САМАРСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ
имени академика
С.П. КОРОЛЕВА

Е.А. Ефимов
О.С. Иванова
Л.В. Коломиец

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

ТИПОВЫЕ РАСЧЕТЫ

САМАРА 2003

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА

Е.А. Ефимов, О.С. Иванова, Л.В. Коломиец

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

ТИПОВЫЕ РАСЧЕТЫ

Учебное пособие

САМАРА 2003

УДК 517.2(075)

Ефимов Е.А., Иванова О.С., Коломиец Л.В. **Теория вероятностей. Типовые расчеты:** Учеб. пособие / Самар. гос. аэрокосм. ун-т. Самара, 2003. 76 с.

ISBN 5-7883-0262-5

Учебное пособие составлено в соответствии с действующей программой по курсу математики для инженерно-технических специальностей вузов. Типовые расчеты включают 30 вариантов заданий по различным разделам теории вероятностей.

Пособие предназначено для студентов 2 курса радиотехнического факультета, а также будет полезно студентам других факультетов СГАУ. Составлено на кафедре высшей математики СГАУ.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королева

Рецензенты: А. И. Жданов, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики СГАУ;

Е. Я. Горелова, кандидат физико-математических наук, доцент СГАУ.

ISBN 5-7883-0262-5

СОДЕРЖАНИЕ

СПРАВОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ

Элементы комбинаторики

I. Теорема сложения: пусть два взаимоисключающие друг друга действия могут выполняться соответственно m и n способами, то выполнить любое из этих действий можно $m+n$ способами.

Теорема умножения: пусть одно за другим **выполняются** k действий: 1-е действие можно выполнить n_1 способами,
2-е действие можно выполнить n_2 способами,
. . . .
k-е действие можно выполнить n_k способами,
тогда все k действий можно выполнить

$$n = n_1 \cdot n_2 \cdot \ldots \cdot n_k \quad \text{способами.}$$

II. 1) Упорядоченная выборка с повторениями из n по m:

$$N = n^m.$$

2) Упорядоченная выборка без повторений из n по m:
размещения $\quad N=A_n^m=n(n-1)(n-2)\ldots(n-m+1)=\dfrac{n!}{(n-m)!}.$

3) Упорядоченная выборка без повторений из n по n:
перестановки $\quad P_n = n!$

4) Неупорядоченная выборка без повторений из n по m:
сочетания $\quad N = C_n^m = \dfrac{n!}{m!(n-m)!}.$

5) Неупорядоченная выборка с повторениями из n по m:

$$N = C_{n+m-1}^m.$$

6) Схема упорядоченных разбиений: n различных предметов случайным образом распределяются по s занумерованным ящикам так, чтобы k-тый ящик содержал $n_k > 0$ предметов $(n_1 + n_2 + \ldots + n_s = n)$,

$$N = \frac{n!}{n_1!n_2!\ldots n_s!},$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot n; \quad (n+1)! = (n+1)n!; \quad 0! = 1;$$
$$C_n^m = C_n^{n-m}; \quad C_n^n = C_n^0 = 1; \quad C_n^1 = n.$$

Классическая вероятностная схема

Ω – множество исходов опыта удовлетворяет условиям:
1) конечно, 2) образует полную группу (в результате наступает один из исходов), 3) все исходы равновероятны, 4) попарно несовместны;

$N(\Omega) = n$ — число всех исходов опыта;

$N(A) = m$ — число исходов, благоприятствующих событию A;

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{m}{n}.$$

1) Если A и B — несовместные события, то
$$P(A+B) = P(A) + P(B).$$

2) Если A и $\overline{A}$ — противоположные события, то
$$P(A) + P(\overline{A}) = 1.$$

3) Если A и B — совместные события, то
$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B).$$

4) Если A и B — зависимые события, то
$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B|A) = P(B) \cdot P(A|B).$$

5) Если A и B — независимые события, то
$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B).$$

6) Формула полной вероятности:
$$P(A) = \sum_{k=1}^{n} P(H_k) \cdot P(A|H_k) = \left[\sum_{k=1}^{n} P(H_k) = 1 \right] =$$
$$= P(H_1) \cdot P(A|H_1) + P(H_2) \cdot P(A|H_2) + \ldots + P(H_n) \cdot P(A|H_n).$$

7) Формула Байеса проверки гипотез (событие A произошло):
$$P(H_k|A) = \frac{P(H_k) \cdot P(A|H_k)}{P(A)}.$$

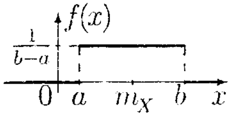
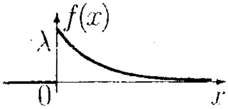
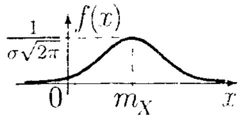
Геометрическая вероятность

Пусть Ω – область, имеющая площадь $S(\Omega)$. Множеству исходов, соответствующих событию A, соответствует область, имеющая площадь $S(A)$:
$$P(A) = \frac{S(A)}{S(\Omega)}.$$

Вероятность зависит от площади $S(A)$, но не зависит от места ее расположения.

Дискретные случайные величины (д.с.в) и непрерывные случайные величины (н.с.в)

Название	Для д.с.в.	Для н.с.в.
1) Ряд распределения	$\begin{array}{c\|c\|c\|c\|c\|c} X & x_1 & x_2 & x_3 & \dots & x_n \\ \hline P & p_1 & p_2 & p_3 & \dots & p_n \end{array}$ Условие нормировки: $\sum\limits_{k=1}^{n} p_k = 1$	—
2) Плотность вероятности	—	$f(x) \overset{\text{def}}{=} \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{P(x<X<x+\Delta x)}{\Delta x}$ Условие нормировки: $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$
3) Функция распределения	$F(x) \overset{\text{def}}{=} P(-\infty<X<x) = \sum\limits_{-\infty<x_k<x} p_k = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leqslant x_1 \\ p_1 & \text{при } x_1<x\leqslant x_2 \\ p_1+p_2 & \text{при } x_2<x\leqslant x_3 \\ \dots\dots\dots & \\ 1 & \text{при } x>x_n \end{cases}$	$F(x) \overset{\text{def}}{=} P(-\infty<X<x) = \int\limits_{-\infty}^{x} f(x)\,dx$ (интегральный закон)
4) Дифференциальный закон		$f(x) = F'(x)$
5) Вероятность попадания с.в. в интервал (a,b)	$P(a<X<b) = \sum\limits_{a<x_k<b} p_k$	$P(a<X<b) = \int\limits_a^b f(x)\,dx$ или так: $P(a<X<b) = F(b)-F(a)$
6) Математическое ожидание	$m_X = \sum\limits_{k=1}^{n} x_k \cdot p_k$	$m_X = \int\limits_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)\,dx$
7) Дисперсия	$D_X \overset{\text{def}}{=} M[(X-m_X)^2] = \sum\limits_{k=1}^{n} (x_k-m_X)^2 \cdot p_k$	$D_X = \int\limits_{-\infty}^{\infty} (x-m_X)^2 \cdot f(x)dx = M[X^2]-(m_X)^2$
8) Среднее квадратическое отклонение	$\sigma_X = \sqrt{D_X}$	$\sigma_X = \sqrt{D_X}$

9) Биномиальное распределение д.с.в.	$P_{k,n}=C_n^k\cdot p^k\cdot q^{n-k}$ $m_X=np,\quad D_X=npq,$ $\sigma_X=\sqrt{npq}\qquad(n\leqslant10)$ $P_{k,n}$ – вероятность появления события A в n опытах ровно k раз	Производится n независимых опытов, в каждом из которых может появиться или не появиться событие A. p — вероятность появления события A в каждом опыте, q — вероятность непоявления события A в каждом опыте ($p+q=1$).
10) Распределение Пуассона д.с.в.	$P_k=\dfrac{a^k}{k!}\cdot e^{-a}$ $m_X=np=a,\quad D_X=a,$ $\sigma_X=\sqrt{a}\qquad(n>10)$ a – среднее число появления события A в n независимых опытах	
11) Равномерное распределение н.с.в.	$f(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\leqslant a\\ \dfrac{1}{b-a} & \text{при } a<x\leqslant b\\ 0 & \text{при } x>b\end{cases}$ $m_X=\dfrac{a+b}{2};\quad D_X=\dfrac{(b-a)^2}{12}$	
12) Показательное распределение н.с.в.	$f(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<0\\ \lambda\, e^{-\lambda x} & \text{при } x\geqslant0\end{cases}$ $m_X=\dfrac{1}{\lambda};\ D_X=\dfrac{1}{\lambda^2};\ \sigma_X=\dfrac{1}{\lambda}$	
13) Нормальное распределение н.с.в.	$f(x)=\dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$ $m_X=m;\ D_X=\sigma^2;\ \sigma_X=\sigma$ $P(\lvert X-m\rvert<\varepsilon)=2\Phi(\frac{\varepsilon}{\sigma})-1$ $P(a<X<b)=\Phi(\frac{b-m}{\sigma})-\Phi(\frac{a-m}{\sigma})$	
$\Phi(x)$ — функция распределения	$\Phi(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\displaystyle\int_{-\infty}^{x}e^{-\frac{t^2}{2}}dt\qquad\Phi(-x)=1-\Phi(x)$	
$\Phi(x)=\frac{1}{2}+\Phi_0(x)$	$P(\lvert X-m\rvert<\varepsilon)=2\Phi_0(\frac{\varepsilon}{\sigma})$ $P(a<X<b)=\Phi_0(\frac{b-m}{\sigma})-\Phi_0(\frac{a-m}{\sigma})$	
$\Phi_0(x)$ — функция Лапласа	$\Phi_0(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\displaystyle\int_{0}^{x}e^{-\frac{t^2}{2}}dt\qquad\Phi_0(-x)=-\Phi_0(x)$	

Двумерные случайные векторы (X, Y)

Название	Для д.с.в.	Для н.с.в.
1) Ряд распределения д.с.в.	$\begin{array}{c\|cccc\|c} X\backslash Y & y_1 & y_2 & \dots & y_m & P\{X=x_i\} \\ \hline x_1 & p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1m} & \sum_{j=1}^{m} p_{1j} \\ x_2 & p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2m} & \sum_{j=1}^{m} p_{2j} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n & p_{n1} & p_{n2} & \dots & p_{nm} & \sum_{j=1}^{m} p_{nj} \\ \hline P\{Y=y_j\} & \sum_{i=1}^{n} p_{i1} & \sum_{i=1}^{n} p_{i2} & \dots & \sum_{i=1}^{n} p_{im} & \end{array}$	
2) Двумерная плотность вероятностей н.с.в.	$f(x,y) = \dfrac{\partial^2 F(x,y)}{\partial x\, \partial y}$; маргинальные плотности: $f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\,dy$; $f_Y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\,dx$	
3) Условие нормировки	$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} p_{ij} = 1$	$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\,dx\,dy = 1$
4) Функция распределения	$F(x,y) = \sum_{x_i<x} \sum_{y_j<y} p_{ij}$	$F(x,y) = \int_{-\infty}^{x} \int_{-\infty}^{y} f(x,y)\,dx\,dy$
5) Ковариация	$K_{XY} = M[XY] - m_X m_Y = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} (x_i - m_X)(y_j - m_Y) p_{ij}$	$K_{XY} = \int_{-\infty}^{x} \int_{-\infty}^{y} (x - m_X) \cdot (y - m_Y) f(x,y)\,dx\,dy$
6) Коэффициент корреляции	$r_{XY} = \dfrac{K_{XY}}{\sqrt{D_X}\sqrt{D_Y}}$	$r_{XY} = \dfrac{K_{XY}}{\sqrt{D_X}\sqrt{D_Y}}$
7) Вероятность попадания в область	$P\{(X,Y) \in D\} = \sum_{i} \sum_{j} p_{ij}$, $(x_i; y_j) \in D$	$P\{(X,Y) \in D\} = \iint_D f(x,y)\,dx\,dy$
8) Условная вероятность	$P\{X=x_i \| Y=y_j\} = \dfrac{p_{ij}}{P\{Y=y_j\}}$ $P\{Y=y_j \| X=x_i\} = \dfrac{p_{ij}}{P\{X=x_i\}}$	$f_X(x \| Y=y) = \dfrac{f(x,y)}{f_Y(y)}$ $f_Y(y \| X=x) = \dfrac{f(x,y)}{f_X(x)}$

Функции случайных величин $Y=\varphi(X)$

Название	Для д.с.в.	Для н.с.в.
1) Закон распределения	1) $y=\varphi(x)$ — строго монотонна $P\{Y=y_j\}=P\{X=x_j\}$ 2) $y=\varphi(x)$ – немонотонна $P\{Y=y_j\}=\sum\limits_{i:\varphi(x_i)=y_j} P\{X=x_i\}$	
2) Плотность распределения		1) $y=\varphi(x)$ — строго монотонна $f_Y(y)=f_X(\varphi^{-1}(y))\left\|\frac{d\varphi^{-1}(y)}{dy}\right\|$ 2) $y=\varphi(x)$ – немонотонна $f_Y(y)=\sum\limits_{i=1}^{j} f_X(\varphi_i^{-1}(y))\left\|\frac{d\varphi_i^{-1}(y)}{dy}\right\|$
3) Математическое ожидание	$m_Y = \sum\limits_i \varphi(x_i)p_i$	$m_Y = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \varphi(x) f_X(x)\,dx$
4) Дисперсия	$D_Y=\sum\limits_i(\varphi(x_i)-m_Y)^2 p_i$	$D_Y=\int\limits_{-\infty}^{\infty}(\varphi(x)-m_Y)^2 f_X(x)dx$

Вариант 1

1. Цифры 1, 2, ... , 9 записываются в случайном порядке. Найдите вероятности событий:
   – цифры будут записаны в порядке возрастания;
   – цифры 1 и 2 будут стоять рядом в порядке возрастания.
2. Поезда метро подходят к платформе в случайный момент времени в интервале [0;5] минут. Время стоянки поезда – 1 минута. Пассажир выходит на платформу и садится в поезд в произвольный момент времени. Какова вероятность, что пассажир будет ждать посадки в поезд не более 3-х минут?
3. В схеме на рис.1(рис. 1-5 см. в прил.1) вероятности отказов элементов соответственно равны p_1=0,1; p_2=0,2; p_3=0,3; p_4=0,4. Состояние каждого из элементов не влияет на состояние остальных. Схема не работает. Найдите вероятность, что отказал:
   а) 1-й элемент;
   б) 3-й элемент.
4. На двух станках производятся одинаковые детали. Вероятность того, что деталь, произведенная на I станке, будет стандартной, равна 0,8, а на II - 0,9. Производительность второго станка втрое больше производительности первого. Деталь, взятая наудачу с транспортера, на который сбрасываются детали с обоих станков, оказалась стандартной. На каком станке вероятнее всего произведена эта деталь? Сравните априорные и апостериорные вероятности гипотез.
5. Устройство состоит из 10 независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого из элементов за время T одинаковы и равны 0,3.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число элементов, вышедших из строя за время T.
   2) Какова вероятность того, что за время T откажут:
      а) ровно 4 элемента;
      б) хотя бы один элемент;

в) не менее 4 элементов;

г) больше 6 элементов.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

6. Вероятность "сбоя" в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,002. Поступило 1000 вызовов.

1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число сбоев.

2) Какова вероятность того, что поступит:

а) ровно 7 сбоев;

б) хотя бы один сбой;

в) не менее 7 сбоев;

г) больше 7 сбоев.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

7. Задана функция распределения случайной величины X:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leqslant 0, \\ Ax^2, & 0 < x \leqslant 4, \\ 1, & x > 4. \end{cases}$$

1) Найдите значение параметра A, плотность вероятностей $f(x)$ и числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.

3) Вычислите $P(X \geqslant 3)$.

8. Случайная величина X имеет плотность вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\gamma}{\sqrt{a^2 - x^2}}, & |x| < a, \\ 0, & |x| \geqslant a, \end{cases} \qquad a > 0, \quad a = const.$$

1) Определите значение параметра γ, функцию распределения $F(x)$.

2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.

3) Вычислите $P(|x| < \frac{a}{3})$ и числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

Вариант 2

1. 52 карты раздаются поровну 4 игрокам. Найдите вероятности событий:
   – каждый игрок получит туза;
   – один из игроков получит все 13 карт одной масти.
2. Два парохода должны подойти к одному и тому же причалу. Время их прихода независимо и равновозможно в течение суток. Какова вероятность, что одному из пароходов придется ожидать освобождения причала, если время стоянки одного парохода – 1 час, а второго – 2 часа?
3. В схеме на рис. 2 вероятности отказов элементов соответственно равны $p_1=0{,}1$; $p_2=0{,}2$; $p_3=0{,}2$; $p_4=0{,}3$. Состояние каждого из элементов не влияет на состояние остальных. Схема не работает. Найдите вероятность, что отказал:
   а) 1-й элемент;
   б) 2-й элемент.
4. Прибор может работать в двух режимах: нормальном и ненормальном. Нормальный режим наблюдается в 80% всех случаев работы прибора; ненормальный – в 20%. Вероятность выхода прибора из строя за время t в нормальном режиме 0,1, в ненормальном – 0,7. За время t прибор вышел из строя. В каком режиме: нормальном или ненормальном режиме вероятнее всего он работал? Сравните априорные и апостериорные вероятности гипотез.
5. Устройство состоит из 7 независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого из элементов за время T одинаковы и равны 0,8.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X число элементов, вышедших из строя за время T.
   2) Какова вероятность того, что за время T откажут:
      а) ровно 3 элемента;
      б) хотя бы один элемент;
      в) не менее 3 элементов;

г) больше 4 элементов.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

6. Вероятность "сбоя" в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,01. Поступило 1000 вызовов.

   1) Построить ряд распределения случайной величины X – число сбоев.

   2) Какова вероятность того, что поступит:

      а) ровно 9 сбоев;

      б) хотя бы один сбой;

      в) не менее 9 сбоев;

      г) больше 9 сбоев.

   3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

7. Задана функция распределения случайной величины X :
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leqslant -4, \\ \dfrac{x+4}{10}, & -4 < x \leqslant 6, \\ 1, & x > 6. \end{cases}$$

   1) Найдите плотность вероятностей $f(x)$; числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

   2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.

   3) Вычислите $P(-3 < X < 0)$.

8. Случайная величина X имеет плотность вероятностей:
$$f(x) = \begin{cases} \mu \cdot \exp(-\lambda \cdot x), & x > 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases} \qquad \mu = const > 0.$$

   1) Определите значение параметра λ, функцию распределения $F(x)$и числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

   2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.

   3) Вычислите вероятность того, что X примет значение меньшее, чем ее $M[X]$.

Вариант 3

1. Бросается 6 одинаковых игральных костей. Найдите вероятности событий:
   – ни на одной кости не выпадет 6 очков;
   – ровно на 3-х костях выпадет 6 очков.
2. В случайный момент времени от 12^{00} до 12^{30} появляется радиосигнал длительностью 10 минут. В этом же промежутке времени в случайный момент включается радиоприемник на время 5 минут. Найдите вероятность обнаружения сигнала, если приемник настраивается мгновенно.
3. В схеме на рис. 3 вероятности отказов элементов соответственно равны $p_1=0{,}2$; $p_2=0{,}3$; $p_3=p_4=0{,}4$. Состояние каждого из элементов не влияет на состояние остальных. Схема не работает. Найдите вероятность, что отказал:
   а) 1-й элемент;
   б) 2-й элемент.
4. В двух ящиках содержится по 15 деталей, причем из них в первом ящике стандартных деталей 6, а во втором – 10. Из первого ящика наудачу извлечена одна деталь и переложена во второй ящик. После этого наудачу извлеченная деталь из второго ящика оказалась стандартной. Какую деталь: стандартную или нестандартную вероятнее всего переложили из первого ящика во второй? Сравните априорные и апостериорные вероятности гипотез.
5. Устройство состоит из 8 независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого из элементов за время T одинаковы и равны 0,3.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число элементов, вышедших из строя за время T.
   2) Какова вероятность того, что за время T откажут:
      а) ровно 4 элемента;
      б) хотя бы один элемент;
      в) не менее 4 элементов;

г) меньше 3 элементов.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

6. Вероятность "сбоя" в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,004. Поступило 1000 вызовов.

1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число сбоев.

2) Какова вероятность того, что поступит:

а) ровно 7 сбоев;

б) хотя бы один сбой;

в) не менее 7 сбоев;

г) больше 7 сбоев.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

7. Задана функция распределения случайной величины X:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leqslant 2, \\ 0{,}5x - 1, & 2 < x \leqslant 4, \\ 1, & x > 4. \end{cases}$$

1) Найдите плотность вероятностей $f(x)$; числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.

3) Вычислите $P(1 < X < 3)$.

8. Случайная величина X имеет плотность вероятностей
$f(x) = \frac{1}{b}\exp(-|x-1|), \quad x \in (-\infty; +\infty)$.

1) Определите значение параметра b, функцию распределения $F(x)$, $P(X < 2)$.

2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.

3) Вычислите числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

Вариант 4

1. Случайным образом записывается 5 цифр. Считая, что все комбинации цифр от 00000 до 99999 равновероятны, найдите вероятности событий:
   – число будет четным;
   – все цифры различны и цифры 1 и 2 окажутся рядом.
2. Девушка и юноша договорились встретиться у кинотеатра с 12 часов до 12 часов 30 минут. Если девушка придет раньше юноши, она будет ждать не более 5 минут, а юноша обязательно дожидается девушки. Какова вероятность их встречи?
3. В схеме на рис. 4 вероятности отказов элементов соответственно равны $p_1 = p_3 = 0{,}2$; $p_2 = p_4 = 0{,}1$. Состояние каждого из элементов не влияет на состояние остальных. Схема не работает. Найдите вероятность, что отказал:
   а) 1-й элемент;
   б) 3-й элемент.
4. По статистике главные причины катастроф самолетов: разгерметизация кабины – 10% случаев; неисправности электропроводки – 30%; отказ двигателей – 20% и ошибки пилотов – 40% случаев. Осмотр места катастрофы выявил, что произошла утечка топлива. Согласно статистике, при разгерметизации кабины утечка топлива происходит в 25% случаев, при неисправности электропроводки – в 10%, при отказе двигателей – в 30%, при ошибке пилотов – в 15%. Какая из причин катастрофы наиболее вероятна? Сравните априорные и апостериорные вероятности гипотез.
5. Устройство состоит из 7 независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого из элементов за время T одинаковы и равны 0,3.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число элементов, вышедших из строя за время T.
   2) Какова вероятность того, что за время T откажут:

а) ровно 4 элемента;

б) хотя бы один элемент;

в) не менее 4 элементов;

г) меньше 3 элементов.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

6. Вероятность "сбоя" в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,005. Поступило 1000 вызовов.

1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число сбоев.

2) Какова вероятность того, что поступит:

а) ровно 7 сбоев;

б) хотя бы один сбой;

в) не менее 7 сбоев;

г) больше 7 сбоев.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

7. Задана функция распределения случайной величины X:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leqslant 2\pi, \\ \sin x, & 2\pi < x \leqslant \frac{5}{2}\pi, \\ 1, & x > \frac{5}{2}\pi. \end{cases}$$

1) Найдите плотность вероятностей $f(x)$; числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.

3) Вычислите $P(\frac{13}{6}\pi < X < \frac{7}{3}\pi)$.

8. Случайная величина X имеет плотность вероятностей

$$f(x) = \gamma \cdot \exp\Big(-\frac{|x+5|}{4}\Big), \quad x \in R.$$

1) Определите значение параметра γ, функцию распределения $F(x)$, $P(X < 2{,}5)$.

2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.

3) Вычислите числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

Вариант 5

1. Из колоды в 52 карты извлекают наудачу 5 карт. Найдите вероятности событий:
   – в полученной выборке все карты бубновой масти;
   – в выборке окажется ровно один туз.
2. В течение каждого часа на экране радиолокатора в случайный момент времени появляется объект и находится там 10 минут. Какова вероятность обнаружения объекта, если оператор наблюдает за экраном случайном образом в течение 40 минут каждый час?
3. В схеме на рис. 5 вероятности отказов элементов соответственно равны $p_1 = p_4 = 0{,}2$; $p_2 = 0{,}1$; $p_3 = 0{,}3$. Состояние каждого из элементов не влияет на состояние остальных. Схема не работает. Найдите вероятность, что отказал:
   а) 1-й элемент;
   б) 4-й элемент.
4. На склад поступает продукция трех фабрик, причем продукция I-ой фабрики составляет 20%, II – 46% и третьей – 34%. Известно также, что средний процент нестандартных изделий для фабрики I-ой равен 5%, для II – 2% и для III – 1%. Наудачу взятое изделие оказалось стандартным. На какой фабрике вероятнее всего сделано это изделие? Сравните априорные и апостериорные вероятности гипотез.
5. Устройство состоит из 6 независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого из элементов за время T одинаковы и равны 0,3.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X число элементов, вышедших из строя за время T.
   2) Какова вероятность того, что за время T откажут:
      а) ровно 4 элемента;
      б) хотя бы один элемент:
      в) не менее 4 элементов;
      г) больше 2 элементов.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

6. Вероятность "сбоя" в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,006. Поступило 1000 вызовов.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число сбоев.
   2) Какова вероятность того, что поступит:
      а) ровно 7 сбоев;
      б) хотя бы один сбой;
      в) не менее 7 сбоев;
      г) больше 7 сбоев.
   3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?
7. Задана функция распределения случайной величины X:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leqslant 0, \\ 1 - \cos x, & 0 < x \leqslant \frac{\pi}{2}, \\ 1, & x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

   1) Найдите плотность вероятностей $f(x)$; числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.
   2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.
   3) Вычислите $P(X < \frac{\pi}{3})$.
8. Случайная величина X имеет плотность вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \in [\gamma; 1{,}8], \\ 0, & x \notin [\gamma; 1{,}8]. \end{cases}$$

   1) Определите значение параметра γ, функцию распределения $F(x)$, $P(1{,}3 < X < 1{,}6)$.
   2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.
   3) Вычислите числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

Вариант 6

1. В группе из 25 студентов 15 студентов учатся без троек. Наудачу выбрано 6 человек. Найдите вероятности событий:
   – среди отобранных окажется хотя бы один хорошо успевающий студент;
   – среди отобранных все 6 студентов окажутся хорошо успевающими.
2. Товарный и пассажирский поезда должны пройти через стрелку с 12 часов до 12 часов 30 минут. Время прихода поездов независимо и равновозможно. Товарный поезд проходит стрелку за 15 минут, а пассажирский – за 10 минут. После прохода поезда семафор переключается с красного на зеленый свет в течение 2 минут. Найдите вероятность, что один из поездов подъедет к стрелке на зеленый свет.
3. В схеме на рис. 1 вероятности отказов элементов соответственно равны $p_1=0{,}2$; $p_2=0{,}3$; $p_3=0{,}1$; $p_4=0{,}4$. Состояние каждого из элементов не влияет на состояние остальных. Схема не работает. Найдите вероятность, что отказал:
   а) 4-й элемент;
   б) 2-й элемент.
4. На сборку поступают однотипные изделия из 4-х цехов. Вероятность брака в каждом из цехов соответственно равна 0,04; 0,03; 0,06; 0,02. I-ый цех поставляет 30, II – 20, III – 50 и IV – 25 изделий. На сборку поступило бракованное изделие. Из какого цеха вероятнее всего поступило это изделие на сборку? Сравните априорные и апостериорные вероятности гипотез.
5. Устройство состоит из 10 независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого из элементов за время T одинаковы и равны 0,4.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X число элементов, вышедших из строя за время T.
   2) Какова вероятность того, что за время T откажут:
      а) ровно 5 элементов;

б) хотя бы один элемент;

в) не менее 5 элементов;

г) меньше 4 элементов.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

6. Вероятность "сбоя" в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,007. Поступило 1000 вызовов.

1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число сбоев.

2) Какова вероятность того, что поступит:

а) ровно 7 сбоев;

б) хотя бы один сбой;

в) не менее 7 сбоев;

г) больше 7 сбоев.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

7. Задана функция распределения случайной величины X:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leqslant 0; \\ ax^2, & 0 < x \leqslant 1; \\ 1, & x > 1, \end{cases} \quad a = const.$$

1) Найдите плотность вероятностей $f(x)$; числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$, параметр a.

2) Постройте графики функций $f(x)$; $F(x)$.

3) Вычислите $P(0{,}25 < X < 0{,}5)$.

8. Случайная величина X имеет плотность вероятностей

$$f(x) = A \cdot \exp\left(-\frac{|x+2|}{8}\right), \quad x \in R.$$

1) Определите значение параметра A, функцию распределения $F(x)$, $P(X < -3)$.

2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.

3) Вычислите числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

Вариант 7

1. Из полного набора костей домино (28 штук) наудачу достают 7 костей. Найдите вероятности событий:
   - среди отобранных окажется ровно 1 кость с 6 очками;
   - среди отобранных окажется хотя бы 1 кость с 6 очками.
2. Два самолета подлетают к аэродрому независимо и равновозможно в течение 30 минут. Время посадки Ан-24 на взлетно-посадочную полосу 5 минут, а Ту-154 - 10 минут. Какова вероятность, что во время подхода одного из самолетов к аэродрому взлетно-посадочная полоса будет занята?
3. В схеме на рис. 2 вероятности отказов элементов соответственно равны $p_1=p_2=0{,}2$; $p_3=0{,}4$; $p_4=0{,}3$. Состояние каждого из элементов не влияет на состояние остальных. Схема не работает. Найдите вероятность, что отказал:
   а) 4-й элемент;
   б) 1-й элемент.
4. После осмотра больного врачом выдвинуты три гипотезы: гипертония - с вероятностью 0,3; остеохондроз - с вероятностью 0,4 и вирусная инфекция с вероятностью 0,3. Больной жалуется на головную боль. При гипертонии головная боль наблюдается в 40% случаев, при остеохондрозе - в 50% и при вирусных инфекциях - в 60%. Какой болезнью вероятнее всего страдает больной? Сравните априорные и апостериорные вероятности гипотез.
5. Устройство состоит из 9 независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого из элементов за время T одинаковы и равны 0,4.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X - число элементов, вышедших из строя за время T.
   2) Какова вероятность того, что за время T откажут:
      а) ровно 5 элементов;
      б) хотя бы один элемент;
      в) не менее 5 элементов;

г) меньше 4 элементов.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

6. Вероятность "сбоя" в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,008. Поступило 1000 вызовов.

1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число сбоев.

2) Какова вероятность того, что поступит:

а) ровно 7 сбоев;

б) хотя бы один сбой;

в) не менее 7 сбоев;

г) больше 7 сбоев.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

7. Задана функция распределения случайной величины X:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 5, \\ 1 - \dfrac{125}{x^3}, & x \geqslant 5. \end{cases}$$

1) Найдите плотность вероятностей $f(x)$; числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.

3) Вычислите $P(X < 4)$.

8. Случайная величина X имеет плотность вероятностей

$$f(x) = \gamma \cdot \exp\left(-\frac{|x+3|}{6} \right), \quad x \in R.$$

1) Определите значение параметра γ, функцию распределения $F(x)$, $P(X < 2)$.

2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.

3) Вычислите числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

Вариант 8

1. Цифры 1, 2, ... , 9 записываются в случайном порядке. Найдите вероятности событий:
   - цифры будут записаны в порядке убывания;
   - цифры 2 и 3 будут стоять рядом.
2. В квадрат бесконечной шахматной доски со стороной 6 сантиметров бросают монету радиуса 2 сантиметра. Какова вероятность, что монета упадет внутрь квадрата?
3. В схеме на рис. 3 вероятности отказов элементов соответственно равны $p_1=p_2=0{,}1$; $p_3=0{,}3$; $p_4=0{,}2$. Состояние каждого из элементов не влияет на состояние остальных. Схема не работает. Найдите вероятность, что отказал:
   а) 1-й элемент;
   б) 4-й элемент.
4. На склад поступают одинаковые электрические утюги: первый завод поставляет 80%, второй – 20% всего количества. Известно, что первый завод выпускает 80% продукции, способной прослужить положенный срок, а второй – 95%. Наугад взятый утюг прослужил положенный срок. На каком заводе вероятнее всего он сделан? Сравните априорные и апостериорные вероятности гипотез.
5. Устройство состоит из 8 независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого из элементов за время T одинаковы и равны 0,4.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число элементов, вышедших из строя за время T.
   2) Какова вероятность того, что за время T откажут:
      а) ровно 2 элемента;
      б) хотя бы один элемент;
      в) не менее 2 элементов;
      г) больше 6 элементов.
   3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?
6. Вероятность "сбоя" в работе телефонной станции при каждом

вызове равна 0,009. Поступило 1000 вызовов.

1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число сбоев.
2) Какова вероятность того, что поступит:
   а) ровно 7 сбоев;
   б) хотя бы один сбой;
   в) не менее 7 сбоев;
   г) больше 7 сбоев.
3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

7. Задана функция распределения случайной величины X:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leqslant 1, \\ \dfrac{x-1}{2}, & 1 < x \leqslant 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

   1) Найдите плотность вероятностей $f(x)$; числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.
   2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.
   3) Вычислите $P(0 < X < 2)$, $P(X < 2{,}5)$.

8. Случайная величина X имеет плотность вероятностей $f(x) = A \cdot \exp(-|x|)$, $\quad A = const$ (распределение Лапласа).
   1) Определите значение параметра A, функцию распределения $F(x)$.
   2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.
   3) Вычислите $P(X < 1{,}5)$ и числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

Вариант 9

1. 36 карт раздаются поровну 4 игрокам. Найдите вероятности событий:
   - все тузы попадут одному из игроков;
   - один из игроков получит все 9 карт бубновой масти.
2. Поезда метро подходят к платформе в случайный момент времени в интервале $[0;4]$ минут. Время стоянки поезда – 1 минута. Пассажир выходит на платформу и садится в поезд в произвольный момент времени. Какова вероятность, что пассажир будет ждать посадки в поезд не более 2-х минут?
3. В схеме на рис. 4 вероятности отказов элементов соответственно равны $p_1=0{,}1$; $p_2=0{,}2$; $p_3=0{,}3$; $p_4=0{,}4$. Состояние каждого из элементов не влияет на состояние остальных. Схема не работает. Найдите вероятность, что отказал:
   а) 2-й элемент;
   б) 4-й элемент.
4. Деталь необходимая для сборки прибора, поступает с двух автоматов, производительности которых относятся как 2:5. Первый из автоматов дает в среднем 6% нарушения стандарта, а второй – 2%. На сборку поступила нестандартная деталь. На каком автомате вероятнее всего произведена эта деталь? Сравните априорные и апостериорные вероятности гипотез.
5. Устройство состоит из 7 независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого из элементов за время T одинаковы и равны 0,4.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X число элементов, вышедших из строя за время T.
   2) Какова вероятность того, что за время T откажут:
      а) ровно 5 элементов;
      б) хотя бы один элемент;
      в) не менее 5 элементов;

г) больше 2 элементов.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

6. Вероятность "сбоя" в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,01. Поступило 1000 вызовов.

1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число сбоев.

2) Какова вероятность того, что поступит:

а) ровно 7 сбоев;

б) хотя бы один сбой;

в) не менее 7 сбоев;

г) больше 7 сбоев.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

7. Задана функция распределения случайной величины X:

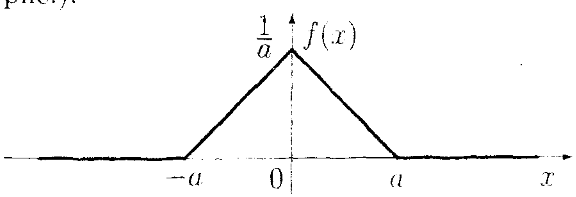
$$F(x) = \begin{cases} A \cdot \exp\left(-\dfrac{|x-1|}{3}\right), & x \leqslant 1, \\ 1 - A \cdot \exp\left(-\dfrac{|x-1|}{3}\right), & x > 1. \end{cases}$$

1) Найдите значение параметра A, плотность вероятностей $f(x)$; числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.

3) Вычислите $P(X < 4)$.

8. Случайная величина X подчинена закону Симпсона ("закону равнобедренного треугольника") на участке от $-a$ до a (см. рис.):



1) Определите плотность вероятностей $f(x)$, функцию распределения $F(x)$.

2) Постройте график функции $F(x)$.

3) Вычислите числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$, $P(-\frac{a}{2} < X < a)$.

Вариант 10

1. Бросается 7 одинаковых игральных костей. Найдите вероятности событий:
   – хотя бы на одной кости выпадет 6 очков;
   – ровно на 2-х костях выпадет 6 очков.
2. Два теплохода должны подойти к одному и тому же причалу. Время их прихода независимо и равновозможно в течение суток. Какова вероятность, что одному из теплоходов придется ожидать освобождения причала, если время стоянки одного теплохода – 2 часа, а второго – 3 часа?
3. В схеме на рис. 5 вероятности отказов элементов соответственно равны $p_1=0{,}1$; $p_2=p_3=0{,}3$; $p_4=0{,}2$. Состояние каждого из элементов не влияет на состояние остальных. Схема не работает. Найдите вероятность, что отказал:
   а) 1-й элемент;
   б) 3-й элемент.
4. Имеется два ящика с одинаковым количеством шаров. В первом 15 черных и 10 белых шаров. Во втором все шары одного цвета. Все шары перемешиваются, после чего наудачу достают один белый шар. Какие шары (белые или черные) вероятнее всего были во втором ящике? Сравните априорные и апостериорные вероятности гипотез.
5. Устройство состоит из 6 независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого из элементов за время T одинаковы и равны 0,4.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число элементов, вышедших из строя за время T.
   2) Какова вероятность того, что за время T откажут:
      а) ровно 5 элементов;
      б) хотя бы один элемент;
      в) не менее 5 элементов;
      г) меньше 4 элементов.
   3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

6. Вероятность "сбоя" в работе телефонной станции при каждо вызове равна 0,011. Поступило 1000 вызовов.
   1) Построить ряд распределения случайной величины X число сбоев.
   2) Какова вероятность того, что поступит:
      а) ровно 7 сбоев;
      б) хотя бы один сбой;
      в) не менее 7 сбоев;
      г) больше 7 сбоев.
   3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?
7. Задана функция распределения случайной величины X:
   $$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 2, \\ 1 - \frac{8}{x^3}, & x \geqslant 2. \end{cases}$$
   1) Найдите плотность вероятностей $f(x)$; числовые характе ристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.
   2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.
   3) Вычислите $P(X < 4)$.
8. Случайная величина X имеет плотность вероятностей
   $f(x) = A \cdot x \cdot \exp(-kx), \quad k > 0, \quad 0 \leqslant x < \infty, \quad A = const.$
   1) Определите значение параметра A, функцию распределе ния $F(x)$.
   2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.
   3) Вычислите $P(0 < X < \frac{1}{k})$ и числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

Вариант 11

1. Случайным образом записывается 5 цифр. Считая, что все комбинации цифр от 00000 до 99999 равновероятны, найдите вероятности событий:
   - число будет нечетным;
   - все цифры различны и цифры 3 и 4 окажутся рядом и в порядке возрастания.
2. В случайный момент времени от 10^{00} до 11^{00} появляется радиосигнал длительностью 15 минут. В этом же промежутке времени в случайный момент включается радиоприемник на время 10 минут. Найдите вероятность обнаружения сигнала, если приемник настраивается мгновенно.
3. В схеме на рис. 1 вероятности безотказной работы элементов соответственно равны $p_1=0{,}7$; $p_2=0{,}9$; $p_3=0{,}6$; $p_4=0{,}8$. Состояние каждого из элементов не влияет на состояние остальных. Схема не работает. Найдите вероятность, что отказал:
   а) 4-й элемент;
   б) 3-й элемент.
4. В сборочный цех завода поступают детали с трех автоматов, I-ый автомат дает 3% брака, II - 1% и III - 2%. С каждого автомата поступило соответственно 100, 200, 300 деталей. При сборке обнаружена бракованная деталь. На каком автомате вероятнее всего сделана эта деталь? Сравните априорные и апостериорные вероятности гипотез.
5. Устройство состоит из 10 независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого из элементов за время T одинаковы и равны 0,2.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X - число элементов, вышедших из строя за время T.
   2) Какова вероятность того, что за время T откажут:
      а) ровно 4 элемента;
      б) хотя бы один элемент;
      в) не менее 4 элементов;

г) больше 6 элементов.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

6. Вероятность "сбоя" в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,01. Поступило 200 вызовов.

1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число сбоев.

2) Какова вероятность того, что поступит:

а) ровно 8 сбоев;

б) хотя бы один сбой;

в) не менее 8 сбоев;

г) больше 8 сбоев.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

7. Задана функция распределения случайной величины X:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ x, & 0 \leqslant x \leqslant 1, \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

1) Найдите плотность вероятностей $f(x)$; числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.

3) Вычислите $P(0{,}25 < X < 0{,}5)$.

8. Случайная величина X имеет плотность вероятностей

$$f(x) = b \cdot \exp\Big(-\frac{|x-2|}{4}\Big), \quad x \in (-\infty; +\infty).$$

1) Определите значение параметра b, функцию распределения $F(x)$.

2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.

3) Вычислите $P(X < 3)$ и числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

Вариант 12

1. Из колоды в 36 карт извлекают наудачу 4 карты. Найдите вероятности событий:
   – в полученной выборке все карты разных мастей;
   – в выборке окажется хотя бы один туз.
2. Девушка и юноша договорились встретиться у кинотеатра с 17 часов до 17 часов 30 минут. Если девушка придет раньше юноши, она будет ждать не более 10 минут, а юноша обязательно дожидается девушки. Какова вероятность их встречи?
3. В схеме на рис. 2 вероятности отказов элементов соответственно равны $p_1 = 0{,}4$; $p_2 = p_3 = 0{,}3$; $p_4 = 0{,}1$. Состояние каждого из элементов не влияет на состояние остальных. Схема не работает. Найдите вероятность, что отказал:
   а) 1-й элемент;
   б) 3-й элемент.
4. Детали, изготовленные цехом завода, попадают для проверки их на стандартность к одному из двух контролеров. Вероятность того, что деталь попадает к I контролеру, равна 0,6, а ко II – 0,4. Вероятность того, что деталь будет признана стандартной I контролером равна 0,94, а II – 0,98. Деталь при проверке была признана стандартной. Какой контролер вероятнее всего проверил эту деталь? Сравните априорные и апостериорные вероятности гипотез.
5. Устройство состоит из 9 независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого из элементов за время T одинаковы и равны 0,2.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число элементов, вышедших из строя за время T.
   2) Какова вероятность того, что за время T откажут:
      а) ровно 4 элемента;
      б) хотя бы один элемент;
      в) не менее 4 элементов;

г) больше 5 элементов.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

6. Вероятность "сбоя" в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,01. Поступило 300 вызовов.

   1) Постройте таблицу распределения случайной величины X – число сбоев.

   2) Какова вероятность того, что поступит:

      а) ровно 8 сбоев;

      б) хотя бы один сбой;

      в) не менее 8 сбоев;

      г) больше 8 сбоев.

   3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

7. Задана функция распределения случайной величины X: $F(x) = A + B \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{a}, \quad -\infty < x < +\infty$ (закон Коши), $A, B = const$.

   1) Найдите значение параметров A и B, плотность вероятностей $f(x)$; числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

   2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.

   3) Вычислите $P(a < X \leqslant \sqrt{3} \cdot a)$.

8. Случайная величина X имеет плотность вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} \gamma, & x \in [-3; -1], \\ 0, & x \notin [-3; -1]. \end{cases}$$

   1) Определите значение параметра γ, функцию распределения $F(x)$.

   2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.

   3) Вычислите $P(-2 < X < 0)$ и числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

Вариант 13

1. В группе из 30 студентов 20 студентов учатся без троек. Наудачу выбрано 7 человек. Найдите вероятности событий:
   - среди отобранных окажется хотя бы один плохо успевающий студент;
   - среди отобранных все 7 студентов окажутся плохо успевающими.
2. В течение каждого часа в случайный момент времени на экране радиолокатора появляется объект и находится там 15 минут. Какова вероятность обнаружения объекта, если оператор наблюдает за экраном случайным образом в течение 30 минут каждый час?
3. В схеме на рис. 3 вероятности отказов элементов соответственно равны $p_1=0{,}3$; $p_2=p_3=0{,}2$; $p_4=0{,}1$. Состояние каждого из элементов не влияет на состояние остальных. Схема не работает. Найдите вероятность, что отказал:

   а) 1-й элемент;

   б) 4-й элемент.
4. Два регулятора контролируют работу двигателя. За время работы t при наличии двух регуляторов двигатель отказывает с вероятностью 0,1, при работе I-го из них – 0,2; II-го – 0,15, а при отказе обоих регуляторов - 0,3. I-ый регулятор имеет надежность 0,9, II-ой – 0,8. Все элементы выходят из строя независимо друг от друга. Двигатель вышел из строя. Какие регуляторы вероятнее всего отказали? Сравните априорные и апостериорные вероятности гипотез.
5. Устройство состоит из 8 независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого из элементов за время T одинаковы и равны 0,2.

   1) Постройте ряд распределения случайной величины X число элементов, вышедших из строя за время T.

   2) Какова вероятность того, что за время T откажут:

      а) ровно 4 элемента;

б) хотя бы один элемент;

в) не менее 4 элементов;

г) больше 5 элементов.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

6. Вероятность "сбоя" в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,02. Поступило 200 вызовов.

1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число сбоев.

2) Какова вероятность того, что поступит:

а) ровно 8 сбоев;

б) хотя бы один сбой;

в) не менее 8 сбоев;

г) больше 8 сбоев.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

7. Задана функция распределения случайной величины X:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{x^2}{16}, & 0 \leqslant x < 2, \\ x - \frac{7}{4}, & 2 \leqslant x < \frac{11}{4}, \\ 1, & x \geqslant \frac{11}{4}. \end{cases}$$

1) Найдите плотность вероятностей $f(x)$; числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.

3) Вычислите $P(1 \leqslant X \leqslant 1.5)$.

8. Случайная величина X имеет плотность вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} 0{,}5, & x \in \left[\frac{1-\gamma}{2}; \frac{1+\gamma}{2}\right], \\ 0, & x \notin \left[\frac{1-\gamma}{2}; \frac{1+\gamma}{2}\right]. \end{cases}$$

1) Определите значение параметра γ, функцию распределения $F(x)$.

2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.

3) Вычислите $P(X < 10)$ и числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

Вариант 14

1. Из полного набора костей домино (28 штук) наудачу достают 6 костей. Найдите вероятности событий:
   – среди отобранных окажется ровно 2 кости с 6 очками;
   – среди отобранных окажется хотя бы 2 кости с 6 очками.
2. Товарный и пассажирский поезда должны пройти через стрелку с 10^{00} до 11^{00}. Время прихода поездов независимо и равновозможно. Товарный поезд проходит стрелку за 10 минут, а пассажирский – за 5 минут. После прохода поезда семафор переключается с красного на зеленый свет в течение 1 минуты. Найдите вероятность, что один из поездов подъедет к стрелке на зеленый свет.
3. В схеме на рис. 4 вероятности отказов элементов соответственно равны $p_1=0,3$;$p_2=0,2$; $p_3=0,4$; $p_4=0,1$. Состояние каждого из элементов не влияет на состояние остальных. Схема не работает. Найдите вероятность, что отказал:
   а) 1-й элемент;
   б) 4-й элемент.
4. Известно, что в партии из 600 лампочек 200 лампочек изготовлено на I-ом заводе, 250 – на II-ом и 150 – на III-ем. Известны также вероятности 0,97; 0,91 и 0,93 того, что лампочка окажется стандартной при изготовлении ее соответственно I, II и III заводами. Наудачу выбранная из данной партии лампочка оказалась стандартной. На каком заводе вероятнее всего изготовлена эта лампочка? Сравните априорные и апостериорные вероятности гипотез.
5. Устройство состоит из 7 независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого из элементов за время T одинаковы и равны 0.2.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число элементов, вышедших из строя за время T.
   2) Какова вероятность того, что за время T откажут:
      а) ровно 4 элемента;

б) хотя бы один элемент;

в) не менее 4 элементов;

г) больше 5 элементов.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

6. Вероятность "сбоя" в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,01. Поступило 500 вызовов.

1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число сбоев.

2) Какова вероятность того, что поступит:

а) ровно 8 сбоев;

б) хотя бы один сбой;

в) не менее 8 сбоев;

г) больше 8 сбоев.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

7. Задана функция распределения случайной величины X:

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\exp(-|x+1|), & x \leqslant -1, \\ 1 - \frac{1}{2}\exp(-|x+1|), & x > -1. \end{cases}$$

1) Найдите плотность вероятностей $f(x)$; числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.

3) Вычислите $P(X < 0)$.

8. Случайная величина X имеет плотность вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ \frac{A}{x^2}, & x \geqslant 1, \end{cases} \qquad A = const.$$

1) Определите значение параметра A, функцию распределения $F(x)$.

2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.

3) Вычислите $P(2 < X < 3)$ и числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

Вариант 15

1. В кондитерской имеется 7 видов пирожных. Покупатель пробил чек на 4 пирожных. Найдите вероятности событий:
   – все 4 пирожных будут одного вида;
   – пирожные окажутся различных видов.
2. Два самолета подлетают к аэродрому независимо и равновозможно в течение 1-го часа. Время посадки Ан-24 на взлетно-посадочную полосу 7 минут, а Ту-154 – 10 минут. Какова вероятность, что во время подхода одного из самолетов к аэродрому взлетно-посадочная полоса будет свободна?
3. В схеме на рис. 5 вероятности отказов элементов соответственно равны $p_1=0{,}3$; $p_2=0{,}2$; $p_3=p_4=0{,}1$. Состояние каждого из элементов не влияет на состояние остальных. Схема не работает. Найдите вероятность, что отказал:
   а) 1-й элемент;
   б) 2-й элемент.
4. В группе спортсменов 20 лыжников, 6 велосипедистов и 4 бегуна. Вероятность выполнения квалификационной нормы равна: для лыжника 0,9; для велосипедиста 0,8 и для бегуна 0,75. Спортсмен, вызванный наудачу, выполнил квалификационную норму. Каким видом спорта вероятнее всего он занимается? Сравните априорные и апостериорные вероятности гипотез.
5. Устройство состоит из 6 независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого из элементов за время T одинаковы и равны 0,2.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число элементов, вышедших из строя за время T.
   2) Какова вероятность того, что за время T откажут:
      а) ровно 4 элемента;
      б) хотя бы один элемент;
      в) не менее 4 элементов;
      г) больше 5 элементов.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

6. Вероятность "сбоя" в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,02. Поступило 300 вызовов.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число сбоев.
   2) Какова вероятность того, что поступит:
      а) ровно 8 сбоев;
      б) хотя бы один сбой;
      в) не менее 8 сбоев;
      г) больше 8 сбоев.
   3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?
7. Задана функция распределения случайной величины X:
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos x, & 0 \leqslant x \leqslant \pi, \\ 1, & x > \pi. \end{cases}$$
   1) Найдите плотность вероятностей $f(x)$; числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.
   2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.
   3) Вычислите $P(0 < X < \frac{\pi}{3})$.
8. Случайная величина X имеет плотность вероятностей
$$f(x) = \begin{cases} 0{,}2, & x \in \left[\frac{2-\gamma}{2}; \frac{2+\gamma}{2}\right], \\ 0, & x \notin \left[\frac{2-\gamma}{2}; \frac{2+\gamma}{2}\right]. \end{cases}$$
   1) Определите значение параметра γ, функцию распределения $F(x)$.
   2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.
   3) Вычислите $P(X < 10)$ и числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

Вариант 16

1. Цифры 1, 2, ... , 9 записываются в случайном порядке. Найдите вероятности событий:
   – на четных местах будут стоять четные цифры;
   – цифры 5 и 4 будут стоять рядом.
2. Какова вероятность, не целясь, попасть бесконечно малой пулей в прутья бесконечной квадратной решетки, если толщина прутьев 2 сантиметра, а расстояние между их осями — 6 сантиметров?
3. В схеме на рис. 1 вероятности безотказной работы элементов соответственно равны $p_1=0{,}6$; $p_2=0{,}9$; $p_3=0{,}7$; $p_4=0{,}8$. Состояние каждого из элементов не влияет на состояние остальных. Схема не работает. Найдите вероятность, что отказал:
   а) 1-й элемент;
   б) 2-й элемент.
4. Стрелковое отделение получило 10 винтовок, из которых 3 пристрелянных и 7 непристрелянных. Вероятность попадания в цель из пристрелянной винтовки составляет 0,8, а из непристрелянной (при тех же условиях) – 0,4. Стрелок, взяв наугад винтовку и сделав из нее один выстрел, попал в цель. Из какой винтовки вероятнее всего он стрелял? Сравните априорные и апостериорные вероятности гипотез.
5. Устройство состоит из 10 независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого из элементов за время T одинаковы и равны 0,6.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число элементов, вышедших из строя за время T.
   2) Какова вероятность того, что за время T откажут:
      а) ровно 3 элемента;
      б) хотя бы один элемент;
      в) не менее 3 элементов;
      г) больше 8 элементов.
   3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

6. Вероятность "сбоя" в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,01. Поступило 700 вызовов.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X число сбоев.
   2) Какова вероятность того, что поступит:
      а) ровно 8 сбоев;
      б) хотя бы один сбой;
      в) не менее 8 сбоев;
      г) больше 8 сбоев.
   3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?
7. Задана функция распределения случайной величины X:
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leqslant -1, \\ \dfrac{x+1}{6}, & -1 < x \leqslant 5, \\ 1, & x > 5. \end{cases}$$
   1) Найдите плотность вероятностей $f(x)$; числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.
   2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.
   3) Вычислите $P(X < 4)$, $P(X > 4)$.
8. Случайная величина X имеет плотность вероятностей
$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ ax^2, & 0 \leqslant x < 1, \\ a(2-x)^2, & 1 \leqslant x < 2, \\ 0, & x \geqslant 2, \end{cases} \qquad a = const.$$
   1) Определите значение параметра a, функцию распределения $F(x)$.
   2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.
   3) Вычислите $P(0{,}2 < X < 0{,}5)$ и числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

Вариант 17

1. 52 карты раздаются поровну 4 игрокам. Найдите вероятности событий:
   – все тузы попадут одному из игроков;
   – один из игроков получит все 13 карт бубновой масти.
2. В интервале $[0;10]$ минут в случайный момент времени к остановке подъезжает автобус. Время стоянки автобуса – 2 минуты. Пассажир подходит к остановке и садится в автобус в произвольный момент времени. Найдите вероятность, что пассажир будет ожидать автобуса не более 4 минут.
3. В схеме на рис. 2 вероятности безотказной работы элементов соответственно равны $p_1=0{,}9$; $p_2=0{,}8$; $p_3=p_4=0{,}7$. Состояние каждого из элементов не влияет на состояние остальных. Схема не работает. Найдите вероятность, что отказал:
   а) 1-й элемент;
   б) 3-й элемент,
4. В коробке 10 револьверов одной системы, одинаковых по виду, из них 6 пристрелянных и 4 непристрелянных. Вероятность попасть в цель из пристрелянного револьвера 0,8, а из непристрелянного револьвера 0,4. Из взятого наудачу револьвера сделан выстрел, который дал промах. Из какого револьвера вероятнее всего сделан выстрел? Сравните априорные и апостериорные вероятности гипотез.
5. Устройство состоит из 9 независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого из элементов за время T одинаковы и равны 0,6.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число элементов, вышедших из строя за время T.
   2) Какова вероятность того, что за время T откажут:
      а) ровно 3 элемента;
      б) хотя бы один элемент;
      в) не менее 3 элементов;
      г) больше 6 элементов.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

6. Вероятность "сбоя" в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,02. Поступило 400 вызовов.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X число сбоев.
   2) Какова вероятность того, что поступит:
      а) ровно 8 сбоев;
      б) хотя бы один сбой;
      в) не менее 8 сбоев;
      г) больше 8 сбоев.
   3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?
7. Задана функция распределения случайной величины X:
$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\exp(-|x-5|), & x \leqslant 5, \\ 1 - \frac{1}{2}\exp(-|x-5|), & x > 5. \end{cases}$$
   1) Найдите плотность вероятностей $f(x)$; числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.
   2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.
   3) Вычислите $P(X < 6)$.
8. Случайная величина X имеет плотность вероятностей
$$f(x) = \begin{cases} 0, & < 0, \\ Ax, & 0 \leqslant x < 1, \\ A(2-x), & 1 \leqslant x < 2, \\ 0, & x \geqslant 2. \end{cases}$$
   1) Определите значение параметра A, функцию распределения $F(x)$.
   2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.
   3) Вычислите $P(0{,}5 < X < 1{,}9)$ и числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

Вариант 18

1. Бросается 6 одинаковых игральных костей. Найдите вероятности событий:
   - хотя бы на одной кости выпадет 6 очков;
   - ровно на 2-х костях выпадет 6 очков.
2. Два теплохода должны подойти к одному и тому же причалу. Время их прихода независимо и равновозможно в течение суток. Какова вероятность, что одному из теплоходов не придется ожидать освобождения причала, если время стоянки одного теплохода – 2 часа, а второго – 4 часа?
3. В схеме на рис. 3 вероятности безотказной работы элементов соответственно равны p_1=0,6; p_2=p_3=0,7; p_4=0,8. Состояние каждого из элементов не влияет на состояние остальных. Схема не работает. Найдите вероятность, что отказал:
   а) 1-й элемент;
   б) 3-й элемент.
4. Рабочий обслуживает 3 станка. На станках обрабатываются однотипные детали. Вероятность брака для I-го станка равна 0,02; для II-го – 0,03; для III-го – 0,04. Обработанные детали складываются в один ящик. Производительность I-го станка в 3 раза больше, чем II-го, а III-го в 2 раза меньше, чем II-го. Взятая наудачу деталь оказалась бракованной. На каком станке вероятнее всего она изготовлена? Сравните априорные и апостериорные вероятности гипотез.
5. Устройство состоит из 8 независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого из элементов за время T одинаковы и равны 0,6.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число элементов, вышедших из строя за время T.
   2) Какова вероятность того, что за время T откажут:
      а) ровно 3 элемента;
      б) хотя бы один элемент;
      в) не менее 3 элементов;

г) больше 5 элементов.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

6. Вероятность "сбоя" в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,01. Поступило 900 вызовов.

1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число сбоев.

2) Какова вероятность того, что поступит:

а) ровно 8 сбоев;

б) хотя бы один сбой;

в) не менее 8 сбоев;

г) больше 8 сбоев.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

7. Задана функция распределения случайной величины X:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leqslant 1, \\ A(x-1), & 1 < x \leqslant 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

1) Найдите значение параметра A, плотность вероятностей $f(x)$; числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

2) Постройте график функции $f(x)$, $F(x)$.

3) Вычислите $P(1{,}5 < X < 2{,}5)$, $P(2{,}5 < X < 3{,}5)$.

8. Случайная величина X имеет плотность вероятностей

$f(x) = \dfrac{1}{b} \exp\left(- \dfrac{|x+1|}{2} \right)$, $\quad -\infty < x < +\infty$.

1) Определите значение параметра b, функцию распределения $F(x)$.

2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.

3) Вычислите $P(X < 2)$ и числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

Вариант 19

1. Случайным образом записывается 5 цифр. Считая, что все комбинации цифр от 00000 до 99999 равновероятны, найдите вероятности событий:
   - число будет кратно 5;
   - все цифры различны и цифры 4 и 5 окажутся рядом.
2. В случайный момент времени от 11^{00} до 11^{30} появляется радиосигнал длительностью 5 минут. В этом же промежутке времени в случайный момент включается радиоприемник на время 10 минут. Найдите вероятность обнаружения сигнала, если приемник настраивается мгновенно.
3. В схеме на рис. 4 вероятности безотказной работы элементов соответственно равны $p_1 = 0{,}8$; $p_2 = 0{,}7$; $p_3 = 0{,}6$; $p_4 = 0{,}9$. Состояние каждого из элементов не влияет на состояние остальных. Схема не работает. Найдите вероятность, что отказал:
   а) 2-й элемент;
   б) 3-й элемент.
4. На склад готовой продукции поступает 75% из I-го цеха и 25% из II-го. Продукция I-го цеха имеет 0,2% брака, продукция II-го цеха – 0,7% брака. Наугад взятое со склада изделие оказалось бракованным. В каком цехе вероятнее всего произведено это изделие? Сравните априорные и апостериорные вероятности гипотез.
5. Устройство состоит из 7 независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого из элементов за время T одинаковы и равны 0,6.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число элементов, вышедших из строя за время T.
   2) Какова вероятность того, что за время T откажут:
      а) ровно 3 элемента;
      б) хотя бы один элемент;
      в) не менее 3 элементов;
      г) больше 4 элементов.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

6. Вероятность "сбоя" в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,02. Поступило 500 вызовов.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число сбоев.
   2) Какова вероятность того, что поступит:
      а) ровно 8 сбоев;
      б) хотя бы один сбой;
      в) не менее 8 сбоев;
      г) больше 8 сбоев.
   3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

7. Задана функция распределения случайной величины X:
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ 1 - \dfrac{1}{x^3}, & x \geqslant 1. \end{cases}$$
   1) Найдите плотность вероятностей $f(x)$; числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.
   2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.
   3) Вычислите $P(0 < X < 2)$, $P(X < 3)$.

8. Случайная величина X имеет плотность вероятностей
$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ a \cdot \sin x, & 0 \leqslant x \leqslant \pi, \qquad a = const. \\ 0, & x > \pi, \end{cases}$$
   1) Определите значение параметра a, функцию распределения $F(x)$.
   2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.
   3) Вычислите $P(\frac{\pi}{3} < X < \frac{\pi}{2})$ и числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

Вариант 20

1. Из колоды в 52 карты извлекают наудачу 6 карт. Найдите вероятности событий:
   - в полученной выборке все карты одной масти;
   - в выборке окажется ровно 2 туза.
2. Девушка и юноша договорились встретиться у кинотеатра с 19 часов до 20 часов. Если девушка придет раньше юноши, она будет ждать не более 10 минут, а юноша обязательно дожидается девушки. Какова вероятность, что они не встретятся?
3. В схеме на рис. 5 вероятности безотказной работы элементов соответственно равны $p_1 = p_2 = 0{,}7$; $p_3 = 0{,}9$; $p_4 = 0{,}6$. Состояние каждого из элементов не влияет на состояние остальных. Схема не работает. Найдите вероятность, что отказал:
   а) 2-й элемент;
   б) 3-й элемент.
4. Три датчика посылают сигналы в общий канал связи, причем I-ый из них посылает в 2 раза больше сигналов, чем II-ой, а III-ий в три раза меньше, чем I-ый. Вероятность получить искаженный сигнал от I-го датчика 0,01, от II-го – 0,03, от III-го – 0,02. В общем канале связи обнаружен искаженный сигнал. Какой датчик вероятнее всего передал этот сигнал? Сравните априорные и апостериорные вероятности гипотез.
5. Устройство состоит из 6 независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого из элементов за время T одинаковы и равны 0,6.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число элементов, вышедших из строя за время T.
   2) Какова вероятность того, что за время T откажут:
      а) ровно 4 элемента;
      б) хотя бы один элемент;
      в) не менее 4 элементов;
      г) меньше 3 элементов.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

6. Вероятность "сбоя" в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,001. Поступило 1000 вызовов.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число сбоев.
   2) Какова вероятность того, что поступит:
      а) ровно 8 сбоев;
      б) хотя бы один сбой;
      в) не менее 8 сбоев;
      г) больше 8 сбоев.
   3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?
7. Задана функция распределения случайной величины X:
$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\exp(-|x-10|), & x \leqslant 10, \\ 1 - \frac{1}{2}\exp(-|x-10|), & x > 10. \end{cases}$$
   1) Найдите плотность вероятностей $f(x)$; числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.
   2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.
   3) Вычислите $P(X < 15)$.
8. Случайная величина X имеет плотность вероятностей
$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \lambda(4x - x^3), & 0 \leqslant x \leqslant 2, \\ 0, & x > 2, \end{cases} \qquad \lambda = const.$$
   1) Определите значение параметра λ, функцию распределения $F(x)$.
   2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.
   3) Вычислите $P(0 < X < 1)$ и числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

Вариант 21

1. В группе из 25 студентов 20 студентов учатся без троек. Наудачу выбрано 4 человека. Найдите вероятности событий:
   – среди отобранных окажется ровно 2 хорошо успевающих студента;
   – среди отобранных окажется хотя бы 2 хорошо успевающих студента.
2. В течение каждого часа на экране радиолокатора в случайный момент времени появляется объект и находится там 20 минут. Какова вероятность необнаружения объекта, если оператор случайным образом наблюдает за экраном в течение 40 минут каждый час?
3. В схеме на рис. 1 вероятности отказов элементов соответственно равны $p_1=0{,}3$; $p_2=0{,}4$; $p_3=0{,}2$; $p_4=0{,}1$. Состояние каждого из элементов не влияет на состояние остальных. Схема не работает. Найдите вероятность, что отказал:
   а) 1-й элемент;
   б) 3-й элемент.
4. Мимо бензозаправочной станции проезжают легковые, грузовые машины и автобусы в отношении 5:3:2. Из легковых машин для заправки останавливается каждая 10-я, из грузовых – каждая 20-я, из автобусов – каждый 15-ый. Рабочий заправочной станции услышал шум подъезжающей машины. Какая машина вероятнее всего подъехала к заправке? Сравните априорные и апостериорные вероятности гипотез.
5. Устройство состоит из 10 независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого из элементов за время T одинаковы и равны 0,7.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X число элементов, вышедших из строя за время T.
   2) Какова вероятность того, что за время T откажут:
      а) ровно 2 элемента;
      б) хотя бы один элемент;

в) не менее 2 элементов;

г) больше 5 элементов.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

6. Вероятность "сбоя" в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,004. Поступило 500 вызовов.

1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число сбоев.

2) Какова вероятность того, что поступит:

а) ровно 9 сбоев;

б) хотя бы один сбой;

в) не менее 9 сбоев;

г) больше 9 сбоев.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

7. Задана функция распределения случайной величины X:

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\exp(-|x-2|), & x \leqslant 2, \\ 1 - \frac{1}{2}\exp(-|x-2|), & x > 2. \end{cases}$$

1) Найдите плотность вероятностей $f(x)$; числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.

3) Вычислите $P(X < 3)$.

8. Случайная величина X имеет плотность вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{a}{\sqrt{a^2 - x^2}}, & |x| < a, \\ 0, & |x| \geqslant a, \end{cases} \qquad a = const.$$

1) Определите значение параметра a, функцию распределения $F(x)$.

2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.

3) Вычислите $P(\frac{a}{2} < X < a)$ и числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

Вариант 22

1. Из полного набора костей домино (28 штук) наудачу достают 5 костей. Найдите вероятности событий:
   - среди отобранных не окажется ни одной кости с 6 очками;
   - среди отобранных окажется ровно 3 кости с 6 очками.
2. Товарный и пассажирский поезда должны пройти через стрелку с 11 часов до 11 часов 30 минут. Время прихода поездов независимо и равновозможно. Товарный поезд проходит стрелку за 10 минут, а пассажирский – за 5 минут. После прохода поезда семафор переключается с красного на зеленый свет в течение 2 минут. Найдите вероятность, что один из поездов подъедет к стрелке на красный свет.
3. В схеме на рис. 2 вероятности безотказной работы элементов соответственно равны $p_1=0{,}7$; $p_2=0{,}6$; $p_3=p_4=0{,}9$. Состояние каждого из элементов не влияет на состояние остальных. Схема не работает. Найдите вероятность, что отказал:
   а) 1-й элемент;
   б) 4-й элемент.
4. На складе телевизионного ателье имеется 60% кинескопов, изготовленных заводом N1; остальные кинескопы изготовлены заводом N2. Вероятность того, что кинескоп не выйдет из строя в течении гарантийного срока службы равна 0,7 для кинескопа завода N1 и 0,95 для завода N2. Наудачу взятый кинескоп выдержал гарантийный срок. На каком заводе вероятнее всего он изготовлен? Сравните априорные и апостериорные вероятности гипотез.
5. Устройство состоит из 9 независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого из элементов за время T одинаковы и равны 0,7.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число элементов, вышедших из строя за время T.
   2) Какова вероятность того, что за время T откажут:
      а) ровно 2 элемента;

б) хотя бы один элемент;

в) не менее 2 элементов;

г) больше 6 элементов.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

6. Вероятность "сбоя" в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,005. Поступило 600 вызовов.

1) Постройте ряд распределения случайной величины X — число сбоев.

2) Какова вероятность того, что поступит:

а) ровно 9 сбоев;

б) хотя бы один сбой;

в) не менее 9 сбоев;

г) больше 9 сбоев.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

7. Задана функция распределения случайной величины X:

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{|x-8|}{2}\right), & x \leqslant 8, \\ 1 - \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{|x-8|}{2}\right), & x > 8. \end{cases}$$

1) Найдите плотность вероятностей $f(x)$; числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.

3) Вычислите $P(X < 5)$.

8. Случайная величина X имеет плотность вероятностей

$$f(x) = \frac{A}{x^2 + \pi^2}, \quad -\infty < x < +\infty.$$

1) Определите значение параметра A, функцию распределения $F(x)$.

2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.

3) Вычислите $P(\pi < X < +\infty)$ и числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

Вариант 23

1. Цифры 1, 2, ... , 9 записываются в случайном порядке. Найдите вероятности событий:
   - на нечетных местах будут стоять нечетные цифры;
   - цифры 3 и 6 будут стоять рядом и в порядке возрастания.
2. Два самолета подлетают к аэродрому независимо и равновозможно в течение 1-го часа. Время посадки Ан-24 на взлетно-посадочную полосу 8 минут, а Ту-154 – 12 минут. Какова вероятность, что во время подхода одного из самолетов к аэродрому взлетно-посадочная полоса будет занята?
3. В схеме на рис. 3 вероятности безотказной работы элементов соответственно равны $p_1=0{,}7$; $p_2=0{,}8$; $p_3=0{,}9$; $p_4=0{,}6$. Состояние каждого из элементов не влияет на состояние остальных. Схема не работает. Найдите вероятность, что отказал:
   а) 2-й элемент;
   б) 4-й элемент.
4. На склад готовой продукции с трех фабрик поступает продукция. Причем продукция I-ой фабрики составляет 20%, II-ой – 46% и III-ей – 34%. Известно также, что средний процент нестандартных изделий для I-ой фабрики равен 5%, для II-ой – 2% и для III-ей – 1%. Наудачу взятое изделие оказалось нестандартным. На какой фабрике вероятнее всего произведено это изделие? Сравните априорные и апостериорные вероятности гипотез.
5. Устройство состоит из 8 независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого из элементов за время T одинаковы и равны 0,7.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число элементов, вышедших из строя за время T.
   2) Какова вероятность того, что за время T откажут:
      а) ровно 2 элемента;
      б) хотя бы один элемент;
      в) не менее 2 элементов;

г) больше 4 элементов.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

6. Вероятность "сбоя" в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0.01. Поступило 400 вызовов.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число сбоев.
   2) Какова вероятность того, что поступит:
      а) ровно 9 сбоев;
      б) хотя бы один сбой;
      в) не менее 9 сбоев;
      г) больше 9 сбоев.
   3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

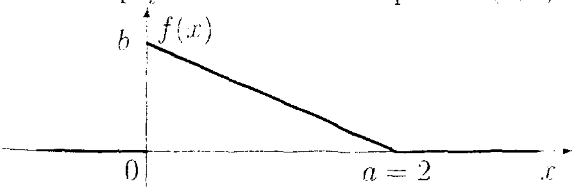
7. Задана функция распределения случайной величины X:
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 3, \\ 1 - \dfrac{27}{x^3}, & x \geqslant 3. \end{cases}$$
   1) Найдите плотность вероятностей $f(x)$; числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.
   2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.
   3) Вычислите $P(X < 5)$.

8. Случайная величина X распределена по закону Лапласа: $f(x) = a \cdot \exp(-\lambda|x|)$, $\lambda > 0$, a – параметр распределения.
   1) Определите значение параметра a, функцию распределения $F(x)$.
   2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.
   3) Вычислите $P(a < X < 2a)$ и числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

Вариант 24

1. 36 карт раздаются поровну 4 игрокам. Найдите вероятности событий:
   – каждый игрок получает туза;
   – один из игроков получит все 9 карт одной масти.
2. В интервале [0;8] минут в случайный момент времени к остановке подъезжает автобус. Время стоянки автобуса – 3 минуты. Пассажир подходит к остановке и садится в автобус в произвольный момент времени. Найдите вероятность, что пассажир будет ожидать автобуса не более 5 минут.
3. В схеме на рис. 4 вероятности безотказной работы элементов соответственно равны $p_1=0{,}6$; $p_2=p_4=0{,}9$; $p_3=0{,}7$. Состояние каждого из элементов не влияет на состояние остальных. Схема не работает. Найдите вероятность, что отказал:
   а) 1-й элемент;
   б) 4-й элемент.
4. Два охотника стреляют по волку независимо друг от друга. Вероятность попадания каждого из них 0,7 и 0,8. Если волк ранен одной пулей, он погибает с вероятностью 0,7, а если двумя – с вероятностью 0,9. После выстрела залпом волк был убит. Какой охотник вероятнее всего не промахнулся? Сравните априорные и апостериорные вероятности гипотез.
5. Устройство состоит из 7 независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого из элементов за время T одинаковы и равны 0,7.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число элементов, вышедших из строя за время T.
   2) Какова вероятность того, что за время T откажут:
      а) ровно 2 элемента;
      б) хотя бы один элемент;
      в) не менее 2 элементов;
      г) больше 5 элементов.
   3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

6. Вероятность "сбоя" в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,01. Поступило 500 вызовов.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X - число сбоев.
   2) Какова вероятность того, что поступит:
      а) ровно 9 сбоев;
      б) хотя бы один сбой;
      в) не менее 9 сбоев;
      г) больше 9 сбоев.
   3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?
7. Задана функция распределения случайной величины X: $F(x) = 1 - \exp(-\frac{x}{a}), \quad x \geqslant 0.$
   1) Найдите плотность вероятностей $f(x)$; числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.
   2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.
   3) Вычислите $P(X > a)$.
8. Случайная величина X распределена по "закону прямоугольного треугольника" в интервале $(0; a)$ (см. рис):



   1) Определите значение параметра b, функцию распределения $F(x)$, $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$, $f(x)$.
   2) Постройте график функции $F(x)$.
   3) Вычислите $P(\frac{a}{2} < X < a)$.

Вариант 25

1. Бросается 7 одинаковых игральных костей. Найдите вероятности событий:
   - ни на одной кости не выпадет 6 очков;
   - хотя бы на 2-х костях выпадет 6 очков.
2. Два теплохода должны подойти к одному и тому же причалу. Время их прихода независимо и равновозможно в течение суток. Какова вероятность, что одному из теплоходов не придется ожидать освобождения причала, если время стоянки одного теплохода – 3 часа, а второго – 2 часа?
3. В схеме на рис. 5 вероятности безотказной работы элементов соответственно равны p_1=0,9; p_2=0,7; p_3=0,8; p_4=0,6. Состояние каждого из элементов не влияет на состояние остальных. Схема не работает. Найдите вероятность, что отказал:
   а) 2-й элемент;
   б) 4-й элемент.
4. На сборку попадают детали с трех автоматов. Известно, что I-ый автомат дает 0,3% брака, II-ой – 0,2%, III-ий – 0,4%. С первого автомата поступило 1000, со II-го – 2000, с III-го – 500 деталей. Наудачу выбранная деталь оказалась бракованной. На каком автомате вероятнее всего изготовлена эта деталь? Сравните априорные и апостериорные вероятности гипотез.
5. Устройство состоит из 6 независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого из элементов за время T одинаковы и равны 0,7.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число элементов, вышедших из строя за время T.
   2) Какова вероятность того, что за время T откажут:
      а) ровно 2 элемента;
      б) хотя бы один элемент;
      в) не менее 2 элементов;
      г) больше 4 элементов.
   3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

6. Вероятность "сбоя" в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,01. Поступило 600 вызовов.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число сбоев.
   2) Какова вероятность того, что поступит:
      а) ровно 9 сбоев;
      б) хотя бы один сбой;
      в) не менее 9 сбоев;
      г) больше 9 сбоев.
   3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?
7. Задана функция распределения случайной величины X:
   $F(x) = 1 - \exp(-\lambda x), \quad \lambda = const, \quad x > 0.$
   1) Найдите плотность вероятностей $f(x)$; числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.
   2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.
   3) Вычислите $P(X > \frac{2}{\lambda})$.
8. Случайная величина X имеет плотность вероятностей:
   $$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\gamma - 1{,}5}, & x \in [1{,}5; 2{,}5], \\ 0, & x \notin [1{,}5; 2{,}5]. \end{cases}$$
   1) Определите значение параметра γ, функцию распределения $F(x)$.
   2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.
   3) Вычислите $P(2 < X < 2.3)$, $P(X > 2)$ и числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

Вариант 26

1. Случайным образом записывается 5 цифр. Считая, что все комбинации цифр от 00000 до 99999 равновероятны, найдите вероятности событий:
   - число будет кратно 10;
   - все цифры различны и цифры 8 и 9 окажутся рядом и в порядке возрастания.
2. В случайный момент времени от 14^{00} до 15^{00} появляется радиосигнал длительностью 10 минут. В этом же промежутке времени в случайный момент включается радиоприемник на время 15 минут. Найдите вероятность обнаружения сигнала, если приемник настраивается мгновенно.
3. В схеме на рис. 1 вероятности отказов элементов соответственно равны $p_1=0{,}4$; $p_2=0{,}1$; $p_3=0{,}3$; $p_4=0{,}2$. Состояние каждого из элементов не влияет на состояние остальных. Схема не работает. Найдите вероятность, что отказал:
   а) 4-й элемент;
   б) 3-й элемент.
4. Брак в продукции завода вследствие дефекта A составляет 5%, причем среди забракованной по признаку A продукции в 30% случаев встречается дефект E, а в продукции, свободной от дефекта A, дефект E встречается в 1% случаев. В наудачу выбранном изделии обнаружен дефект E. Что вероятнее: обладает ли это изделие с дефектом E также дефектом A или не обладает? Сравните априорные и апостериорные вероятности гипотез.
5. Устройство состоит из 10 независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого из элементов за время T одинаковы и равны 0,8.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число элементов, вышедших из строя за время T.
   2) Какова вероятность того, что за время T откажут:
      а) ровно 3 элемента;

б) хотя бы один элемент;

в) не менее 3 элементов;

г) больше 6 элементов.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

6. Вероятность "сбоя" в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,007. Поступило 1000 вызовов.

1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число сбоев.

2) Какова вероятность того, что поступит:

а) ровно 9 сбоев;

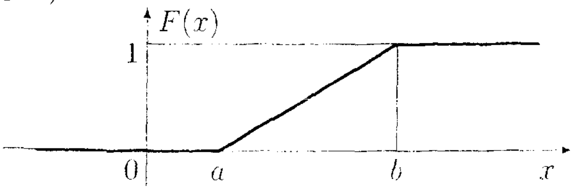
б) хотя бы один сбой;

в) не менее 9 сбоев;

г) больше 9 сбоев.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

7. Задана функция распределения случайной величины X (см. рис):



1) Найдите плотность вероятностей $f(x)$; функцию распределения $F(x)$; числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

2) Постройте графики функций $f(x)$.

3) Вычислите $P(a < X < b)$.

8. Случайная величина X имеет плотность вероятностей

$f(x) = \frac{1}{b} \exp\left(- \frac{|x+2|}{2} \right)$, $x \in (-\infty; +\infty)$.

1) Определите значение параметра b, функцию распределения $F(x)$.

2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.

3) Вычислите $P(X < 0)$ и числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

Вариант 27

1. Из колоды в 36 карт извлекают наудачу 5 карт. Найдите вероятности событий:
   – в полученной выборке все карты пиковой масти;
   – в выборке окажется ровно 3 туза.
2. Девушка и юноша договорились встретиться у кинотеатра с 19 часов 30 минут до 20 часов. Если девушка придет раньше юноши, она будет ждать не более 5 минут, а юноша обязательно дожидается девушки. Какова вероятность, что они не встретятся?
3. В схеме на рис. 2 вероятности безотказной работы элементов соответственно равны p_1=0,7; p_2=0,7; p_3=0,8; p_4=0,9. Состояние каждого из элементов не влияет на состояние остальных. Схема не работает. Найдите вероятность, что отказал:
   а) 4-й элемент;
   б) 2-й элемент.
4. Радиолампа принадлежит одной из трех партий с вероятностями 0,3; 0,5; 0,2. Вероятность того, что лампа проработает сверх гарантийного срока службы для каждой из партий составляет 0,1; 0,2; 0,4. Наугад взятая лампа проработала сверх гарантийного срока службы. Из какой партии вероятнее всего была выбрана эта лампа? Сравните априорные и апостериорные вероятности гипотез.
5. Устройство состоит из 9 независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого из элементов за время T одинаковы и равны 0,8.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число элементов, вышедших из строя за время T.
   2) Какова вероятность того, что за время T откажут:
      а) ровно 3 элемента;
      б) хотя бы один элемент;
      в) не менее 3 элементов;
      г) больше 5 элементов.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

6. Вероятность "сбоя" в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,008. Поступило 1000 вызовов.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X число сбоев.
   2) Какова вероятность того, что поступит:
      а) ровно 9 сбоев;
      б) хотя бы один сбой;
      в) не менее 9 сбоев;
      г) больше 9 сбоев.
   3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

7. Задана функция распределения случайной величины X:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leqslant -a, \\ \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{\pi}\arcsin\dfrac{x}{a}, & -a < x < a, \\ 1, & x \geqslant a. \end{cases}$$

   1) Найдите плотность вероятностей $f(x)$; числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.
   2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.
   3) Вычислите $P(-\frac{a}{2} < X < \frac{a}{2})$.

8. Случайная величина X имеет плотность вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\gamma - 1}, & x \in [1; 3{,}5], \\ 0, & x \notin [1; 3{,}5]. \end{cases}$$

   1) Определите значение параметра γ, функцию распределения $F(x)$.
   2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.
   3) Вычислите $P(X > 2)$ и числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

Вариант 28

1. В группе из 30 студентов 20 студентов учатся без троек. Наудачу выбрано 6 человек. Найдите вероятности событий:
   – среди отобранных окажется ровно 1 хорошо успевающий студент;
   – среди отобранных окажется хотя бы 1 хорошо успевающий студент.
2. В течение каждого часа на экране радиолокатора в случайный момент времени появляется объект и находится там 10 минут. Какова вероятность необнаружения объекта, если оператор наблюдает за экраном случайным образом в течение 30 минут каждый час?
3. В схеме на рис. 3 вероятности безотказной работы элементов соответственно равны $p_1 = p_4 = 0{,}9$; $p_2 = 0{,}7$; $p_3 = 0{,}8$. Состояние каждого из элементов не влияет на состояние остальных. Схема не работает. Найдите вероятность, что отказал:
   а) 3-й элемент;
   б) 4-й элемент.
4. Сборщик получил 3 ящика деталей: в I-ом ящике 40 деталей, из них 20 окрашенных; во II-ом – 50, из них 20 окрашенных; в III-ем - 30 деталей, из них 10 окрашенных. Наудачу извлеченная деталь из наудачу взятого ящика оказалась окрашенной. Из какого ящика вероятнее всего взяли эту деталь? Сравните априорные и апостериорные вероятности гипотез.
5. Устройство состоит из 8 независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого из элементов за время T одинаковы и равны 0,8.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число элементов, вышедших из строя за время T.
   2) Какова вероятность того, что за время T откажут:
      а) ровно 3 элемента;
      б) хотя бы один элемент;
      в) не менее 3 элементов;

г) больше 4 элементов.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

6. Вероятность "сбоя" в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,009. Поступило 1000 вызовов.

1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число сбоев.

2) Какова вероятность того, что поступит:

а) ровно 9 сбоев;

б) хотя бы один сбой;

в) не менее 9 сбоев;

г) больше 9 сбоев.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

7. Задана функция распределения случайной величины X:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 5, \\ 1 - \dfrac{125}{x^3}, & x \geqslant 5. \end{cases}$$

1) Найдите плотность вероятностей $f(x)$; числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.

3) Вычислите $P(X < 4)$.

8. Случайная величина X распределена по закону Коши:
$f(x) = \dfrac{a}{1+x^2}$, $\quad a = const.$

1) Определите значение параметра a, функцию распределения $F(x)$.

2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.

3) Вычислите $P(-1 < X < 1)$ и числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

Вариант 29

1. Из полного набора костей домино (28 штук) наудачу достают 4 кости. Найдите вероятности событий:
   – среди отобранных окажется ровно 1 кость с 6 очками;
   – среди отобранных окажется хотя бы 3 кости с 6 очками.
2. Товарный и пассажирский поезда должны пройти через стрелку с 14 часов до 15 часов. Время прихода поездов независимо и равновозможно. Товарный поезд проходит стрелку за 15 минут, а пассажирский – за 10 минут. После прохода поезда семафор переключается с красного на зеленый свет в течение 3 минут. Найдите вероятность, что один из поездов подъедет к стрелке на красный свет.
3. В схеме на рис. 4 вероятности безотказной работы элементов соответственно равны $p_1=0{,}9$; $p_2=p_3=0{,}7$; $p_4=0{,}6$. Состояние каждого из элементов не влияет на состояние остальных. Схема не работает. Найдите вероятность, что отказал:
   а) 2-й элемент;
   б) 4-й элемент.
4. Сборщик получил 2 одинаковых коробки деталей, изготовленных заводом N1 и 3 таких же коробок деталей, изготовленных заводом N2. Вероятность того, что деталь завода N1 стандартна, равна 0,6, а завода N2 – 0,7. Из наудачу взятой коробки сборщик наудачу извлек стандартную деталь. На каком заводе вероятнее всего она изготовлена? Сравните априорные и апостериорные вероятности гипотез.
5. Устройство состоит из 7 независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого из элементов за время T одинаковы и равны 0,8.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число элементов, вышедших из строя за время T.
   2) Какова вероятность того, что за время T откажут:
      а) ровно 3 элемента;
      б) хотя бы один элемент;

в) не менее 3 элементов;

г) больше 4 элементов.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

6. Вероятность "сбоя" в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,01. Поступило 1000 вызовов.

1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число сбоев.

2) Какова вероятность того, что поступит:

а) ровно 9 сбоев;

б) хотя бы один сбой;

в) не менее 9 сбоев;

г) больше 9 сбоев.

3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

7. Задана функция распределения случайной величины X:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leqslant -4, \\ \dfrac{x+4}{10}, & -4 < x \leqslant 6, \\ 1, & x > 6. \end{cases}$$

1) Найдите плотность вероятностей $f(x)$; числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.

3) Вычислите $P(-3 < X < 0)$.

8. Случайная величина X имеет плотность вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} \mu \cdot \exp(-\lambda x), & x > 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases} \quad \mu = const > 0.$$

1) Определите значение параметра λ, функцию распределения $F(x)$и числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.

3) Вычислите вероятность того, что X примет значение меньшее, чем ее $M[X]$.

Вариант 30

1. В кондитерской имеется 8 видов пирожных. Покупатель пробил чек на 4 пирожных. Найдите вероятности событий:
   – все 4 пирожных будут одного вида;
   – по 2 пирожные различных видов.
2. Два самолета подлетают к аэродрому независимо и равновозможно в течение 30 минут. Время посадки Ан-24 на взлетно-посадочную полосу 6 минут, а Ту-154 – 15 минут. Какова вероятность, что во время подхода одного из самолетов к аэродрому взлетно-посадочная полоса будет свободна?
3. В схеме на рис. 5 вероятности безотказной работы элементов соответственно равны $p_1 = p_2 = 0{,}7$; $p_3 = 0{,}9$; $p_4 = 0{,}8$. Состояние каждого из элементов не влияет на состояние остальных. Схема не работает. Найдите вероятность, что отказал:
   а) 1-й элемент;
   б) 2-й элемент.
4. При анализе крови на СПИД вероятность обнаружения вируса у больного человека 0,95, а у здорового – 0,001. По статистике 0,01% населения больны. У пациента при анализе крови обнаружен вирус. Какова вероятность неверного диагноза? Сравните априорные и апостериорные вероятности гипотез.
5. Устройство состоит из 6 независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого из элементов за время T одинаковы и равны 0,8.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число элементов, вышедших из строя за время T.
   2) Какова вероятность того, что за время T откажут:
      а) ровно 3 элемента;
      б) хотя бы один элемент;
      в) не менее 3 элементов;
      г) больше 4 элементов.
   3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?

6. Вероятность "сбоя" в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,011. Поступило 1000 вызовов.
   1) Постройте ряд распределения случайной величины X – число сбоев.
   2) Какова вероятность того, что поступит:
      а) ровно 9 сбоев;
      б) хотя бы один сбой;
      в) не менее 9 сбоев;
      г) больше 9 сбоев.
   3) Каковы $M[X]$, $D[X]$?
7. Задана функция распределения случайной величины X:
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leqslant -3, \\ \dfrac{x+3}{8}, & -3 < x \leqslant 5, \\ 1, & x > 5. \end{cases}$$
   1) Найдите плотность вероятностей $f(x)$; числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.
   2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.
   3) Вычислите $P(-5 < X < 2)$, $P(X > 3)$.
8. Случайная величина X подчинена закону Лапласа:
$f(x) = a \cdot \exp(-\lambda|x|), \quad \lambda > 0, \quad a = const.$
   1) Определите значение параметра a, функцию распределения $F(x)$.
   2) Постройте графики функций $f(x)$, $F(x)$.
   3) Вычислите $P(X > \frac{1}{2\lambda})$ и числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.

ДИСКРЕТНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ВЕКТОРЫ

Опыт 1. Бросаются две игральные кости.

Случайные величины:

1. Индикатор события, что сумма выпавших очков четная.
2. Индикатор события, что произведение выпавших очков четное.
3. Индикатор события, что выпала сумма очков, кратная трем.
4. Число выпадений цифры «3».
5. Число выпадений нечетной цифры.
6. Число выпадений цифры «4».
7. Число выпадений четной цифры.

Опыт 2. Из урны, содержащей 6 белых и 4 черных шара, достают 2 шара без возвращения.

Случайные величины:

1. Число белых шаров в выборке.
2. Число черных шаров в выборке.
3. Индикатор наличия белых шаров в выборке.
4. Индикатор наличия черных шаров в выборке.

Опыт 3. Два стрелка независимо друг от друга производят по одному выстрелу по мишени с вероятностями попадания соответственно 0,8 и 0,9.

Случайные величины:

1. Число попаданий в мишень.
2. Число промахов.
3. Индикатор поражения мишени.
4. Число попаданий 1-го стрелка.
5. Число попаданий 2-го стрелка.
6. Число промахов 1-го стрелка.
7. Число промахов 2-го стрелка.

Опыт 4. Из урны, содержащей 5 белых и 4 черных шара достают 2 шара с возвращением.

Случайные величины:

1. Число белых шаров в выборке.
2. Число черных шаров в выборке.
3. Индикатор наличия белых шаров в выборке.
4. Индикатор наличия черных шаров в выборке.

Задание

Дан случайный вектор (X, Y).

Определите:

1. Совместный закон распределения.
2. Законы распределения отдельных компонент вектора.
3. Двумерную функцию распределения (в виде таблицы).
4. $P(X \leqslant Y)$.
5. Условный закон распределения случайной величины X при условии, что $Y = y_{max}$.
6. Условную функцию распределения при условии, что $Y = y_{\max}$.
7. Центр рассеивания $(M[X], M[Y])$ распределения вектора (X, Y).
8. Дисперсию $(D[X], D[Y])$ случайного вектора (X, Y).
9. Коэффициент корреляции, ковариационную, корреляционную и нормированную корреляционную матрицу.
10. Выясните, зависимы или независимы компоненты X и Y.

Приложение 1 «Рисунки к вариантам»

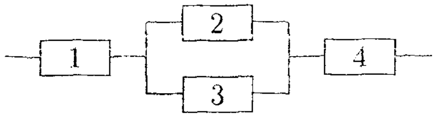


Рис. 1

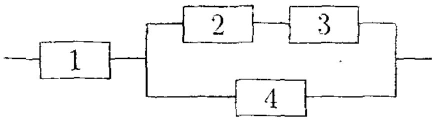


Рис. 2

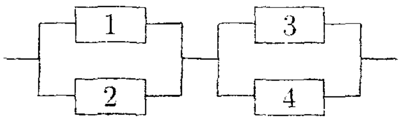


Рис. 3

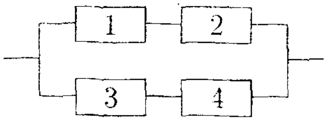


Рис. 4

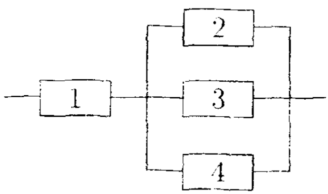


Рис. 5

Приложение 2 «Варианты заданий»

Вариант	Опыт	X	Y
1	1	1	4
2	1	1	5
3	1	1	6
4	1	1	7
5	1	2	4
6	1	2	6
7	1	2	7
8	1	3	4
9	1	3	5
10	1	3	6
11	1	3	7
12	2	1	3
13	2	1	4
14	2	2	3
15	2	2	4
16	3	1	4
17	3	1	5
18	3	1	6
19	3	1	7
20	3	2	4
21	3	2	6
22	3	2	7
23	3	3	4
24	3	3	5
25	3	3	6
26	3	3	7
27	4	1	3
28	4	1	4
29	4	2	3
30	4	2	4

Учебное издание

Ефимов Евгений Александрович
Иванова Ольга Сергеевна
Коломиец Людмила Вадимовна

Теория вероятностей
Типовые расчеты

Учебное пособие

Редактор Л. Я. Чегодаева
Корректор Л. Я. Чегодаева

Подписано в печать 02.10.2003 г. Формат 60x84 1/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл.печ.л. 4,41. Усл.кр.- отт. 4,53. Уч. – изд.л. 4,75.
Тираж 300 экз. Заказ 80. Арт.С-2(Д2)/2003.

Самарский государственный аэрокосмический
университет имени академика С.П. Королева.
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

РИО Самарского государственного аэрокосмического
университета. 443001 Самара, ул.Молодогвардейская, 151.