

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЁВА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

А.С. Ляскин, В.А. Фролов

**Расчёт аэродинамических характеристик
крыльев летательных аппаратов
по моделям идеального и вязкого газа**

Электронное учебное пособие

САМАРА

2012

УДК СГАУ: 629.7.025.1:533.6.011.34(075)
ББК: 22.253.3
Л 976

Авторы: **Ляскин Антон Сергеевич,**
Фролов Владимир Алексеевич

Рецензент: заведующий кафедрой математического моделирования Самарского государственного университета, д.т.н., профессор Н. И. Клюев

Редакторская обработка В. Г. Шахов
Компьютерная верстка В. А. Фролов
Доверстка В. А. Фролов

Ляскин, А. С. Расчёт аэродинамических характеристик крыльев летательных аппаратов по моделям идеального и вязкого газа [Электронный ресурс]: электрон. учеб. пособие /А. С. Ляскин, В. А. Фролов; Минобрнауки России, Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С. П. Королёва (нац. исслед. ун-т). – Электрон. текстовые и граф. дан. (1,12 Мбайт). – Самара, 2012. – 1 эл. опт. диск (CD-ROM).

Приведены основы теории и практические указания по расчётам аэродинамических характеристик крыльев летательных аппаратов по моделям идеального и вязкого газа. В модели идеального газа рассмотрен метод дискретных вихрей, а для модели вязкого газа применяется вычислительный пакет Star-CD.

Учебное пособие предназначено для подготовки специалистов по специальностям «Самолёт- и вертолётостроение», изучающих дисциплины «Аэродинамика самолёта» (160201.65, ГОС-2) и «Аэродинамика» (160100.65, ФГОС-3); по специальности «Техническая эксплуатация летательных аппаратов и двигателей», изучающих дисциплину «Аэромеханика» (160901.65, ГОС-2), как руководство для выполнения курсовой работы и дипломного проекта.

Пособие подготовлено на кафедре конструкции и проектирования летательных аппаратов Самарского государственного аэрокосмического университета (национального исследовательского университета).

© Ляскин А.С., Фролов В.А.
© Самарский государственный
аэрокосмический университет, 2012

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1 ОБЩИЕ ВОПРОСЫ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ КРЫЛЬЕВ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ.....	5
2 РАЗРАБОТКА ТЕХНОЛОГИИ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ 3D-ОБТЕКАНИЯ И РАСЧЁТА АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КРЫЛЬЕВ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ НА ОСНОВЕ МОДЕЛЕЙ ВЯЗКОГО ГАЗА	8
2.1 Построение расчётной сетки	8
2.1.1 Выбор типа сетки: структурированная или неструктурированная	8
2.1.2 Выбор топологии блочно-структурированной сетки	9
2.1.3 Выбор размеров элементов сетки.....	11
2.2 Выбор граничных условий.....	13
2.3 Начальные условия.....	16
2.4 Параметры численного метода.....	16
2.5 Контроль сходимости процесса решения.....	16
3 РАЗРАБОТКА ТЕХНОЛОГИИ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ 3-D ОБТЕКАНИЯ И РАСЧЁТА АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КРЫЛЬЕВ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА	18
3.1 Фундаментальные основы моделирования обтекания крыла на базе модели идеального газа.....	18
3.2 Методика построения расчётной сетки на крыле на базе модели идеального газа по методу дискретных вихрей	22
4 РАЗРАБОТКА УЧЕБНОГО ПРИМЕРА ПО РАСЧЁТУ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КРЫЛА В МОДЕЛЯХ ИДЕАЛЬНОГО И ВЯЗКОГО ГАЗА	24
4.1 Учебный пример по расчёту аэродинамических характеристик крыла в модели вязкого газа с помощью пакета STAR-CD	24
4.1.1 Методические указания по расчёту аэродинамических характеристик крыльев летательных аппаратов на основе моделей вязкого газа.....	33
4.2 Учебный пример по расчёту аэродинамических характеристик крыла в модели идеального газа по методу дискретных вихрей	38
4.2.1 Примеры расчётов аэродинамических характеристик крыла методом дискретных вихрей	38
4.2.2 Повышение точности расчётов аэродинамических характеристик крыла в методе дискретных вихрей	42
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	47
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	48

ВВЕДЕНИЕ

Аэродинамические характеристики крыла, в основном, определяют характеристики самолёта, поэтому расчёт обтекания крыла входит в число задач по аэродинамическому проектированию самолёта.

В зависимости от задания расчёт обтекания крыла может основываться на различных математических моделях. Наиболее быстро можно рассчитать несущие и моментные характеристики крыла в рамках невязкой жидкости. Из многообразия методов таких расчётов выбран метод дискретных вихрей (МДВ), который является наиболее эффективным для задач аэродинамического проектирования.

Более полную и достоверную информацию можно получить с помощью вычислительных пакетов на основе полных уравнений Навье-Стокса с набором моделей турбулентности. В пособие включены материалы по использованию пакета Star-CD и сеткогенератора ANSYS ICEM CFD.

В пособии разработаны методики построения расчётных сеток, технологии численного моделирования обтекания крыла. Разработан учебный пример, на результатах которого делается вывод о возможностях того или иного метода моделирования.

Предполагается, что пользователи данных методик и технологий знакомы с основами численных методов и соответствующими разделами аэродинамики. Поэтому изложение ведется лаконично. Где возможно, параллельно излагаются приёмы решения тех или иных этапов в различных пакетах.

Учебное пособие к вычислительному практикуму по расчёту аэродинамических характеристик крыльев летательных аппаратов на основе моделей идеального и вязкого газа содержит всю необходимую информацию по расчёту аэродинамических характеристик крыла описанными методами.

Результаты исследования, представленные в данном пособии, являются продолжением работы [1].

1 ОБЩИЕ ВОПРОСЫ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ КРЫЛЬЕВ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Крыло является одной из главных частей летательного аппарата. Оно предназначено для создания подъёмной силы, необходимой для поддержки летательного аппарата.

Разнообразие схем и назначений летательных аппаратов приводит к большому количеству геометрий крыльев и требований, предъявляемых к ним. Размеры, формы в плане, набор профилей, тип механизации передней и задней кромки, концевых устройств для снижения индуктивного сопротивления и изгибающего момента крыла определяются при проектировании летательного аппарата в целом в соответствии с его назначением и принятой аэродинамической схемой.

Аэродинамическое проектирование крыла ведётся в неразрывной связи с разработкой его конструктивно-силовой схемой.

Ограничимся лишь перечислением аэродинамических характеристик крыла, которые влияют на лётно-технические характеристики летательного аппарата:

1. величина аэродинамической подъёмной силы и её максимальное значение на всех допустимых режимах полёта;
2. величина аэродинамической силы сопротивления и его минимальное значение;
3. отношение подъёмной силы к силе сопротивления – аэродинамическое качество и его максимальное значение;
4. положение центра давления и аэродинамического фокуса;
5. влияние сжимаемости на изменение аэродинамических сил и положение фокуса;
6. характер обтекания на больших и закритических углах атаки и связанные с этим изменения сил и моментов;
7. влияние угла скольжения на аэродинамические характеристики и т.д.

Напомним, что эти расчёты постоянно корректируются с изменением геометрических характеристик крыла с учётом заданных весовых, прочностных, аэроупругих, а порой технологических и эксплуатационных требований.

В данном отчёте ограничимся лишь влиянием чисто аэродинамических требований при разработке технологии численного моделирования трёхмерного обтекания и расчёта аэродинамических характеристик крыльев летательных аппаратов.

Наиболее полно учесть эти требования возможно лишь при постановке и решении обратной задачи аэродинамического проектирования крыла. К сожалению, из-за большого объёма требований к настоящему времени отсутствует даже постановка такой обратной задачи. Существующие методы и их практическая реализация направлены на решение некоторых частных обратных задач. Наиболее полный учёт физики течения возможен в коммерческих продуктах на основе уравнений Навье-Стокса. При этом требуются большие вычислительные ресурсы с привлечением вычислительных кластеров и суперЭВМ. Например, специализированный программный продукт OPTIMENGA_AERO выполняет аэродинамический анализ и проектирование крыльев в широком диапазоне условий полёта. Целью проектирования является нахождение оптимальной формы крыла, которое доставляет минимум его полного сопротивления при фиксированном значении коэффициента подъёмной силы с учётом многочисленных ограничений на форму крыла и на его аэродинамические характеристики. В рамках многоточечной оптимизации алгоритм использует гибридный генетический поиск оптимальных решений в сочетании с методом аппроксимационных математических моделей и связанных локальных баз данных, получаемых на основе высокоточных численных решений уравнений Навье-Стокса. На компьютерном кластере стандартная оптимизация трёхмерного крыла занимает около 15-16 часов. В результате один цикл процесса аэродинамического проектирования, который обычно занимает 2-3 месяца, может быть сокращен до 1-2 недель работы 1 инженера с умеренным опытом работы в данной области.

Такой подход не может быть широко использован в рамках образовательного процесса. Поэтому предлагается решение типовых прямых задач аэродинамики крыла, на примере которых обучающийся может освоить тот или иной вычислительный пакет с привлечением вычислительных ресурсов умеренной мощности. Такой подход позволяет, в частности, проследить за изменением аэродинамических характеристик и характером обтекания на больших и закритических углах атаки и влиянием угла скольжения.

Некоторые задачи аэродинамики крыла достаточно хорошо решаются в рамках модели идеальной жидкости. Это исследование влияния формы крыла в плане (удлинение, сужение, стреловидность), его крутки, концевых устройств снижения индуктивного сопротивления и др. Наиболее быстродействующие методы решения таких задач при малых углах атаки опираются на методы особенностей. Такие методы легко поддаются реализации на различных алгоритмических языках.

2 РАЗРАБОТКА ТЕХНОЛОГИИ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ 3D-ОБТЕКАНИЯ И РАСЧЁТА АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КРЫЛЬЕВ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ НА ОСНОВЕ МОДЕЛЕЙ ВЯЗКОГО ГАЗА

Основы работы в пакете CD-Adapco STAR-CD, основные этапы создания расчётной модели, соображения для выбора положения и формы границ расчётной области, были подробно рассмотрены в пособии [1] на примере численного моделирования обтекания профиля. Поэтому в дальнейшем будут описаны лишь особенности, возникающие при переходе к моделированию 3D-обтекания крыльев летательных аппаратов.

2.1 Построение расчётной сетки

2.1.1 Выбор типа сетки: структурированная или неструктурированная

Сравнительные достоинства и недостатки структурированных и неструктурированных расчетных сеток были рассмотрены в [1]. Применительно к задачам моделирования 3D-обтекания крыла надо отметить следующее: на ранних этапах проектирования, когда нет необходимости учитывать влияние механизации, концевых устройств, и т.п. можно использовать блочно-структурированную расчётную сетку. На более поздних этапах, когда геометрия моделируемого крыла усложняется, целесообразно применять комбинированную расчётную сетку, т.е. сетку, состоящую из блочно-структурированных и неструктурированных областей. В зависимости от сложности геометрии, неструктурированная сетка может применяться в областях размещения механизации (особенно при расчётах на самых поздних этапах аэродинамического проектирования, когда необходимо учитывать влияние узлов навески, направляющих, обтекателей и т.п.), концевых устройств сложной формы и т.д. В особо сложных случаях неструктурированная сетка может быть использована во всей ближней области крыла, а блочно

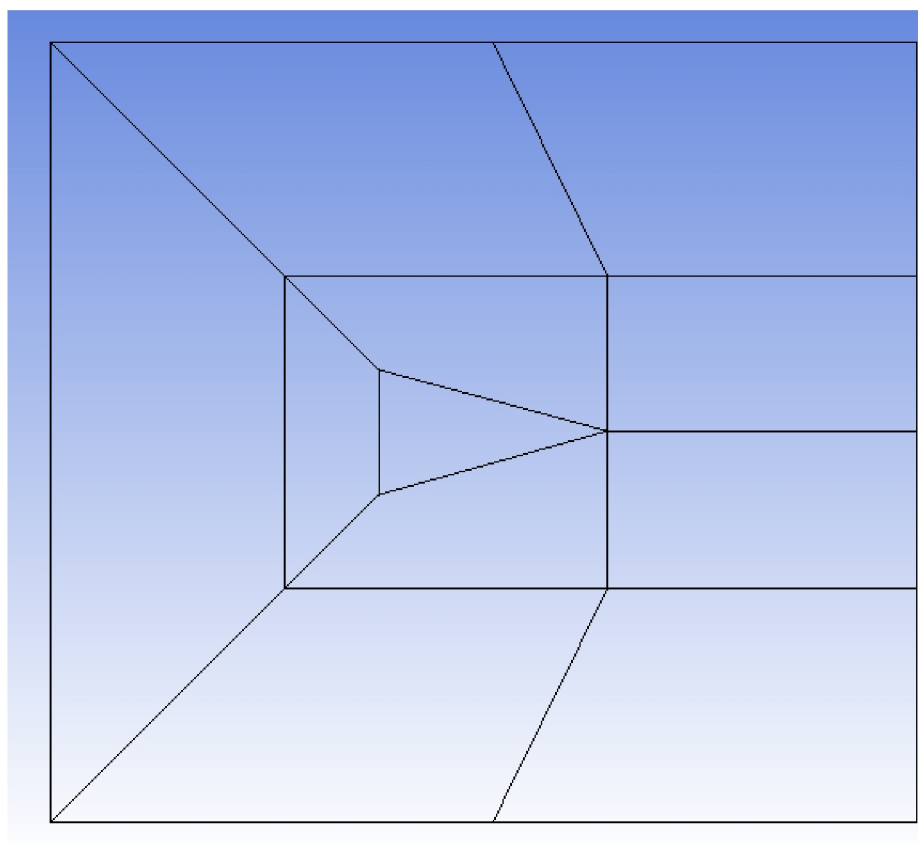
структурированная – лишь в дальней области, для снижения общего числа элементов расчётной сетки.

Так как в рамках данной работы рассматривается задача моделирования обтекания прямого немеханизированного крыла, то будет использована блочно-структурированная сетка.

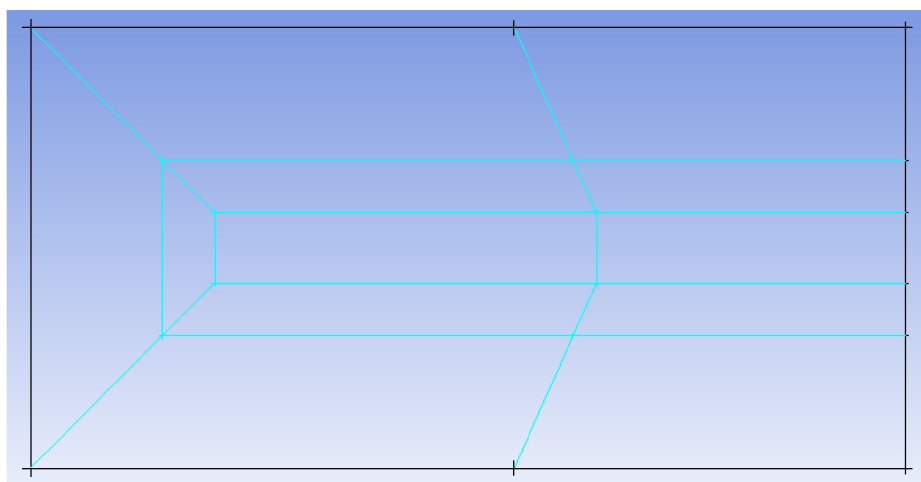
2.1.2 Выбор топологии блочно-структурированной сетки

Соображения для выбора топологии расчётной сетки в плоскости X-Y были приведены в пособии [1]. При переходе к моделированию 3D-обтекания крыла необходимо также выбрать топологию расчётной сетки в плоскости Y-Z. Выбор топологии в плоскости Y-Z в первую очередь определяется формой законцовки крыла при виде спереди. Для простых скругленных законцовок обычно используется O-топология (при моделировании только одной консоли крыла из соображений симметрии она превращается в C-топологию), для срезанных законцовок может быть использована H-топология. Также как и для плоскости X-Y, возможно использование сетки комбинированной топологии.

Как и в работе [1], в нашем случае в плоскости X-Y будет использована C-C-топология (рисунок 1), с явно выделенными блоками вблизи профиля, которые могут использоваться для построения сетки в пограничном слое. Все расчеты будут проводиться для нулевого угла скольжения, поэтому из соображений симметрии можно ограничиться моделированием одной консоли. Законцовка крыла скруглённая, получена вращением симметричного профиля относительно хорды, поэтому в плоскости Y-Z целесообразно использовать C-топологию. Так как рассматриваемое крыло прямое и не имеет ни геометрической, ни аэродинамической крутки, то проще всего будет построить двумерную блочно-структурированную сетку C-C-топологии в плоскости симметрии крыла, а трехмерную сетку создать на ее основе с помощью операции экструзии («выдавливания»).



а)



б)

Рисунок 1 – C-C-топология расчётной сетки: а) для профиля с острой задней кромкой; б) для профиля с тупой или скругленной задней кромкой

Как и в работе [1], для построения двумерной сетки будем использовать сеткогенератор ANSYS ICEM CFD. Выберем профиль крыла NACA 0012. На прилагаемом диске находятся файлы эпплеровского формата описания профиля (NACA0012.DAT) и формата описания кривой для ICEM CFD (NACA0012.PTN). Последовательность построения топологии аналогична

приведенной в [1], за исключением этапов 4 и 5: так в данном случае будет рассматриваться крыло с профилем с тупой задней кромкой, то топология будет иметь вид, приведенный на рисунке 1б.

2.1.3 Выбор размеров элементов сетки

В пособии [1] приводились обоснования для выбора размера элементов сетки вдоль хорды профиля (сечения крыла) и в направлении нормали к поверхности крыла. В нашем случае размеры будут выбраны по тем же соображениям с учётом использования в расчёте высокорейнольдсовых моделей турбулентности (т.е. размер пристеночной ячейки должен соответствовать $30 \leq y_+ \leq 500$).

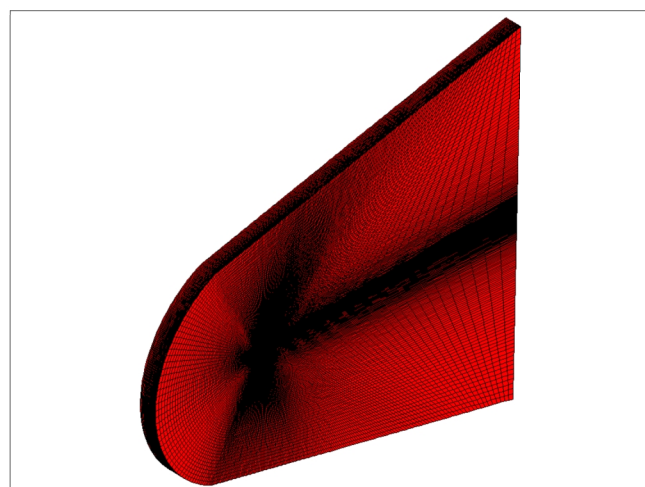
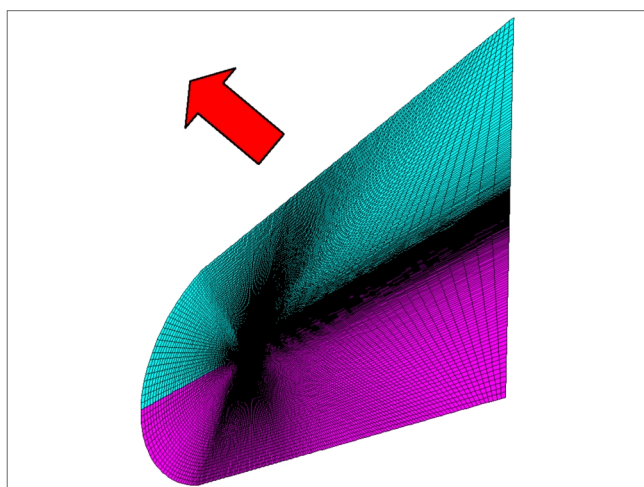
При использовании блочной топологии размер элемента сетки определяется размером элемента, указанного для ребра блока. В пределах одного ребра размер может быть как постоянным, так и меняться в соответствии с указанным законом сгущения. В случае моделирования обтекания профиля переменный размер ячеек будет на основной части контура профиля (сгущение к передней и задней кромкам) и на «радиальных» ребрах, связывающих область вблизи профиля с внешней границей расчётной области (сгущение к профилю).

После задания размеров для ребер можно построить предварительную сетку (*pre-mesh*), по которой можно оценить правильность выбора размеров и законов сгущения, определить качество элементов сетки и т.п. Предварительная сетка затем преобразуется в неструктурированную сетку. Получаемая таким образом сетка – двумерная, она состоит из плоских элементов-оболочек (*shells*).

STAR-CD позволяет преобразовать двумерную сетку в трехмерную с помощью операции выдавливания (см. рисунок 2). В данном случае проще всего это сделать с помощью команды VCEXTRUDE. При этом выдавливание может вестись не только по прямой, но и по дуге окружности, а толщина

слоёв трёхмерных ячеек может изменяться по закону геометрической прогрессии.

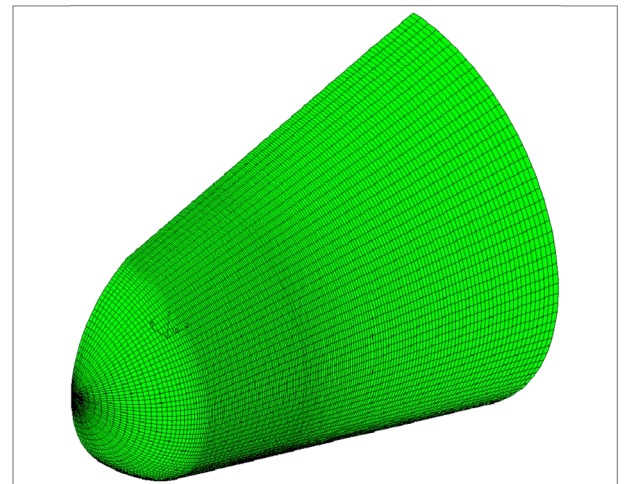
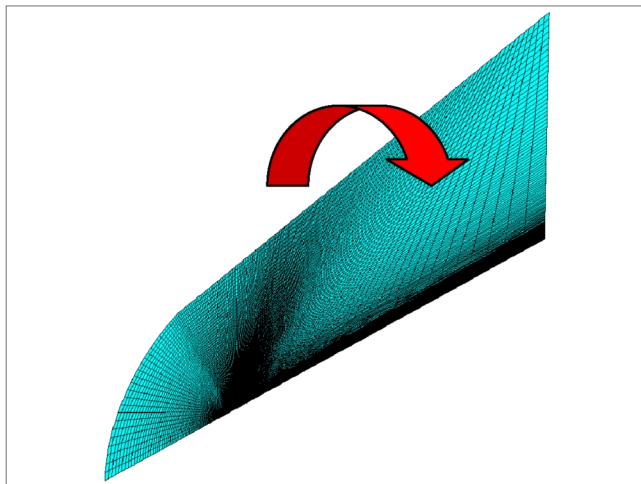
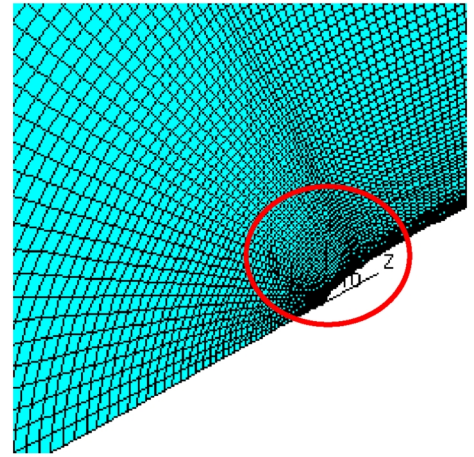
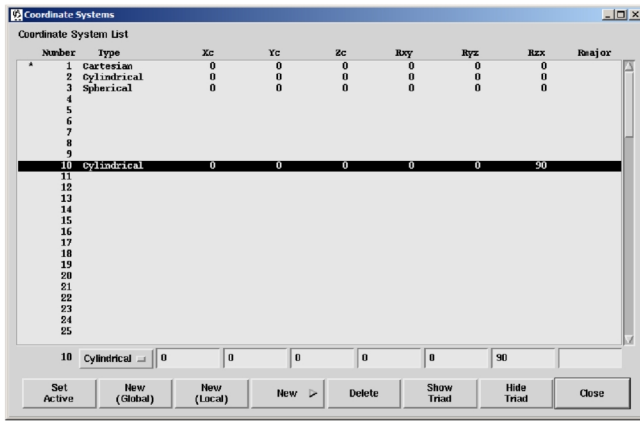
Сначала строится сетка вдоль размаха основной части крыла (рисунок 2а). При этом в качестве основы для выдавливания используется вся импортированная двумерная сетка, выдавливание идёт вдоль оси Z глобальной декартовой системы координат с увеличением толщины слоя от конца крыла к плоскости симметрии. Затем строится сетка у конца крыла. В качестве основы при этом используется лишь половина импортированной двумерной сетки, выдавливание идёт по дуге окружности (рисунок 2б). Для этого необходимо создать новую локальную систему координат, ось z которой совпадает с направлением оси X глобальной декартовой системы координат. Полученные части сетки сращиваются путём слияния вершин с помощью команды VMERGE, либо через графический интерфейс: *Tools -> Vertex Tool -> Vertex Merge*.



VSEX, <число_слоев>, MINI, CSET, , , LOCA, 0.0, 0.0, ,
 <отношение_толщин_слоев>, BOTH, NONU,
 <суммарная_толщина_слоев>

а)

Рисунок 2 – Последовательность создания трёхмерной сетки для расчёта обтекания крыла на основе двумерной сетки, созданной в ICEM CFD: а) создание сетки для основной части крыла; б) создание сетки вокруг законцовки



VCEX 30 MINI CSET, , , LOCA 0 3 0 BOTH

б)

Продолжение рисунка 2 – Последовательность создания трёхмерной сетки для расчёта обтекания крыла на основе двумерной сетки, созданной в ICEM CFD: а) создание сетки для основной части крыла; б) создание сетки вокруг законцовки

2.2 Выбор граничных условий

На входной границе будет использоваться граничное условие типа *Inlet* (*Вход*) с заданием отдельных компонент скорости. Угол атаки проще всего изменять за счёт изменения компонент скорости: $V_x = V_\infty \cos \alpha$, $V_y = V_\infty \sin \alpha$, $V_z = 0$. В этом случае можно использовать одну и ту же сетку для всех углов атаки. Кроме компонент скорости на входной границе необходимо задать параметры турбулентности. Удобнее всего задавать их в «инженерных» переменных «интенсивность – масштаб турбулентности». Интенсивность зададим равной 0,01, масштаб турбулентности – 0,001 м. Это соответствует параметром турбулентности в спокойной атмосфере.

На выходной границе будет задаваться среднее избыточное давление равное 0 Па (соответствует абсолютному давлению равному 1 атм). В STAR-CD соответствующий тип граничного условия называется *Pressure (Давление)*. Для указания, что заданное значение будет рассматриваться именно как среднее по границе, нужно включить опцию *Mean (Среднее)*.

На поверхности профиля будет использоваться граничное условие типа *Wall (Стенка)*. В случае моделирования течения вязкой среды ему по умолчанию соответствует условие прилипания (*No Slip*), т.е. равенство нулю всех компонент скорости.

В плоскости симметрии будет использоваться граничное условие *Sym-plane*.

Моделирование обтекания будем проводить для чисел Рейнольдса $Re = 6 \cdot 10^6$, т. е. для турбулентного режима течения в пограничном слое. Для моделирования турбулентности на сегодняшний день всё чаще используется модель *k- ω SST* — она существует как в низко-, так и в высокорейнольдсовом варианте, и фактически заменила широко распространённую ранее *k- ϵ* модель в роли «универсальной модели турбулентности». На ранних этапах аэродинамического проектирования целесообразно использовать высокорейнольдсовый (*High Reynolds*) вариант модели. Так как он не требует большого числа ячеек в пристеночной области, это позволит сократить время расчётов.

Высокорейнольдсовые модели турбулентности, использующие функции стенки, не позволяют точно предсказывать положение точки отрыва пограничного слоя, поэтому их применение априори ограничено моделированием обтекания в диапазоне докритических углов атаки. Выбор высокорейнольдсовой модели турбулентности и предельного значения угла атаки позволяет окончательно определиться как с формой расчётной области (выбрать угол наклона верхней и нижней частей входной границы), так и с размером элемента сетки в пристеночной области. Для оценки потребного размера пристеночной ячейки можно:

а) оценить толщину турбулентного пограничного слоя по формуле для плоской пластины

$$\frac{\delta}{x} = 0,37 \left(\frac{\nu}{V_{\infty} x} \right)^{1/5},$$

где ν – коэффициент кинематической вязкости (для воздуха при нормальных условиях $\nu \approx 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$), и, задавшись числом ячеек по толщине пограничного слоя и отношением размера ячеек по мере удаления от стенки, рассчитать требуемое значение;

б) по формуле для коэффициента трения для плоской пластины

$$c_F = 0,455 / (\lg \text{Re})^{2,58}$$

рассчитать касательное напряжение

$$\tau_w = c_F b \frac{\rho V_{\infty}^2}{2}$$

и динамическую скорость

$$u_{\tau} = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$$

и, задавшись желаемым значением

$$y_+ = \frac{y u_{\tau}}{\nu},$$

рассчитать требуемую величину y . Следует помнить, что данные оценки являются приблизительными — толщина пограничного слоя и касательное напряжение на профиле может существенно отличаться от плоской пластины. Поэтому после расчёта для каждого угла атаки необходимо контролировать распределение y_+ . В STAR-CD вывод этой величины в файл результатов по умолчанию отключен, его надо включить в разделе *Analysis Controls* -> *Analysis Output* в STAR GUIde. Рассчитывается данная величина по половине толщины первой пристеночной ячейки, т. е. по расстоянию от стенки до центра контрольного объёма.

2.3 Начальные условия

В качестве начальных условий для расчёта первого угла атаки ($\alpha=0^\circ$) можно использовать равномерное распределение скорости. Для последующих углов атаки в качестве начального поля целесообразно задавать поле течения, полученное из расчёта для предыдущего угла атаки. В STAR-CD для этого надо на панели *Analysis Preparation/Running* -> *Restart* выбрать вариант *Initial Field Restart*, а для него опцию *New Boundary Values*.

2.4 Параметры численного метода

Одним из важных параметров численного метода решения уравнений механики жидкости и газа является схема интерполяции значений с центров контрольных объёмов на центры их граней (используется при вычислении конвективных членов интегро-дифференциальных уравнений). Чем выше порядок схемы интерполяции, тем больше точность численного решения. Для получения окончательных значений необходимо использовать схемы как минимум второго порядка. В STAR-CD выбор схемы интерполяции осуществляется в разделе *Analysis Controls* -> *Primary Variables* на вкладке *Differencing Schemes*. STAR-CD предлагает на выбор несколько схем. Как и в пособии [1], будем использовать в расчётах схему *MARS*, имеющую эквивалентный второй порядок точности.

2.5 Контроль сходимости процесса решения

Пакет STAR-CD автоматически останавливает решение при выполнении одного из двух условий: 1) выполнено заданное число итераций; 2) значения всех невязок уменьшились до заданной величины. Эти условия не являются гарантией получения сошедшегося решения! Поэтому в процессе решения необходимо контролировать поведение невязок самостоятельно. Признаками сошедшегося решения являются следующие критерии: 1) невязки по всем переменным прекратили изменяться и вышли на достаточно малые постоянные значения (возможны небольшие колебания относительно некоторо-

го постоянного уровня); 2) установившиеся значения невязок, по крайней мере, на 3 порядка меньше их начальных значений на первых итерациях.

Для контроля сходимости кроме истории невязок необходимо также следить за изменением значений сил и моментов, действующих на крыло (т.е. тех величин, для определения которых проводится численное моделирование обтекания) от итерации к итерации. В STAR-CD для этого нужно «заказать» вывод значений сил и моментов на границе, соответствующей поверхности профиля, в специальный «файл инженерных данных». Это делается на панели *Analysis Control* -> *Monitor Boundary Behavior*. Также в разделе *Analysis Control* на вкладке *Post* панели *Analysis Output* нужно «заказать» запись значений y_+ в файл результатов, указав для *Yplus* опцию *Post*.

3 РАЗРАБОТКА ТЕХНОЛОГИИ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ 3-D ОБТЕКАНИЯ И РАСЧЁТА АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КРЫЛЬЕВ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

3.1 Фундаментальные основы моделирования обтекания крыла на базе модели идеального газа

При $M_\infty < M_*$ (M_* – критическое число Маха) и малых углах атаки ($\alpha \ll 1$) распределение давления, подъёмную силу, момент тангажа, аэродинамический фокус можно определить, решая задачу в линейной постановке, считая газ идеальным и возмущения, вызываемые крылом, малыми. Кроме того, можно считать, что вне крыла и вихревой пелены течение является безвихревым и, следовательно, потенциальным. В этом случае, сопротивление, вызываемое вязкостью (сопротивление трения), можно определить, используя данные, полученные при обтекании тонкой пластинки, вводя соответствующие эмпирические поправки для учёта толщины и эффектов сжимаемости (сопротивление давления). В рамках моделей идеального газа наиболее простой является модель потенциального течения, которая является основной для различных численных методов, применяемых для решения задач обтекания крыла. Остановимся на формулировке задачи в рамках потенциальных течений. Пусть φ – потенциал возмущённых скоростей и, следовательно, но,

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = V'_x, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = V'_y, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial z} = V'_z, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial n} = V'_n,$$

где x, y, z – декартова система координат;

n – нормаль к поверхности крыла;

V'_x, V'_y, V'_z, V'_n – компоненты возмущённых скоростей вдоль соответствующих направлений.

В линейной постановке в сжимаемом газе потенциал возмущённых скоростей φ удовлетворяет уравнению

$$(1 - M_\infty) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0. \quad (1)$$

Это уравнение справедливо всюду вне крыла и вихревой пелены, образующейся за ним.

Для решения уравнения (1) необходимо задать граничные условия. Уравнение (1) для случая $M_\infty < 1$ относится к эллиптическому типу дифференциальных уравнений, поэтому граничные условия должны быть выставлены на всей границы расчётной области, включая поверхность крыла S (рисунок 3). Первым граничным условием является *условие непротекания*, которое формулируется как равенство нулю нормальной к поверхности крыла составляющей скорости, т.е.

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} + (\vec{V}_\infty, \vec{n}) = 0. \quad (2)$$

Условие (2) ещё называют *условием плавного безотрывного обтекания*.

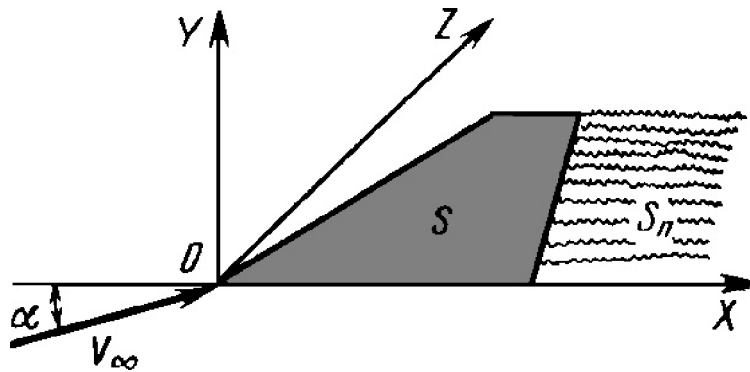


Рисунок 3 – Моделирование обтекания крыла в линейной постановке

Вторым граничным условием является выполнение гипотезы Жуковского-Чаплыгина-Кутта о конечности скорости на острой задней кромке крыла. Данное граничное условие в МДВ выполняется автоматически соответствующим построением расчётной сетки, что соответствует ближайшему расположению контрольных точек, в которых выполняется условие (2), к задней кромке крыла.

Третье граничное условие требует, чтобы свободные вихри, образующие вихревую пелену S_w (см. рисунок 3), располагались по потоку. При ре-

шении задачи в линейной постановке свободные вихри можно считать прямыми, образующими вихревую плоскость, компланарную вектору набегающего потока \vec{V}_∞ .

Четвертое граничное условие устанавливает исчезновение на большом удалении от крыла и вихревой пелены возмущения:

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0, \quad (3)$$

где R – минимальное расстояние от рассматриваемой точки до крыла и вихревой пелены.

Для расчёта течения около крыла применяют МДВ. Идея МДВ состоит в следующем. Крыло заменяют системой подковообразных вихрей, размещая их в базовой плоскости крыла (рисунок 4).

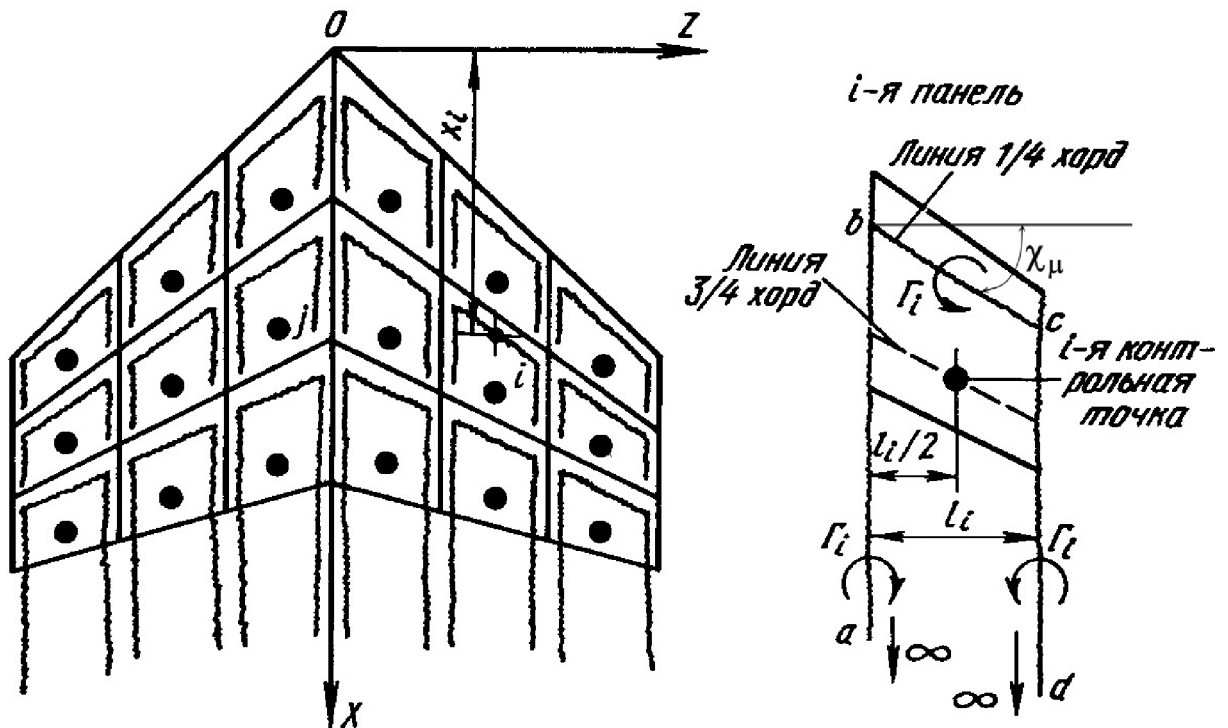


Рисунок 4 – Вихревая модель крыла с дискретными вихрями

Линейная постановка задачи обтекание крыла как несущей поверхности формулируется так

$$(1 - M_\infty) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0 \quad \notin S + S_\Pi; \quad (4)$$

$$\frac{1}{V_\infty} \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\alpha \in S; \quad (5)$$

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0; \quad (6)$$

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)_l = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)_u = 0 \text{ на задней кромке крыла} \quad (7)$$

где $\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)_l, \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)_u$ – производные потенциала возмущения на нижней и

верхней поверхности крыла, соответственно.

Задача (4)-(7) решается по МДВ следующим образом. Проекцию крыла на базовую плоскость делят на панели линиями, параллельными центральной хорде и линиями n процентов хорд (см. рисунок 4). Линии n процентов хорд проводят так, чтобы в каждом сечении они делили хорды на равные части. На каждой панели располагают подковообразный вихрь, имеющий постоянную по длине циркуляцию Γ_i (i – номер панели) и состоящий из *присоединённого* вихря bc и параллельных центральной хорде вихрей ab и cd . Присоединённый вихрь располагается на линии $\frac{1}{4}$ хорд панели. Построенная таким образом модель обеспечивает выполнение уравнений (4) и (6). Граничное условие (5) точно выполнить невозможно, поскольку крыло моделируется конечным числом вихрей. Это условие выполняется приближённо путём точного соблюдения равенства нулю нормальной компоненты скорости к несущей поверхности в заданных *контрольных точках*. Эти контрольные точки (*точки коллокаций*) располагают на серединах линий $\frac{3}{4}$ хорд каждой панели (см. рисунок 4).

Если ввести безразмерную циркуляцию по формуле

$$\bar{\Gamma}_i = \Gamma_i / V_\infty b, \quad (8)$$

а затем, в силу линейности задачи, представить её в виде

$$\bar{\Gamma}_i = \bar{\Gamma}_i^\alpha \alpha,$$

то, чтобы граничное условие (5) выполнялось во всех контрольных точках, получаем следующую систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

$$\sum_{i=1}^N a_{yij} \bar{\Gamma}_i^\alpha = -1, \quad j=1,2,\dots,N, \quad (9)$$

где a_{yij} – матрица аэродинамического влияния представляет собой компоненты возмущённой скорости, перпендикулярные базовой плоскости крыла, индуцированные в j -ой контрольной точке i -ым вихрем с относительной производной циркуляции по углу атаки $\bar{\Gamma}_i^\alpha = 1$.

Компоненты возмущённой скорости a_{yij} можно найти по теореме Био-Савара для прямолинейных участков *косых подковообразных вихрей*. Формулы для расчёта индуцированных скоростей от *косых подковообразных вихрей* можно найти в работе [2].

Равенства (9) представляет собой СЛАУ с неизвестными $\bar{\Gamma}_i^\alpha$. Определив из СЛАУ $\bar{\Gamma}_i^\alpha$, по формуле Жуковского рассчитываются подъёмные силы, действующие на каждый присоединённый вихрь. Суммированием сил и моментов определяют подъёмную силу и момент тангажа крыла.

Описанный метод позволяет весьма точно рассчитывать суммарные аэродинамические характеристики крыла: C_{ya} , m_x , m_z , \bar{x}_F^α и другие, а также характеристики сечений крыла. МДВ широко используется для определения этих величин.

3.2 Методика построения расчётной сетки на крыле на базе модели идеального газа по методу дискретных вихрей

Наиболее распространённой схемой МДВ является схема « $1/4$ - $3/4$ », где на $1/4$ длины панели вдоль её хорды располагается *присоединённый вихрь*, а на расстоянии $3/4$ от начала хорды панели – *контрольная точка*. Существует ряд работ, в которых для обтекания плоского крыла прямоугольной и эллиптиче-

ской формы показано, что при увеличении количества панелей (дискретных вихрей) численное решение по схеме МДВ « $\frac{1}{4}$ - $\frac{3}{4}$ » стремится к аналитическому решению (в случае эллиптического крыла). В этой схеме гипотеза Чаплыгина-Жуковского-Кутта о конечности скорости на задней кромке выполняется автоматически, но при этом сохраняется сингулярность на передней кромке, где скорость обращается в бесконечность.

Если крыло имеет изломы по передней и/или задней кромке, то в этом случае крыло разбивается на макроэлементы (трапеции) с боковыми сторонами, проходящими через точки излома на передней и/или задней кромке и параллельными центральной хорде. Каждый такой макроэлемент разбивается на панели так, как это описано выше для крыла постоянной формы. Рекомендации состоят в том, чтобы соседние полосы не отличались по ширине сильно друг от друга (не более чем в 1,5 раза).

4 РАЗРАБОТКА УЧЕБНОГО ПРИМЕРА ПО РАСЧЁТУ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КРЫЛА В МОДЕЛЯХ ИДЕАЛЬНОГО И ВЯЗКОГО ГАЗА

4.1 Учебный пример по расчёту аэродинамических характеристик крыла в модели вязкого газа с помощью пакета STAR-CD

В качестве примера рассмотрим задачу обтекания прямого немеханизированного крыла удлинения $\lambda=5,89$ с симметричным профилем НАСА-0012, экспериментальные данные для которого приведены в работе [3]. Координаты профиля определялись в соответствии с аналитическим описанием контура НАСА-0012 [4],

$$y = \pm \frac{c}{0,2} b \left[0,2969 \sqrt{\frac{x}{b}} - 0,1260 \left(\frac{x}{b}\right) - 0,3516 \left(\frac{x}{b}\right)^2 + 0,2843 \left(\frac{x}{b}\right)^3 - 0,1015 \left(\frac{x}{b}\right)^4 \right]$$

Переднюю часть входной границы построим в виде дуги окружности с центром в носке профиля. Верхняя и нижняя части входной границы будут прямыми, с углом наклона составляет $13,3^\circ$ к горизонтали (т.к. для профиля НАСА-0012 критический угол атаки при $Re=6 \cdot 10^6$, для которого будет проводиться моделирование, составляет примерно 13°).

Хорда профиля $b=1$ м. Оценка толщины пограничного слоя у задней кромки по формуле для плоской пластины дает значение примерно 2 см. Толщина пристеночной ячейки исходя из требования $y_+ = 75$ — около 0,7 мм. Распределение размеров ячеек несколько отличается от использованного в пособии [1]. Размер пристеночной области был выбран 10 см (из расчёта увеличения толщины пограничного слоя при увеличении угла атаки), при этом в пристеночной области 20 слоев, толщина которых увеличивается по мере удаления от поверхности по закону геометрической прогрессии со знаменателем 1,2. Число ячеек вдоль контура профиля 180, плюс 4 ячейки по толщине задней кромки; в следе за крылом — 90, в направлении от профиля к внешней границе расчетной области — 140. Вдоль размаха основной части крыла — 68 ячеек (сгущаются к концу крыла по закону геометрической про-

грессии со знаменателем 1,05), вдоль полуокружности поверхности законцовки — 30 ячеек. Всего в сетке 4 974 480 расчётных ячеек.

На рисунках 5 и 6 представлена расчётная сетка для крыла, построенная в соответствии с методикой и по технологии, изложенным в разделе 1.

На прилагаемом к отчёту диске имеются все файлы расчётной сетки: файлы описания кривых (контуров профиля) с расширением *.ptn*, файлы проектов ICEM CFD (*.prj*), описания геометрии в собственном формате ICEM CFD (*.tin*), топологии блочно-структурированной сетки (*.blk*), и неструктурированной сетки во внутреннем представлении ICEM CFD (*.uns*).

Максимальное значение угла атаки в расчётах возьмем равным 12° , т.е. меньше критического значения. Этот угол меньше угла наклона верхней и нижней частей входной границы расчетной области к горизонтали. В соответствии с методикой, описанной в разделе 2, угол атаки в расчётах изменяется за счёт изменения направления скорости на входной границе (изменения горизонтальной и вертикальной составляющей скорости). При этом скорость на входной границе будет всегда направлена внутрь расчётной области. Для хорды профиля $b = 1$ м и числа Рейнольдса $Re = 6 \cdot 10^6$ скорость набегающего потока должна быть равна $V_\infty = 40$ м/с.

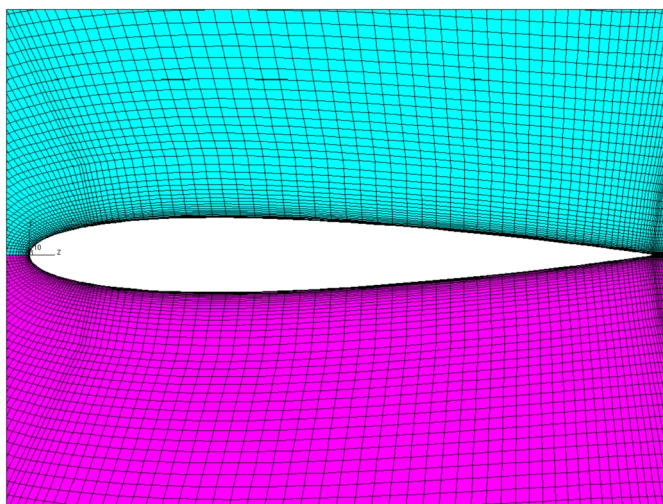
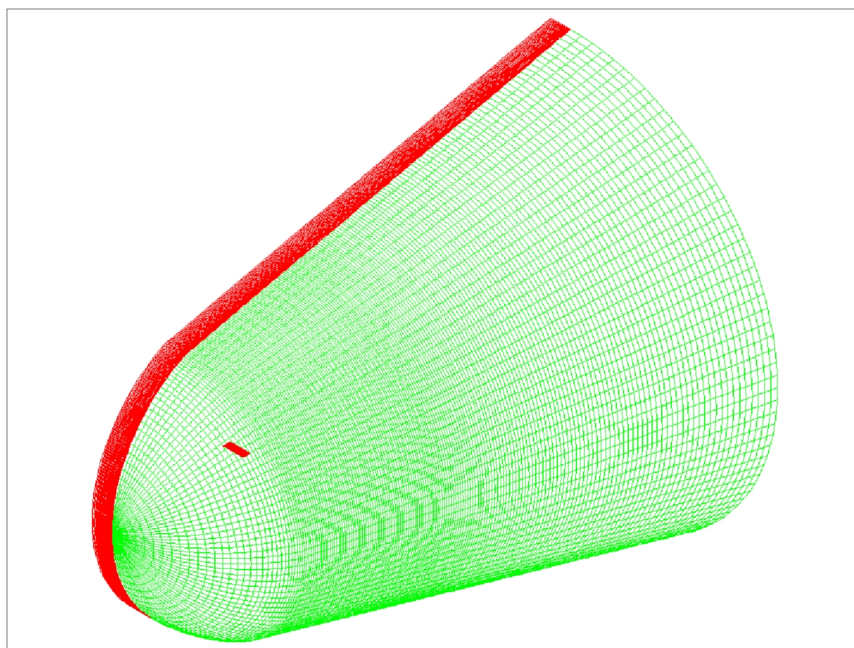
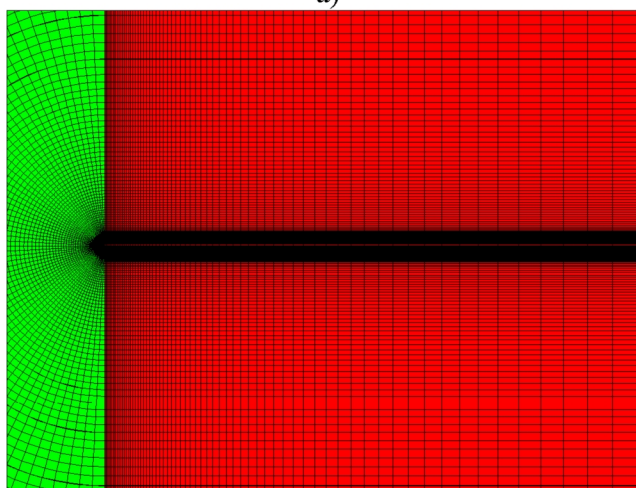


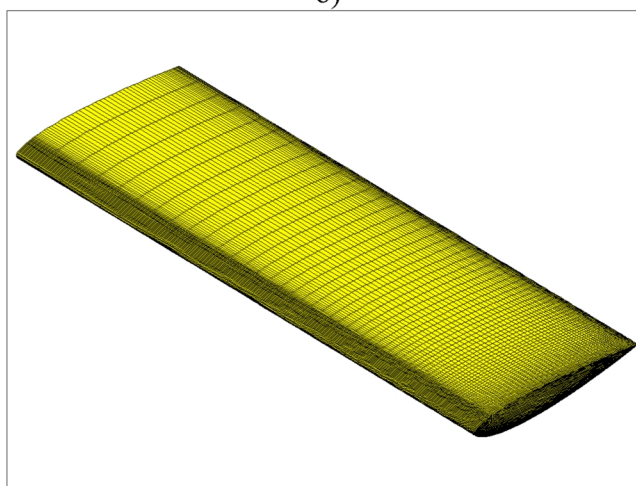
Рисунок 5 – Двумерная расчётная сетка для профиля NACA-0012 (детали сетки вблизи профиля)



а)



б)



в)

Рисунок 6 – Расчётная сетка для крыла: а) общий вид; б) детали сетки в сечении по линии максимальной толщины; в) сетка на поверхности крыла

В соответствии с п. 2.5, расчёт вёлся до достижения невязками и силами, действующими на крыло, установившихся значений. Уменьшение невя-

зок по сравнению с начальными значениями составляло не менее трёх порядков, конечные значения средневзвешенных нормированных невязок во всех расчетах были менее $1 \cdot 10^{-3}$. По завершении расчётов контролировались распределения безразмерного расстояния от стенки до центра первого контрольного объема y_+ . Во всех случаях значения y_+ на большей части поверхности крыла лежали в пределах от 30 до 500, т.е. построенная расчётная сетка была адекватна выбранной высокорейнольдсовой модели турбулентности с использованием функций стенки.

Интегральные аэродинамические характеристики (зависимости коэффициента подъемной силы от угла атаки, поляры и параболы индуктивного сопротивления) приведены на рисунках 7-9. В работе [3] отсутствуют экспериментальные значения интегральных характеристик. Вместо этого там приведены данные по распределению коэффициента давления в различных сечениях крыла. Для сравнения результатов расчётов и эксперимента были выбраны сечения $\bar{z} = 0,18$ (в эксперименте модель располагалась вертикально на полу аэродинамической трубы, и данное сечение было первым сечением за пределами пограничного слоя, толщина которого у передней кромки крыла составляла около 5 см даже при работающей системе отсоса), $\bar{z} = 0,60$ и $\bar{z} = 0,98$ (у стыка законцовки с основной частью крыла).

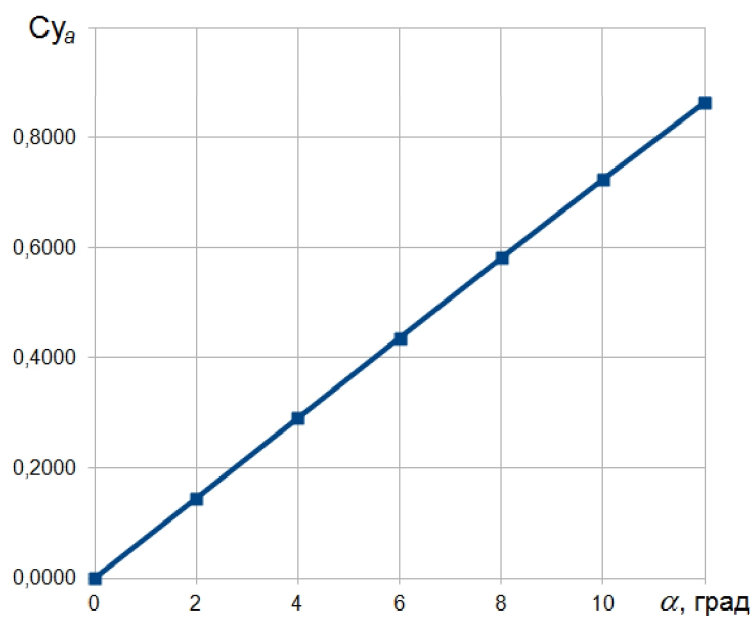


Рисунок 7 – Зависимость коэффициента подъемной силы крыла от угла атаки

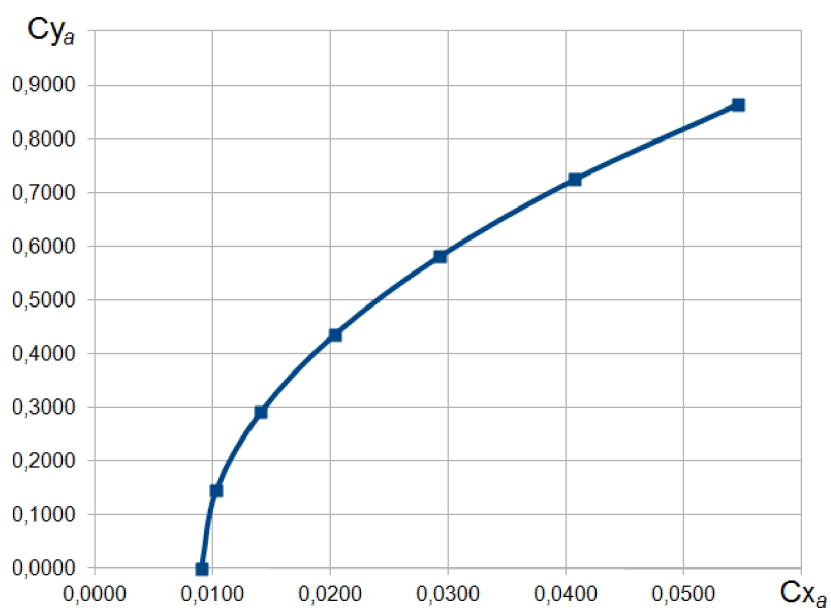


Рисунок 8 – Поляра крыла

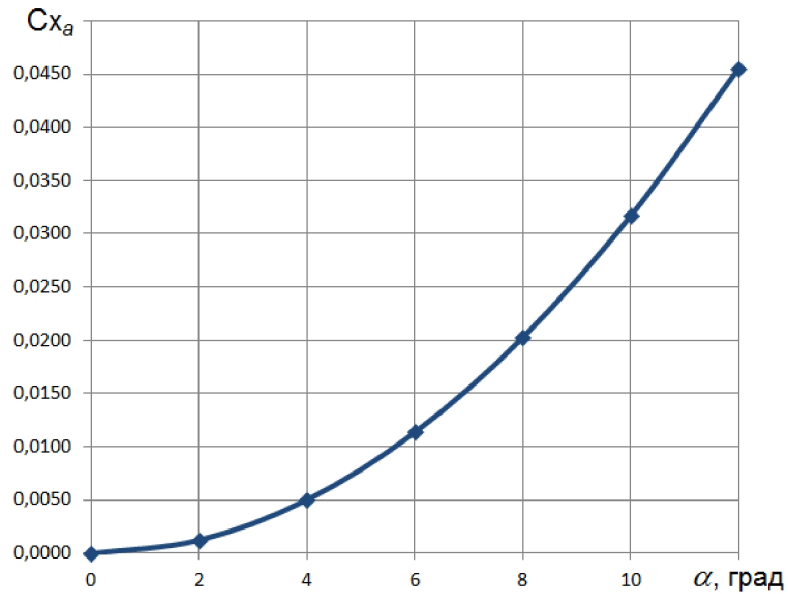
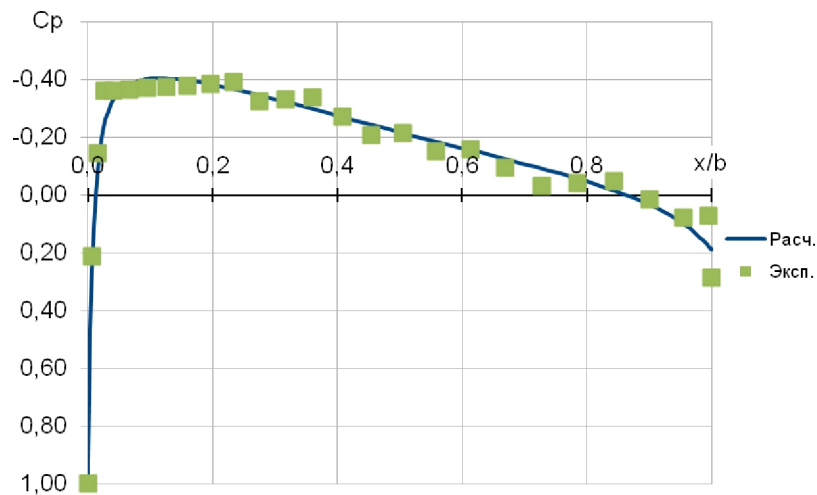


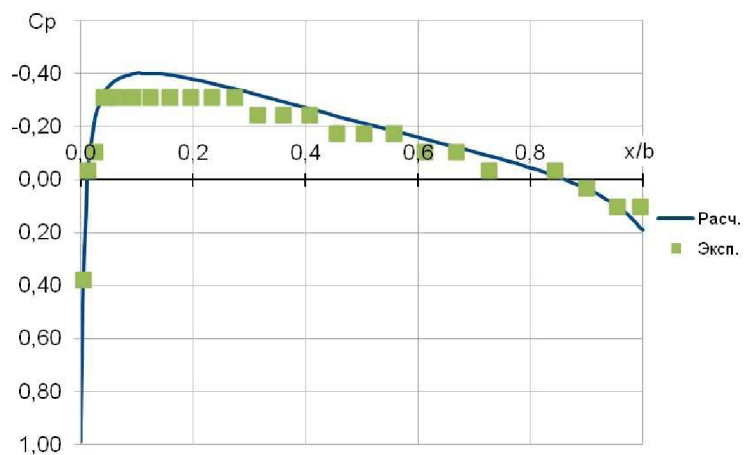
Рисунок 9 – Парабола индуктивного сопротивления крыла

Расчётные и экспериментальные распределения коэффициента давления в выбранных сечениях крыла для углов атаки $\alpha=0^\circ$, 6° и 12° приведены, соответственно, на рисунках 10-12. Так как экспериментальные распределения давления были представлены в работе [3] только в виде графиков, то погрешность экспериментальных значений, приведённых на рисунках 10-12, составляет около 0,1 (погрешность оцифровки графиков).

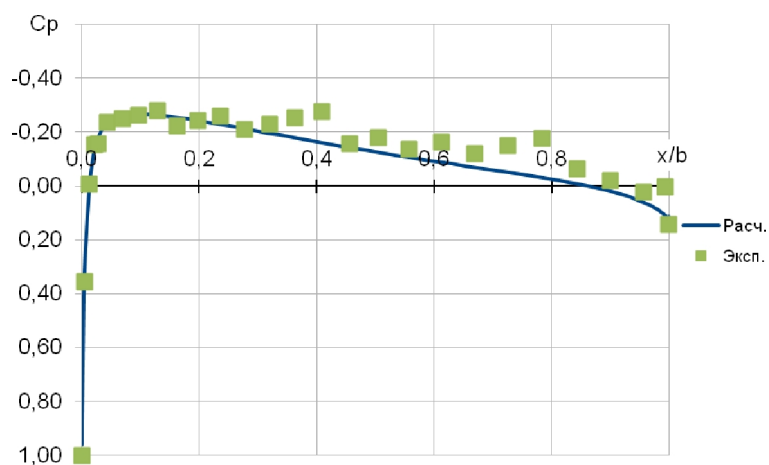


а)

Рисунок 10 – Распределение коэффициента давления в сечениях крыла при угле атаки $\alpha = 0^\circ$: а) $\bar{z} = 0,18$, б) $\bar{z} = 0,60$, в) $\bar{z} = 0,98$

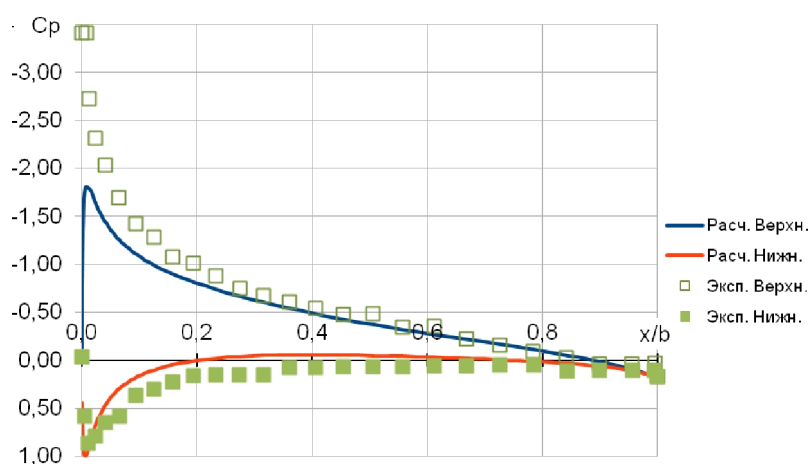


б)



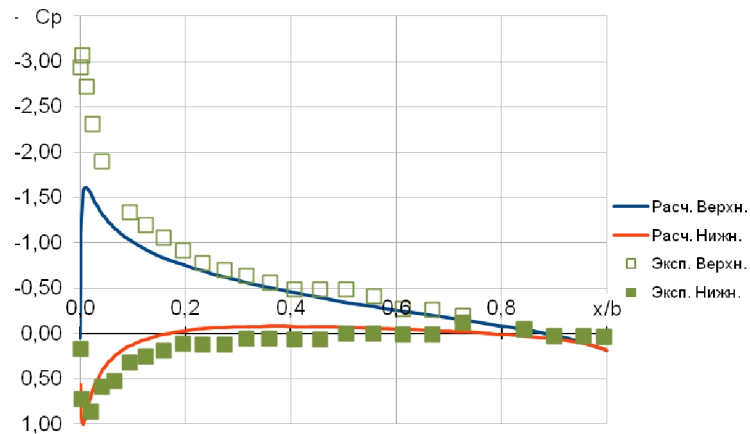
в)

Продолжение рисунка 10 – Распределение коэффициента давления в сечениях крыла при угле атаки $\alpha = 0^\circ$: а) $\bar{z} = 0,18$, б) $\bar{z} = 0,60$, в) $\bar{z} = 0,98$

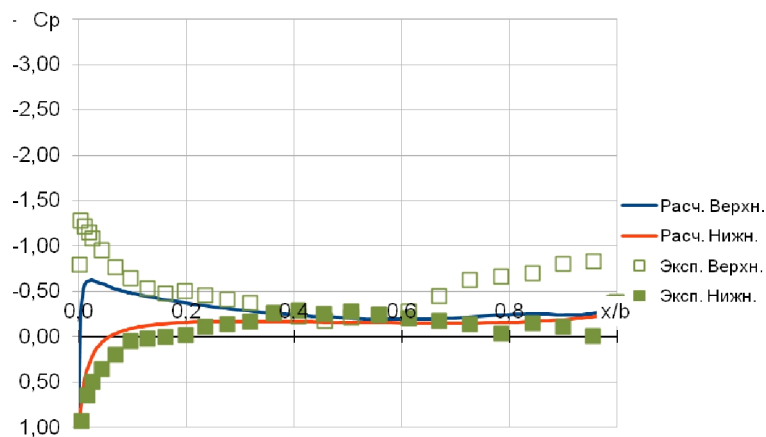


а)

Рисунок 11 – Распределение коэффициента давления в сечениях крыла при угле атаки $\alpha = 6^\circ$: а) $\bar{z} = 0,18$, б) $\bar{z} = 0,60$, в) $\bar{z} = 0,98$

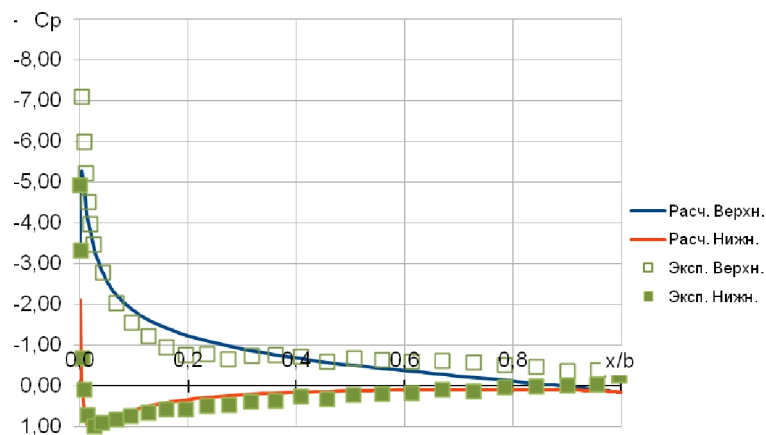


б)



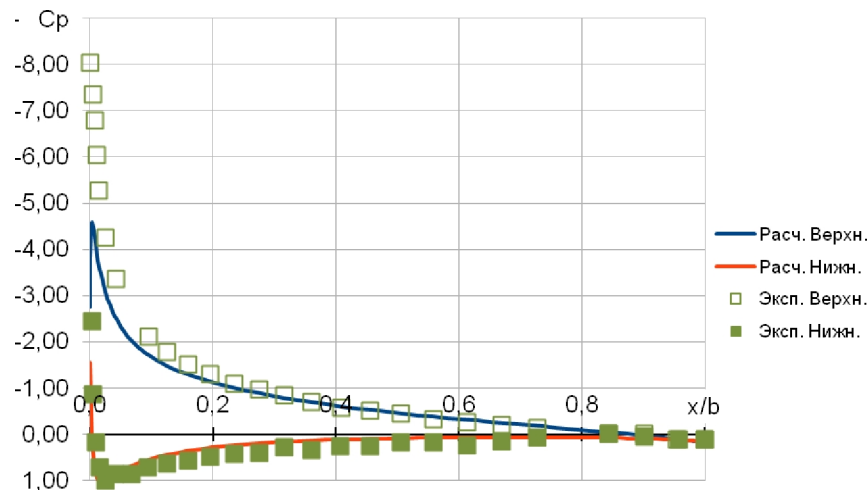
в)

Продолжение рисунка 11 – Распределение коэффициента давления в сечениях крыла при угле атаки $\alpha = 6^\circ$: а) $\bar{z} = 0,18$, б) $\bar{z} = 0,60$, в) $\bar{z} = 0,98$

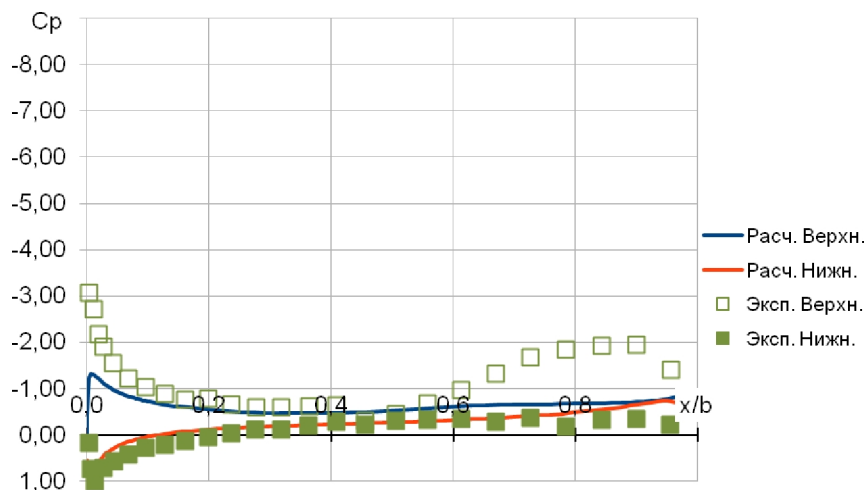


а)

Рисунок 12 – Распределение коэффициента давления в сечениях крыла при угле атаки $\alpha = 12^\circ$: а) $\bar{z} = 0,18$, б) $\bar{z} = 0,60$, в) $\bar{z} = 0,98$



б)



в)

Продолжение рисунка 12 – Распределение коэффициента давления в сечениях крыла при угле атаки $\alpha = 12^\circ$: а) $\bar{z} = 0,18$, б) $\bar{z} = 0,60$, в) $\bar{z} = 0,98$

Как видно из рисунков, в целом совпадение результатов расчёта с экспериментом удовлетворительное. Используемая расчётная сетка является довольно грубой для задач 3D-обтекания, поэтому основные расхождения с экспериментом (недостаточное разрешение пика разрежения на верхней поверхности и недостаточное разрешение концевой вихря, влияющего на распределение давления в концевом сечении) вызваны в первую очередь ошибками дискретизации. Однако даже эта сетка требует для расчёта около 3 Гб оперативной памяти. Соответственно проведение расчёта с более мелкой сеткой на ПЭВМ будет уже невозможно и потребует как минимум специали-

зированной рабочей станции. Тем не менее, полученная точность является вполне удовлетворительной для моделирования обтекания крыла, проводимого на этапах раннего проектирования или же в учебных целях.

На прилагаемом к отчёту диске находятся файлы расчётной сетки, экспортированной из ICEM CFD в формате пакета STAR-CD, файлы расчётных моделей и результатов для каждого угла атаки.

4.1.1 Методические указания по расчёту аэродинамических характеристик крыльев летательных аппаратов на основе моделей вязкого газа

1. Определить, какие характеристики должны быть получены по результатам расчёта, и для каких целей будут использованы их значения. Цели определяют требования к точности расчета: так, сравнение нескольких крыльев (разной формы в плане, с разной профилировкой и т.п.) требует меньшей точности определения характеристик, чем определение аэродинамических нагрузок на крыло для последующего прочностного расчета.
2. Определить значения основных параметров, определяющих предполагаемые режимы обтекания: число Маха (несжимаемое/сжимаемое, до-/транс-/сверхзвуковое обтекание), число Рейнольдса (ламинарный или турбулентный режим течения в пограничном слое), диапазон углов атаки (отрывное или безотрывное обтекание).
3. Построить геометрическое описание контура опорных профилей крыла в виде, требуемом для подготовки расчетной модели в рамках выбранного метода: например, файл описания кривых для построения расчетной сетки в ICEM CFD.
4. Подготовить геометрическое описание внешнего контура расчётной области, исходя из следующих соображений:
 - а) Выходная граница должна располагаться на расстоянии не менее 20 хорд от крыла, а входная — не менее 10 хорд. Верхняя и нижняя границы, как правило, размещаются на том же расстоянии, что и входная.

- б) Рекомендуется избегать горизонтальных верхней и нижней границ. Предпочтительным вариантом является такая форма расчетной области, когда входная, верхняя и нижняя границы образуют одну граничную область. При этом направление скорости набегающего потока на ней — всегда внутрь расчетной области. Для этого угол наклона верхней и нижней границ должен быть больше максимального угла атаки, который предполагается задавать при моделировании обтекания.
5. Построить топологию предполагаемой блочно-структурированной расчетной сетки. Выбор типа топологии зависит от геометрических особенностей профиля крыла (толщина, кривизна, форма задней кромки). Относительно универсальной является С-С-топология в плоскости X-Y (см. рисунок 13). В плоскости X-Z как правило используется С- (для расчёта одной консоли крыла с учетом симметрии) или О-топология (для расчёта полного крыла).

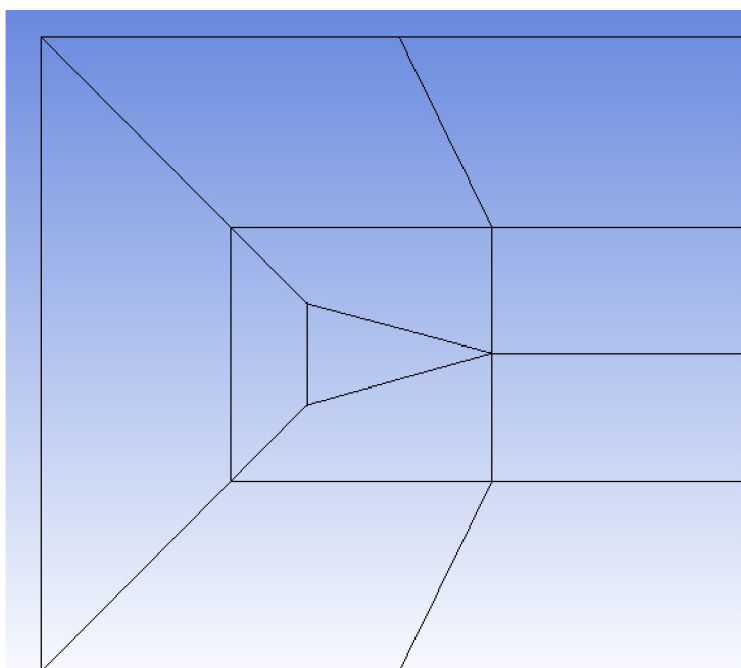


Рисунок 13 – С-С-топология в плоскости X-Y

6. На основании созданной топологии построить расчетную сетку, выбирая локальные размеры элементов исходя из следующих рекомендаций:

а) Размер ячейки в направлении вдоль хорды профиля: 0,1% хорды на передней кромке, 0,5% на основной части профиля, 0,125-0,15% хорды у задней кромки. Размер ячейки вдоль размах крыла выбирается исходя из ожидаемого распределения циркуляции по размаху – более мелкие ячейки в областях с быстрым изменением циркуляции (например, у конца крыла). Максимальный размер ячейки в направлении вдоль размаха крыла определяется ограничением на вытянутость ячейки на поверхности крыла (отношение максимального и минимального размеров, как правило, в пакетах ВГАД этот параметр носит название *Aspect Ratio*). Вытянутость поверхностной ячейки не должна превышать 10. Изменение размера ячеек при переходе от основной части профиля к окрестностям кромок должно происходить плавно, отношение размеров двух соседних ячеек должно быть не более 1,25.

б) В случае тупой задней кромки размер ячейки у задней кромки должен быть согласован с размером ячейки по толщине задней кромки. При этом по толщине задней кромки должно быть порядка 4-8 ячеек.

в) Размер пристеночной ячейки в направлении по нормали к поверхности профиля должен выбираться исходя из требований к безразмерному расстоянию от стенки y_+ для используемой модели турбулентности. Если предполагается использование низкорейнольдсовой модели турбулентности, то размер пристеночной ячейки должен соответствовать безразмерному расстоянию от стенки $y_+ \leq 2$ для всей поверхности крыла. Если предполагается использование высокорейнольдсовой модели, то размер пристеночной ячейки должен соответствовать $30 \leq y_+ \leq 500$ для всей поверхности крыла. При использовании низкорейнольдсовой модели турбулентности в пограничном слое должно быть не менее 20 ячеек, а при использовании высокорейнольдсовой модели — не менее 4...5 ячеек. Оценить толщину пограничного слоя δ и величину расстояния от стенки y_+ до проведения расчётов можно по следующим формулам (для пограничного слоя на плоской пластине):

$$\frac{\delta}{x} = 0,37 \left(\frac{\nu}{V_\infty x} \right)^{1/5}, \quad y_+ = \frac{y u_\tau}{\nu}, \quad \text{где } u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}, \quad \tau_w = c_F b \frac{\rho V_\infty^2}{2}, \quad c_F = 0,455 / (\lg \text{Re})^{2,58},$$

где число Рейнольдса как правило рассчитывается по хорде профиля b , т.е. $Re = \frac{V_{\infty} b}{\nu}$, ν – коэффициент кинематической вязкости (для воздуха при нормальных условиях $\nu \approx 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$).

г) Если размер ячеек увеличивается по мере удаления от поверхности крыла, то отношение размеров соседних ячеек не должно превышать 1,25. То же самое относится и к увеличению размеров ячеек в направлении потока в следе за крылом.

7. На основании построенной сетки создать расчётную модель в выбранном пакете ВГАД. Для этого необходимо:

а) Задать граничные условия. Для несжимаемого обтекания это, как правило, компоненты вектора скорости на входной границе ($V_x = V_{\infty} \cos \alpha$, $V_y = V_{\infty} \sin \alpha$) и среднее давление на выходной границе. Кроме граничных условий для параметров течения необходимо задать граничные условия и для параметров турбулентности. Как правило, они задаются в переменных «интенсивность – масштаб турбулентности». Характерные значения для спокойной атмосферы: интенсивность 1%, масштаб 1 мм. На выходной границе для параметров турбулентности обычно задаются т.н. «мягкие» граничные условия (нулевые градиенты вдоль линий тока).

б) Задать начальные условия. Для первого значения угла атаки в серии можно использовать в качестве начальных условий равномерное поле скорости. Для последующих значений в качестве начальных условий лучше использовать поле течения, полученное в расчете для предыдущего значения угла атаки.

в) Задать свойства газа в соответствии с условиями обтекания.

г) Задать параметры численного метода. Основным параметром является схема интерполяции для конвективных членов (иногда называемая разностной схемой). Для повышения точности расчётов необходимо использовать схему не ниже второго порядка.

д) Задать дополнительные критерии контроля сходимости итерационного процесса решения. Как правило, это значения аэродинамических сил и моментов, действующих на крыло. Основными критериями сходимости являются значения нормированных средневзвешенных невязок дискретных аналогов уравнений течения.

8. В ходе расчёта обтекания необходимо следить за поведением основных и дополнительных критериев сходимости из п. 7. Сошедшееся решение должно удовлетворять следующим критериям:

а) Значения сил и моментов, действующих на крыло, прекратили изменяться от итерации к итерации.

б) Невязки по всем переменным прекратили изменяться, и вышли на достаточно малые постоянные значения (возможны небольшие колебания относительно некоторого постоянного уровня).

в) установившиеся значения невязок, по крайней мере, на три порядка меньше их начальных значений на первых итерациях.

9. По завершении расчёта необходимо проверить адекватность полученных результатов выбранным моделям и допущениям. Так, если расчёт проводился в предположении несжимаемого обтекания, необходимо проверить значения местных скоростей и соответствующие им значения чисел Маха. Обязательно необходимо проверить распределение безразмерного расстояния от стенки y_+ . В случае несоответствия диапазона полученных значений диапазону применимости выбранной модели турбулентности, необходимо сменить модель турбулентности или перестроить расчётную сетку и повторить решение. По возможности рекомендуется также исследовать полученное решение на зависимость от расчетной сетки. Для этого надо построить последовательность как минимум из трёх сеток с заметно различающимся (как минимум в 1,1 раз, лучше – в 2 раза) характерным размером элемента (или числом элементов). Проведя расчеты на этих сетках нужно убедиться, что по мере измельчения сетки значения определяемых в расчете параметров меняются незначительно (характер изменения должен соответствовать асим-

птотическому стремлению к некоторому значению по мере измельчения сетки).

4.2 Учебный пример по расчёту аэродинамических характеристик крыла в модели идеального газа по методу дискретных вихрей

4.2.1 Примеры расчётов аэродинамических характеристик крыла методом дискретных вихрей

На основании раздела 2 разработана вычислительная программа по МДВ, которая позволяет рассчитывать распределённые и суммарные аэродинамические характеристики крыльев. Тестирование вычислительной программы выполнено путём сравнения результатов расчёта крыльев различной формы [5].

В алгоритме вычислительной программы СЛАУ (9) записана в следующем виде

$$\sum_{i=1}^m (w_{yij} + \Delta w_{yij}) \bar{\Gamma}_i^\alpha = -2\pi, \quad j = \overline{1, m} \quad (10)$$

где $w_{yij} = w_y(\xi_{0ij}, \zeta_{0ij}, \chi_\mu)$ – безразмерная скорость, вызванная косым подковообразным вихрем i в точке j ;

$\Delta w_{yij} = w_y(\xi_{0ij}, \Delta \zeta_{0ij}, \chi_\mu)$ – добавочная безразмерная скорость, возникающая в точке j от вихря, находящегося на левой половине несущей поверхности и симметричного вихрю i ;

ξ_{0ij}, ζ_{0ij} – координаты расчётной точки в системе координат с началом в середине присоединенного вихря;

χ_μ – угол стреловидности μ -го присоединенного вихря.

После решения СЛАУ (10) относительно $\bar{\Gamma}_i^\alpha$ основные суммарные характеристики изолированных несущих поверхностей определяются по следующим формулам:

– производная C_y^α , характеризующая наклон кривой коэффициента нормальной силы крыла по углу атаки $C_y = f(\alpha)$ при $\alpha = 0$

$$C_y^\alpha = \frac{\lambda}{N^2} \sum_{i=1}^m \bar{\Gamma}_i^\alpha \quad (11)$$

– производная коэффициента момента тангажа

$$m_z^\alpha = \frac{\lambda}{N^2} \sum_{i=1}^m \bar{\Gamma}_i^\alpha \frac{x_i}{b_A}, \quad (12)$$

– положение аэродинамического фокуса крыла по хорде

$$\bar{x}_F^{-\alpha} = -\frac{m_z^\alpha}{C_y^\alpha} \quad (13)$$

– производная коэффициента нормальной силы сечения

$$C_{y_{сеч}}^\alpha = \frac{1}{N} \frac{I}{b_{сеч}} \sum_{\mu=1}^n \bar{\Gamma}_i^\alpha, \quad (14)$$

– распределение безразмерной циркуляции по размаху

$$\bar{\Gamma}(\bar{z}) = \frac{C_{y_{сеч}}^\alpha b_{сеч}}{C_y^\alpha b_{ср}}, \quad (15)$$

где $\lambda = l^2/S$ – удлинение крыла;

l – размах крыла;

N – число полос на полуразмахе;

m – общее количество вихрей на полуразмахе;

x_i – координата середины i -го косоугольного подковообразного присоединенного вихря;

b_A – средняя аэродинамическая хорда крыла;

$b_{сеч}$ – хорда сечения крыла;

$b_{ср}$ – средняя геометрическая хорда крыла;

μ – номер присоединенного вихревого шнура;

n – число полос по хорде;

$C_{y\text{сеч}}^\alpha$ – производная коэффициента нормальной силы сечения крыла;

$\bar{z} = 2z/l$ – безразмерная аппликата вдоль размаха крыла.

Тестирование расчётных данных, полученных по разработанной вычислительной программе МДВ, основано на сравнении расчётных данных для нескольких трапециевидных крыльев. В таблицах 1 и 2 приводится сравнение расчётных данных для двух крыльев с одинаковыми удлинениями и углами стреловидности по передней кромке χ_0 , но разными сужениями η . В таблице 3 показано сравнение расчётных данных для прямоугольного крыла с удлинением 6. Данные таблиц 1-3 говорят о хорошей согласованности результатов расчёта. Результаты, полученные в разработанной вычислительной программе, следует считать более точными, поскольку использовалась более мелкая расчётная сетка. На рисунках 14-17 представлено сравнение расчётных данных с данными эксперимента по распределению безразмерной циркуляции по размаху крыльев различной формы. Можно отметить хорошее согласование расчётных и экспериментальных данных.

Таблица 1 – Расчётные значения производной коэффициента нормальной силы по углу атаки для двух крыльев с одинаковым удлинением и углом стреловидности

Крыло	C_y^α , сетка 12×4 [5]	C_y^α , сетка 200×20	Относительная погрешность, %
$\lambda = 10; \eta = 1,0; \chi_0 = 0,17^\circ$	4,951608	4,842948	2,24
$\lambda = 10; \eta = 2,0; \chi_0 = 0,17^\circ$	5,069728	4,983007	1,74

Таблица 2 – Расчётные значения производной коэффициента нормальной силы по углу атаки для двух крыльев с одинаковым удлинением и углом стреловидности

Крыло	C_y^α , [2]	C_y^α , сетка 200×20	Относительная погрешность, %
$\lambda = 10; \eta = 1,0; \chi_0 = 0$	4,9619	4,8429	2,4
$\lambda = 10; \eta = 2,0; \chi_0 = 0$	5,0824	4,9830	2,0

Таблица 3 – Расчётные значения аэродинамических характеристик для прямоугольного крыла с удлинением 6

Крыло	C_y^α	m_z^α	\bar{x}_F^α	Сетка
$\lambda = 10; \eta = 1,0; \chi_0 = 0$	4,218	-0,018	0,239	192×20
данные [6]	4,339	–	0,242	–
Относительная погрешность, %	2,8	–	1,2	–

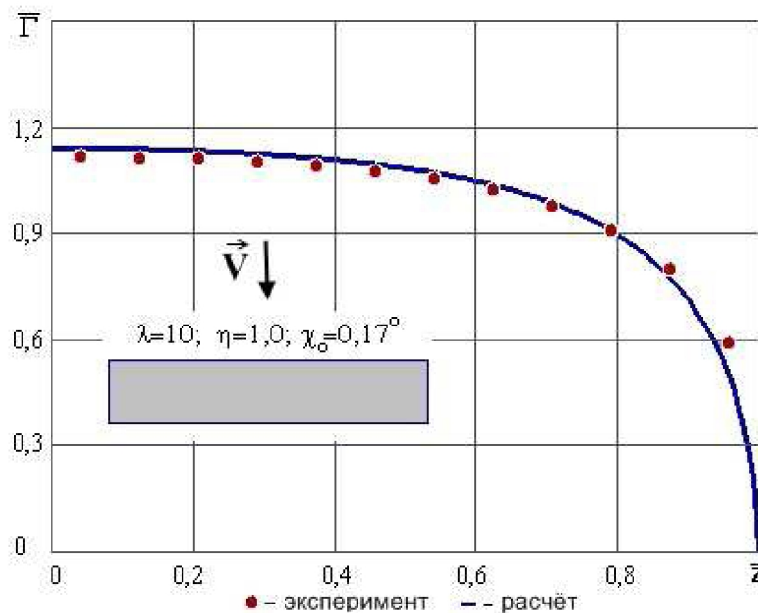


Рисунок 14 – Сравнение расчётных и экспериментальных значений безразмерной циркуляции по размаху прямоугольного крыла

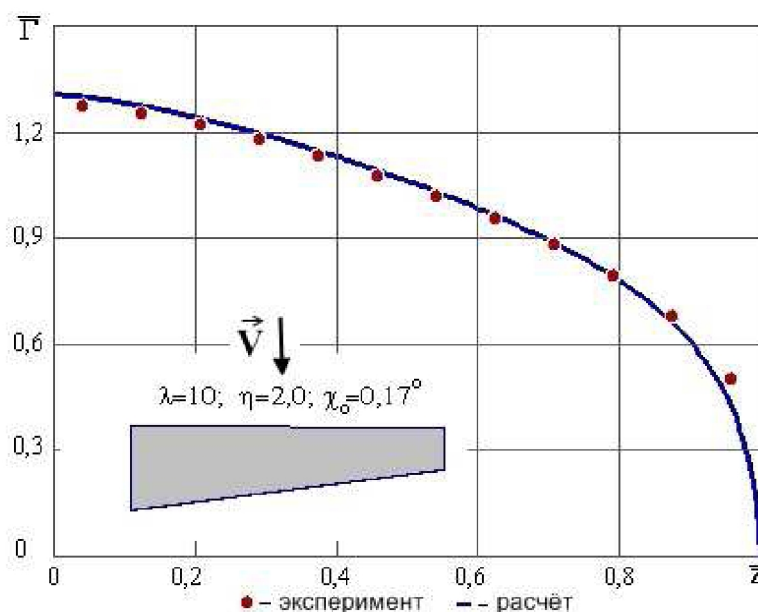


Рисунок 15 – Сравнение расчётных и экспериментальных значений безразмерной циркуляции по размаху трапециевидного крыла с сужением равным 2

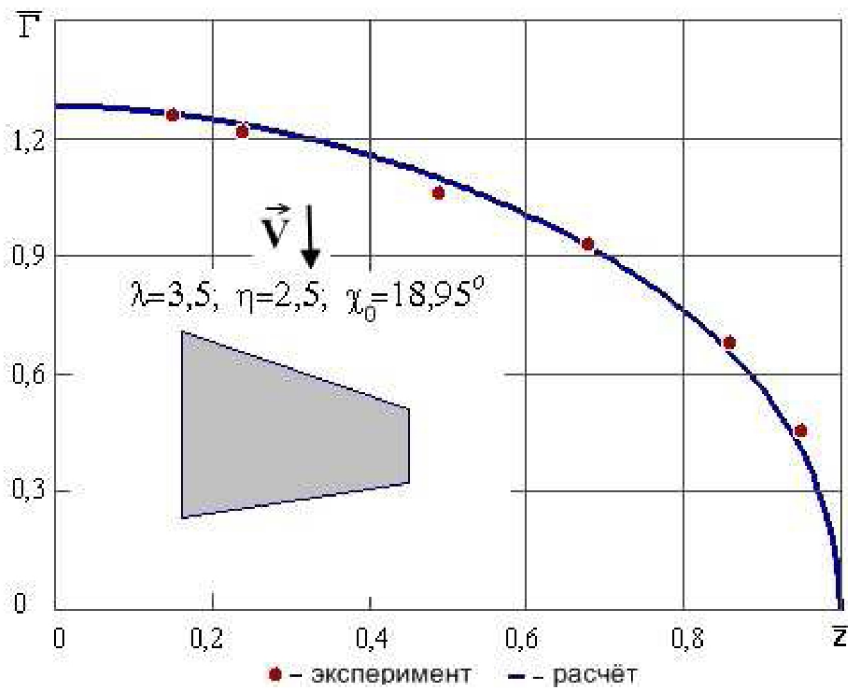


Рисунок 16 – Сравнение расчётных и экспериментальных значений безразмерной циркуляции по размаху трапециевидного крыла

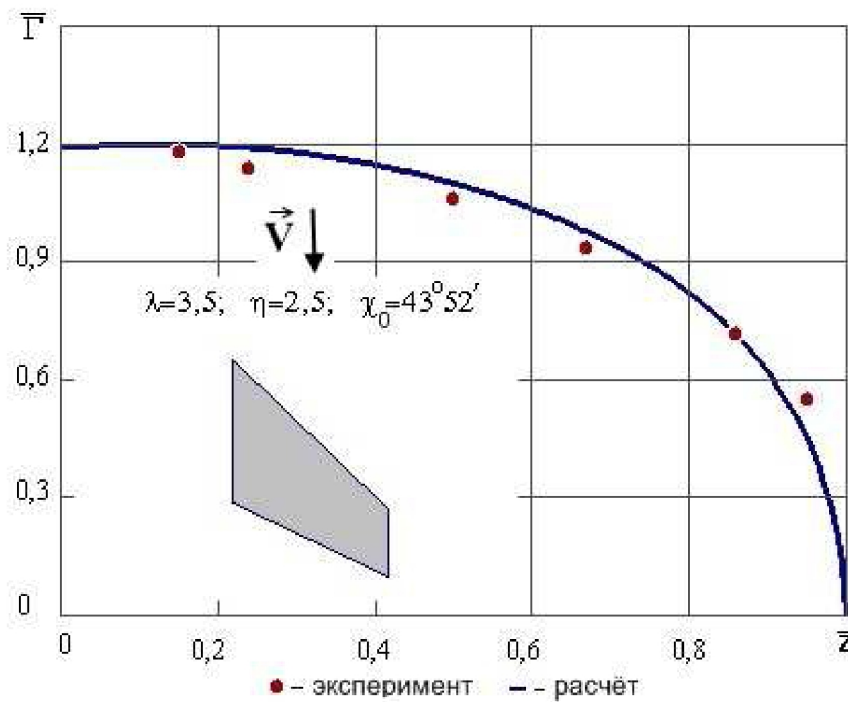


Рисунок 17 – Сравнение расчётных и экспериментальных значений безразмерной циркуляции по размаху стреловидного крыла

4.2.2 Повышение точности расчётов аэродинамических характеристик крыла в методе дискретных вихрей

Хотя из предыдущего пункта следует, что МДВ позволяет получать достаточно точные результаты, но поскольку этот метод является числен-

ным, то вопрос какую расчётную сетку применить для достижения заданной точности является открытым. Здесь предлагается простой метод экстраполяции «по Ричардсону» для повышения точности расчёта МДВ. Метод назван таким образом, поскольку главная идея этого метода принадлежит Ричардсону и состоит в получении более точных результатов расчёта за счёт двукратных расчётов на грубых сетках. Эта идея повышения точности в МДВ обсуждалась в работах [7, 8]. Повышение точности достигается за счет использования двух расчётов на сетках с разными количествами дискретных вихрей (панелей). Предлагаемый метод приводит к существенному снижению времени расчёта в задачах аэродинамического проектирования.

В работе [7] было предложено проводить расчёт аэродинамических характеристик крыла при двух достаточно больших значениях $N = n \times m$ (здесь за N обозначено общее количество панелей, n – количество полос на полуразмахе; m – количество панелей по хорде) и затем проводить линейную экстраполяцию на значение $1/N = 0$. Значение расчётной характеристики, получаемое при этой процедуре, соответствует случаю $N \rightarrow \infty$, т.е. когда на крыле располагается бесконечное число вихрей. Развитие вычислительной техники, соответствующее времени написания работы [7], продиктовало выбор значений $N = 16$ и $N = 20$ для последующей экстраполяции. В работе [7] использовалась прямоугольная сетка $n \times m$. В работе [8] этот приём проанализирован для квадратной сетки $n \times n$. Использование квадратной сетки объясняется желанием одновременного расчёта нелинейных характеристик крыла во время решения линейной задачи МДВ. Строгое доказательство сходимости МДВ с использованием квадратной сетки для расчёта нелинейных характеристик крыла по методу Polhamus'a [9] приводится в работе [10]. Применение этого метода анализируется в работах [11, 12] для расчёта аэродинамических характеристик крыльев различной формы в плане.

Приведём основные результаты по повышению точности в МДВ. На рисунках 18 и 19, а также в таблицах 4 и 5 приведены результаты расчёта производных коэффициентов нормальной силы C_y^α и момента тангажа m_z^α по

углу атаки. Расчёт проводился для прямоугольного крыла ($\lambda = 5$ – рисунок 18 и таблица 4; $\lambda = 1$ – рисунок 19 и таблица 5).

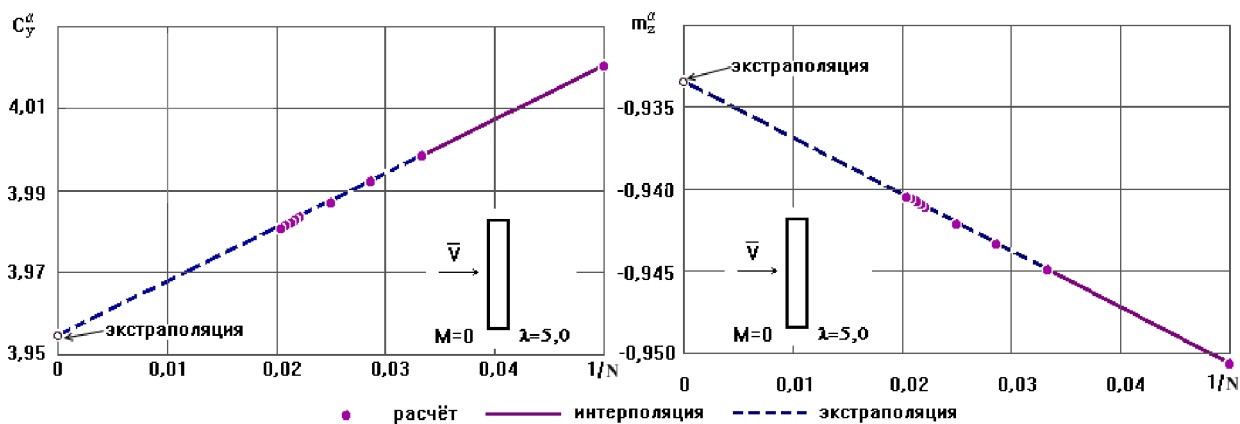


Рисунок 18 – Зависимость аэродинамических характеристик в МДВ от количества панелей

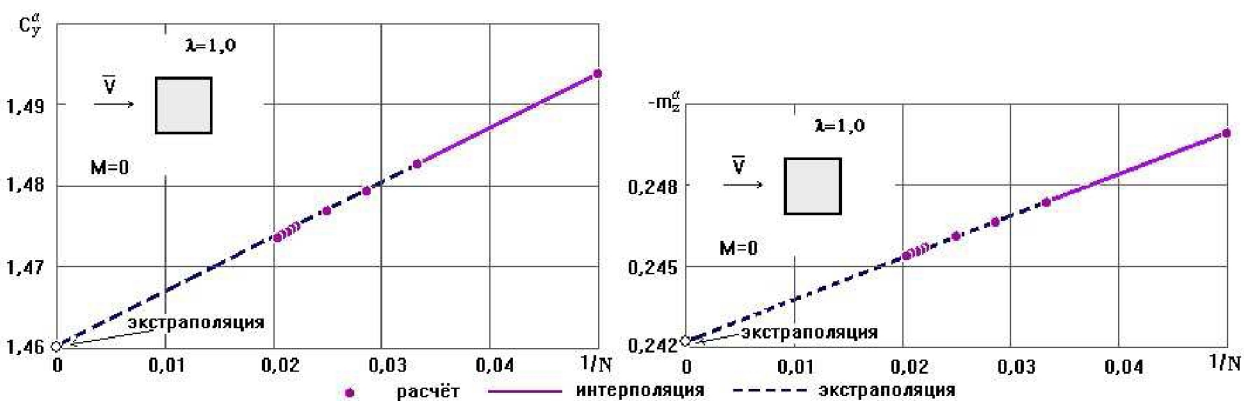


Рисунок 19 – Зависимость аэродинамических характеристик в МДВ от количества панелей

Таблица 4 – Зависимость аэродинамических характеристик крыла с удлинением $\lambda = 5$ от количества панелей

N	$1/N$	C_y^α		m_z^α	
ист-к [13, 2]	–	4,0618	2,70%	-0,9637	3,24%
20	0,0500	4,02033	1,65%	-0,95065	1,84%
30	0,0333	3,99851	1,10%	-0,94492	1,23%
35	0,0286	3,99220	0,94%	-0,94332	1,06%
40	0,0250	3,98732	0,82%	-0,94206	0,92%
45	0,0222	3,98354	0,72%	-0,94108	0,82%
46	0,0217	3,98287	0,71%	-0,94091	0,80%
47	0,0213	3,98223	0,69%	-0,94074	0,78%
48	0,0208	3,98161	0,68%	-0,94057	0,76%
49	0,0204	3,98102	0,66%	-0,94045	0,75%
∞	0	3,95489	0%	-0,93346	0%
[7] $^\infty$	0	3,96	0,13%	–	–

Таблица 5 – Зависимость аэродинамических характеристик крыла с удлинением $\lambda = 1$ от количества панелей

N	$1/N$	C_y^α		m_z^α		K_S		$K_{S_{mz}}$	
[13, 2]	–	1,5149	3,74%	-0,2617	7,60%	–		–	
20	0,0500	1,49389	2,30%	-0,25096	3,18%	2,87401	1,31%	-1,28169	3,57%
30	0,0333	1,48270	1,53%	-0,24838	2,12%	2,88674	0,87%	-1,26698	2,38%
35	0,0286	1,47945	1,31%	-0,24763	1,81%	2,89039	0,75%	-1,26262	2,02%
40	0,0250	1,47701	1,14%	-0,24712	1,60%	2,89323	0,65%	-1,25935	1,76%
45	0,0222	1,47509	1,01%	-0,24672	1,44%	2,89542	0,58%	-1,25677	1,76%
46	0,0217	1,47475	0,99%	-0,24660	1,39%	2,89578	0,56%	-1,25630	1,55%
47	0,0213	1,47443	0,97%	-0,24654	1,37%	2,89613	0,52%	-1,25586	1,46%
48	0,0208	1,47406	0,94%	-0,24649	1,34%	2,89626	0,55%	-1,25531	1,43%
49	0,0204	1,47376	0,92%	-0,24643	1,32%	2,89650	0,54%	-1,25488	1,40%
∞	0	1,46031	0%	-0,24322	0%	2,91220	0%	-1,23756	0%

На рисунках 18 и 19 сплошной линией (малиновый цвет) обозначена линейная интерполяция, выполненная по значениям аэродинамических характеристик для значений $N=20$ и $N=30$. Штриховая линия (синий цвет) обозначает линейную экстраполяцию, выполненную по значениям функций при $N=30$ и $N=35$. Значком «○» обозначены значения аэродинамических характеристик, полученные на основании линейной экстраполяции функции на значение аргумента, соответствующего величине $1/N=0$. В таблицах 4 и 5 величины аэродинамических производных, рассчитанные при различных значениях N , сравниваются с величинами тех же производных, полученных экстраполяцией на значение $1/N=0$ (значения выделены жирным шрифтом, которые использовались в линейных интерполяции и экстраполяции). Из таблицы 4 следует, что для обеспечения точности расчёта, соответствующей относительной погрешности менее 1%, требуется сетка с $N=40$, что в задачах оптимизации приведёт к большим затратам компьютерного времени. Отметим также, что значения производных C_y^α и m_z^α рассчитаны в работах [13, 2] с точностью 2,7% и 3,24%, соответственно. Значения производной C_y^α , полученные в работе [7] путём аналогичной экстраполяции, близки к рассчитанным значениям (относительная погрешность составляет всего лишь 0,13%). Поскольку предлагаемый метод повышения точности не имеет стро-

того математического обоснования, то для уверенности в правильности экстраполяции необходимо провести предварительные расчёты в интересующем диапазоне изменения геометрических характеристик крыла. На рисунке 19 и в таблице 5 приводятся результаты расчёта для прямоугольного крыла с удлинением, равным 1,0. В таблице 5 кроме производных C_y^α и m_z^α показаны значения коэффициентов нелинейных составляющих нормальной силы K_S и момента тангажа $K_{S_{mz}}$, рассчитанных по методу аналогии с подсосывающей силой [9-12].

Из рисунков 18 и 19 видно, что все промежуточные значения аэродинамических характеристик, полученные из диапазона $N \in [36, 49]$, практически ложатся на прямые линии экстраполяции, которые в свою очередь почти совпадают с линиями интерполяции.

Из таблицы 5 следует, что для достижения точности, соответствующей 1% для величины C_y^α , требуется сетка с $N = 46$. Точность в 1% для коэффициента K_S обеспечивает сетка с $N = 30$. Для обеспечения точности в 1% величин, связанных с моментом тангажа ($m_z^\alpha, K_{S_{mz}}$), требуется сетка с $N > 49$. Данные таблицы 5 показывают, что значения величин C_y^α и m_z^α для крыла с $\lambda = 1,0$ рассчитаны в работах [13, 2] с точностью 3,74% и 7,6%, соответственно. Таким образом, для достижения одной и той же точности расчёта для крыльев малого удлинения требуется большее количество вихрей, чем для крыльев больших удлинений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработаны методики расчёта аэродинамических характеристик крыльев летательных аппаратов по моделям идеального и вязкого газа.

Для модели идеального газа разработано собственное программное обеспечение, а для модели вязкого газа использован вычислительный пакет Star-CD с генерацией расчётной сетки в пакете ANSYS ICEM CFD.

Даны практические рекомендации по выбору тех или иных параметров генерируемых расчётных сеток и управляющих параметров.

Описаны основные этапы задания условий расчётов (начальные и граничные условия и т.д.).

При изложении методологий численного моделирования обтекания крыла использован опыт, накопленный на кафедре аэрогидродинамики СГАУ.

Разработан учебный пример расчёта аэродинамических характеристик крыла разработанными методиками и проведён анализ полученных расчётных данных. Показана точность математического моделирования аэродинамических характеристик крыльев.

Для практического использования написано учебное пособие по расчёту аэродинамических характеристик крыльев летательных аппаратов по моделям идеального и вязкого газа.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Расчёт аэродинамических профилей по моделям идеальной и вязкой жидкости: метод. указания [Электронный ресурс] /сост. А.С. Ляскин, В. А. Фролов.– Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2011. – 27 с.: 9 ил.
- 2 Белоцерковский, С.М. Аэродинамические производные летательного аппарата и крыла при дозвуковых скоростях [Текст] / С.М. Белоцерковский, Б.К Скрипач. – М.: Наука, 1975. – 424 с.
- 3 *Applin, Zachary T.* Pressure Distributions From Subsonic Tests of a NASA 0012 Semispan Wing Model [Text] /*Zachary T. Applin* //NASA Technical Memorandum 110148, Hampton, Virginia, 1995. – 174 p.
- 4 *Jacobs, E. N.* The Characteristics of 78 Related Airfoil Sections from Tests in the Variable-Density Wind Tunnel [Text] /*E. N. Jacobs, K. E. Ward, R. M. Pinkerton* //NASA Report No. 460, 1933.
- 5 *Калинин, А. И.* Суммарные и распределённые аэродинамические характеристики изолированных поверхностей при малых дозвуковых скоростях [Текст] /*А.И. Калинин* //Труды ЦАГИ, вып. 1503, М.: Издательский отдел ЦАГИ, 1973. – 354 с.
- 6 Белоцерковский, С.М. Тонкая несущая поверхность в дозвуковом потоке газа [Текст] / С.М. Белоцерковский. – М.: Наука, 1965. – 242 с.
- 7 *Владимирова, Н. А.* Расчёт и некоторые результаты расчётных исследований крыльев с концевыми несущими поверхностями при дозвуковых скоростях потока [Текст] /*Н. А. Владимирова* //Труды ЦАГИ, вып. 2170. – М.: ЦАГИ, 1982. – С.3-16.
- 8 *Фролов, В. А.* Повышение точности расчёта в методе дискретных вихрей для крыльев и комбинаций «фюзеляж-крыло» [Текст] /*В.А. Фролов* //Управление движением и навигация летат. аппаратов. Сб. тр. VII Всерос. науч.-техн. семинара по управлению движением и навигации летат. аппаратов (Самара, 20-22 июня 1995 г.), часть II. – Самара, 1996. – С.60-63.

9 *Polhamus, E. C.* Prediction of Vortex-Lift Characteristics by a Leading Edge Suction Analogy [Text] /*E. C. Polhamus* //Journal of Aircraft, vol.8, no.4, 1971. – P. 193-199.

10 *Глушков, Н. Н.* К расчёту нелинейной составляющей подъёмной силы крыла при дозвуковых скоростях [Текст] /*Н. Н. Глушков, А. К. Гончарук* //Труды ЦАГИ, вып. 1985. – М.: ЦАГИ, 1979. – С.3-14.

11 *Фролов, В. А.* Применение методов Польхамуса и дискретных вихрей для расчёта нелинейных характеристик треугольных крыльев и крыльев с наплывом [Текст] /*В.А. Фролов* //Тр. XXV Чтений, посвящённых разработке научн. наследия и развитию идей К. Э. Циолковского (Калуга, 11-14 сентября 1990 г.). Секция «Авиация и воздухоплавание», Вопросы аэродинамики и динамики летат. аппаратов в свете идей К. Э. Циолковского. – М.: ИИЕТ АН СССР, 1991. – С.14-19.

12 *Фролов, В. А.* Расчёт нелинейных аэродинамических характеристик крыльев произвольной формы в плане с помощью методов Польхамуса и дискретных вихрей [Текст] /*В.А. Фролов* //Управление движением и навигация летательных аппаратов. Сб. тр. VII Всерос. научн.-техн. семинара по управлению движением и навигации летат. аппаратов (Самара, 20-22 июня 1995 г.), часть II. – Самара, 1996. – С.60-63.

13 *Белоцерковский, С. М.* Крыло в нестационарном потоке газа [Текст] /*С. М. Белоцерковский, Б. К. Скрипач, В. Г. Табачников.* – М.: Наука, 1971. – 768 с.