

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА»

Г. М. МАКАРЬЯНЦ

РАСЧЁТ ТРУБОПРОВОДНЫХ
ЭЛЕМЕНТОВ ГИДРОПРИВОДА
С ПОМОЩЬЮ САЕ СИСТЕМ

*Утверждено Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия*

САМАРА
Издательство СГАУ
2006

УДК 621.226 (075)

ББК 34.447

М 153



**Инновационная образовательная программа
"Развитие центра компетенции и подготовка
специалистов мирового уровня в области аэро-
космических и геоинформационных технологий"**

Рецензенты: д-р техн. наук, проф. В. И. С а н ч у г о в

д-р техн. наук, проф. В. Н. М а т в е е в

Макарьянц Г.М.

М 153

Расчёт трубопроводных элементов гидропривода с помощью CAE систем: учеб. пособие / Г.М. Макарьянц. – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2006. – 79 с. : ил.

ISBN 5-7883-0436-9

Изложены общие сведения о трубопроводных элементах гидропривода. Рассмотрены вопросы моделирования работы трубопроводной системы гидропривода под действием периодического силового возмущения с помощью CAE-системы ANSYS. Приведена математическая модель расчёта полей распределения давления рабочей жидкости в трубопроводе, напряжений, возникающих в материале его стенки, её вибрации. Рассмотрены основные уравнения движения рабочей жидкости и стенки трубопровода в дифференциальной форме, а также их конечно-элементная дискретизация. Для практического освоения материала в пособии даны контрольные вопросы.

Учебное пособие рекомендуется для студентов специальностей, учебный план которых включает курсы «Акустика пневмо- и гидромашин», «CAE-системы», «Основы метода конечных элементов».

УДК 621.226 (075)

ББК 34.447

ISBN 5-7883-0436-9

© Макарьянц Г. М., 2006

© Самарский государственный

аэрокосмический университет, 2006

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
1. Общие сведения о гидроприводах	6
1.1 Основные понятия и определения	6
1.2 Классификация гидроприводов.....	8
1.3 Способы регулирования гидроприводов.....	10
1.4. Принципиальные схемы гидроприводов.....	11
2. Основные элементы гидропривода	15
2.1 Классификация элементов гидропривода	15
2.2 Трубопроводные элементы гидропривода	16
2.2.1 Особенности трубопроводных систем гидропривода.....	16
2.2.2 Классификация трубопроводов	17
2.2.3 Классификация основных видов нагрузок, испытываемых трубопроводами	19
2.2.4 Соединения трубопроводов	21
2.2.5 Задача виброакустического взаимодействия в трубопроводных системах.....	31
3. Математическая модель задачи виброакустического взаимодействия в трубопроводных системах.....	32
3.1 Уравнения движения трубопроводной системы в дифференциальной форме	32
3.2 Применение метода конечных элементов к решению задачи виброакустического взаимодействия	43
4. Основные этапы конечно-элементного моделирования в программном комплексе ANSYS.....	51
4.1 Типы конечных элементов, использующихся при моделировании	51
4.2 Технология моделирования.....	55
4.3 Анализ результатов моделирования	57
5. Контрольные задачи и вопросы	62
Глоссарий	65
Приложение 1. Вид базисных функций конечных элементов	68
Приложение 2. Пример программы расчёта напряжённо-деформированного состояния трубопровода	73
Список используемых источников.....	78

Введение

При разработке гидропривода особое внимание обращается на работу трубопроводных систем, так как они подвержены воздействию значительных уровней статических нагрузок, вибрации и пульсаций давления рабочей жидкости. Поэтому работоспособность трубопроводных систем играет значительную роль в обеспечении необходимого ресурса и надёжности создаваемой техники.

При эксплуатации трубопроводные системы испытывают разнообразные нагрузки. Одним из основных видов нагрузок, значительно снижающих работоспособность трубопроводных систем являются динамические нагрузки. К ним относятся гидравлические удары, пульсации давления жидкости от нагнетательных устройств, внешние вибрации. Особое место среди этих нагрузок имеют вибрации трубопровода под действием пульсаций рабочей среды и, наоборот, колебания жидкости при вибрационном возбуждении стенок трубопровода.

Аналитическое решение уравнений, описывающих колебания трубопроводных систем, практически невозможно из-за сложности формы исследуемых конструкций, многообразия граничных условий решаемой задачи, необходимости многократного повторения расчётов при любых изменениях схемы и режимов работы. Поэтому для получения полной достоверной картины взаимного возбуждения трубопроводных систем пульсациями жидкости и вибрациями стенок трубопроводов требуется применение современных численных методов расчёта.

В настоящее время на рынке программных средств инженерного анализа имеется достаточно много коммерческих универсальных программ, реализующих различные численные методы (в том числе метод конечных элементов). Среди них можно отметить ANSYS, MSC/NASTRAN, ABAQUS, ALGOR, StarCD и другие. Наиболее эффективным методом численного анализа динамики

напряжённо-деформированного состояния сложных трубопроводных систем является метод конечных элементов.

В качестве средства моделирования был выбран комплекс ANSYS. Программный комплекс ANSYS принят в качестве основной CAE системы на факультете «Двигатели летательных аппаратов» Самарского государственного аэрокосмического университета. Следует отметить, что программный комплекс ANSYS сертифицирован в соответствии со многими международными стандартами и сертификатами (ISO – 9000; ISO – 9001; British Standards BS – 5750; NAFEMS QA Certification; ASME № 45.2; Federal Aviation Agency NUREG/CR – 4640).

1. Общие сведения о гидроприводах

1.1 Основные понятия и определения

Гидроприводом называется совокупность гидромашин, гидроаппаратуры, гидролиний (трубопроводов) и вспомогательных устройств, предназначенных для передачи энергии и преобразования энергии посредством жидкости.

К числу гидромашин относятся насосы и гидродвигатели, которых может быть несколько. Гидроаппаратура – это устройства управления гидроприводом, при помощи которых он регулируется, а также средства защиты его от чрезмерно высоких и низких давлений жидкости. К гидроаппаратуре относятся дроссели, клапаны разного назначения и гидрораспределители – устройства для изменения потока жидкости. Вспомогательными устройствами служат так называемые кондиционеры рабочей жидкости, обеспечивающие её качество и состояние. Это различные отделители твёрдых частиц, в том числе фильтры, теплообменники, гидробаки, а также гидроаккумуляторы. Все перечисленные элементы связаны между собой гидролиниями, по которым движется рабочая жидкость.

Принцип действия гидропривода основан на малой сжимаемости капельных жидкостей и передаче давления в них по закону Паскаля [1]. Рассмотрим простейший гидропривод (рисунок 1.1). Два цилиндра 1 и 2 заполнены жидкостью и соединены между собой трубопроводом. Поршень цилиндра 1 под действием силы F_1 перемещается вниз, вытесняя жидкость в цилиндр 2. Поршень цилиндра 2 при этом перемещается вверх и преодолевает нагрузку (силу) F_2 .

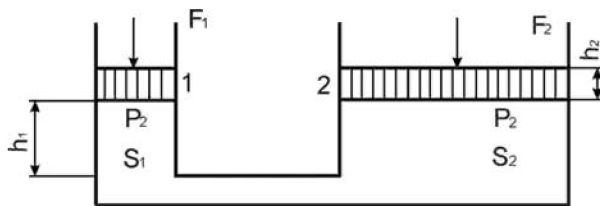


Рисунок 1.1 – Схема простейшего гидропривода

Если пренебрегать потерями давления в системе и волновыми эффектами в жидкости, то по закону Паскаля давление в цилиндрах 1 и 2 будет одинаковым и равным

$$p = \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2},$$

где S_1 и S_2 – площади поршней цилиндров 1 и 2 (рисунок 1.1). В силу неучёта сжимаемости жидкости можно записать:

$$h_1 \cdot S_1 = h_2 \cdot S_2$$

или

$$v_1 \cdot S_1 = v_2 \cdot S_2.$$

Мощность, затрачиваемая на перемещение поршня в цилиндре 1, выражается соотношением

$$N = F_1 \cdot v_1 = p_1 \cdot S_1 \cdot v_1.$$

Так как величина $S_1 \cdot V_1$ является расходом жидкости Q , то условие передачи энергии можно представить в виде

$$F_1 \cdot v_1 = p \cdot Q = F_2 \cdot v_2,$$

где pQ – мощность потока жидкости, F_2v_2 – мощность, развиваемая поршнем гидроцилиндра 2, то есть работа выходного звена системы, отнесённая к единице времени.

1.2 Классификация гидроприводов

Каждый гидропривод содержит источник энергии, то есть жидкости под давлением. По виду источника энергии гидроприводы разделяют на три типа [1].

Насосный гидропривод – гидропривод, в котором рабочая жидкость подаётся в гидродвигатель насосом, входящим в состав этого гидропривода. Он применяется наиболее широко. По характеру циркуляции рабочей жидкости насосные гидроприводы разделяют на гидроприводы с замкнутой циркуляцией жидкости (жидкость от гидродвигателя поступает во всасывающую гидролинию насоса) и гидроприводы с разомкнутой циркуляцией жидкости (жидкость от гидродвигателя поступает в гидробак).

Термин насосный гидропривод включает понятие гидропередача. Это часть насосного гидропривода, состоящая из насоса, гидродвигателя и связывающих их гидролиний. Гидропередача – это силовая часть гидропривода, через которую протекает основной поток энергии.

Для привода насоса в насосном гидроприводе могут быть использованы различные двигатели. В связи с этим в зависимости от типа этого двигателя различают электрогидропривод, турбогидропривод, дизельгидропривод, мотогидропривод и т.д.

Аккумуляторный гидропривод – гидропривод, в котором рабочая жидкость подаётся в гидродвигатель от предварительно заряженного гидроаккумулятора. Такие гидроприводы используют в системах с кратковременным рабочим циклом или с ограниченным числом циклов.

Магистральный гидропривод – гидропривод, в котором рабочая жидкость поступает в гидродвигатель из гидромагистрали. Напор рабочей жидкости в гидромагистрали создаётся насосной станцией, состоящей из одного или нескольких насосов и питающей несколько гидроприводов (централизованная система питания).

По характеру движения выходного звена различают следующие гидроприводы [1, 2].

Поступательного движения – с возвратно-поступательным движением выходного звена и с гидродвигателями в виде гидроцилиндров.

Поворотного движения – с возвратно-поворотным движением выходного звена на угол менее 360° и с поворотными гидродвигателями.

Вращательного движения – с вращательным движением выходного звена и с гидродвигателями в виде гидромоторов.

Схема классификации гидроприводов представлена на рисунке 1.2.

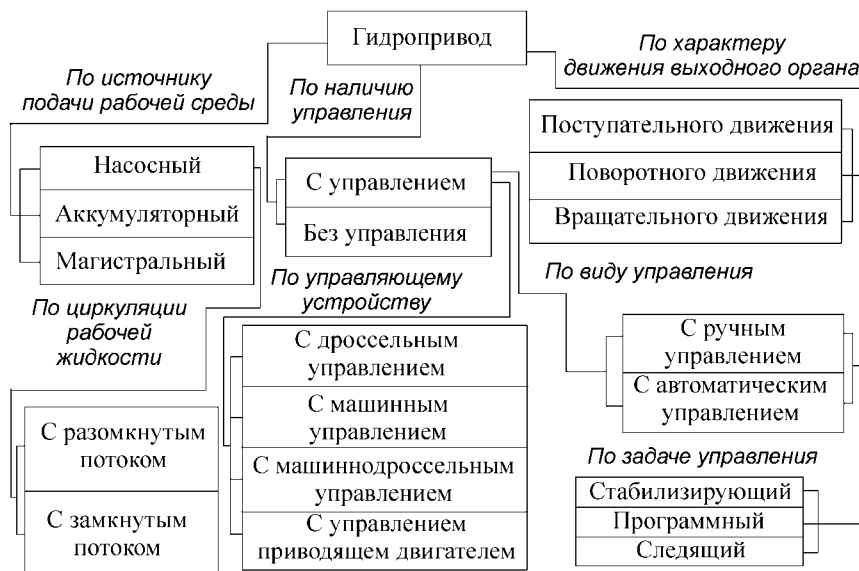


Рисунок 1.2 – Схема классификации гидроприводов

1.3 Способы регулирования гидроприводов

Если в гидроприводе отсутствует устройство для изменения скорости выходного звена, то такой гидропривод является нерегулируемым. Гидропривод, в котором скорость выходного звена можно изменять по заданному закону, является регулируемым.

Применяются два способа регулирования скорости выходного звена гидроприводов [1].

Дроссельное регулирование, т.е. регулирование скорости дросселированием потока рабочей жидкости и отводом части потока через дроссель или клапан, минуя гидродвигатель.

Объемное регулирование, т.е. регулирование скорости изменением рабочего объема насоса или гидродвигателя, или того и другого.

Если в гидроприводе скорость регулируется одновременно двумя рассмотренными способами, то такое регулирование называется объемно–дроссельным.

В некоторых случаях в насосном гидроприводе скорость выходного звена регулируется изменением скорости приводного двигателя. Такое регулирование называется регулированием приводящим двигателем.

Регулирование гидропривода может быть ручным, автоматическим и программным.

Если в гидроприводе скорость выходного звена поддерживается постоянной при изменении внешних воздействий, то такой гидропривод называется стабилизированным.

Следящим гидроприводом называется такой регулируемый гидропривод, в котором выходное звено повторяет движение звена управления.

Регулируемые гидроприводы широко используются в качестве приводов станков, прокатных станов, прессового и литейного оборудования, дорожных и строительных машин и т.д. Такое широкое

применение объясняется рядом преимуществ (по сравнению с механическими и электрическими передачами), к которым относятся:

- бесступенчатое регулирование передаточного числа в широком диапазоне и возможность создания больших передаточных отношений;
- малая удельная масса, т.е. масса гидропривода, отнесенная к передаваемой мощности (0,2...0,3 кг на 1 кВт);
- возможность простого и надежного предохранения приводящего двигателя от перегрузок;
- малая инерционность вращающихся частей, обеспечивающая быструю смену режимов работы (пуск, разгон, реверс, остановка);
- простота преобразования вращательного движения в возвратно-поступательное;
- возможность расположения гидродвигателя на удалении от источника энергии и свобода компоновки.

К недостаткам гидропривода относят:

- КПД гидропривода меньше, чем КПД механических и электрических передач, и, кроме того, он снижается в процессе регулирования;
- условия эксплуатации гидропривода (температуры) влияют на его характеристики;
- КПД гидропривода несколько снижается по мере выработки его ресурса из-за увеличения зазоров и возрастания утечек жидкости (падение объемного КПД);
- чувствительность к загрязнению рабочей жидкости и необходимость достаточно высокой культуры обслуживания.

1.4. Принципиальные схемы гидроприводов

На рисунке 1.3 приведены три принципиальные схемы, соответствующие трем классом гидроприводов, которые различаются характером движения выходного звена. Насос засасывает жидкость

из бака и нагнетает ее в гидродвигатель через распределитель. Из гидродвигателя жидкость движется через другой канал распределителя и сливается в бак. Предохранительный канал отрегулирован на предельное допустимое давление и предохраняет систему гидропривода с приводящим двигателем от перегрузок.

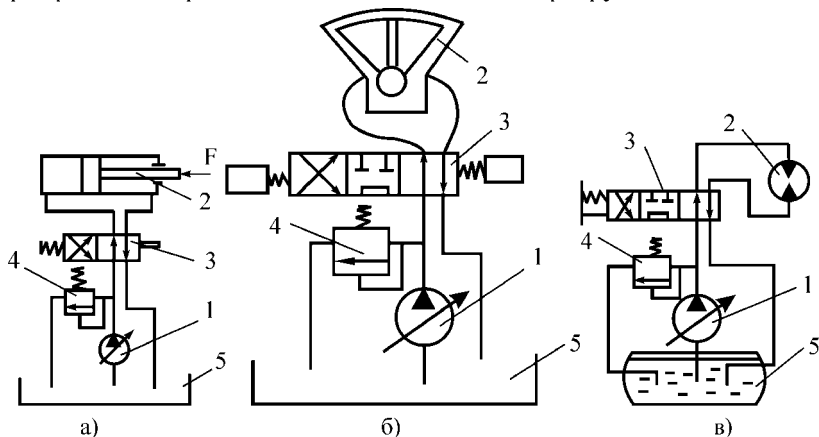


Рисунок 1.3 – Принципиальные схемы гидроприводов:

а) поступательного движения; б) поворотного движения; в) вращательного движения; 1 – регулируемый насос; 2 – гидродвигатели; 3 – гидрораспределитель (на схеме а) – двухпозиционный с управлением от кулачка и с пружинным возвратом; б) – трёхпозиционный с управлением от электромагнитов; в) – трёхпозиционный с ручным управлением); 4 – предохранительный клапан; 5 – бак

Для улучшения условий всасывания жидкости из бака и предотвращения кавитации в насосе в гидроприводе вращательного движения (рисунок 1.3 в) применён бак с наддувом, т.е. с давлением газа над поверхностью жидкости выше атмосферного.

Изменение направления движения выходного звена гидродвигателя (реверсирование) осуществляется изменением позиции распределителя, а регулирования скорости этого движения – увеличением или уменьшением рабочего объема насоса.

На рисунке 1.3 показаны принципиальные схемы гидроприводов с разомкнутой циркуляцией жидкости. Разрыв циркуляции

происходит в баке, при этом исключается возможность реверсирования гидродвигателей путем изменения направления подачи насоса (реверса подачи). Для этой цели обязательно применение распределителей.

На рисунке 1.4 показана схема гидропривода вращательного движения с замкнутой циркуляцией жидкости.

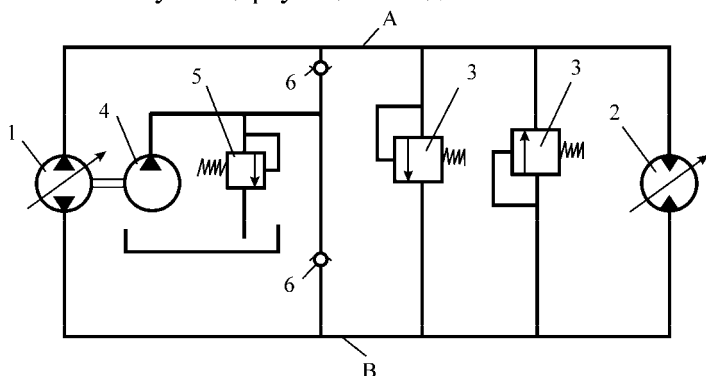


Рисунок 1.4 – Схема гидропривода с замкнутой циркуляцией жидкости:

1 – регулируемый насос с реверсом подачи; 2 – регулируемый гидромотор с реверсом вращения; 3 – предохранительные клапаны (защищающие гидролинии а и б от чрезмерно высоких давлений, т.к. каждая из них может оказаться напарной); 4 – вспомогательный насос системы подпитки; 5 – переливной клапан системы подпитки; 6 – обратные клапаны (предохраняющие гидролинии а и б от чрезмерно низких давлений, в целях избежания кавитации в насосе)

На рисунках 1.3 и 1.4 изображены схемы гидроприводов раздельного исполнения, т.е. такие, в которых гидродвигатели расположены на расстоянии от насоса и соединены с ним трубопроводом. Это расстояние может измеряться метрами и даже десятками метров. Часто, особенно в самоходных машинах (тракторы, строительные, дорожные сельскохозяйственные машины), а последнее время и в авиационной технике, применяют гидроприводы в нераздельном исполнении. В них насос, гидромоторы и гидроаппаратура расположены в общем корпусе и образуют компактную гидротрансмиссию, способную бесступенчато изменять частоту враще-

ния ведомого вала и удобную для автоматизации управление приводной машины. В таких трансмиссиях, заменяющих ступенчатые коробки передач, как правило, используются регулируемые аксиально-поршневые гидромашины.

2. Основные элементы гидропривода

2.1 Классификация элементов гидропривода

Гидравлические приводы состоят из трех основных частей [2, 3]:

- силовой;
- распределительной;
- рабочей.

Силовой частью у гидравлических приводов является насос. Из курса гидравлики и гидравлических машин известно, что в зависимости от того, в какую энергию в насосах преобразуется механическая энергия, все насосы делятся на две группы. К первой относят насосы, в которых механическая энергия превращается главным образом в энергию давления жидкости. В эту группу входят поршневые и ротационные (радиальные, аксиальные, пластинчатые, шестеренные) насосы. Ко второй – насосы, у которых значительная часть механической энергии преобразуется в кинетическую энергию потока, а остальная в энергию давления. Во вторую группу входят центробежные, вихревые, шнековые, струйные насосы. В большинстве гидроприводов преимущественно применяются насосы первой группы и главным образом ротационные.

Рабочей частью являются гидродвигатели, гидравлические цилиндры и поворотные гидродвигатели.

В распределительную часть входят гидроустройства, схема классификации которых показана на рисунке 2.1. Гидроустройства включают в себя распределительные устройства, предохранительные, обратные и редуцирующие клапаны, напорные золотники, дроссели и регуляторы скорости, мультипликаторы и трансформаторы давления, аккумуляторы, ресиверы, реле времени и давления, уплотнительные устройства, фильтры, приборы, трубопроводы.

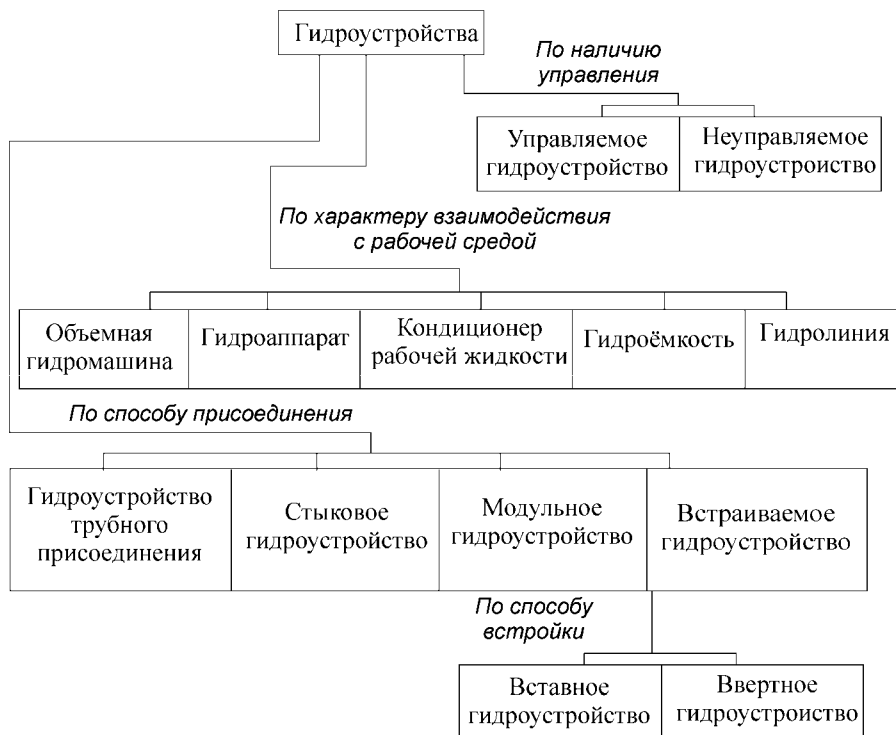


Рисунок 2.1 – Схема классификации гидроустройств

2.2 Трубопроводные элементы гидропривода

2.2.1 Особенности трубопроводных систем гидропривода

Одной из основных составляющих распределительной части гидропривода являются трубопроводные элементы. Трубопроводные системы гидропривода имеют следующие особенности.

- Многократные изменения диаметра в пределах одной трубопроводной линии и очень сложной пространственной конфигурацией трубопроводов.
- Протяжённость гидролинии от единиц до десятков метров.

- Высокую степень неоднородности трубопроводной системы. Например элементы трения (диафрагмы, участки трубопроводов небольшого диаметра), элементы ёмкости (ресиверы, сепараторы, буферные камеры), элементы акустической индуктивности (короткие участки трубопроводов), комбинированные системы (холодильники, теплообменники, масловлагоотделители, фильтры).
- Последовательно или параллельно включенные источники возмущения (насосы).
- Скорость распространения волн давления в рабочей жидкости может распространяться в широком диапазоне (от 400 м/с до 1500 м/с). Давление в системе может быть ниже 0,1 МПа или достигать нескольких сотен МПа. Широкий диапазон изменения температур рабочих сред.

2.2.2 Классификация трубопроводов

По конфигурации трубопроводные системы можно разделить на три группы:

- прямолинейные;
- плоские;
- пространственные.

Следует отметить, что форма трубопровода влияет на характеристику его колебаний под действием возмущающих сил. Так, колебания плоских трубопроводов в плоскости их размещения и вдоль оси перпендикулярной этой плоскости независимы друг от друга. Колебания же пространственных трубопроводов в различных плоскостях связаны между собой.

Трубопроводы классифицируются по конструктивным, производственно-технологическим и эксплуатационным признакам [4].

По конструкции трубопроводы делятся:

- на трубопроводы высокого и низкого давления (по рабочим параметрам);

- трубопроводы простой и сложной конфигурации (по условиям монтажа и трассировки);
- влияние трубопроводов на надёжность системы (по функциональной значимости).

К трубопроводам простой конфигурации относятся трубопроводы прямые и изогнутые не более чем с двумя изгибами в одной плоскости. К трубопроводам сложной конфигурации относятся плоские и пространственные трубопроводы с тремя и более изгибами в одной и нескольких плоскостях.

К первой группе точности (повышенной) относятся трубопроводы высокой функциональной значимости и ограниченной длины (до 500 мм). Изготовление таких трубопроводов и контроль их конфигурации осуществляется на универсальных сборно-разборных приспособлениях, что даёт возможность значительно уменьшить допуски на изготовление.

Ко второй группе точности (средней) относятся трубопроводы более низкой функциональной значимости и длиной более 500 мм (трубопроводы общего назначения). Их изготовление осуществляется либо по шаблону, либо по образцу, а контроль осуществляется по контуру. Такие трубопроводы при монтаже можно подгонять по месту.

К третьей группе точности относятся трубопроводы, при изготовлении которых обычно задаётся только длина. При монтаже допускается подгибка по месту с нарушением формы поперечного сечения.

По эксплуатационным признакам трубопроводы различаются в зависимости от интенсивности их нагружения.

К первой категории относятся трубопроводы высокого давления, на которые воздействуют нагрузки: давление (номинальное) рабочей жидкости, пульсирующее давление рабочей жидкости; температура окружающей среды; вибрации от энергетической установки и её агрегатов; монтажные неточности.

Ко второй категории относятся трубопроводы высокого давления, на которые воздействуют нагрузки: рабочее давление жидкости (эпизодически); пульсирующее давление жидкости и гидроудары (эпизодически); механические – от деформаций мест крепления; температурные; от монтажных неточностей; обусловленные технологией изготовления. К этой категории относятся, например, сливные трубопроводы, соединяющие источники давления и потребителей с гидробаками. Для них давление слива является рабочим давлением.

К третьей категории относятся трубопроводы, на которые воздействуют нагрузки: эксплуатационные деформации мест крепления, вибрации, температурные, от монтажных неточностей, обусловленных технологией изготовления. К этой категории относятся трубопроводы пассивного резервирования участков систем. Использование систем, в которых они установлены, производится только в аварийных ситуациях.

2.2.3 Классификация основных видов нагрузок, испытываемых трубопроводами

Функционирование гидропривода зачастую связано с использованием трубопроводных систем, предназначенных для транспортирования рабочей жидкости в широком диапазоне расхода и давлений. В этой связи вопрос повышения работоспособности трубопроводов приобретает большую значимость, так как непосредственно связан с работоспособностью гидропривода в целом.

В процессе эксплуатации трубопроводные системы подвержены широкому спектру нагрузок, к которым относятся следующие виды (рисунок 2.2) [4].

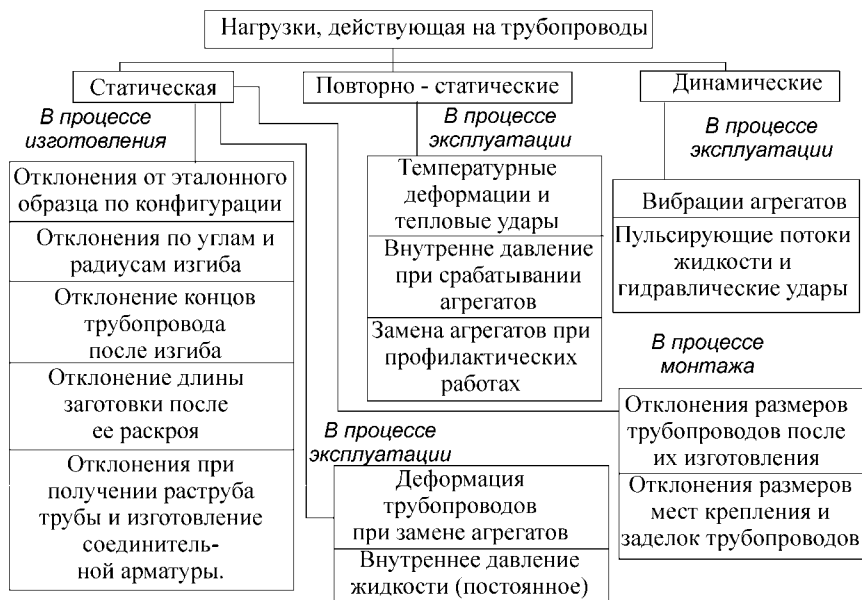


Рисунок 2.2 –Схема нагрузок, действующих на трубопроводы

Статические нагрузки обусловлены действием рабочего давления, температуры, а также различных монтажных неточностей. Статические нагрузки возникают, например, при заправке гидравлической системы жидкостью под давлением, воздействием статического напора транспортируемой рабочей жидкости.

К повторно статическим нагрузкам можно отнести нагрузки, связанные с изменением давления в напорном участке гидросистемы при изменении режима работы гидропривода.

К динамическим низкочастотным нагрузкам можно отнести нагрузки от пульсаций давления в трубопроводах. К высокочастотным относятся нагрузки, создаваемые источниками механической вибрации и пульсирующим потоком жидкости в гидравлической системе. К кратковременным высокочастотным нагрузкам относятся нагрузки, вызываемые гидравлическим ударом в начальный

момент срабатывания потребителя или в конце выполнения рабочего хода.

Динамическое возбуждение трубопроводов условно делят на две категории [5]:

- силовое возбуждение;
- кинематическое возбуждение.

Трубопроводы крепятся к различным точкам гидропривода. Каждая из этих точек колеблется с определённой амплитудой и частотой, которые могут изменяться с изменением режима работы гидропривода. Источниками таких колебаний могут быть, например неуравновешенности быстровращающихся деталей, ударные воздействия, вибрация корпусов насосов, приводов. Другими словами эти колебания вызываются заданным периодическим движением определённых точек оси трубопровода. Такое возбуждение называется кинематическим. Силовым называется возбуждение, когда колебания вызываются заданными периодически изменяющимися во времени силами, например колебаниями давления потока рабочей жидкости. В свою очередь колебания давления рабочей жидкости можно разделить:

- на пульсации давления рабочей жидкости, обусловленные неравномерностью её подачи нагнетательными устройствами;
- гидравлические удары, возникающие в моменты срабатывания средств автоматики;
- неконсервативные силы в высокорасходных трубопроводных магистралях.

2.2.4 Соединения трубопроводов

Сложный спектр нагрузок, действующих на трубопроводы, привёл к большому разнообразию конструктивных решений соединений, которые в той или иной мере соответствуют предъявляемым требованиям.

К основным требованиям, предъявляемым к соединениям, относятся:

- обеспечение герметичности на всех режимах работы гидропривода;
- простота сборки, разборки и контроля этих операций;
- малая чувствительность к монтажным неточностям;
- снижение напряжений в заделке от монтажных неточностей, эксплуатационных деформаций и вибрации;
- увеличение степени герметичности с повышением давления в гидросистеме;
- малые значения коэффициента эффективной концентрации напряжений;
- простота конструкции и технологичность изготовления.

По конструктивно-технологическим признакам соединения делятся на разъёмные и неразъёмные.

К разъёмным соединениям относятся разъёмные подвижные и разъёмные неподвижные:

- по наружному конусу;
- по внутреннему конусу;
- с обжатой гайкой;
- бесконусные соединения;
- самоуплотняющиеся соединения с упругими элементами.

Неразъёмные соединения применяются в виде паяных соединений встык или муфтами.

Широкое распространение в технике получили соединения трубопроводов по наружному конусу с прямолинейной образующей раструба в виде конуса (рисунок 2.3). Соединение состоит из накидной гайки 1, ниппеля 2, трубки 3 с развальцованным раструбом и штуцера 4.

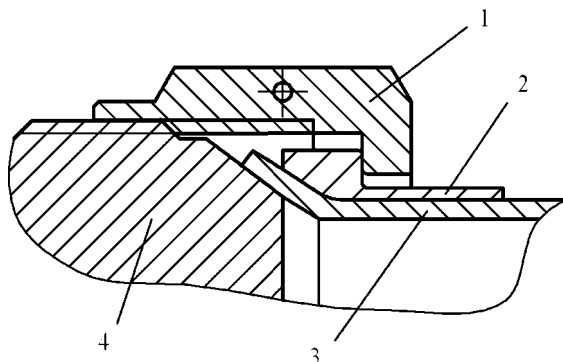


Рисунок 2.3 – Соединение по наружному конусу с прямой образующей раструба:
1 – накидная гайка, 2 – ниппель, 3 – трубка с развальцованным раструбом, 4 – штуцер

Это соединение простое в изготовлении, состоит из небольшого количества элементов. К его преимуществам относятся также возможность изготовления раструба в полевых условиях при необходимости замен трубки. В остальном это соединение не полностью удовлетворяет современным требованиям. Требуемые для обеспечения герметичности моменты затяжки настолько значительны, что при соединении трубопроводов с $d_y=26$ мм невозможно получить их стандартным инструментом.

Большие усилия требуются для создания плотного контакта между раструбом и штуцером с учетом допусков на их конусность при изготовлении. Использование же нестандартного инструмента приводит либо к деформации трубки, либо к повреждению крепежных элементов.

При тепловом ударе с перепадом температур от 100°C и более соединения такого типа раскрываются и теряют герметичность. Масса же их довольно значительна, так как угол раструба вызывает рост длины конусной части штуцера, а большие моменты затяжки требуют усиления буртика гайки, ниппеля, а также резьбы на штуцере и гайке.

Соединение трубопроводов по наружному конусу не имеет упругих элементов (компенсаторов) и не может компенсировать монтажные неточности. Его жесткость приводит к значительным деформациям трубопровода при колебаниях. Если зазор между ниппелем (внутренней поверхностью) и трубкой (наружной поверхностью) отсутствует, то концентрация напряжений оказывается максимальной на срезе ниппеля. В этом случае снижение концентрации напряжений достигается выполнением конусности на наружной поверхности хвостовика ниппеля.

Наличие зазора между ниппелем и трубкой приводит к перемещению зоны максимальной концентрации напряжений в области перехода цилиндрической части трубки в раструб. В этом случае имеется возможность компенсации монтажных неточностей деформации раструба при затяжке соединения.

Существенными недостатками этого типа соединений являются большие потребные моменты затяжки, большая масса деталей, отсутствие упругих элементов – компенсаторов и потеря герметичности после переборки.

Значительное улучшение указанных выше характеристик получено соединением по наружному конусу с криволинейной образующей раструба (рисунок 2.4). Соединение, так же как и на рисунке 2.3, состоит из трубки 1, ниппеля 2, накидной гайки 3 и штуцера 4. В этом случае контакт между раструбами и штуцером осуществляется по узкой площадке (практически линия), что приводит к уменьшению конкретных моментов затяжки (в зависимости от радиуса кривизны раструба примерно в 2,5...4 раза).

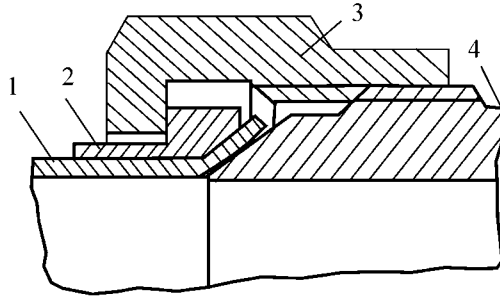


Рисунок 2.4 – Соединение по наружному конусу с криволинейной образующей раструба

Наличие упругого элемента в виде раструба с криволинейной образующей дает возможность этому типу соединений успешно противостоять тепловому удару: соединения по наружному конусу с криволинейной образующей раструба выдерживает тепловой удар с перепадом температур $300...350^{\circ}\text{C}$.

Сочетание зазора с криволинейным раструбом дает возможность в значительной степени не только компенсировать монтажные неточности, но и значительно понизить уровень вибрационных напряжений в элементах соединения за счет скольжения раструба по поверхности штуцера. Исследованиями установлено, что предел выносливости такого типа соединений значительно выше предела выносливости соединений по наружному конусу с прямолинейной образующей раструба.

Малые моменты затяжки позволили примерно на **40%** облегчить массу деталей соединения. Использование этого типа соединений позволило значительно увеличить надёжность и несущую способность трубопроводных систем.

Большое распространение получили также соединения по внутреннему конусу. На рисунке 2.5 представлены три разновидности этого типа соединений.

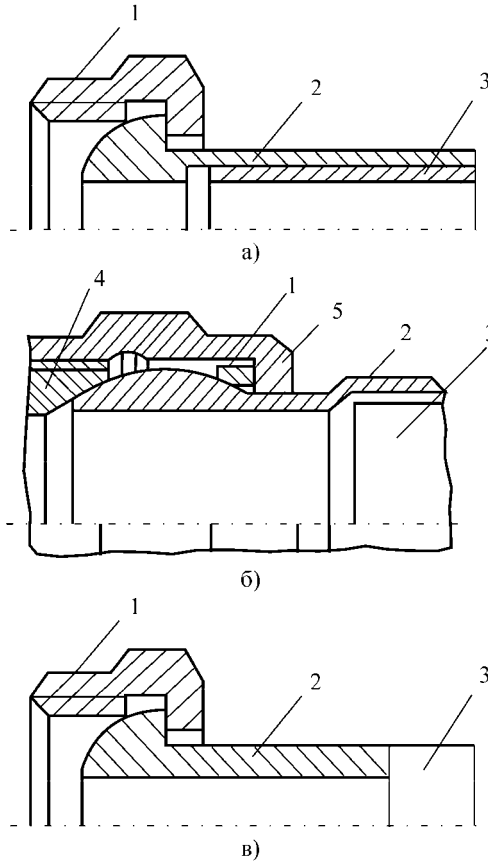


Рисунок 2.5 – Соединение по внутреннему конусу:

а - с полусферой, паяное внахлётку; б - с полной сферой, паяное внахлётку; в - с полусферой, паяное встык; 1 – кольцо уплотнительное; 2 – ниппель; 3 – трубка; 4 – штуцер; 5 – гайка накидная

Соединения конструктивно выполняются с конфигурацией ниппеля 2 (сферической или полусферической). Преимущество этих типов соединений заключается в том, что контакт между уплотняющими поверхностями осуществляется по линии, а не по площадке, так как ниппель 2 изготавливается со сферической по-

верхностью, а штуцер 4 с конической поверхностью. Это приводит к уменьшению потребных моментов затяжки.

Соединение, представленное на рисунке 2.5 б, способно в достаточной степени компенсировать монтажные неточности и снижать уровень выбронапряжений при колебаниях трубопровода за счет перемещения сферы ниппеля 2 по концу штуцера 4 и уплотнительному кольцу 1.

Соединение ниппеля 2 с трубкой 3 у такого типа соединений осуществляется гайкой встык (рисунок 2.5 в) или в нахлестку (рисунок 2.5 б). Пайка осуществляется токами высокой частоты, а сварка газовой горелкой. Как правило, качество паяного шва значительно выше, чем сварного, что сказывается на выносливость и несущей способности данного типа соединений. Разрушения такого типа соединений наблюдается значительно чаще, чем у соединений по наружному конусу, а восстановлению в условиях эксплуатации они не подлежат.

На рисунке 2.6 представлены самоуплотняющиеся соединения, степень герметичности которых увеличивается с ростом давления. С увеличением давления сила прижима сферической части точного ниппеля 3 к штуцеру 1 (рисунок 2.6 а) и штампованной сферы к штуцеру 1 и уплотнительному кольцу 5 (рисунок 2.6 б) увеличивается. Кроме этого, такого типа соединения надежно обеспечивают герметичность при тепловом ударе, дают возможность компенсировать монтажные неточности. Выносливость соединения, показанного на рисунке 2.6 б, значительно выше выносливости соединения, представленного на рисунке 2.6 а, так как в последнем случае ниппель приваривается к трубопроводу.

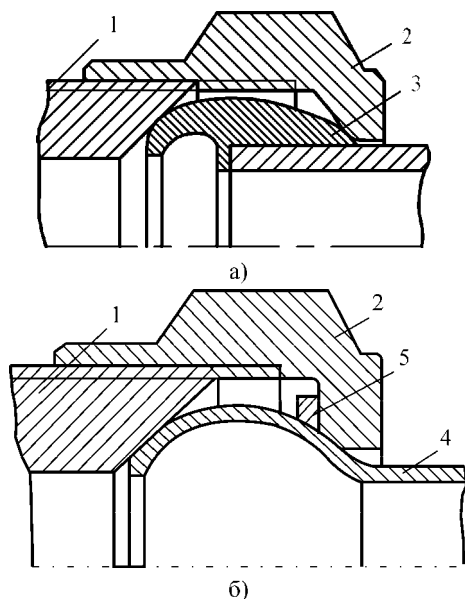


Рисунок 2.6 – Самоуплотняющиеся соединения:

а - с упругим точёным ниппелем; б - со штампованной сферической поверхностью раструба; 1 – штуцер; 2 – гайка накидная; 3 – ниппель; 4 – трубка; 5 – кольцо уплотнительное

Широкое распространение получили соединения с врезающимися или обжимными ниппелями (на рисунке 2.7). Уплотнение трубки 4 в таком соединении происходит при вдавливании ниппеля 3 в тело трубки. Естественно, вдавливание происходит на глубину не более нескольких десятков микрон и поэтому трубка при затяжке соединения не претерпевает значительных пластических деформации. Такие соединения возможно использовать при калибровке концов трубок, так как допуски на изготовление концов трубок и на внутреннюю поверхность обжимного ниппеля не превышают нескольких микрон. При больших допусках обжатие произвести невозможно.

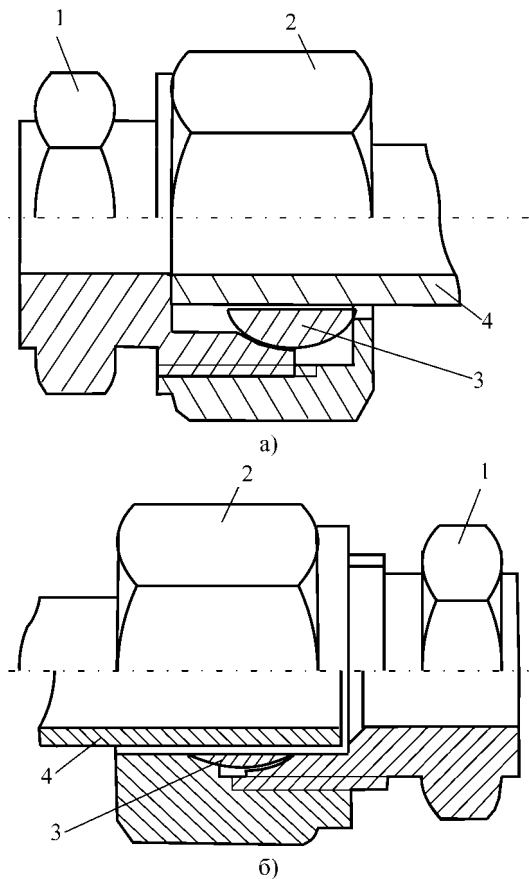


Рисунок 2.7 – Безконусные соединения:

а - с врезающимися ниппелями; б - с обжимными ниппелями; 1 – штуцер; 2 – накидная гайка; 3 – ниппель; 4 – трубка

При соединении трубки 4 со штуцером 1 (рисунок 2.7 б) и затягивании накидной гайки 2 проходит обжатие ниппеля 3 конусной поверхностью штуцера, острые кромки (или кромки) ниппеля врезаются в поверхность трубки. При этом создается надёжный контакт, обеспечивающий высокую степень герметичности. Такого типа соединения обладают высокой вибропрочностью, так как в заделке они практически являются шарнирными и уровень вибро-

напряжения очень мал. Такие соединения очень хорошо компенсируют осевые деформации трубопроводов и тем самым создают благоприятные условия для их работы.

Соединения с накладными гайками в основном используются для соединения трубопроводов с агрегатами. Для соединения отдельных участков трубопроводов большой длины используются неразъемные соединения (паяные или сваренные).

На рисунке 2.8 а представлено муфтовое паяное соединение, а на рисунке 2.8 б – соединение двух трубок встык без каких-либо соединяющих деталей. Аналогично встык привариваются ниппели в соединениях по внутреннему конусу. Пайка соединения производится непосредственно на изделии. Несмотря на то, что поясное соединение является неразъемным, замена трубопроводов при таком типе соединений производится сравнительно легко при наличии соответствующих приспособлений для пайки и распайки трубопроводов.

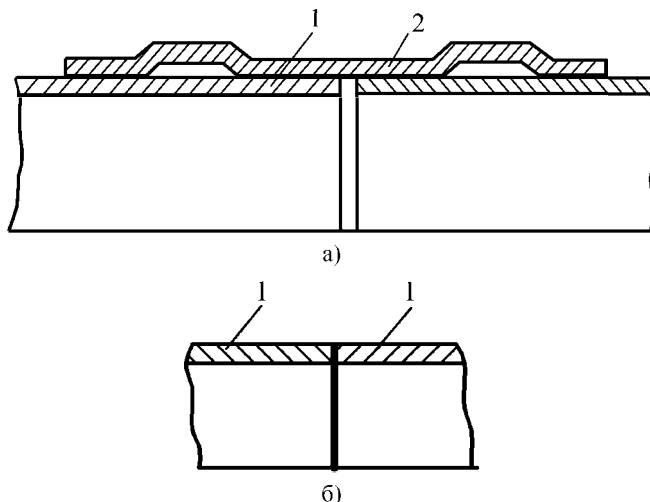


Рисунок 2.8 – Неразъемные паяные (сварные) соединения:

а - неразъемное соединение с муфтой; б - неразъемное соединение без муфты;
1 – трубка; 2 – муфты

2.2.5 Задача виброакустического взаимодействия в трубопроводных системах

Изучаемый объект – трубопроводная система, может быть условно разделён на две подсистемы: гидравлическую и механическую.

В ходе эксплуатации трубопроводные системы подвержены широкому спектру нагрузок, основными из которых являются динамические (виброакустические) нагрузки. Они приводят к разгерметизации трубопроводных соединений, появлению усталостных трещин, являются причиной интенсивного износа рабочих поверхностей золотников, клапанов. Как показывает практика, в большинстве случаев параметры колебательных процессов в трубопроводных системах характеризуются частотами до 5 кГц , колебаниями давления рабочей жидкости (гидравлической подсистемы) с амплитудами до 20 МПа , вибрацией стенки трубопровода (механической подсистемы) с виброускорением до 1500 м/с^2 .

Повышенное вибронпряжённое состояние механической подсистемы (стенки трубопровода) обусловлено периодическими внешними силовыми и кинематическими нагрузками, а также колебаниями давления и скорости рабочей жидкости в гидравлической подсистеме. При этом весьма актуальной является задача расчёта вибрации трубопроводной системы под действием пульсаций давления рабочей жидкости. Важной с научной и практической точек зрения является и обратная задача – возбуждение колебаний столба рабочей жидкости (гидравлической подсистемы) при внешнем силовом или кинематическом возбуждении механической подсистемы (стенки трубопровода).

3. Математическая модель задачи виброакустического взаимодействия в трубопроводных системах

3.1 Уравнения движения трубопроводной системы в дифференциальной форме

Для создания математической модели виброакустического взаимодействия в трубопроводных системах необходимо составить уравнения движения механической и гидравлической подсистем, сформулировать граничные условия, выбрать способ решения и найти их совместное решение.

Основные допущения модели следующие:

- отсутствие вязкости в жидкости;
- малый средний расход жидкости;
- постоянство среднего уровня давления и плотности;
- адиабатичность волновых процессов;
- постоянство массовых коэффициентов, коэффициентов демпфирования и жёсткости гидравлической и механической подсистем;
- временная неизменность пространственной области.

Модель гидравлической подсистемы включает в себя математическое описание волновых процессов в рабочей жидкости. Граничными условиями являются: воздействие механической подсистемы, обусловленное податливостью стенки и условиями отражения волн от неё и воздействие присоединённой гидравлической цепи.

Рассмотрим течение рабочей жидкости при её движении по трубопроводной системе на некотором установившемся режиме работы качающих узлов. Такой режим движения жидкости можно описать следующей зависимостью давления (или скорости) от времени:

$$P = P_{\text{стац}} + \sum_{i=1}^n P_{A_i} \cdot \sin(\omega_i t + \varphi_i), \quad (3.1)$$

где $P_{\text{стац}}$ – средний уровень давления;

P_A – амплитудная составляющая давления;

ω – круговая частота;

φ – фаза;

n – число гармоник.

Здесь и в дальнейшем будут рассматриваться в основном линейные системы, для которых справедлив принцип суперпозиции. Тогда представляется возможным отделение постоянной составляющей от пульсационной компоненты и отдельное исследование их влияния на виброакустические характеристики системы.

Моделирование воздействия среднего уровня давления на виброакустические характеристики не входит в рамки изучаемой дисциплины и относится к задаче более детального нелинейного анализа. Однако учёт влияния подобного рода нелинейности на наиболее важные виброакустические характеристики трубопроводной системы, такие как скорость звука, вязко-упругие свойства среды можно произвести, используя экспериментальный материал.

С учётом вышесказанного движение жидкости в трубопроводной системе, инициируемое насосными агрегатами, можно трактовать как распространение акустических волн. Движение жидкости в общем случае описывается основными законами сохранения и уравнением состояния. Для рассматриваемого вида движения гидравлической подсистемы законы сохранения примут следующий вид.

Закон сохранения импульса – уравнение Эйлера – представляет собой уравнение движения частиц под действием сил упругости среды:

$$\rho \frac{d\bar{v}}{dt} + \nabla p = 0, \quad (3.2)$$

где $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \bar{i} + \frac{\partial}{\partial y} \bar{j} + \frac{\partial}{\partial z} \bar{k}$.

Если помимо сил давления на среду действуют сторонние силы, распределённые с плотностью \bar{f} на единицу объёма, то уравнение Эйлера примет вид

$$\rho \frac{d\bar{v}}{dt} + \nabla p = \bar{f}. \quad (3.3)$$

Уравнение движения среды есть нелинейное векторное уравнение первого порядка относительно характеристик среды p, v, ρ . С учётом разложения ускорения на конвективную и локальную составляющие уравнение Эйлера можно записать следующим образом:

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho(v \nabla)v + \nabla p = 0. \quad (3.4)$$

Закон сохранения массы описывается уравнением неразрывности, которое можно записать в следующем виде:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho v) = 0. \quad (3.5)$$

Уравнение неразрывности скалярно и, как и уравнение Эйлера, нелинейно относительно характеристик среды.

Уравнение состояния связывает давление, плотность и температуру среды. Это уравнение не имеет какого-либо стандартного вида для всех веществ. Поэтому запишем его в самом общем виде:

$$f(p, \rho, T) = 0. \quad (3.6)$$

Уравнение состояния также нелинейно. Если при данном движении среды плотность однозначно связана с давлением, то уравнение состояния можно записать в следующем виде:

$$\rho = \rho(p) \text{ или } s = s(p). \quad (3.7)$$

Таким образом, получается полная система уравнений гидродинамики:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho(v \nabla)v + \nabla p &= 0, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho v) &= 0, \\ f(p, \rho, T) &= 0. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Полная система уравнений гидродинамики удовлетворяется при любых движениях жидкости; значит, распространение пульсаций, генерируемых насосным агрегатом или акустических волн, можно описать этими уравнениями. Однако для их решения требуются значительные вычислительные и временные ресурсы. В работах [6, 7, 8] показано, что линейризация данной системы позволяет упростить задачу. При этом как, показано в работах [7, 9, 10] данное упрощение лишь незначительно снижает точность решения.

Применив процедуру кинематической линейризации для рассматриваемых систем, рекомендованную в работе, [6] получим уравнение Эйлера в следующем виде:

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \nabla p = 0. \quad (3.9)$$

При этом пренебрежение конвективным ускорением снимает необходимость учёта влияния расхода рабочей среды на виброакустические характеристики трубопровода. Уравнение неразрывности примет следующий вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \nabla v = 0. \quad (3.10)$$

Используя понятие сжатия s как обратной величины плотности ρ , можно записать полученное уравнение в следующем виде:

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \nabla v = 0. \quad (3.11)$$

Для уравнения состояния применяется процедура динамической линеаризации, т.е. зависимость между давлением и сжатием, также можно линеаризовать для любых сред, кроме сред типа порошка:

$$s = \beta \cdot p. \quad (3.12)$$

Сжимаемость β можно представить в виде

$$\beta = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{dp}. \quad (3.13)$$

Сжимаемость β связана со скоростью в плоской волне:

$$\beta = \frac{1}{\rho c^2}. \quad (3.14)$$

Линеаризованную связь между давлением и сжатием можно трактовать как обобщённый закон Гука для объёмного сжатия среды с модулем упругости $K = \rho c^2 = \frac{1}{\beta}$.

Ошибки кинематической и динамической линеаризации накапливаются по мере распространения волны. Линеаризация тем точнее, чем меньше акустическое сжатие рабочей среды. Достаточная малость s означает, что на данном участке распространения волны ошибка не успевает накопиться до существенной в рассматриваемой задаче величины. Для сильно разреженных и податливых рабочих тел, таких как газ, главная ошибка линеаризации – кинематическая линеаризация. Для жидкостей в большей степени точность будет определять динамическая линеаризация.

Уравнения гидродинамики рассматриваемой задачи получены при условии отсутствия силы вязкости в рабочей среде. Это справедливо, т.к. для большинства акустических колебаний силы вязкости невелики по сравнению с силами упругости в жидкости. Эта составляющая ошибки растёт и накапливается при увеличении длины трубопровода, что приводит к завышению результатов по сравнению с истинными их значениями.

Часто удобно исключить сжатие из уравнения неразрывности, тогда полная система уравнений акустики сведётся к двум уравнениям следующего вида:

$$\begin{cases} \rho_0 \cdot \frac{\partial v}{\partial t} + \nabla p = 0, \\ \beta \cdot \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla v = 0. \end{cases} \quad (3.15)$$

Как было показано выше, скорость звука в плоской волне определяется плотностью и сжимаемостью среды. Но сжимаемость не определена для данной среды однозначно. Она зависит от температурного режима среды при сжатиях и разрежениях. Сжимаемость зависит от того, успевают ли выравниваться возникающие в звуковой волне температурные разности. Если бы выравнивание успевало происходить полностью на протяжении каждого полупериода волны так, что температура в волне оставалась бы одинаковой во всех точках, несмотря на различие давлений, то упругие свойства среды характеризовались бы изотермической сжимаемостью $\beta_{из}$. В действительности для недисперсных сред разности температур выравниваться не успевают и распространение акустической волны происходит адиабатически. Таким образом, в выражении для скорости звука входит адиабатическое значение сжимаемости.

Для удобства нахождения решения полученной системы в работах [6, 7, 8] рекомендуется привести её к одному единственному уравнению относительно этой величины:

$$\Delta p - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0, \quad (3.16)$$

где $\Delta = \nabla^2 = \text{div grad} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$.

Это так называемое волновое уравнение для давления. Если в той или иной задаче удалось найти решение для давления в волне как функции координат и времени, то скорость частиц определяется при помощи соотношения:

$$v = -\frac{1}{\rho_0} \nabla \int_{t_0}^t p \cdot dt . \quad (3.17)$$

Граничными условиями гидравлической подсистемы при решении задачи виброакустического взаимодействия в трубопроводной системе являются:

- акустическая нагрузка на входе и выходе;
- силы взаимодействия жидкости с податливой стенкой трубопровода.

При моделировании участка трубопроводной системы акустическую нагрузку на входе можно задавать в виде гармонической зависимости пульсаций давления от времени. На выходе акустическая нагрузка обычно задаётся в виде импеданса присоединённой нагрузки.

Выход трубопровода можно рассматривать как некое препятствие для волны пульсаций давления, тогда падающую волну в этом случае следует записать в виде $p = p \left(t - \frac{z}{c} \right)$, а отражённую – в виде

$\tilde{p} = p \left(t + \frac{z}{c} \right)$. В силу причин описанных выше ограничимся рассмотрением гармонических волн. Пусть препятствие помещено в точку $z=0$. Падающая волна есть $p = p_0 \cdot e^{(i \cdot \omega t + i \cdot kz)}$, а отражённая

$\tilde{p} = v \cdot p_0 \cdot e^{(-i \cdot \omega t - i \cdot kz)}$, тогда результирующее давление и скорость частиц на границе препятствия:

$$(p + \tilde{p})_{z=0} = (1 + V) \cdot p_0 \cdot e^{-i \omega t} ; \quad (3.18)$$

$$(v + \tilde{v})_{z=0} = \frac{1}{\rho c} \cdot (1 - V) \cdot p_0 \cdot e^{-i \omega t} . \quad (3.19)$$

Отношение скорости к давлению на границе не зависит от времени. Оно называется проводимостью препятствия для данной частоты:

$$Y \equiv \left(\frac{v + \tilde{v}}{p + \tilde{p}} \right)_{z=0} = \frac{1}{\rho c} \cdot \frac{1-V}{1+V} \quad (3.20)$$

или

$$V = \frac{1/\rho c - Y}{1/\rho c + Y}. \quad (3.21)$$

Во многих задачах удобнее пользоваться не проводимостью, а обратной величиной – импедансом препятствия:

$$Z = \frac{1}{Y}. \quad (3.22)$$

Коэффициент отражения гармонической волны выражается через импеданс препятствия:

$$V = \frac{Z - \rho c}{Z + \rho c}. \quad (3.23)$$

Импеданс свободной границы равен нулю, её проводимость бесконечность. Импеданс жёсткой стенки бесконечность, проводимость – ноль. Если модуль импеданса $|Z|$ мал по сравнению с волновым сопротивлением среды ρc , то коэффициент отражения близок к -1 (случай “практически” свободной границы). Если модуль импеданса велик по сравнению с волновым сопротивлением

среды, то коэффициент отражения близок $\kappa+1$ (случай “практически” абсолютно жёсткой стенки).

В общем случае проводимость препятствия может быть комплексным числом $Y=R+iX$. Тогда коэффициент отражения равен

$$V = \frac{1 - i \cdot \rho c \cdot X - \rho c \cdot R}{1 + i \cdot \rho c \cdot X + \rho c \cdot R} = |V| \cdot e^{i\varepsilon}, \quad (3.24)$$

где $|V| = \sqrt{\frac{(\rho c \cdot X)^2 + (1 - \rho c \cdot R)^2}{(\rho c \cdot X)^2 + (1 + \rho c \cdot R)^2}}$;

$$\text{tg}(\varepsilon) = \frac{2\rho c \cdot Y}{R^2 + Y^2 - (\rho c)^2}.$$

Рассматривая нагружение гидравлической подсистемы, следует обратить внимание на два предельных случая:

- нагрузка на неотражающее воздействие ($Z=\rho c$);
- полное отражение волны ($Z=\infty$).

Эти случаи удобнее описывать коэффициентом поглощения волны α , который связан с модулем коэффициента отражения следующим образом:

$$\alpha = 1 - |V|^2. \quad (3.25)$$

Задание акустической нагрузки коэффициентом поглощения позволяет представить её как препятствие, на котором происходит рассеяние энергии волны. Учёт такого рода потерь был произведён в работе [11] при помощи введения дополнительного слагаемого в классическое волновое уравнение:

$$\frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \Delta p + \alpha \cdot \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} = 0. \quad (3.26)$$

Воздействие колебаний механической подсистемы при условии непроницаемости границы предложено в работе [12]

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2}(U_n).$$

Модель механической подсистемы включает в себя уравнение, описывающее колебания деформируемого твёрдого тела и граничные условия: воздействие гидравлической подсистемы и воздействие опор.

Рассмотрим движение механической подсистемы – стенки трубопровода. Пусть на тело действуют сосредоточенные P , объёмные R и поверхностные p силы, зависящие от времени t . Перемещение произвольной точки тела в направлении координатных осей определим матрицей-столбцом $U=U(x, y, z, t)$.

В соответствии с принципом Даламбера можно рассматривать тело как находящееся в равновесии, добавляя при этом к внешним силам силы инерции. Инерционные силы, действующие в направлении перемещений U на элементарный объём $d\tau$, определяются матрицей $-\rho \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} d\tau$, где ρ – плотность материала [13]. Разделив их на $d\tau$, получим силы, приходящиеся на единицу объёма. Обозначая матрицу этих сил через $R_{ин}$, получим

$$R_{ин} = -\rho \cdot \ddot{U}. \quad (3.27)$$

Тогда уравнение движения механической подсистемы в общем случае можно записать в следующем виде [14]:

$$M \cdot \ddot{U} + C \cdot \dot{U} + K \cdot U = P, \quad (3.28)$$

где M – коэффициент инерции;

C – коэффициент трения;

K – коэффициент восстановления;

P – вектор внешних сил.

Воздействие гидравлической подсистемы моделируется путём введения в уравнение (3.28) силы давления рабочей жидкости $dF = p_n \cdot dS$.

Помимо сил воздействия гидравлической подсистемы, на механическую подсистему наложены связи, обусловленные действием опор. По разработанной модели задание граничных условий, обусловленных воздействием опор, разделяется на две задачи:

- абсолютно жёсткие опоры;
- опоры, обладающие вязкоупругими свойствами.

Абсолютно жёсткие опоры моделируются ограничением перемещений в месте их расположения. Податливые опоры моделируются воздействием другой механической подсистемы, имеющей в общем случае свои упругие и вязкостные характеристики. При этом ограничение перемещений накладывается уже на новую механическую подсистему.

Таким образом, на основе известных уравнений динамики рабочей жидкости и деформируемого твёрдого тела разработана математическая модель, позволяющая проводить моделирование виброакустических характеристик трубопроводных систем.

Следующий этап составления модели виброакустических характеристик трубопроводных систем заключается в выборе метода решения разработанной системы уравнений и граничных условий. В качестве такого метода выбирается метод конечных элементов.

3.2 Применение метода конечных элементов к решению задачи виброакустического взаимодействия

Алгоритм решения задач методом конечных элементов содержит следующие блоки (этапы):

- задание сетки конечных элементов в расчётной области;

- выбор функций формы (или базисных функций), позволяющих аппроксимировать перемещения внутри элемента по перемещениям в узлах;
- выбор координатных функций, тождественно равных нулю всюду, кроме одного конечного элемента;
- составление матриц жёсткости, масс, демпфирования;
- приведение исходной системы дифференциальных уравнений к системе алгебраических уравнений;
- решение полученной системы.

При исследовании динамики гидромеханических систем можно выделить широкий круг задач для математической формализации которых, достаточно использование линейных дифференциальных уравнений. В предыдущем разделе было показано, что виброакустическое взаимодействие стенок трубопровода и рабочей жидкости входит в число таких задач. Для описания большинства нестационарных физических явлений в работе [15] авторами предлагается следующая обобщённая запись линейного дифференциального уравнения:

$$L \cdot \varphi + p - \alpha \cdot \frac{d\varphi}{dt} - \beta \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2} = 0 \text{ в } \Omega, \quad (3.29)$$

где L – линейный оператор, включающий дифференцирование только по пространственным переменным, p , α , β – заданные функции координат и времени, φ – искомая функция, Ω – область поиска решения для функции φ , ограниченная границей Γ .

Задаются значения функции φ и $\frac{\partial \varphi}{\partial t}$ во всех точках пространственной области Ω при $t=0$ – начальные условия. Так же задаются краевые условия на границе Γ пространственной области Ω для всех $t \geq 0$.

Для аппроксимации искомой функции применяется метод частичной дискретизации, в котором используется базисная функция N_m , зависящая только от пространственных переменных:

$$\hat{\phi} = \psi + \sum_{m=1}^M a_m(t) \cdot N_m(x, y, z). \quad (3.30)$$

При этом функция ψ , принимающая одинаковые значения с ϕ на границе Γ , и базисные функции N_m выбираются таким образом, чтобы выполнялись главные краевые условия на границе Γ . Тогда, используя метод взвешенных невязок [15], из уравнений (3.29) и (3.30) можно получить систему дифференциальных уравнений, которую можно представить в векторной записи:

$$M \cdot \frac{d^2 a}{dt^2} + C \cdot \frac{da}{dt} + K \cdot a = f, \quad (3.31)$$

$$\text{где } M_{l,m} = \int_{\Omega} \beta \cdot W_l \cdot N_m \cdot d\Omega,$$

$$C_{l,m} = \int_{\Omega} \alpha \cdot W_l \cdot N_m \cdot d\Omega,$$

$$K_{l,m} = - \int_{\Omega} W_l \cdot LN_m \cdot d\Omega,$$

$$f_l = \int_{\Omega} \left(p + L\phi - \alpha \frac{\partial \phi}{\partial t} - \beta \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \right) \cdot W_l \cdot d\Omega,$$

a представляют собой векторные величины.

Далее необходимо решить полученную систему обыкновенных дифференциальных уравнений с заданными начальными условиями. Это классическая задача теории обыкновенных дифференциальных уравнений, которую можно решить точно. Если это невоз-

можно, то приближённое решение ищется с использованием различных схем дискретизации во временной области [15].

Рассмотрим применение метода частичной дискретизации к совместной конечноэлементной аппроксимации трёхмерного волнового уравнения с учётом воздействия твёрдой структуры, т.е. к решению задачи виброакустического взаимодействия.

Запишем волновое уравнение в следующем виде:

$$\frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \{L\}^T (\{L\} \cdot p) = 0, \quad (3.32)$$

где $\{L\}^T = \left[\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right],$

p – акустическое давление,

t – время,

c – скорость звука.

Умножая уравнение (3.32) на малое приращение давления и интегрируя по исследуемой области Ω , получим

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \frac{1}{c^2} \cdot \delta p \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \cdot d\Omega + \int_{\Omega} (\{L\}^T \cdot \delta p) \cdot (\{L\} \cdot p) \cdot d\Omega = \\ = \int_{\Gamma} \{n\}^T \cdot \delta p \cdot (\{L\} p) \cdot d\Gamma, \end{aligned} \quad (3.33)$$

где Ω – исследуемая область;

δp – малое приращение давления;

Γ – граничная поверхность;

$\{n\}$ – вектор единичной нормали к поверхности Γ .

Как показано в работе [16], связь перемещения взаимодействующей поверхности с градиентом давления рабочей жидкости описывается уравнением

$$\{n\} \cdot \{\nabla p\} = -\rho_0 \{n\} \frac{\partial^2 \{U\}}{\partial t^2}, \quad (3.34)$$

где $\{U\}$ – вектор перемещения взаимодействующей поверхности.

В матричном виде выражение (3.34) записывается следующим образом:

$$\{n\}^T \cdot (\{L\}p) = -\rho_0 \cdot \{n\}^T \cdot \left(\frac{\partial^2 \{U\}}{\partial t^2} \right). \quad (3.35)$$

После подстановки (3.35) в (3.33) получаем

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \frac{1}{c^2} \cdot \delta p \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \cdot d\Omega + \int_{\Omega} (\{L\}^T \cdot \delta p) \cdot (\{L\}p) \cdot d\Omega = \\ & = - \int_{\Gamma} \rho_0 \cdot \delta p \cdot \{n\}^T \cdot \left(\frac{\partial^2 \{U\}}{\partial t^2} \right) \cdot d\Gamma. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Эквивалентная слабая формулировка волнового уравнения дискретизированного методом взвешенных невязок с аппроксимацией по Галёркину имеет вид

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \frac{1}{c^2} \{\delta p_e\}^T \cdot \{N\} \cdot \{N\}^T \cdot \{p_e\} \cdot d\Omega + \\ & + \int_{\Omega} \{\delta p_e\}^T \cdot [B]^T \cdot [B] \cdot \{p_e\} \cdot d\Omega + \end{aligned} \quad (3.37)$$

$$+ \int_{\Gamma} \rho_0 \{\delta p_e\}^T \cdot \{N\} \cdot \{n\}^T \cdot \{N'\}^T \cdot \{U\} \cdot d\Gamma = 0,$$

где $\{N\}$ – базисная функция аппроксимации давления;

$\{N'\}$ – базисная функция аппроксимации перемещения;

$\{p_e\}$ – вектор узловых значений давления;

$\{U_e\}$ – вектор узловых значений перемещения;

$\delta p = \{N\}^T \{\delta p_e\}$ – аппроксимация малого приращения давления;

$p = \{N\}^T \{p_e\}$ – аппроксимация давления;

$U = \{N'\}^T \{U_e\}$ – аппроксимация перемещения;

$[B] = \{L\} \{N\}^T$.

Уравнение (3.37) может быть записано в матричном виде:

$$[M_e^p] \cdot \{\ddot{p}_e\} + [K_e^p] \cdot \{p_e\} + \rho_0 [R_e]^T \cdot \{\ddot{U}\} = 0, \quad (3.38)$$

где $[M_e^p] = \frac{1}{c^2} \cdot \int_{\Omega} \{N\} \cdot \{N\}^T \cdot d\Omega$ – матрица масс жидкости;

$[K_e^p] = \int_{\Omega} [B]^T \cdot [B] \cdot d\Omega$ – матрица жёсткости жидкости;

$\rho_0 [R_e] = \rho_0 \int_{\Gamma} \{N\} \cdot \{n\}^T \cdot \{N'\}^T \cdot d\Gamma$ – матрица масс виброакустиче-

ского взаимодействия.

Как было показано ранее, моделирование нагрузки присоединённой гидравлической цепи можно произвести при помощи уравнения (3.26). Конечно-элементная аппроксимация этого уравнения будет выглядеть следующим образом:

$$[M_e^p] \cdot \{\ddot{p}_e\} + [C_e^p] \cdot \{\dot{p}_e\} + [K_e^p] \cdot \{p_e\} + \rho_0 \cdot [R_e]^T \cdot \{\ddot{U}_e\} = 0, \quad (3.39)$$

где $[C_e^p] = \frac{\alpha}{c} \cdot \int_{\Gamma} \{N\} \cdot \{N\}^T \cdot d\Gamma$ – матрица демпфирования жидкости.

Для полного описания виброакустического взаимодействия необходимо дискретизировать уравнение динамики твёрдой структуры при условии воздействия жидкости. Такая аппроксимация будет выглядеть следующим образом:

$$[M_e] \cdot \{\ddot{U}_e\} + [C_e] \cdot \{\dot{U}_e\} + [K_e] \cdot \{U_e\} = \{F_e\} + \{F_e^p\}, \quad (3.40)$$

где $\{F_e^p\} = \int_{\Gamma} \{N\} \cdot \{N\} \cdot \{n\} \cdot \{p_e\} \cdot d\Gamma$ – вектор силы давления жид-

кости на поверхность взаимодействия;

$\{F_e\}$ – вектор внешних сил;

$[M_e]$ – матрица масс твёрдой структуры;

$[C_e]$ – матрица демпфирования твёрдой структуры;

$[K_e]$ – матрица жёсткости твёрдой структуры.

Из (3.38) очевидно, что

$$\{F_e^p\} = [R_e] \cdot \{p_e\}. \quad (3.41)$$

Подставляя (3.41) в (3.40), получаем:

$$[M_e] \cdot \{\ddot{U}_e\} + [C_e] \cdot \{\dot{U}_e\} + [K_e] \cdot \{U_e\} - [R_e] \cdot \{p_e\} = \{F_e\}. \quad (3.42)$$

Объединяя уравнения (3.39) и (3.42), получаем конечно-элементную дискретизацию системы уравнений виброакустического взаимодействия жидкости и твёрдой структуры:

$$\begin{bmatrix} [M_e] \\ [M^{fs}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\theta] \\ [M_e^p] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \{U\} \\ \{p_e\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [C_e] \\ [\theta] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\theta] \\ [C_e^p] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \{U_e\} \\ \{p_e\} \end{Bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} [K_e] & [K^{fs}] \\ [0] & [K_e^p] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \{U_e\} \\ \{p_e\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_e\} \\ \{0\} \end{Bmatrix}, \quad (3.43)$$

где $[M^{fs}] = \rho_0 [R_e]^T$; $[K^{fs}] = -[R_e]$.

4. Основные этапы конечно-элементного моделирования в программном комплексе ANSYS

4.1 Типы конечных элементов, использующихся при моделировании

Задача решается в трёхмерной постановке. При этом для моделирования жидкости используется восьмиузловой пространственный элемент FLUID30 (рисунок 4.1).

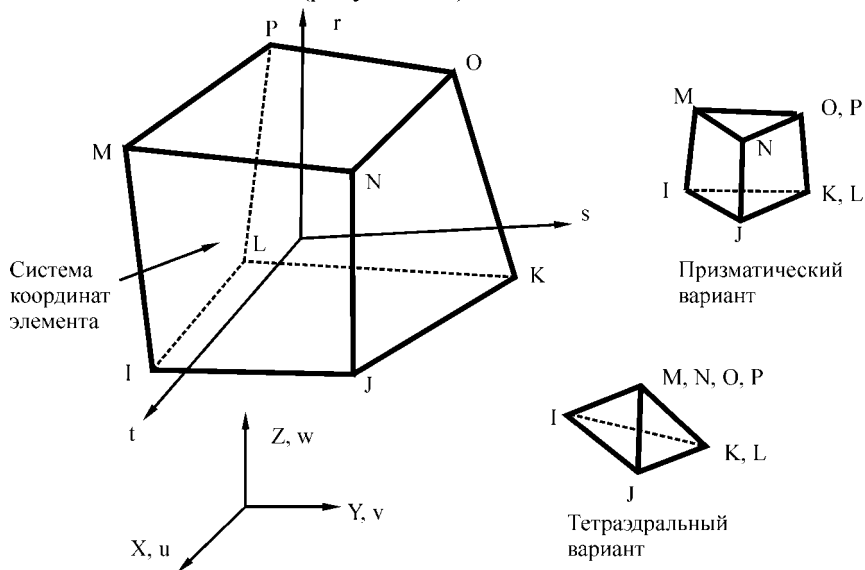


Рисунок 4.1 – Акустический элемент FLUID30 и структурный элемент SOLID45

Этот элемент предназначен для описания акустических свойств жидкой среды, а также её взаимодействия с упругой конструкцией, обычно применяется для исследования звуковых волн и различных динамических процессов. Узлы используемого элемента имеют четыре степени свободы: перемещения по координатам X , Y , Z и давление. Математическое описание элемента этого типа базируется на дискретизации волнового уравнения и подробно рассмотрено

в главе 3. Базисные функции акустического элемента являются кусочно-линейными. Вид базисных функций приведён в приложении 1.

Для моделирования стенки трубопровода, в зависимости от сложности её пространственной конфигурации и характера решаемой задачи, используются различные пространственные элементы. Среди них самый распространённый – восьмиузловой пространственный элемент SOLID45 (рисунок 4.1).

Этот элемент используется для трёхмерного моделирования деформируемых твёрдых тел. Его узлы имеют три степени свободы: перемещения по осям X , Y , Z . Математическое описание данного элемента базируется на дискретизации уравнения динамики деформированного твёрдого тела. Базисные функции данного элемента аналогичны базисным функциям акустического элемента согласно соотношениям (П.1).

Для моделирования мест резкого изменения геометрической формы трубопроводной конструкции (например, в области тройниковых соединений или локальных деформаций стенок) применяется десятиузловой тетраэдральный (с промежуточными узлами на рёбрах) пространственный элемент с неплоскими гранями SOLID92 (см. рисунок 4.2).

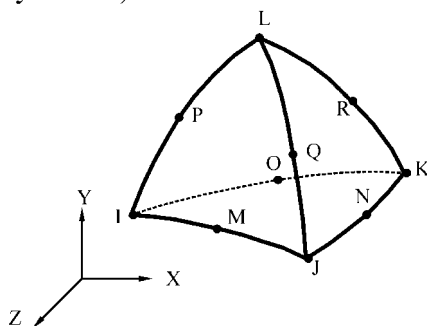


Рисунок 4.2 – Структурный элемент нерегулярной сетки SOLID92

Степени свободы узлов и математическое описание данного элемента аналогично **SOLID45**. Вид базисных функций приведён в приложении 1.

Более точным вариантом восьмиузловой пространственного элемента **SOLID45** является двадцатиузловой (с промежуточными узлами на рёбрах) пространственный элемент с неплоскими гранями **SOLID95** (см. рисунок 4.3).

Данный элемент применяется для моделирования участков трубопроводной системы, на которых возникающее при виброакустических нагрузках напряженно-деформируемое состояние носит существенно объёмный характер, а также в местах резкого изменения в пространстве направлений градиентов напряжений и деформаций.

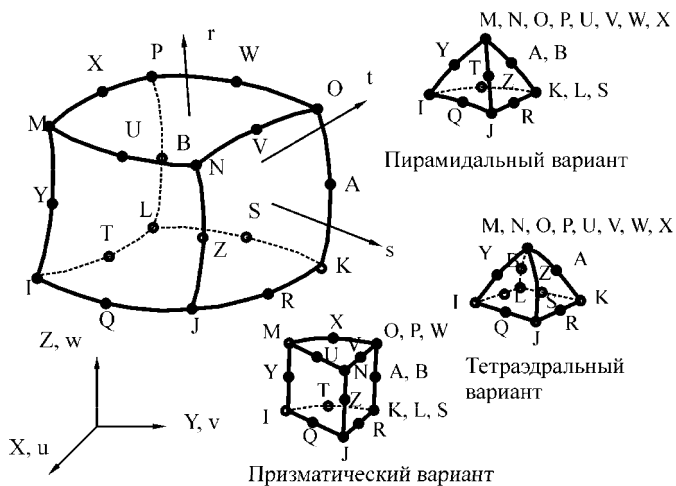


Рисунок 4.3 – Структурный элемент регулярной сетки **SOLID95**

Степени свободы узлов и математическое описание данного элемента аналогично **SOLID45**. Базисные функции приведены в приложении 1.

Пространственная область трубопровода разбивается сеткой конечных элементов. Расчёты производятся с использованием нерегулярной (рисунок 4.4) и регулярной (рисунок 4.5) сеток.

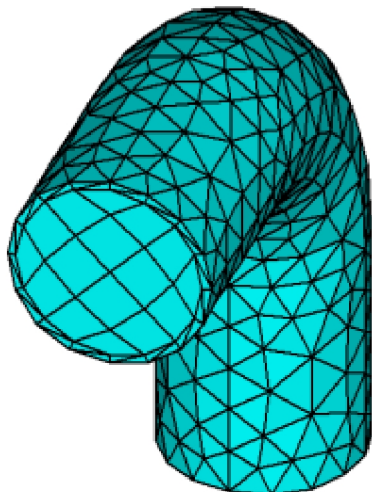


Рисунок 4.4 – Разбивка трубопровода нерегулярной сеткой

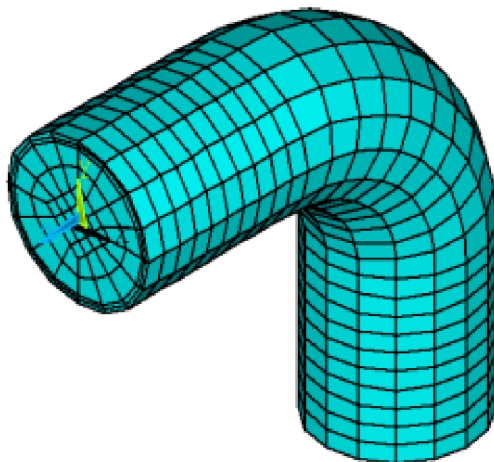


Рисунок 4.5 – Разбивка трубопровода регулярной сеткой

Применение нерегулярной сетки (элементы SOLID92 и FLUID30) может упростить процесс разбивки, незначительно повысить точность, но при этом сильно увеличивается время решения. Поэтому в дальнейших вычислительных экспериментах пространственная область разбивается регулярной сеткой (элементами SOLID45 и FLUID30) везде, где это возможно. Исключение составляют области сложной формы (тройники, сочленения нескольких трубопроводов, другие фасонные элементы), где применение регулярной сетки сопряжено со значительными временными затратами или практической невозможностью её построения.

4.2 Технология моделирования

Исследование напряжённо-деформированного состояния трубопровода в программном комплексе ANSYS осуществляется с использованием модуля Muliphysics. Для анализа силового и кинематического возбуждения используются модули Harmonic, Transient; для исследования собственных частот и форм колебаний – Modal. Моделирование виброакустического взаимодействия осуществлялось процедурой Fluid Structure Interaction, основы математического аппарата рассматривались в 3^й главе. Пример текста программы, позволяющей рассчитывать напряжённо-деформированное состояние трубопровода, а также поля распределения пульсаций давления и вибрации, представлен в приложении 2.

Остановимся подробнее на технологии построения конечно-элементной модели одноветковой трубопроводной системы сложной пространственной конфигурации. На первом шаге производится построение плоского профиля – поперечного сечения трубопровода. Для моделирования данного вида трубопровода целесообразно применение регулярной сетки, поэтому строящееся поперечное сечение должно содержать четырехгранные области.

Далее осуществляется построение траектории средней линии трубопровода и разметка сетки по ее длине. Для окончательного

построения объемного геометрического облика моделируемой системы применяется операция вытягивания областей поперечного сечения вдоль заданной траектории. При этом каркас геометрической модели получается полностью автоматически размечен. Таким образом, построенный объем готов для разбивки сеткой конечных элементов.

Задание сетки конечных элементов также осуществляется в несколько этапов. Это связано с тем, что в модели используются конечные элементы различных типов, причем элементы одного типа имеют различные свойства. Вначале вся область трубопроводной системы разбивается объемными элементами, моделирующими свойства деформируемых твердых тел. Затем элементам, занимающим объем рабочей жидкости, присваивается тип акустических элементов со свойством FLUID STRUCTURE INTERACTION (FSI) «взаимодействия со структурой» (в данном случае под «структурой» понимается стенка трубопровода). Далее вид матриц акустических элементов, прилегающих к концам трубопровода, меняется на несимметричный. Эта операция производилась для задания граничных условий гидравлической подсистемы – импедансов на входе и выходе трубопровода.

Граничные условия механической подсистемы задаются путем заделки соответствующих степеней свободы в узлах расчетной схемы, исходя из реальных условий креплений участков трубопроводов.

В финале построения модели задается гидродинамическая нагрузка в виде амплитуды и частоты пульсаций рабочего давления на входе в систему.

При исследовании статического напряжённо-деформированного состояния используется модуль Static. Тогда команда, задающая значение амплитуды давления, задаёт статическую её величину, а команда, задающая частоту колебаний, опускается.

4.3 Анализ результатов моделирования

В данном разделе рассмотрены результаты моделирования виброакустических характеристик коленообразного трубопровода, имеющего следующие геометрические размеры (см. рисунок 4.6): длина прямолинейного входного участка $l_1=200$ мм, радиус колена $R=200$ мм, длина прямолинейного выходного участка $l_2=200$ мм, наружный и внутренний диаметры $d_n=22$ мм и $d_{вн}=20$ мм.

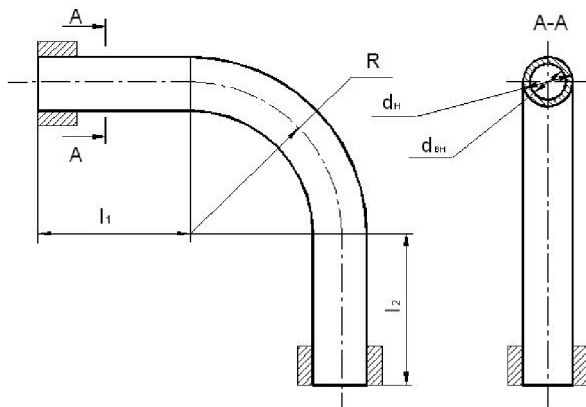


Рисунок 4.6 – Форма и основные геометрические характеристики исследуемого трубопровода

В качестве исходных данных задавались следующие свойства рабочей жидкости (АМГ-10): плотность ($\rho_{жс}=870$ кг/м³), скорость звука ($c=1300$ м/с). Свойства материала трубопровода (сталь 11Х18Н9Т): модуль упругости ($E=2 \cdot 10^{11}$ Па), коэффициент Пуассона ($\mu=0,3$), плотность ($\rho=7850$ кг/м³).

Учёт физических свойств материала трубопровода позволил смоделировать известное свойство уменьшения скорости звука в трубопроводной системе при наличии податливости стенки трубопровода [17]:

$$c = \frac{c_0}{\sqrt{1 + \frac{D_{\text{вн}} \cdot E_{\text{жс}}}{\delta_{\text{ст}} \cdot E_{\text{мп}}}}}, \quad (4.1)$$

где c_0 – скорость распространения волн давления в жидкости, заключенной в трубопровод с абсолютно жесткими стенками;

$D_{\text{вн}}$ – внутренний диаметр трубопровода;

$\delta_{\text{ст}}$ – толщина стенки трубопровода;

$E_{\text{жс}}$ – модуль упругости рабочей жидкости;

$E_{\text{мп}}$ – модуль упругости материала трубопровода.

Величина скорости звука в жидкости при условии абсолютно жёстких стенок трубопровода принимается равной $c=1300$ м/с. Аналитический расчёт для случая податливых стенок по вышеприведенной зависимости показал следующее значение скорости звука $c=1214$ м/с.

При численном моделировании скорость звука не является результатом расчёта. Для нахождения скорости звука необходимо выразить её через акустические параметры, полученные в ходе вычислительного эксперимента. В соответствии с работой [18] такая связь выглядит следующим образом:

$$A_p = \sqrt{\frac{2}{1 + \cos(2 \cdot \varepsilon \cdot l)}}, \quad (4.2)$$

где A_p – отношение амплитуды пульсаций на акустически закрытом конце к амплитуде в текущем сечении, l – расстояние от анализируемого сечения до акустически закрытого конца, ε – коэффициент фазы:

$$\varepsilon = \frac{\omega}{c}, \quad (4.3)$$

ω – круговая частота колебаний.

Тогда с учётом некоторых преобразований скорость звука можно определить следующей зависимостью:

$$c = \frac{4\pi \cdot l \cdot f}{\arccos\left(\frac{2}{A_p^2} - 1\right)}, \quad (4.4)$$

f – частота колебаний.

Результаты расчёта для случая акустически закрытого конца на выходе ($\alpha=0$; $Z=\infty$) при частоте колебаний 150 Гц, показывающие распределение пульсаций давления по длине трубопровода в момент времени $t = \frac{2n-1}{4} \cdot T$, представлены на рисунке 4.7 (T – период пульсаций давления на входе, $n=1, 2, 3, \dots, \infty$). Результаты представлены в виде областей равных значений для относительных амплитуд давления $\bar{A} = \frac{A}{A_{ax}}$. Как видно из рисунка 4.7,

$A_{p \text{ числ}}=1,18$.

Таким образом, в ходе численного моделирования скорость звука получилась равной $c=1202$ м/с. Расхождение результатов аналитического и численного расчётов связано с погрешностью численных методов и не влияет на физическую адекватность получаемых результатов.

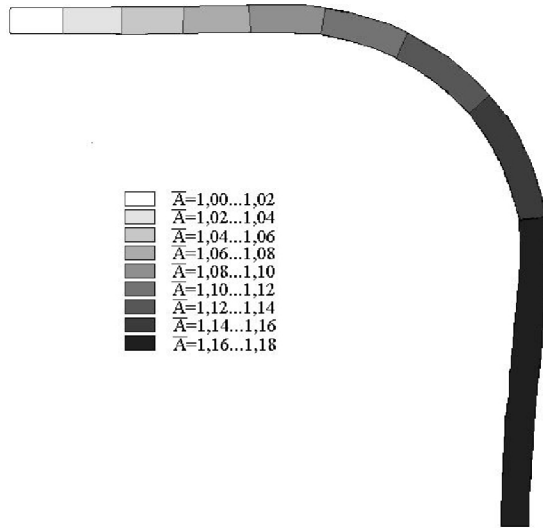


Рисунок 4.7 – Распределение пульсаций по длине трубопровода для случая акустически закрытого конца на выходе при частоте 150 Гц в момент времени

$$t = \frac{2n-1}{4} \cdot T$$

Распределение пульсаций давления по длине (рисунок 4.7) является характерным для стоячей волны: на акустически закрытом конце реализуются максимальные амплитуды. Моделируемая частота колебаний была выбрана достаточно низкой – ниже первой резонансной частоты как по гидравлической (четвертьволновой резонанс), так и по механической подсистеме. В этом случае амплитуды пульсаций давления монотонно уменьшаются по длине от выходного к входному сечению.

В ходе моделирования получено распределение вибропараметров по длине трубопровода. На рисунке 4.8 представлено распределение относительной виброскорости $\bar{V} = \frac{V}{A_{ex}} \left(\frac{m^2 \cdot c}{kg} \right)$ по длине

трубопровода для случая акустически закрытого конца на выходе при частоте 150 Гц.

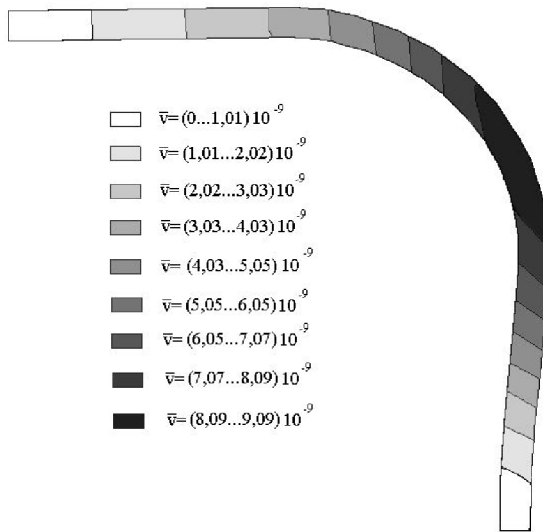


Рисунок 4.8 – Распределение модуля относительной виброскорости по длине трубопровода для случая акустически закрытого конца на выходе при частоте 150Гц

5. Контрольные задачи и вопросы

1. Определение гидропривода.
2. Классификация гидроприводов.
3. Способы регулирования гидропривода.
4. Принципиальные схемы гидроприводов.
5. Классификация элементов гидроприводов.
6. Особенности трубопроводных систем гидропривода.
7. Классификация трубопроводов по конструктивным признакам.
8. Классификация трубопроводов по эксплуатационным признакам.
9. Классификация основных видов нагрузок, испытываемых трубопроводами.
10. Определение силового возбуждения.
11. Определение кинематического возбуждения.
12. Перечислить способы соединения трубопроводов.
13. Перечислить основные допущения математической модели виброакустического взаимодействия в трубопроводных системах.
14. Записать основные законы сохранения и уравнение состояния, используемые при выводе математической модели виброакустического взаимодействия в трубопроводных системах.
15. Перечислить и показать применение способов линеаризации при выводе математической модели виброакустического взаимодействия в трубопроводных системах.
16. Дать характеристику величине ошибки линеаризации для различных типов жидкости.
17. Записать математическую модель акустической нагрузки на выходе трубопровода.

18. Записать математическую модель взаимодействия жидкости с податливой стенкой трубопровода.
19. Чему равны импедансы нагрузок при полном отражении волны и при нагрузке на неотражающее сопротивление.
20. Записать уравнение движения механической подсистемы трубопровода.
21. Записать конечно-элементную дискретизацию волнового уравнения трёхмерной задачи.
22. Записать конечно-элементную дискретизацию уравнения, моделирующего нагрузку присоединённой гидравлической цепи.
23. Записать конечно-элементную дискретизацию уравнения динамики твёрдой структуры, при условии воздействия жидкости.
24. Перечислить модули программного комплекса ANSYS, используемые при расчёте виброакустических характеристик трубопроводных систем.
25. Дать полную характеристику конечному элементу FLUID30 (дискретизируемое уравнение, класс решаемых задач, количество и вид степеней свободы узлов элемента).
26. Дать полную характеристику конечному элементу SOLID45 и показать его отличия от SOLID92 (дискретизируемое уравнение, класс решаемых задач, количество и вид степеней свободы узлов элемента).
27. Дать полную характеристику конечному элементу SOLID92 и показать его отличия от SOLID45 (дискретизируемое уравнение, класс решаемых задач, количество и вид степеней свободы узлов элемента).
28. О чём свидетельствует наличие дополнительных узлов на гранях элемента SOLID92?

29. Каков должен быть геометрический облик исследуемой области для построения регулярной сетки конечных элементов?
30. Перечислить основные блоки алгоритма решения задачи методом конечных элементов.
31. Дать понятие четвертьволнового резонанса в трубопроводной системе.
32. Как изменяется скорость звука в трубопроводной системе при учёте податливости стенок трубопровода (записать формулу и дать её анализ)?

Глоссарий

1. *Гидроприводом* называется совокупность гидромашин, гидроаппаратуры, гидролиний (трубопроводов) и вспомогательных устройств, предназначенных для передачи энергии и преобразования энергии посредством жидкости.
2. *Гидроаппаратура* – это устройства управления гидроприводом, при помощи которых он регулируется, а также средства защиты его от чрезмерно высоких и низких давлений жидкости.
3. *Насосный гидропривод* – гидропривод, в котором рабочая жидкость подаётся в гидродвигатель насосом, входящим в состав этого гидропривода. Такой тип гидропривода применяется наиболее широко.
4. *Аккумуляторный гидропривод* – гидропривод, в котором рабочая жидкость подаётся в гидродвигатель от предварительно заряженного гидроаккумулятора.
5. *Магистральный гидропривод* – гидропривод, в котором рабочая жидкость поступает в гидродвигатель из гидромагистрали.
6. *Дроссельное регулирование* – регулирование скорости дросселированием потока рабочей жидкости и отводом части потока через дроссель или клапан, минуя гидродвигатель.
7. *Объемное регулирование* – регулирование скорости изменением рабочего объема насоса или гидродвигателя или того и другого.
8. *Силовым* называется возбуждение, при котором колебания вызываются заданными периодически изменяющимися во времени силами, например колебаниями давления потока рабочей жидкости.

9. *Кинематическим* называется возбуждение, при котором колебания вызываются заданным периодическим движением определённых точек, принадлежащих рассматриваемому объекту.

10. *Локальное ускорение* – частная производная скорости по времени $\frac{\partial v}{\partial t}$. Эта часть ускорения характеризует изменение скорости в

данном месте пространства. При установившемся течении среды (например, при равномерном протекании жидкости по трубе переменного сечения) эта производная равна нулю.

11. *Конвективное ускорение* – обусловлено переходом частиц из места с одной скоростью в место с другой скоростью

$v \nabla v = v_x \frac{\partial v}{\partial x} + v_y \frac{\partial v}{\partial y} + v_z \frac{\partial v}{\partial z}$. Например, при равномерном течении

жидкости в трубе переменного сечения эта часть характеризует увеличение скорости частиц при переходе из широкой части трубы в узкую и уменьшение – при переходе из узкой части в широкую.

12. *Кинематическая линейаризация* – линейаризация соотношения между сжатием и скоростью частиц, полученного из закона сохранения массы. Она заключается в замене нелинейного соотношения

$v = \frac{s}{s+1}c$ на линейное $v = cs$. Кинематическая линейаризация вно-

сит наибольшую ошибку при использовании волнового уравнения для газовых сред.

13. *Динамическая линейаризация* – замена истинной зависимости между сжатием и давлением линейной зависимостью (законом Гука). Динамическая линейаризация вносит наибольшую ошибку при использовании волнового уравнения для жидкостей и твёрдых тел.

14. *Метод конечных элементов* – численный метод, который сводится к аппроксимации сплошной среды с бесконечным числом степеней свободы совокупностью подобластей (или элементов),

имеющих конечное число степеней свободы. Внутри каждого элемента задаются некоторые функции формы, позволяющие определить перемещения внутри элемента по перемещениям в его узлах, т.е. в местах стыков конечных элементов.

15. *Акустический импеданс* – отношение звукового давления в некоторой точке среды к колебательной скорости v частиц, движущихся под действием давления p в продольной волне.

16. *Коэффициент звукопоглощения* – отношение разности интенсивности падающей и прошедшей волны через преграду к интенсивности падающей волны.

17. *Вибросмещение* – мгновенное значение каждой из координат, указывающих положение точки для случая её колебательного движения.

18. *Виброскорость* – первая производная вибросмещения по времени.

19. *Виброускорение* – вторая производная вибросмещения по времени.

20. *Резкость* – третья производная вибросмещения по времени.

Приложение 1. Вид базисных функций конечных элементов

Вид базисных функций конечных элементов FLUID30 и SOLID45:

$$\begin{aligned}
 U = \frac{1}{8} \cdot [& U_I(1-s)(1-t)(1-r) + U_J(1+s)(1-t)(1-r) + \\
 & + U_K(1+s)(1+t)(1-r) + U_L(1-s)(1+t)(1-r) + \quad ; \\
 & + U_M(1-s)(1-t)(1+r) + U_N(1+s)(1-t)(1+r) + \\
 & + U_O(1+s)(1+t)(1+r) + U_P(1-s)(1+t)(1+r)]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V = \frac{1}{8} \cdot [& V_I(1-s)(1-t)(1-r) + V_J(1+s)(1-t)(1-r) + \\
 & + V_K(1+s)(1+t)(1-r) + V_L(1-s)(1+t)(1-r) + \quad ; \\
 & + V_M(1-s)(1-t)(1+r) + V_N(1+s)(1-t)(1+r) + \\
 & + V_O(1+s)(1+t)(1+r) + V_P(1-s)(1+t)(1+r)]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 W = \frac{1}{8} \cdot [& W_I(1-s)(1-t)(1-r) + W_J(1+s)(1-t)(1-r) + \\
 & + W_K(1+s)(1+t)(1-r) + W_L(1-s)(1+t)(1-r) + \quad ; \quad (\text{II.1}) \\
 & + W_M(1-s)(1-t)(1+r) + W_N(1+s)(1-t)(1+r) + \\
 & + W_O(1+s)(1+t)(1+r) + W_P(1-s)(1+t)(1+r)]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P = \frac{1}{8} \cdot [& P_I(1-s)(1-t)(1-r) + P_J(1+s)(1-t)(1-r) + \\
 & + P_K(1+s)(1+t)(1-r) + P_L(1-s)(1+t)(1-r) + \quad , \\
 & + P_M(1-s)(1-t)(1+r) + P_N(1+s)(1-t)(1+r) + \\
 & + P_O(1+s)(1+t)(1+r) + P_P(1-s)(1+t)(1+r)]
 \end{aligned}$$

где $s, t, r \in [-1; 1]$;

U, V, W – перемещения элемента по осям X, Y, Z ;

$U_I, U_J, U_K, U_L, U_M, U_N, U_O, U_P$ – узловые перемещения элемента по оси X ;

$V_I, V_J, V_K, V_L, V_M, V_N, V_O, V_P$ – узловые перемещения элемента по оси Y ;

$W_I, W_J, W_K, W_L, W_M, W_N, W_O, W_P$ – узловые перемещения элемента по оси Z ;

P – давление.

Вид базисных функций конечного элемента SOLID92:

$$U = U_I(2L_1 - 1)L_1 + U_J(2L_2 - 1)L_2 + U_K(2L_3 - 1)L_3 + \\ + U_L(2L_4 - 1)L_4 + 4(U_M L_1 L_2 + U_N L_2 L_3 + U_O L_1 L_3 + \\ + U_P L_1 L_4 + U_Q L_2 L_4 + U_R L_3 L_4)$$

$$V = V_I(2L_1 - 1)L_1 + V_J(2L_2 - 1)L_2 + V_K(2L_3 - 1)L_3 + \\ + V_L(2L_4 - 1)L_4 + 4(V_M L_1 L_2 + V_N L_2 L_3 + V_O L_1 L_3 + \\ + V_P L_1 L_4 + V_Q L_2 L_4 + V_R L_3 L_4) \quad ; \quad (\text{П.2})$$

$$W = W_I(2L_1 - 1)L_1 + W_J(2L_2 - 1)L_2 + W_K(2L_3 - 1)L_3 + \\ + W_L(2L_4 - 1)L_4 + 4(W_M L_1 L_2 + W_N L_2 L_3 + \\ + W_O L_1 L_3 + W_P L_1 L_4 + W_Q L_2 L_4 + W_R L_3 L_4)$$

где $L_1, L_2, L_3, L_4 \in [0; 1]$,

U, V, W – перемещения элемента по осям X, Y, Z ;

$U_I, U_J, U_K, U_L, U_M, U_N, U_O, U_P, U_Q, U_R$ – узловые перемещения элемента по оси X ;

$V_I, V_J, V_K, V_L, V_M, V_N, V_O, V_P, V_Q, V_R$ – узловые перемещения элемента по оси Y ;

$W_I, W_J, W_K, W_L, W_M, W_N, W_O, W_P, W_Q, W_R$ – узловые перемещения элемента по оси Z .

Вид базисных функций конечного элемента SOLID95:

$$\begin{aligned}
 U = & \frac{1}{8} [U_I(1-s)(1-t)(1-r)(-s-t-r-2) + \\
 & + U_J(1+s)(1-t)(1-r)(s-t-r-2) + \\
 & + U_K(1+s)(1+t)(1-r)(s+t-r-2) + \\
 & + U_L(1-s)(1+t)(1-r)(-s+t-r-2) + \\
 & + U_M(1-s)(1-t)(1+r)(-s-t+r-2) + \\
 & + U_N(1+s)(1-t)(1+r)(s-t+r-2) + \\
 & + U_O(1+s)(1+t)(1+r)(s+t+r-2) \\
 & + U_P(1-s)(1+t)(1+r)(-s+t+r-2)] + \\
 & + \frac{1}{4} [U_Q(1-s^2)(1-t)(1-r) + U_R(1+s)(1-t^2)(1-r) + \\
 & + U_S(1-s^2)(1+t)(1-r) + U_T(1-s)(1-t^2)(1-r) + \\
 & + U_U(1-s^2)(1-t)(1+r) + U_V(1+s)(1-t^2)(1+r) + \\
 & + U_W(1-s^2)(1+t)(1+r) + U_X(1-s)(1-t^2)(1+r) + \\
 & + U_Y(1-s)(1-t)(1-r^2) + U_Z(1+s)(1-t)(1-r^2) + \\
 & + U_A(1+s)(1+t)(1-r^2) + U_B(1-s)(1+t)(1-r^2)]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V = & \frac{1}{8} [V_I (1-s)(1-t)(1-r)(-s-t-r-2) + \\
& V_J (1+s)(1-t)(1-r)(s-t-r-2) + \\
& + V_K (1+s)(1+t)(1-r)(s+t-r-2) + \\
& + V_L (1-s)(1+t)(1-r)(-s+t-r-2) + \\
& + V_M (1-s)(1-t)(1+r)(-s-t+r-2) + \\
& + V_N (1+s)(1-t)(1+r)(s-t+r-2) + \\
& + V_O (1+s)(1+t)(1+r)(s+t+r-2) \\
& + V_P (1-s)(1+t)(1+r)(-s+t+r-2)] + \\
& + \frac{1}{4} [V_Q (1-s^2)(1-t)(1-r) + V_R (1+s)(1-t^2)(1-r) + \\
& V_S (1-s^2)(1+t)(1-r) + V_T (1-s)(1-t^2)(1-r) + \\
& + V_U (1-s^2)(1-t)(1+r) + V_V (1+s)(1-t^2)(1+r) + \\
& + V_W (1-s^2)(1+t)(1+r) + V_X (1-s)(1-t^2)(1+r) + \\
& + V_Y (1-s)(1-t)(1-r^2) + V_Z (1+s)(1-t)(1-r^2) \\
& + V_A (1+s)(1+t)(1-r^2) + V_B (1-s)(1+t)(1-r^2)]
\end{aligned} \tag{II.3}$$

$$\begin{aligned}
W = & \frac{1}{8} [W_I (1-s)(1-t)(1-r)(-s-t-r-2) + \\
& + W_J (1+s)(1-t)(1-r)(s-t-r-2) + \\
& + W_K (1+s)(1+t)(1-r)(s+t-r-2) + \\
& + W_L (1-s)(1+t)(1-r)(-s+t-r-2) + \\
& + W_M (1-s)(1-t)(1+r)(-s-t+r-2) + \\
& + W_N (1+s)(1-t)(1+r)(s-t+r-2) + \\
& + W_O (1+s)(1+t)(1+r)(s+t+r-2) + \\
& + W_P (1-s)(1+t)(1+r)(-s+t+r-2)] +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{4} \left[W_Q (1-s^2)(1-t)(1-r) + W_R (1+s)(1-t^2)(1-r) + \right. \\
& + W_S (1-s^2)(1+t)(1-r) + W_T (1-s)(1-t^2)(1-r) + \\
& + W_U (1-s^2)(1-t)(1+r) + W_V (1+s)(1-t^2)(1+r) + \\
& + W_W (1-s^2)(1+t)(1+r) + W_X (1-s)(1-t^2)(1+r) + \\
& + W_Y (1-s)(1-t)(1-r^2) + W_Z (1+s)(1-t)(1-r^2) \\
& \left. + W_A (1+s)(1+t)(1-r^2) + W_B (1-s)(1+t)(1-r^2) \right]
\end{aligned}$$

где $s, t, r \in [-1; 1]$;

U, V, W – перемещения элемента по осям X, Y, Z ;

$U_I, U_J, U_K, U_L, U_M, U_N, U_O, U_P, U_Q, U_R, U_S, U_T, U_U, U_V, U_W, U_X, U_Y,$

U_Z, U_A, U_B – узловые перемещения элемента по оси X ;

$V_I, V_J, V_K, V_L, V_M, V_N, V_O, V_P, V_Q, V_R, V_S, V_T, V_U, V_V, V_W, V_X, V_Y, V_Z,$

V_A, V_B – узловые перемещения элемента по оси Y ;

$W_I, W_J, W_K, W_L, W_M, W_N, W_O, W_P, W_Q, W_R, W_S, W_T, W_U, W_V, W_W, W_X,$

W_Y, W_Z, W_A, W_B – узловые перемещения элемента по оси Z .

Приложение 2. Пример программы расчёта напряжённо-деформированного состояния трубопровода

```
/PREP7                                DENS,2,870
                                        SONC,2,1300
ANTYPE,HARM                            MU,2,0 ! акуст. закр. конец
HROUT,OFF

                                        MP,EX,3,2E11
L1=0.2                                  MP,NUXY,3,0.2
R2=0.2                                  MP,DENS,3,7850
L3=0.2                                  MP,SONC,3,3200

LDIV1=40                                CSYS,0
RDIV2=40                                K,1
LDIV3=40                                K,2,,RADVN/2
                                        K,3,-RADVN/2
RADVN=0.01                              K,4,,-RADVN/2
RADN=0.011                              K,5,RADVN/2

QUADIV=4                                CSYS,1
LIQDIV=2                                K,6,RADVN,90
PIPDIV=2                                K,7,RADVN,180
                                        K,8,RADVN,-90
ET,1,30                                  K,9,RADVN

ET,3,SOLID45                            K,10,RADN,90
                                        K,11,RADN,180
DENS,1,870                              K,12,RADN,-90
SONC,1,1300                             K,13,RADN
MU,1,0
```

CSYS,0	L,5,9,LIQDIV
L,2,5,QUADIV	L,2,6,LIQDIV
L,2,3,QUADIV	L,3,7,LIQDIV
L,3,4,QUADIV	L,4,8,LIQDIV
L,4,5,QUADIV	
	L,9,13,PIPDIV
LARC,9,6,1,RADVN	L,6,10,PIPDIV
LESIZE,5,,,QUADIV	L,7,11,PIPDIV
	L,8,12,PIPDIV
LARC,6,7,1,RADVN	
LESIZE,6,,,QUADIV	K,14,,,L1
	L,1,14,LDIV1
LARC,7,8,1,RADVN	
LESIZE,7,,,QUADIV	K,15,,-R2,-(L1+R2)
	K,16,,-R2,-(L1)
LARC,8,9,1,RADVN	LARC,14,15,16,R2
LESIZE,8,,,QUADIV	LESIZE,22,,,RDIV2
LARC,13,10,1,RADN	K,17,,-(R2+L3),-(L1+R2)
LESIZE,9,,,QUADIV	L,15,17,LDIV3
LARC,10,11,1,RADN	A,2,3,4,5
LESIZE,10,,,QUADIV	
	A,5,9,6,2
LARC,11,12,1,RADN	A,2,6,7,3
LESIZE,11,,,QUADIV	A,3,7,8,4
	A,4,8,9,5
LARC,12,13,1,RADN	
LESIZE,12,,,QUADIV	

A,9,13,10,6	VSEL,A,VOLU,,19
A,6,10,11,7	VSEL,A,VOLU,,20
A,7,11,12,8	VSEL,A,VOLU,,21
A,8,12,13,9	VSEL,A,VOLU,,22
	VSEL,A,VOLU,,23
ASEL,S,AREA,,1	ESLV,S,1
ASEL,A,AREA,,2	TYPE,1
ASEL,A,AREA,,3	MAT,1
ASEL,A,AREA,,4	EMODIF,ALL
ASEL,A,AREA,,5	
ASEL,A,AREA,,6	NALL
ASEL,A,AREA,,7	EALL
ASEL,A,AREA,,8	
ASEL,A,AREA,,9	ASEL,S,AREA,,72
VDRAG,ALL,,,,,,21,22,23	ASEL,A,AREA,,84
VATT,3,,3	ASEL,A,AREA,,82
VMESH,ALL	ASEL,A,AREA,,79
	ASEL,A,AREA,,76
VSEL,S,VOLU,,1	NSLA,S,1
VSEL,A,VOLU,,2	ENODE
VSEL,A,VOLU,,3	ESEL,R,TYPE,,1
VSEL,A,VOLU,,4	MAT,2
VSEL,A,VOLU,,5	EMODIF,ALL
VSEL,A,VOLU,,10	NALL
VSEL,A,VOLU,,11	EALL
VSEL,A,VOLU,,12	
VSEL,A,VOLU,,13	
VSEL,A,VOLU,,14	

ASEL,S,AREA,,16
ASEL,A,AREA,,25
ASEL,A,AREA,,19
ASEL,A,AREA,,22

ASEL,A,AREA,,45
ASEL,A,AREA,,54
ASEL,A,AREA,,51
ASEL,A,AREA,,48

ASEL,A,AREA,,74
ASEL,A,AREA,,83
ASEL,A,AREA,,77
ASEL,A,AREA,,80

NSLA,S,1
ENODE
ESEL,R,TYPE,,1
SF,ALL,FSI,1

NALL
EALL

ASEL,S,AREA,,72
ASEL,A,AREA,,84
ASEL,A,AREA,,82
ASEL,A,AREA,,79
ASEL,A,AREA,,76

NSLA,S,1
ENODE
ESEL,R,TYPE,,1
SF,ALL,IMPD,1

NALL
EALL

LSEL,S,LINE,,9
LSEL,A,LINE,,10
LSEL,A,LINE,,11
LSEL,A,LINE,,12

LSEL,A,LINE,,119
LSEL,A,LINE,,116
LSEL,A,LINE,,113
LSEL,A,LINE,,110

NSLL,S,1
D,ALL,UX,,,,,UY,UZ

NALL
EALL

```
ASEL,S,AREA,,1
ASEL,A,AREA,,2
ASEL,A,AREA,,3
ASEL,A,AREA,,4
ASEL,A,AREA,,5
NSLA,S,1
D,ALL,PRES,500000
```

```
EALL
NALL
```

```
FINISH
```

```
/SOLVE
HARF,0,300
NSUBST,6
KBC,1
SOLVE
FINISH
```

Список используемых источников

1. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы: Учебник для машиностроительных вузов /Т.М. Башпа, С.С. Руднев, Б.Б. Некрасов и др. – 2-е изд., перераб. – М.: Машиностроение, 1982. – 423 с.
2. Погорелов В.И. Элементы и системы гидропневмоавтоматики: учеб. пособие. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1979. – 184 с.
3. Свешников В.К. Гидрооборудование: Международный справочник. Издательский центр «Техинформ» МАИ, 2001.
4. Черненко Ж.С., Лагосюк Г.С., Никулинский Г.Н. и др. Гидравлические системы транспортных самолётов. – М.: Транспорт, 1975. – 184 с.
5. Старцев Н.И. Трубопроводы газотурбинных двигателей. – М.: Машиностроение, 1976. – 272 с.
6. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я. и др. Численное решение многомерных задач газовой динамики. – М.: Наука, 1976. – 400 с.
7. Гулиенко А.И. Уравнения движения жидкости в вибрирующих трубопроводах гидросистем// Математические модели рабочих процессов в гидропневмосистемах: Сб. науч. тр. – Киев: Наук. Думка, 1981. – С. 111–122.
8. Жуковский Н.Е. О гидравлическом ударе в водопроводных трубах: Избран. соч. Т. II. – Гостехтеориздат, 1948. – 422 с.
9. Владиславлев А.С. и др. Трубопроводы поршневых компрессорных машин. – М.: Машиностроение, 1972. – 288 с.
10. Вакулич Е.А., Варивода В.Д., Жуковский А.Е. и др. Методы обеспечения функциональной надежности пневмогидравлических и топливных систем блока ракетно-космического комплекса. – Самара: НПО «Импульс», 1994. – 256 с.
11. Бреховских А.М., Гончаров В.В. Введение в механику сплошных сред. – М.: Наука, 1982. – 336 с.
12. Гладких П.А., Хачатурян С.А. Вибрации в трубопроводах и методы их устранения. – М.: Машгиз, 1959. – 243 с.
13. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 544 с.
14. Барбашов Е.Д., Гликман Б.Ф., Казаков А.А. и др. Экспериментальное исследование акустических характеристик столба жидкости в непроточных трубах // Акустич. журнал. 1996. Т.42. №4. – С.478-488.

15. Гликман Б.Ф. Математические модели пневмогидравлических систем. – М.: Наука, 1986. – 368 с.
16. Ashly H. and Haviland G. Bending vibration of pipeline containing fluid. *Journal of Applied Mechanics*, 1950, pp. 229–232.
17. Кондрашов Н.С. О параметрических колебаниях трубопроводов // Вибрационная прочность и надёжность авиационных двигателей. Вып. XIX. – Куйбышев, 1965. – С. 173-181.
18. Колебания элементов аксиально-поршневых гидромашин / Под ред. проф. К.В. Фролова. – М.: Машиностроение, 1978. – 280 с.

Учебное издание

Макарьянц Георгий Михайлович

**РАСЧЁТ ТРУБОПРОВОДНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ
ГИДРОПРИВОДА
С ПОМОЩЬЮ САЕ СИСТЕМ**

Учебное пособие

Технический редактор А. Н. Т и х о н о в
Редакторская обработка А. А. Н е ч и т а й л о
Корректорская обработка О. Ю. Д ъ я ч е н к о
Доверстка В. С. Т е л е п о в а

Подписано в печать 25.11.06 г. Формат 60x84 1/16.

Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 4,8. Усл. кр.-отт. 4,9. Печ. л. 5,0.

Тираж 50 экз. Заказ . ИП - 18/2006

Самарский государственный
аэрокосмический университет.
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

Изд-во Самарского государственного
аэрокосмического университета.
443086 Самара, Московское шоссе, 34.