{N(\alpha)}}{\frac{\partial^2}{\partial\alpha^2} R(\alpha)} \right]_{\alpha_0} = 0;$$

Следовательно, оценка параметра α по максимуму функции правдоподобия при больших соотношениях сигнал/шум является несмещенной.

Дисперсия оценки равна:

$$\sigma_\alpha^2 = \overline{\Delta\alpha^2} = \overline{\varepsilon^2} = \overline{\gamma^2\alpha_{10}^2} = \left\{ \frac{\frac{\partial^2}{\partial\alpha_1\partial\alpha_2} \overline{N(\alpha_1)N(\alpha_2)}}{\frac{2E}{N_0} \left[\frac{\partial^2 R(\alpha)}{\partial\alpha^2} \right]^2} \right\}_{\alpha_0};$$

Учитывая, что: $\overline{N(\alpha_1)N(\alpha_2)} = R(\alpha_1 - \alpha_2)$, соотношение можно переписать в следующем виде:

$$\sigma_\alpha^2 = \frac{1}{2E/N_0} \left[\frac{\frac{\partial^2}{\partial\alpha_1\partial\alpha_2} R(\alpha_1 - \alpha_2)}{[R''(\alpha)]^2} \right]_{\alpha_0} = - \frac{1}{2E/N_0 R''(\alpha_0)};$$

где: $R''(\alpha_0)$ – кривизна.

Таким образом, дисперсия оценки параметра обратно пропорциональна отношению сигнал/шум и кривизне нормированной автокорреляционной функции полезного сигнала по оцениваемому параметру.

Учитывая, что: $\frac{2E}{N_0} R(\alpha) = q_s(\alpha)$ – сигнальная составляющая корреляционного интеграла, формулу можно переписать в виде:

$$\sigma_\alpha^2 = - \frac{1}{q_s''(\alpha)}.$$

Следовательно, дисперсия оценки параметра α обратно пропорциональна кривизне функции автокорреляции сигнала на выходе оптимального приемника в ее максимуме.

Рассмотрим отдельные примеры.

5.3.1. Потенциальная точность измерения дальности

Рассмотрим случай импульсного метода измерения дальности. Обычно применяемые на практике сигналы являются узкополосными, т.е. их несущая частота ω_0 значительно превосходит ширину спектра сигнала. Для таких сигналов справедливо комплексное представление:

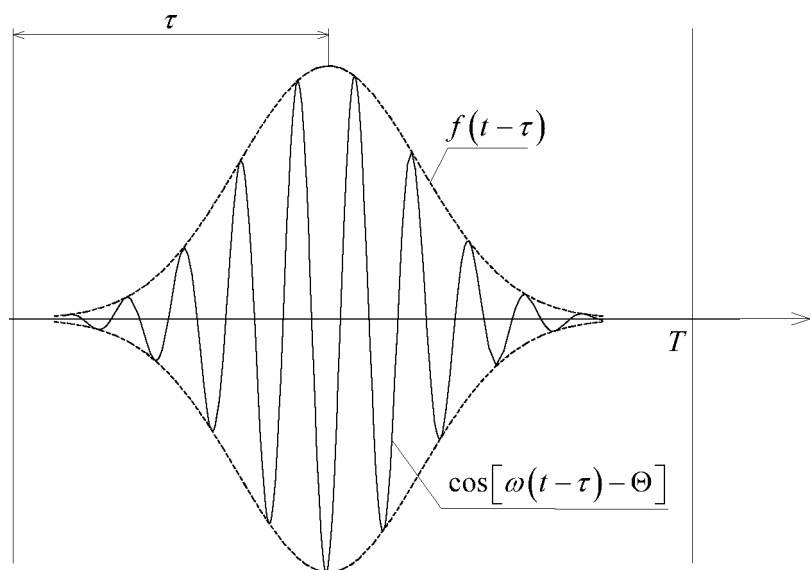
$$\dot{s}(t, \alpha) = d\dot{u}(t, \alpha)e^{j(\omega_0 t + \varphi)};$$

где: $\dot{u}(t, \alpha)$ – комплексная огибающая, медленно меняющаяся функция по сравнению с высокочастотным заполнением ω_0 ; φ – начальная фаза.

В этом случае модуль АКФ сигнала на выходе СФ можно записать в виде:

$$q_s(\alpha) = \frac{2}{N_0} \left| \int_0^T s(t, \alpha_0) s(t, \alpha) dt \right| = \frac{a^2}{N_0} \int_0^T \dot{u}^*(t, \alpha_0) \dot{u}(t, \alpha) dt;$$

Рассмотрим случай, когда оцениваемым параметром является временное положение радиоимпульса τ :



Такой сигнал можно записать в виде:

$$s(t - \tau) = af(t - \tau) \cos[\omega_0(t - \tau) + \psi(t - \tau) - \Theta] \text{ при } 0 \leq t - \tau \leq T;$$

Под τ будем понимать момент времени, соответствующий середине радиоимпульса, а под Θ – начальную фазу в этот момент времени. Запишем выражение для комплексной огибающей:

$$u(t - \tau) = f(t - \tau)e^{j\psi(t - \tau)};$$

АКФ сигнала на выходе СФ:

$$q_s(\tau) = \frac{a^2}{N_0} \int_0^\tau u^*(t - \tau_0) \cdot u(t - \tau) dt;$$

$$q_s''(\tau) = \frac{a^2}{N_0} \int_0^\tau u^*(t - \tau_0) \left[\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} u(t - \tau) \right]_{\tau_0} dt;$$

$$q_s''(\tau) = \frac{1}{\frac{2R}{N_0} \cdot \beta^2}, \text{ где: } \beta^2 = 4\pi^2 \Delta F_s^2.$$

Далее, используя преобразование Фурье и равенство Парсеваля применительно ко второй производной корреляционного интеграла, получим:

$$q_s''(\tau) = -\frac{2E}{N_0} \Delta F_s^2 \cdot 4\pi^2, \text{ откуда: } \sigma_\tau^2 = \frac{1}{\frac{2E}{N_0} \Delta F_s^2 4\pi^2};$$

$$\text{(для гауссова радиоимпульса: } \Delta F^2 = \frac{2\delta}{\tau_u^2} = \frac{(\pi \cdot \Delta f)^2}{1.4} \text{)}$$

Из этого соотношения видно, что потенциальная точность (дисперсия ошибки) зависит от отношения сигнал/шум и эффективной ширины спектра сигнала.

Аналогично можно показать, что потенциальная точность измерения частоты:

$$\sigma_f^2 = \frac{1}{\frac{2E}{N_0} T_s^2}; T_s^2 = \frac{\pi^2 \tau_u^2}{3} - \text{ для прямоугольного радиоимпульса.}$$

Т.к. $\Delta F_s \cdot T_s \ll 1$, то это соотношение показывает, что условие достижения предельной точности по частоте и запаздыванию противоречивы. Приведенные формулы получены при условии, что полезный сигнал не флуктуирует по амплитуде и фазе. На практике эти флуктуации всегда существуют. Это снижает практическую точность измерения параметров.

Обычно, применяемые на практике радиосигналы являются узкополосными, т.е. их несущая частота ω_0 значительно превосходит ширину спектра. Для таких сигналов удобно использовать условное комплексное представление:

$$s(t, \alpha) = a \cdot \dot{i}(t, \alpha) e^{j(\omega_0 t + \varphi)};$$

где: $\dot{i}(t, \alpha)$ – комплексная функция, медленно изменяющаяся по сравнению с высокочастотным гармоническим колебанием частоты ω_0 ; φ – начальная фаза.

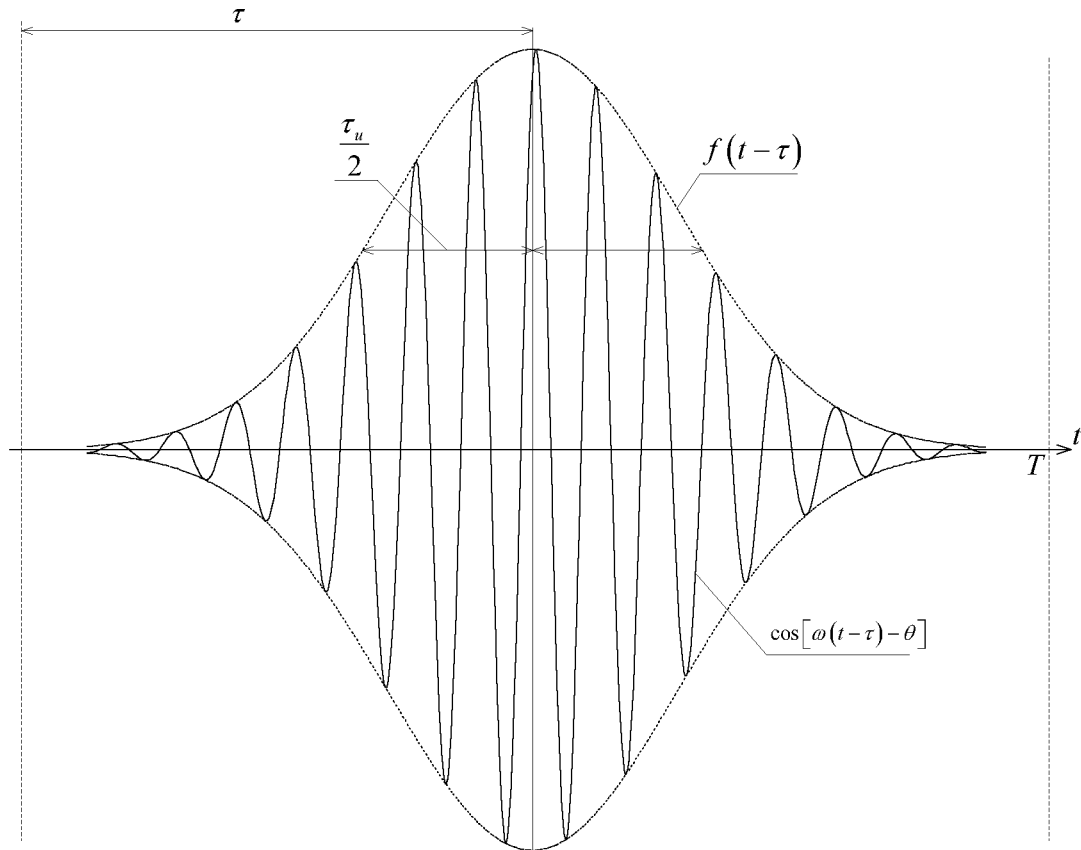
В этом случае модуль АКФ сигнала на выходе согласованного фильтра, можно записать в виде:

$$q_s(\alpha) = \frac{2}{N_0} \left| \int_0^T s(t, \alpha_0) s(t, \alpha) dt \right| = \frac{a^2}{N_0} \int_0^T u^*(t, \alpha_0) u(t, \alpha) dt;$$

Рассмотрим случай, когда оцениваемым параметром является временное положение τ радиоимпульса:

$$s(t - \tau) = a \cdot f(t - \tau) \cos[\omega_0(t - \tau) + \psi(t - \tau) - \Theta], \quad 0 \leq t - \tau \leq T;$$

Под τ будем понимать момент времени, соответствующий середине радиоимпульса, а под Θ – начальную фазу в этот момент времени. Применительно к колоколообразному импульсу это имеет вид:



Комплексной огибающей сигнала: $u(t - \tau) = f(t - \tau) e^{j\psi(t - \tau)}$,

соответствует комплексный спектр: $F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) e^{-j\omega t} dt$.

Выше было показано, что АКФ сигнала $q_s(\tau)$ определяется выражением:

$$q_s(\tau) = \frac{a^2}{N_0} \int_0^T u^*(t - \tau_0) u(t - \tau) dt;$$

А вторая производная имеет вид:

$$q_s''(\tau) = \frac{a^2}{N_0} \int_0^T u^*(t - \tau_0) \left[\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} u(t - \tau) \right]_{\tau_0} dt;$$

Выразим $q_s''(\tau_0)$ через параметры комплексного спектра огибающей. Для этого воспользуемся преобразованием Фурье:

$$u(t - \tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(j\omega) e^{j\omega(t-\tau)} dt;$$

Учтем, что:

$$u^*(t - \tau_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F^*(j\Omega) e^{-j\Omega(t-\tau_0)} dt;$$

Дифференцируя дважды $u(t - \tau)$ по τ , получим:

$$\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} [u(t - \tau)] = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^2 F(j\omega) e^{j\omega(t-\tau)} dt;$$

Это выражение с учетом $u^*(t - \tau_0)$ можно преобразовать к виду:

$$q_s''(\tau_0) = -\frac{a^2}{4\pi^2 N_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^2 F(j\omega) F^*(j\Omega) e^{-j(\omega-\Omega)\tau_0} d\omega d\Omega \int_0^T e^{j(\omega-\Omega)t} dt;$$

Т.к. по предположению радиоимпульс полностью расположен в интервале $(0, T)$, то значение внутреннего интеграла определяется формулой:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \cos \omega t d\omega = \delta(t);$$

В результате интегрирования с δ – функцией, получим:

$$q_s''(\tau_0) = -\frac{a^2}{2\pi N_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^2 |F(j\omega)|^2 d\omega;$$

На основании равенства Парсевалля:

$$\frac{1}{2\pi} a^2 \int_{-\infty}^{+\infty} |F(j\omega)|^2 d\omega = \int_0^T s^2(t) dt = E \text{ – полная энергия сигнала};$$

Принимая во внимание выражение для эффективной ширины спектра:

$$F_9^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \omega^2 |F(j\omega)|^2 d\omega}{4\pi^2 \int_{-\infty}^{+\infty} |F(j\omega)|^2 d\omega};$$

Получим: выражение для дисперсии задержки:

$$\sigma_\tau^2 = \frac{1}{\frac{2E}{N_0} F_9^2 4\pi^2}$$

Из этого соотношения видно, что потенциальная точность (дисперсия ошибки) зависит от отношения сигнал/шум и эффективной ширины спектра сигнала.

До сих пор мы говорили об измерении неэнергетического параметра. Если оценивается, например, амплитуда сигнала, то относительная дисперсия амплитуды выражается соотношением:

$$\frac{\sigma_a^2}{A_0^2} = \frac{1}{2E/N_0};$$

Т.е. определяется соотношением сигнал/шум.

Принимая во внимание приближенное соотношение между эффективной шириной спектра и длительностью импульса τ_u , ограниченного по полосе значением Δf , получим:

$$\sigma_\tau^2 = \frac{\tau_u}{2\Delta f \left(\frac{2E}{N_0} \right)};$$

Для гауссова импульса: $\sigma_\tau^2 \approx \frac{\Delta f^2}{1,4 \left(\frac{2E}{N_0} \right)}.$

5.3.2. Потенциальная точность измерения частоты

Принимаемый полезный сигнал запишем в виде:

$$s(t, \Omega) = a \cdot f(t) \cos[(\omega_0 - \Omega)t + \psi(t) - \Theta]; \quad -\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2};$$

где: оцениваемый параметр Ω обычно представляет собой смещение частоты из-за эффекта Доплера.

Комплексная огибающая радиосигнала равна:

$$U(t, \Omega) = f(t)e^{-j\Omega t + j\psi(t)}.$$

Подставляя это в выражение для корреляционного интеграла, получим:

$$q_s(\Omega) = \frac{a^2}{N_0} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f^2(t) e^{j(\Omega_0 - \Omega)t} dt;$$

Отсюда находим вторую производную:

$$q_s''(\Omega) = -\frac{a^2}{N_0} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} t^2 \cdot f^2(t) dt;$$

Подставив в это выражение a^2 из соотношения:

$$E = \frac{1}{2} a^2 \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f^2(t) dt, \text{ получаем дисперсию оценки частоты } f = \frac{2\Omega}{2\pi}:$$

$$\sigma_f^2 = \frac{1}{4\pi^2} \sigma_\Omega^2 = \frac{1}{\left(2E/N_0\right) T_s^2};$$

где: T_s – эффективная длительность сигнала:

$$T_s^2 = (2\pi)^2 \frac{\int_{-T/2}^{T/2} t^2 \cdot f^2(t) dt}{\int_{-T/2}^{T/2} f^2(t) dt}.$$

Применительно к прямоугольному радиоимпульсу:

$$\sigma_f^2 = \frac{3}{(\pi\tau_u)\left(2E/N_0\right)};$$

Это соотношение выражает предельные возможности минимизации ошибок по частоте. Однако, $T_s F_s \approx D$, где: $D \approx 1$.

Это соотношение ограничивает возможности совместного точного измерения частоты и задержки.

Полученные формулы для дисперсии задержки и частоты получены при условии, что полезный сигнал не флуктуирует по амплитуде и фазе. На практике сигнал за счет различных факторов оказывается флуктуирующим по этим параметрам. Это приводит к расширению спектра сигнала, и, как следствие, к уменьшению точности измерения.

Такие параметры сигнала, как запаздывание, частота, фаза относятся к неэнергетическим параметрам сигнала. Существуют также энергетические параметры, например, амплитуда.

Кратко рассмотрим оценку энергетических параметров.

5.3.3. Оценка амплитуды детерминированного сигнала

На вход поступает смесь сигнала и шума: $y(t) = s(t, \alpha) + n(t)$.

В общем случае полезный сигнал $s(t, \alpha)$ представляет собой радиоимпульс вида:

$$a \cdot s_i(t) = s(t, \alpha) = a \cdot f(t) \cos[\omega t + \psi(t) + \Theta], \quad 0 \leq t \leq T;$$

где: $f(t)$ и $\psi(t)$ – законы амплитудной и фазовой модуляции; ω – несущая частота; Θ – начальная фаза.

Оценку будем производить по методу максимального правдоподобия.

Функция правдоподобия параметра a в данном случае равна:

$$L(a) = \exp \left\{ -\frac{1}{N_0} \int_0^T [y(t) - a \cdot s_1(t)]^2 dt \right\};$$

Уравнение правдоподобия принимает вид:

$$\frac{2}{N_0} \int_0^T [y(t) - a \cdot s_1(t)] \cdot s_1(t) dt = 0;$$

Это уравнение имеет решение, зависящее от $y(t)$:

$$a^* = \frac{\int_0^T y(t) s_1(t) dt}{\int_0^T s_1^2(t) dt};$$

Это решение является оценкой по максимуму функции правдоподобия.

Эта формула вскрывает структуру оптимального приемного и решающего устройства для оценки неизвестной амплитуды. Основной операцией является линейная операция интегрирования смеси сигнала и шума с весом $s_1(t)$. Эту операцию можно выполнить при помощи соответствующего линейного фильтра или коррелометра.

Найдем смещение оценки амплитуды, считая, что истинное значение амплитуды равно a_0 . Имеем:

$$\overline{a^*} = \frac{\int_0^T [a_0 s_1(t) + \overline{n(t)}] s_1(t) dt}{\int_0^T s_1^2(t) dt} = a_0 - \text{т.е. оценка несмещенная};$$

Дисперсия оценки определяется выражением:

$$\sigma_a^2 = \overline{(a^* - a_0)^2} = \frac{\int_0^T \int_0^T \overline{n(t_1) n(t_2)} \cdot s_1(t_1) s_1(t_2) dt_1 dt_2}{\left[\int_0^T s_1^2(t) dt \right]^2};$$

Подставив сюда функцию корреляции белого шума:

$$\overline{n(t_1) n(t_2)} = \frac{N_0}{2} \delta(t_2 - t_1), \text{ получим:}$$

$$\sigma_a^2 = \frac{N_0}{2 \int_0^T s_1^2(t) dt};$$

Таким образом, дисперсия оценки амплитуды полностью известного сигнала прямопропорциональна мощности шума на единицу полосы частот и обратнопропорциональна удвоенной энергии сигнала при единичной амплитуде.

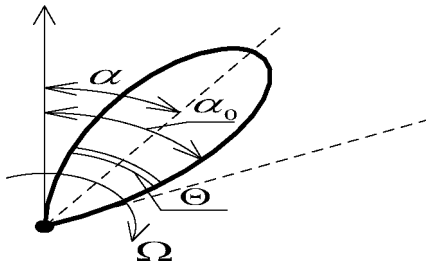
В качестве характеристики оценки амплитуды часто рассматривают относительную дисперсию амплитуды:

$$\frac{\sigma_a^2}{a_0^2} = \frac{1}{2E/N_0};$$

Т.е. относительная дисперсия определяется соотношением сигнал/шум.

5.3.4. Потенциальная точность измерения угловых координат

Для определения потенциальной точности измерения угловых координат рассмотрим вращение антенного луча РЛС с постоянной угловой скоростью Ω в плоскости цели.



Угловое положение максимума антенного луча

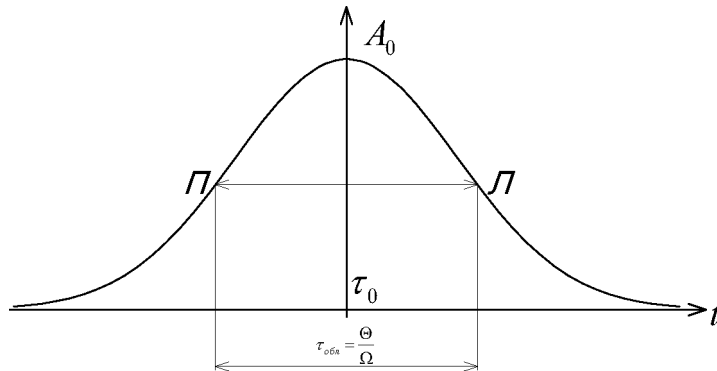
$$\alpha = \Omega t;$$

пропорционально времени, отсчитываемого от момента пересечения максимумом исходного, нулевого положения.

Соответственно, угловое положение цели α_0 связано с моментом прохода τ_0 максимума луча через цель соотношением: $\alpha_0 = \Omega \tau_0$.

Рассмотрим случай излучения непрерывного сигнала. В этом случае сигнал, принимаемый от цели будет иметь вид импульса, огибающая которого изменяется в соответствии с формой диаграммы направленности антенны $F(\alpha)$, а длительность (время облучения цели $\tau_{обл} = \frac{\Theta}{\Omega}$) пропорциональна ширине диаграммы направленности антенны Θ .

Сигнал имеет следующий вид:



Т.к. антенный луч при правом вращении его набегает на цель правым срезом, а сходит с цели левым, то вначале будет принят сигнал, соответствующий правому срезу ДН $F(\alpha) = F(\Omega t)$, а в конце — левому, т.е.

$$S(t) = A_0 F[\Omega(\tau_0 - t)].$$

Т.е. сигнал является зеркальным отражением ДН с точностью до некоторого коэффициента A_0 .

В приемнике к сигналу добавляется шум $n(t)$, который как и ранее будем считать гауссовым. Огибающую сигнала на входе приемника можно представить в следующем виде:

$$y(t) = A_0 F[\Omega(\tau_0 - t) + n(t)];$$

Огибающая сигнала на выходе оптимального приемника:

$$q(\tau) = \frac{2A_0^2}{N_0} \int_{-\infty}^{+\infty} y(t) F[\Omega(t - \tau)] dt = q_c(\tau) + q_n(\tau);$$

где: $q_c(\tau) = \frac{2A_0^2}{N} \int_{-\infty}^{+\infty} F[\Omega(\tau_0 - t)] F[\Omega(t - \tau)] dt;$

Максимум сигнальной составляющей наступает, когда $\tau = \tau_0$, где время τ отсчитывается от максимума опорного сигнала цели, находящейся в направлении нулевого отсчета цели.

Если бы не было шума, то момент наступления максимума можно было бы зафиксировать сколь угодно точно.

В реальных системах возникает ошибка: $\Delta\alpha = \alpha^* - \alpha_0$.

Потенциальная точность, как и ранее, определяется дисперсией оценки. Для этого используем выражение для дисперсии оценки момента наступления максимума сигнала, т.е. используем потенциальную точность измерения запаздывания:

$$\sigma_{\tau_0}^2 = \frac{1}{\frac{2E}{N_0} F_s^2 4\pi^2};$$

Принимая во внимание, что $\sigma_\alpha = \Omega \sigma_\tau$, а $\sigma_\alpha^2 = \Omega^2 \sigma_\tau^2$. Умножим обе части на Ω^2 :

$$\sigma_\alpha^2 = \frac{1}{\frac{2E}{N_0} \cdot \frac{F_s^2}{\Omega^2} 4\pi^2};$$

Учитывая, что эффективная ширина спектра связана с длительностью импульса соотношением: $F_s = \frac{\sqrt{\pi}}{\tau_{обл}}$, тогда: $\frac{F_s}{\Omega} = \frac{\sqrt{\pi}}{\tau_{обл}\Omega} = \frac{\sqrt{\pi}}{\Theta}$.

Ширина ДН антенны: $\Theta = \lambda/d_a$;

где: d_a – эффективный раскрыв антенны с равномерным распределением поля в раскрыве.

Отношение: $\frac{\sqrt{\pi}}{\Theta} = \frac{d_{эф}}{\lambda}$ – называют относительным эффективным раскрывом (апертурой) антенны.

С учетом этого можно записать выражение для дисперсии:

$$\sigma_\alpha^2 = \frac{1}{\frac{2E}{N_0} \left(\frac{d_{эф}}{\lambda}\right)^2}; \quad d_{эф} = \sqrt{\pi} d_a;$$

где: d_a – физический раскрыв антенны.

Следовательно, точность измерения угловых координат зависит от соотношения сигнал/шум и ДН антенны. При этом относительный раскрыв антенны (апертура антенны) при изменении угловых координат играет такую же роль, как и ширина спектра сигнала ΔF_s , при изменении дальности. Увеличение относительного раскрыва приводит к повышению точности отсчета и разрешающей способности по угловым координатам.

6 Фильтрация параметра сигнала

Задача фильтрации: в общем случае сигнал $s[t, \alpha(t)]$ зависит от нескольких параметров $\alpha(t)$, при этом будем полагать, что, либо сам сигнал $s[t, \alpha(t)]$, либо интересующий нас параметр $\alpha(t)$ – случайный процесс. Предполагаются также априорно известными статистические характеристики сигнала и шума, а также способ комбинирования сигнала и шума F , т.е.

$$y(t) = F[s[t, \alpha(t)], n(t)];$$

Располагая этими априорными данными, нужно оптимальным образом решить, какая реализация самого сигнала $s[t, \alpha(t)]$ или его параметра $\alpha(t)$ содержится в принятом колебании.

Подобные задачи встречаются в частности при оптимальной обработке узкополосных сигналов, например, при выделении информации о фазовой, либо частотной модуляции сигнала.

Наличие шума приводит к тому, что оценка реализации сигнала или его параметра не будет совпадать с истинной реализацией.

Существуют два критерия:

- минимум среднеквадратичной погрешности;
- максимум апостериорной вероятности.

В зависимости от дополнительных предположений о характере сигнала и шума используют два вида фильтрации: линейную и нелинейную фильтрацию.

Линейная фильтрация: полагают, что сигнал $S(t)$ и шум $n(t)$ являются независимыми, стационарно нормальными случайными процессами с известными корреляционными функциями $K_s(\tau)$ и $K_n(\tau)$.

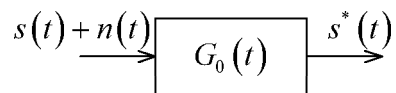
Требуется определить систему, которая бы с минимальной погрешностью выделила из шума не информационное сообщение, а сам полезный сигнал, т.е. минимизировало величину:

$$\overline{\varepsilon^2} = \overline{[S^*(t) - S(t + \Delta)]^2};$$

где: Δ – временной сдвиг, в общем случае всегда существующий.

Ограничимся простыми физическими рассуждениями: если сигнал и шум являются независимыми нормальными случайными процессами, то они могут отличаться только корреляционными функциями, или, иначе, спектральными плотностями. Этот факт используется при осуществлении фильтрации. Нужно стремиться к тому, чтобы по возможности с наименьшими искажениями воспроизвести спектр сигнала и как можно сильнее подавить спектр компоненты мешающего шума. Как известно, это задача частотной селекции, и она может быть решена с помощью надлежащим образом подобранных линейных фильтров.

Имеется оптимальная импульсная характеристика фильтра, дающая минимальную ошибку.



Следует отметить, что оптимальные линейные фильтры, рассматриваемые в теории фильтрации, отличаются от оптимальных и согласованных фильтров в теории обнаружения, оценки и разрешения.

В рассматриваемом случае необходимо наилучшим образом воспроизвести форму полезного сигнала из аддитивной смеси его с шумом. При согласованной фильтрации задача не в воспроизведении формы сигнала, а в формировании максимально возможного пика на шумовом фоне.

Недостатки линейных фильтров:

- охватывает мало практически интересных случаев;
- является оптимальным лишь для выделения не сообщения, а самого сигнала в виде нормального случайного процесса;

Однако, чаще интерес представляет выделение информации из модулированных сообщений, да и сигналы чаще имеют распределение, отличное от нормального. В этом случае используется *нелинейная фильтрация*.

Задача нелинейной фильтрации сводится к решению стохастических дифференциальных уравнений в общем строе нелинейных. Эта нелинейность связана с тем, что полезный сигнал $s[t, \alpha(t)]$ нелинейно зависит от интересующего нас параметра $\alpha(t)$.

Решение этих уравнений очень сложно, громоздко и возможно лишь при определенных ограничениях. Соответственно сложны и схемы оптимальных устройств.

Список используемых источников

1. Радиотехнические системы : учебник для студ. высш. учебн. заведений / Ю.М.Казаринов и др. / ; под ред. Ю.М. Казаринова .- М. : Издательский центр “Академия “, 2008.-592с
2. Радиолокационные устройства [теория и принципы построения] , М.” Советское радио “ , 1970 , 680с
3. Бакулев П.А. , Сосновский А.А. Радиолокационные и радионавигационные системы .Учебн. пособие для вузов .М.Радио и связь , 1994 ,296с
4. Сосулин Ю.Г. Теоретические основы радиолокации и радионавигации .Учебн. пособие для вузов. – М. Радио и связь , 1992 , 304с
5. Радиотехнические системы / Ю.П.Гришин , В.П. Ипатов ,

- Ю.М.Казаринов и др. / под ред .Ю.М.Казаринова – М.
высш. школа ,1990
6. Дулевич В.Е.,Коростелев А.А. Теоретические основы радиолокации .Под.
ред Дулевича В.Е. –М.Сов. радио -1964
 - 7.Бартон Д. Радиолокационные системы . Перевод с английского М. Воен.
Издат. 1967г
 - 8.Информационные технологии в радиотехнических системах Учебн.
Пособие -2-еизд., перераб. И доп. / Васин
В.А. , И.Б. Власов и др. Под ред. И.Б.Федорова –М .Изд.
МГТУ им. Н.Э.Баумана ,2004.-768с
 - 9.Финкельштейн М.И. Основы радиолокации .Учебник для вузов М
Сов.радио ,1973, 496
 10. Теоретические основы радиолокации.Учебн. пособие для вузов / А.А.
Коростелев, Н.Ф.Клюев и др. Под. Ред. В.Е.Дулевича-2-е изд., перераб. И
доп. –М.Сов. радио .1078,608
 11. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника ,М.Сов. радио ,1966
 - 12.Радиолокационные станции с цифровым синтезированием апертуры
антенны / В.Н.Антипов , В.Т.Горяинов и др. Под. Ред. В.Т. Горяинова –
М.Радио и связь ,1988
 - 13.Кондратенков Г.С.,Фролов А.Ю. Радиовидение .Радиолокационные
станции зондирования Земли .Учебное пособие для вузов Под. Ред.
Г.С.Кондратенкова-М.Радиотехника ,2005. -368с
 14. Реутов А.П. Михайлов Б.А. , Кондратенков Г.С. ,Бойко Б.В.
Радиолокационные станции бокового обзора М.Сов.радио,1970
 - 15.Дымова А.И. ,Альбац М.Е.,Бонч-Бруевич А.М. Радиотехнические системы
Под.ред. А.И.Дымовой М.Сов.радио ,1975
 16. Перов А.И. Статистическая теория радиотехнических систем . Учебн.
Пособие для вузов М.Радиотехника ,2003,400с