

**ВОССТАНОВЛЕНИЕ
ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СТРУКТУРЫ
ДРЕВОВИДНЫХ ОБЪЕКТОВ
НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКОГО ПОЛЯ
НАПРАВЛЕНИЙ**

2007



САМАРА

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА»

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ
СТРУКТУРЫ ДРЕВОВИДНЫХ ОБЪЕКТОВ
НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКОГО ПОЛЯ
НАПРАВЛЕНИЙ

*Утверждено Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия*

САМАРА
Издательство СГАУ
2007

УДК 681.3, 621.372.542
ББК 22.18
В779



**Инновационная образовательная программа
"Развитие центра компетенции и подготовка
специалистов мирового уровня в области
аэрокосмических и геоинформационных технологий"**

Рецензенты: зав. кафедрой геоинформатики СГАУ д-р техн. наук, проф.
Сергеев В.В.; канд. физ.-мат. наук, доц. кафедры безопасности
информационных систем СамГУ Осипов М.Н.

Авторы: *А. О. Корепанов, Н. Ю. Ильясова, А. В. Куприянов, В. А. Сойфер*

В779 **Восстановление пространственной структуры древовидных
объектов на основе нечеткого поля направлений: учеб. пособие /**
[*А. О. Корепанов и др.*]. – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та,
2007. – 64 с.: ил.

ISBN 978-5-7883-0621-6

Рассматривается задача выделения центральных линий древовидных объектов на биомедицинских изображениях. Метод реконструкции центральных линий представляется в виде задачи динамической оптимизации и основан на анализе нечеткого поля направлений и построении на его основе целевой функции динамического процесса. Рассмотренный в учебном пособии аппарат нечеткого поля направлений является эффективным средством анализа изображений, содержащих структурную избыточность, и может быть использован вне контекста рассматриваемой задачи для решения специфических задач обработки и анализа изображений.

Область применения приведенных в пособии методов и алгоритмов не ограничивается анализом биомедицинских изображений. Предложенные методы могут быть использованы в ряде смежных областей обработки изображений, таких как, например, анализ изображений интерферометрических полос, анализ результатов каротажных измерений и др.

Учебное пособие предназначено для обучения студентов специальности 190500 – «Биотехнические и медицинские аппараты и системы» в дисциплинах, связанных с обработкой медицинских диагностических изображений.

УДК 681.3, 621.372.542
ББК 22.18

ISBN 978-5-7883-0621-6

- © А. О. Корепанов, Н. Ю. Ильясова,
А. В. Куприянов, В. А. Сойфер, 2007
- © Самарский государственный
аэрокосмический университет, 2007

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|---|-----------|
| ВВЕДЕНИЕ | 4 |
| ГЛАВА 1 НЕЧЕТКОЕ ПОЛЕ НАПРАВЛЕНИЙ И МЕТОДЫ ЕГО ОЦЕНИВАНИЯ | 6 |
| 1.1 Идея нечеткого поля направлений..... | 6 |
| 1.2 Пространство направлений | 7 |
| 1.3 Поле направлений..... | 11 |
| 1.4 Нечеткое поле направлений | 12 |
| 1.5 Арифметические операции над нечеткими множествами направлений..... | 13 |
| 1.6 Вейвлет-методы оценивания нечеткого поля направлений . | 14 |
| 1.6.1 Метод оценивания нечеткого поля направлений, основанный на непрерывном вейвлет-преобразовании..... | 15 |
| 1.6.2 Метод оценивания нечеткого поля направлений с использованием дифференциальной геометрии | 21 |
| ГЛАВА 2 ВОССТАНОВЛЕНИЕ ДВУМЕРНОЙ СТРУКТУРЫ ДРЕВОВИДНЫХ ОБЪЕКТОВ НА ИЗОБРАЖЕНИЯХ..... | 27 |
| 2.1 Описание центральной линии проекции ветви древовидного объекта в дискретном представлении | 27 |
| 2.2 Задача восстановления центральных линий по опорным точкам | 28 |
| 2.3 Восстановление дискретной центральной линии по двум опорным точкам методом динамического программирования | 30 |
| 2.4 Алгоритм восстановления центральной линии по двум опорным точкам | 33 |
| 2.5 Восстановление центральной линии по множеству опорных точек | 37 |
| 2.6 Исследования метода восстановления центральных линий | 38 |
| 2.6.1 Экспериментальные исследования на модельных изображениях | 38 |
| 2.6.2 Примеры реконструкции центральных линий на натуральных изображениях | 53 |
| ЗАКЛЮЧЕНИЕ | 56 |
| ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ | 58 |
| СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ | 60 |

ВВЕДЕНИЕ

Учебное пособие посвящено разработке методов реконструкции и анализа геометрических характеристик древовидных объектов на диагностических изображениях.

Задача выделения центральных линий древовидных объектов возникает во многих практических приложениях обработки изображений. Примерами могут служить задачи анализа медицинских изображений кровеносной системы [1, 2, 3], задачи анализа изображений интерферометрических полос, задача анализа результатов каротажных измерений и т.п. [4, 5, 6]. В данной работе основное внимание уделяется решению задачи выделения центральных линий кровеносных сосудов на биомедицинских изображениях (рис. В.1).

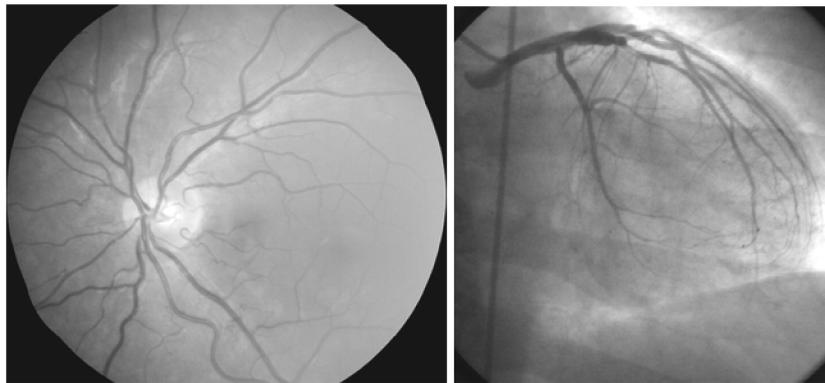


Рис. В.1 Примеры диагностических изображений кровеносных сосудов: изображение глазного дна (слева), изображение ангиографической проекции коронарных сосудов (справа)

Подробный обзор существующих методов выделения центральных линий древовидных объектов на диагностических изображениях приведен в работе [7]. Основными недостатками существующих методов являются их слабая адаптивность к различным классам диагностических изображений, низкая степень автоматизации, что во

многим обусловлено следующими причинами. Как правило, решается задача локальной оптимизации некоторого выбранного функционала, что зачастую не позволяет получить требуемый (визуально ожидаемый) результат даже в случае адекватного выбора оптимизируемого функционала. При этом также усложняется задача выбора функционала, соответствующего физической природе решаемой задачи.

В учебном пособии приводится метод решения задачи выделения центральных линий древовидных объектов, основанный на использовании методов глобальной оптимизации, что обеспечивает при соответствующем выборе оптимизируемого функционала повышение качества построения центральных линий. Для построения оптимизируемого функционала используется аппарат нечеткого поля направлений, теория которого приведена в первой главе настоящего пособия. Нечеткое поле направлений, являющееся обобщением понятия классического поля направлений, впервые введено в работах В.А.Сойфера, А.Г.Храмова [8-10] и представляет собой эффективное средство анализа изображений сетчатых, древовидных структур, а также изображений, обладающих структурной избыточностью.

Вследствие сложности структуры кровеносных сосудов (зачастую даже человеку сложно определить центральную линию того или иного сосуда на изображении) мы вынуждены отказаться от полностью автоматического распознавания центральных линий. Будем считать, что при восстановлении центральной линии ветви на изображении проекции древовидного объекта имеется упорядоченный набор опорных точек, заведомо принадлежащих исследуемой центральной линии.

Несмотря на ориентированность данного пособия на биомедицинские изображения, изложенные методы могут быть успешно применены в ряде смежных областей анализа сетчатых и древовидных структур.

ГЛАВА 1 НЕЧЕТКОЕ ПОЛЕ НАПРАВЛЕНИЙ И МЕТОДЫ ЕГО ОЦЕНИВАНИЯ

1.1 Идея нечеткого поля направлений

В ряде задач обработки изображений возникает необходимость анализа изображений «полосатых» или «сетчатых» структур. Примерами подобного рода изображений могут служить изображения интерферометрических полос. Эффективный способ анализа такого класса изображений на основе поля направлений предложен в работах [8, 9]. При построении полей направлений перечисленных видов изображений учитывается наличие на них ярко выраженных локальных направлений.

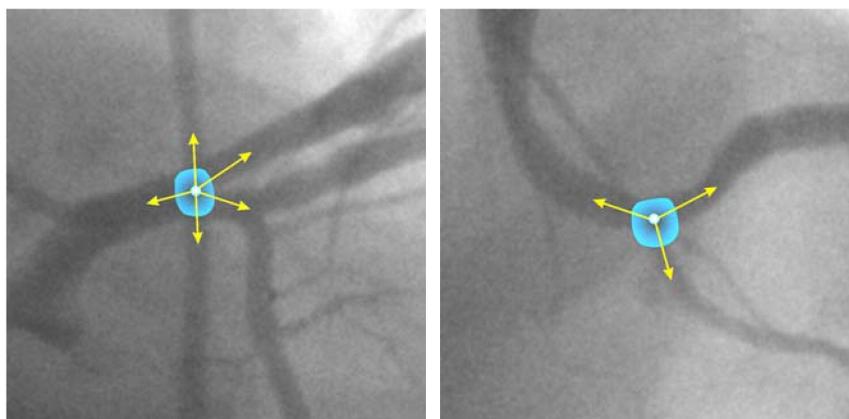


Рис. 1.1 Примеры неоднозначности определения направлений

Применительно к анализу изображений древовидных объектов основным недостатком методов, использующих поля направлений, является невозможность определения в каждой точке изображения некоторого множества направлений с различной степенью выраженности, что приводит к неоднозначности определения направлений в узловых областях древовидного объекта, а также в местах наложения сегментов на изображениях проекций (рис 1.1). Для

устранения указанного недостатка в каждой точке рассматривается все множество направлений, каждому из которых приписывается некоторый весовой коэффициент, характеризующий степень выраженности направления, то есть определяется нечеткое поле направлений [10]. С целью уменьшения влияния размеров объектов, присутствующих на изображении, на точность определения направлений для построения нечеткого поля направлений используются методы вейвлет-анализа. В частности, это позволяет избежать зависимости определения направлений ветви древовидного объекта от значений функции радиуса.

Будем использовать геометрическое представление нечеткого поля направлений. Далее приводится определение направлений, удобное с точки зрения геометрической интерпретации.

1.2 Пространство направлений

Понятие поля направлений введено в работах В.А.Сойфера, А.Г.Храмова, Н.Ю.Ильясовой, А.В.Устинова [8, 9]. Направление характеризуется парой чисел: углом, задающим направление (ориентацию), и весом (выраженность направления) и представляется в виде комплексного числа. Вследствие этого работа с направлениями сводится к работе с комплексными числами.

В отличие от указанных работ, будем рассматривать направление как некоторый геометрический объект, являющийся элементом векторного пространства со специфической операцией сложения и умножения на скаляр. Рассматриваемое пространство направлений является двумерным векторным пространством и, следовательно, изоморфно полю комплексных чисел [11]. Вследствие этого предлагаемое определение направления полностью согласуется с определением направления, введенным в [8].

По аналогии с геометрическими векторами на плоскости [12] введем понятие направления. Рассмотрим множество отрезков прямых

на плоскости. На этом множестве можно ввести отношение эквивалентности: эквивалентными являются отрезки параллельных прямых, имеющие одинаковые длины. Рассмотрим фактор-множество множества отрезков прямых. Определим некоторую точку O на плоскости и выберем из каждого класса эквивалентности по одному представителю – отрезку, центр которого лежит в точке O (рис. 1.2). Полученное таким образом множество (отрезков прямых) является множеством направлений, а его элементы – направлениями.

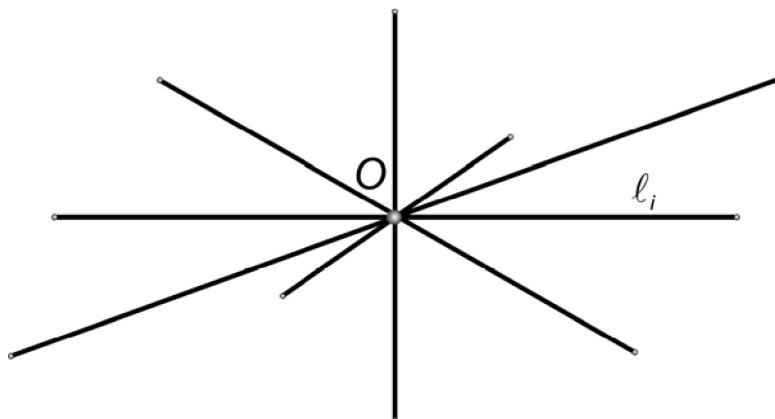


Рис. 1.2 Подмножество множества направлений

Углом между парой направлений является угол между прямыми, которым эти направления принадлежат. Угол между направлениями принимает значения из интервала $(-\pi/2, \pi/2]$.

Такое представление направлений позволяет задать непосредственно сам объект «направление» (безотносительно координатной системы) как в двумерном, так и в многомерном случае.

Для работы с направлениями необходимо определить сложение направлений и умножение на скаляр. Для удобства определим их таким образом, чтобы пространство направлений было линейным над полем вещественных чисел \mathbf{R} .

В качестве нормы $\|\cdot\|$ направления примем значение длины соответствующего отрезка прямой. В данном случае норма является аналогом веса направления, заданного в комплексной форме. Рассмотрим пару направлений l_1 и l_2 , угол между которыми равен ϕ . Суммой направлений l_1 и l_2 является направление l (рис. 1.3), такое что

$$\|l\|^2 = \|l_1\|^2 + \|l_2\|^2 + \|l_1\| \|l_2\| \cos 2\phi, \quad (1.1)$$

а углы между направлением l и направлениями l_1 , l_2 определяются из условий

$$\begin{cases} \|l_1\| \sin 2\beta_1 = \|l_2\| \sin 2\beta_2 \\ \beta_1 + \beta_2 = \phi \end{cases}. \quad (1.2)$$

Откуда

$$\beta_1 = \frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{\|l_2\|}{\|l\|} \sin 2\phi \right), \quad \beta_2 = \frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{\|l_1\|}{\|l\|} \sin 2\phi \right). \quad (1.3)$$

Из (1.1) следует, что сумма направлений, имеющих одинаковую норму, угол между которыми равен $\phi = \frac{\pi}{2}$, равна направлению с нулевой нормой – нулевому направлению θ . Ориентация нулевого направления не определена.

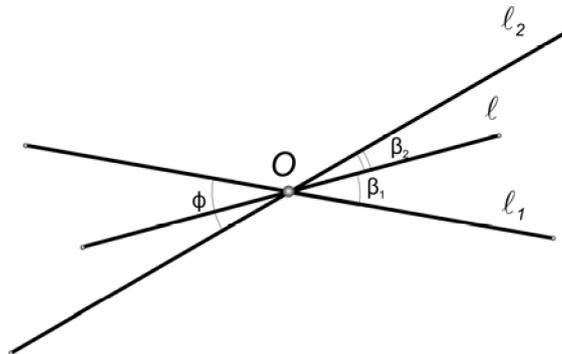


Рис. 1.3 Сложение направлений

Рассмотренная операция сложения направлений является ассоциативной и коммутативной, что проверяется непосредственными вычислениями, и является аналогом операции сложения направлений, заданных в комплексной форме, введенной в [8].

При умножении направления на скаляр $\mu \geq 0$ ($\mu \in \mathbf{R}$) ориентация направления сохраняется, а модуль увеличивается в μ раз. При умножении направления на $\mu < 0$ модуль направления увеличивается в $|\mu|$ раз, а ориентация меняется так, что угол между исходным и результирующим направлениями равен $\frac{\pi}{2}$ (рис. 1.4).

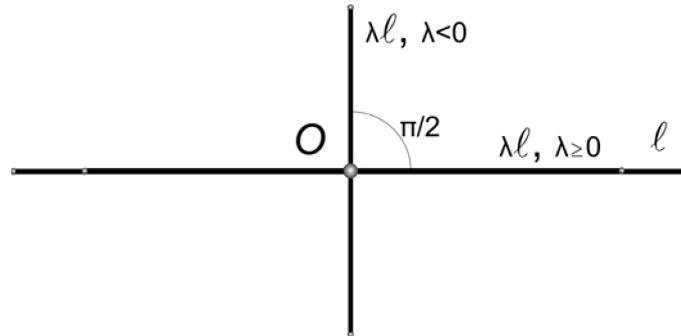


Рис. 1.4 Умножение направления на скаляр

Введенные операции сложения направлений и умножения на скаляр удовлетворяют аксиомам векторного пространства [13]. Таким образом, пространство направлений является линейным.

В пространстве направлений можно ввести операцию скалярного произведения:

$$(\ell_1, \ell_2) = \|\ell_1\| \|\ell_2\| \cos 2\phi. \quad (1.4)$$

Тогда, выбрав в качестве базиса пару ненулевых направлений e_0 и e_1 , угол между которыми $\phi = \frac{\pi}{4}$, любое направление можно представить его координатами в этом базисе:

$$\ell = (\ell, e_0)e_0 + (\ell, e_1)e_1. \quad (1.5)$$

Таким образом, пространство направлений \mathbf{D}^2 является векторным пространством со скалярным произведением.

Введенное понятие направления будет использоваться для определения нечеткого поля направлений и для решения задачи выделения центральных линий древовидных объектов на изображениях проекций.

1.3 Поле направлений

Пусть дано пространство направлений \mathbf{D}^2 и пусть в каждой точке $x = (x_1, x_2)$ некоторой области X плоскости дискретного аргумента определено направление $\ell(x) \in \mathbf{D}^2$. Тогда будем говорить, что в пределах области X задано поле направлений. На рис. 1.5б приведен пример поля направлений изображения интерферометрических полос. Для визуализации используется цветовое представление направлений (рис. 1.5а), при этом каждый цвет соответствует ориентации направления в точке, а яркость определяется его нормой.

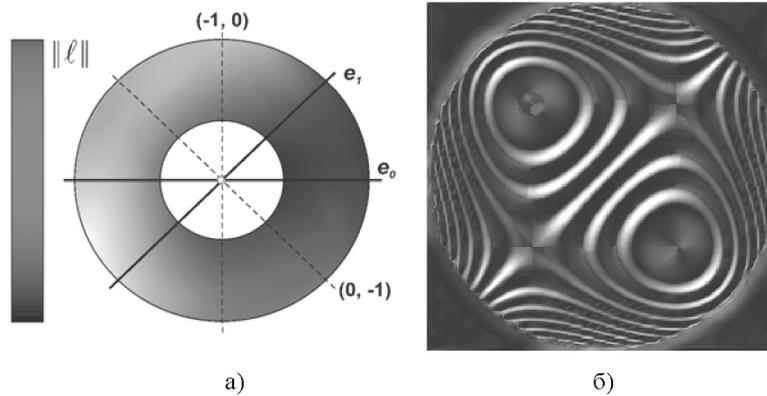


Рис. 1.5 Пример поля направлений изображения интерферометрических полос:
а) цветовое представление направлений; б) поле направлений

В работах [8, 9] рассматривается применение поля направлений к анализу квазипериодических структур и изображений со структурной избыточностью. Поле направлений может быть эффективно использовано также при анализе изображений древовидных объектов, о чем речь пойдет в следующей главе. В работе [14, с. 459-523] подробно рассматриваются различные методы формирования поля направлений для различных классов изображений, методы фильтрации поля направлений, а также методы обработки и интерпретации изображений квазипериодических структур на основе анализа поля направлений.

Рассмотренное пространство направлений позволяет формализовать некоторые методы обработки полей направлений и, в частности, применить аппарат нечетких множеств к построению и анализу полей направлений.

1.4 Нечеткое поле направлений

Обобщим понятие поля направлений на случай, когда в точке может быть определено некоторое множество направлений. Пусть задано пространство направлений \mathbf{D}^2 . Рассмотрим нечеткое подмножество пространства \mathbf{D}^2 $L = \{ \mu(\ell) / \ell \}$. Здесь $\ell \in \mathbf{D}^2$ - элементы пространства направлений, $\mu(\cdot)$ - характеристическая функция принадлежности (или просто функция принадлежности), принимающая значения в некотором вполне упорядоченном множестве \mathbf{M} [15]. В данной работе в качестве множества \mathbf{M} принимается вещественный интервал $[0,1]$. На носитель нечеткого множества направлений накладывается следующее ограничение: носителем является подмножество элементов единичной длины пространства направлений $\mathbf{E} = \{ \ell \in \mathbf{D}^2 : \|\ell\| = 1 \}$.

Пусть далее, в каждой точке $x = (x_1, x_2)$ некоторой области X плоскости дискретного аргумента определено нечеткое множество направлений $L(x) = \{ \mu(x, \ell(x)) / \ell(x) \}$, где $\mu(x, \cdot)$ - рассмотренная ранее функция принадлежности направлений, $\ell(x) \in E$ - элементы единичной длины пространства направлений. Тогда будем говорить, что в пределах области X задано нечеткое поле направлений [10].

Нечеткое поле направлений является обобщением понятия поля направлений и позволяет учесть наличие в точке нескольких направлений с различной степенью выраженности.

1.5 Арифметические операции над нечеткими множествами направлений

Благодаря определению операции сложения в пространстве направлений, помимо логических операций над нечеткими множествами направлений, можно ввести арифметические операции. Арифметические операции вводятся по аналогии с операциями над нечеткими числами [15].

Пусть $\ell, \ell_1, \ell_2 \in E$, тогда

$$L = L_1 * L_2, \quad \mu(\ell) = S_{\ell_1 * \ell_2 | \ell} (\| \mu(\ell_1) \ell_1 * \mu(\ell_2) \ell_2 \|),$$

где $S(\cdot)$ - треугольная конорма [15], знак "*" означает какую-либо арифметическую операцию. Так как в пространстве направлений определены операции сложения и вычитание направлений, то арифметические операции также ограничиваются этими двумя операциями. В случае, когда $S(\cdot) = \max(\cdot)$, сумма и разность нечетких множеств будут иметь вид

$$L = L_1 \pm L_2, \quad \text{где } \mu(\ell) = \max_{\ell_1 \pm \ell_2 | \ell} (\| \ell_1 \pm \ell_2 \|), \quad (1.6)$$

т.е. единичное направление ℓ принадлежит нечеткому множеству направлений с весом $\max_{\ell_1 \pm \ell_2 \parallel \ell} (\|\ell_1 \pm \ell_2\|)$, где максимум берется по всем парам направлений $\ell_i = \mu_i(\ell_i) \cdot \ell_i$, $\ell_i \in L_i$, $i=1,2$, таким что направление $\ell_1 + \ell_2$ коллинеарно с ℓ .

Очевидно, в результате рассмотренных логических и арифметических операций носитель результирующего нечеткого множества направлений также будет содержать только направления единичной длины, то есть удовлетворять определению нечеткого множества направлений.

1.6 Вейвлет-методы оценивания нечеткого поля направлений

Различные методы формирования поля направлений рассмотрены в работе [14, с. 459-523]. Логическим продолжением идеи поля направлений является построение поля направлений, зависящего в каждой точке от анализируемых локальных пространственных частот [8]. В спектральной области это соответствует анализу различных частотных интервалов в пределах некоторого сектора частот. Далее рассмотрены различные методы формирования нечеткого поля направлений.

Рассмотрим два метода построения: метод, основанный на вейвлет-разложении исходного изображения, и метод, основанный на анализе кривизны изображения. Оба подхода используют методы вейвлет-анализа, позволяющие производить выделение элементов изображения, имеющих различные локальные частоты. В основе первого подхода лежит непрерывное вейвлет-преобразование с неизотропным вейвлетом, за счет чего достигается его угловая избирательность. Второй метод базируется на анализе главных кривизн изображения, интерпретируемого как поверхность в трехмерном пространстве. Частотная избирательность достигается за

счет применения вейвлет-метода оценивания производных в матрицах первой и второй фундаментальной формы. Рассмотрим более подробно методы формирования нечеткого поля направлений.

1.6.1 Метод оценивания нечеткого поля направлений, основанный на непрерывном вейвлет-преобразовании

Непрерывное вейвлет-разложение

Рассмотрим непрерывную двумерную функцию конечной энергии $f(x) \in L^2(\mathbf{R}^2)$, где $x = (x^1, x^2)$ и

$$\|f\|^2 = \int_{\mathbf{R}^2} f^2(x) d^2x < \infty.$$

В качестве функции изображения $f(x)$ могут быть также взяты обобщенные функции, такие как, например, единичный импульс, прямоугольный импульс и др.

Порождающим вейвлетом может быть выбрана любая функция $\psi \in L^1(\mathbf{R}^2) \cap L^2(\mathbf{R}^2)$, удовлетворяющая условию допустимости:

$$C_\psi \equiv (2\pi)^2 \cdot \int_{\mathbf{R}^2} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|^2} d^2\omega < \infty,$$

где $\hat{\psi}(\omega)$ - спектр вейвлета, ω - частота [16]. Последнее условие в данном случае означает просто нулевое среднее вейвлета:

$$\hat{\psi}(0) = 0 \Leftrightarrow \int_{\mathbf{R}^2} \psi(x) d^2x = 0.$$

Существует несколько способов расширения одномерного непрерывного вейвлет-преобразования в $L^2(\mathbf{R}^2)$ [17]. Один из способов заключается в выборе вейвлета с круговой симметрией. В этом случае вейвлет-преобразование легко обобщается на двумерный случай, однако является практически непригодным для анализа направлений. Второй способ расширения одномерного вейвлет-преобразования основывается на выборе вейвлета без сферической

симметрии (неизотропного вейвлета) и введении в вейвлет-преобразование наряду с параметрами сдвига и сжатия параметра вращения вейвлета. Такой способ расширения позволяет производить анализ направлений, поэтому далее используется вейвлет-преобразование с неизотропным вейвлетом.

Рассмотрим неизотропный двумерный порождающий вейвлет $\psi(x)$. Семейство базисных функций вейвлет-разложения получается из порождающего вейвлета посредством сдвигов, растяжений и поворотов последнего [18]:

$$\psi_{a,\theta,b}(x) = a^{-1} \cdot \psi(a^{-1} \cdot r_{-\theta}(x-b)), \quad (1.7)$$

где a - масштабный коэффициент, $b = (b^1, b^2)$ - сдвиг,

$r_{\theta}(x) = G \cdot x$ - оператор поворота,

$$G = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} - \text{матрица вращения.}$$

В спектральной области семейство базисных функций выражается в виде

$$\hat{\psi}_{a,\theta,b}(\omega) = a \cdot e^{-ib\omega} \cdot \hat{\psi}(a \cdot r_{-\theta}(\omega)). \quad (1.8)$$

Тогда прямое вейвлет-преобразование имеет вид [17]

$$[W_{\psi}f](a,\theta,b) = C_{\psi}^{-1/2} \langle f, \psi_{a,\theta,b} \rangle = C_{\psi}^{-1/2} \int f(x) \cdot \psi_{a,\theta,b}(x) d^2x, \quad (1.9)$$

где $\langle \cdot, \cdot \rangle$ - скалярное произведение в пространстве $L^2(\mathbf{R}^2)$. Или в спектральной области

$$[W_{\psi}f](a,\theta,b) = C_{\psi}^{-1/2} \int \hat{f}(\omega) \cdot \hat{\psi}_{a,\theta,b}(\omega) d^2\omega.$$

Среди различных классов двумерных вейвлетов наилучшей угловой избирательностью обладают направленные (directional) вейвлеты, которые по этой причине и будут использованы нами для построения нечеткого поля направлений.

Двумерные направленные вейвлеты

Направленные вейвлеты – это вейвлеты, эффективный носитель которых в частотной области локализован в пределах конуса с вершиной в начале координат (рис. 1.6). Такие вейвлеты наилучшим образом соответствуют задаче выделения направлений, так как обладают угловой избирательностью [19].

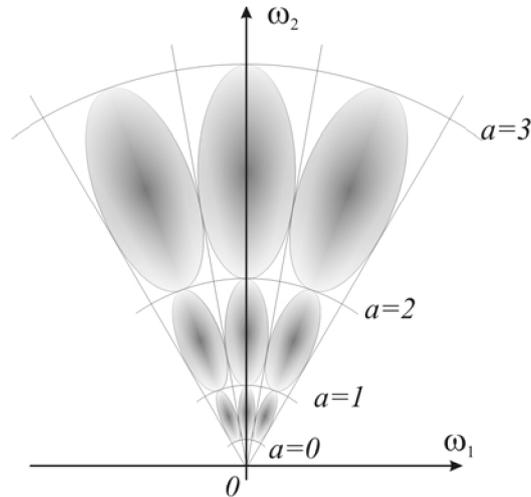


Рис. 1.6 Эффективный носитель направленного вейвлета в частотной области для различных значений масштаба и угла поворота

Наиболее характерным представителем класса направленных вейвлетов является конический вейвлет или вейвлет Коши. Вейвлет Коши не имеет аналитического представления в пространственной области, поэтому будем задавать его в спектральной области, где он имеет вид [19]

$$\hat{\psi}(\omega) = \begin{cases} (\omega, e_{\tilde{\alpha}}) \cdot (\omega, e_{\tilde{\beta}}) \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \omega^2\right), & \omega \in C(\beta, \alpha), \\ 0, & \omega \notin C(\beta, \alpha) \end{cases} \quad (1.10)$$

где $e_{\tilde{\alpha}} = \left(\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right), \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \right) = (\sin(\alpha), -\cos(\alpha)),$

$$e_{\tilde{\beta}} = \left(\cos\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right), \sin\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right) \right) = (-\sin(\alpha), \cos(\alpha)).$$

Эффективный носитель в частотной области лежит в пределах конуса $C(\beta, \alpha)$, $\beta < \alpha$ (рис. 1.7).



Рис. 1.7 Пример направленного вейвлета Коши с различными значениями масштаба в частотной (вверху) и пространственной (внизу) областях

Масштаб вейвлета определяет «близость» носителя к началу координат – с увеличением масштаба носитель вейвлета локализуется вблизи начала координат, и наоборот (рис. 1.7). Угловой раствор конуса, в котором содержится носитель вейвлета, отвечает за угловую его избирательность – с увеличением угла раствора угловая избирательность вейвлета падает, и наоборот. Это соответствует изменению «длины» вейвлета в пространственной области (рис. 1.8).



Рис. 1.8 Пример направленного вейвлета Коши с различной угловой избирательностью в частотной (вверху) и пространственной (внизу) областях

Для решения задачи построения поля направлений (вследствие того, что ориентация направления меняется в пределах $[0, \pi)$) сформируем веерный вейвлет, являющийся объединением двух противоположных конусов. Примеры результирующего веерного вейвлета Коши в частотной и пространственной области приведены на рис. 1.7 и 1.8. Преобразование (1.9) с вейвлетом вида (1.10) в дискретном случае реализуется в спектральной области (перемножением соответствующих спектров) через БПФ. Рассмотрим более подробно реализацию непрерывного вейвлет-преобразования дискретного изображения.

Реализация непрерывного вейвлет-преобразования дискретного изображения

Рассмотрим дискретное изображение $f(x)$, где $x = (x_1, x_2)$ - дискретный аргумент, $x_1, x_2 \in [0, N - 1]$. Будем считать шаг

дискретизации $\Delta=1$. В результате вейвлет-преобразования для каждой точки исходного изображения необходимо получить набор вейвлет-коэффициентов для различных значений масштабной переменной a_i , $i = \overline{0, N_a - 1}$ и различных углов поворота вейвлета θ_j , $j = \overline{0, N_\theta - 1}$. Тогда параметр сдвига вейвлета должен принимать те же дискретные значения, что и параметр x , то есть $b = (b_1, b_2)$ - дискретный параметр сдвига, $b_1, b_2 \in [0, N - 1]$.

Дискретизацию вейвлета будем производить в частотной области, при этом производится отсечение спектра вейвлета по размерам исходного изображения. Тогда погрешность дискретизации определяется энергией отсеченной части вейвлета (в частотной и пространственной области). Будем считать, что значения масштабной переменной a_i выбраны так, что эффективный носитель вейвлета как в пространственной, так и в частотной области лежит в пределах исследуемой области (очевидно, выбор других значений масштабной переменной является нецелесообразным). Тогда погрешность дискретизации можно считать пренебрежимо малой.

Спектр вейвлет образа запишется в виде

$$\left[\hat{W}_\psi f \right] (a_i, \theta_j, \omega) = \hat{f}(\omega) \cdot \overline{\hat{\psi}_{a, \theta_j, 0}}(\omega), \quad (1.11)$$

где $\hat{f}(\omega)$ - дискретный спектр исходного изображения, $\hat{\psi}_{a, \theta, 0}(\omega)$ - дискретный спектр вейвлета при нулевом значении параметра сдвига, $\omega = (\omega_1, \omega_2)$ - дискретный аргумент частоты, $\omega_1, \omega_2 \in [0, N - 1]$. Результирующий вейвлет-образ $\left[W_\psi f \right] (a_i, \theta_j, x)$ вычисляется через обратное дискретное преобразование Фурье.

Будем считать, что исходное изображение имеет размер, соответствующий степени числа 2. Тогда дискретный спектр исходного изображения рассчитывается через БПФ $\hat{f}(\omega) = FFT(f(x))$ один раз. Спектр вейвлета $\hat{\psi}_{a, \theta, 0}(\omega)$

рассчитывается аналитически для каждого значения масштаба a_i , $i = \overline{0, N_a - 1}$ и угла поворота θ_j , $j = \overline{0, N_\theta - 1}$. Рассчитанные спектры вейвлета и изображения перемножаются и результирующий вейвлет образ считается через обратное БПФ:

$$[W_{\psi} f](a_i, \theta_j, b) = FFT^{-1}([[\hat{W}_{\psi} f](a_i, \theta_j, \omega)]).$$

Количество необходимых масштабов и частота дискретизации по углу определяются условиями решаемой задачи и зависят от свойств исследуемого изображения.

Формирование нечеткого поля направлений на основе вейвлет-образа

Вейвлет-преобразование определяет четырехмерный вейвлет-образ $[W_{\psi} f](a_i, \theta_j, x)$ и содержит большое количество «лишней» информации, усложняющей анализ изображения. Нечеткое поле направлений может быть получено при уменьшении размерности вейвлет-образа и избавлении от ненужной информации [20].

Нормируем вейвлет-образ на максимальное значение его вейвлет-коэффициента. Для каждой точки x определяется нечеткое множество направлений $L(x)$. Углы поворота вейвлета θ_j , $j = \overline{0, N_\theta - 1}$ определяют ориентацию соответствующих единичных направлений $\ell_i(x)$, а функция принадлежности определяется по формуле

$$\mu(x, \ell_i) = \max_i [W_{\psi} f](a_i, \theta_j, x). \quad (1.12)$$

1.6.2 Метод оценивания нечеткого поля направлений с использованием дифференциальной геометрии

Рассмотрим другой метод построения нечеткого поля направлений. Основная его идея заключается в представлении изображения как дискретной поверхности в трехмерном пространстве и вычислении главных кривизн и соответствующих главных направлений. Из-за наличия на изображении искажений, а также из-за

необходимости анализа различных по размеру элементов вычисление кривизны производится с использованием Гауссовых вейвлетов для различных масштабов.

Вычисление четырехмерного вейвлет-образа, описанного ранее, достаточно трудоемко. Предлагаемый подход позволяет ускорить расчет элементов поля направлений.

Кривизна пространственной поверхности

Рассмотрим некоторую гладкую функцию $f(x)$, где $x = (x^1, x^2)$.

Отображение $r: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^3$, определенное как $r: x \mapsto (x, f(x))$, задает регулярную поверхность в трехмерном пространстве.

Кривизна поверхности определяется первой и второй фундаментальными формами [21]. Рассмотрим матрицу первой и второй фундаментальной формы для описанной выше поверхности. Матрица первой фундаментальной формы имеет вид [22]

$$G = (g_{ij})_{i,j=1,2} = \begin{pmatrix} 1 + f_1^2 & f_1 f_2 \\ f_1 f_2 & 1 + f_2^2 \end{pmatrix},$$

где введено обозначение $f_i = f'_{x_i}$, $i = 1, 2$. Матрица второй фундаментальной формы

$$Q = (b_{ij})_{i,j=1,2} = \frac{1}{\sqrt{1 + f_1^2 + f_2^2}} \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{12} & f_{22} \end{pmatrix},$$

где $f_{ij} = f''_{x_i x_j}$, $i = 1, 2$.

Для нахождения главных кривизн и главных направлений поверхности необходимо определить собственные числа пары квадратичных форм, решив уравнение $\det(Q - \lambda G) = 0$, или, эквивалентно, уравнение

$$A\lambda^2 + B\lambda + C = 0,$$

где $A = \det G > 0$, $B = g_{11}b_{22} + g_{22}b_{11} - 2g_{12}b_{12}$, $C = \det Q$.

Последнее уравнение всегда имеет 2 вещественных корня, которые могут совпадать при $D = B^2 - 4AC = 0$. Тогда главные кривизны поверхности будут

$$\lambda_{1,2} = \frac{-B \mp \sqrt{D}}{2A}. \quad (1.13)$$

Главные направления находятся из решения системы уравнений:

$$\begin{cases} (b_{11} - \lambda_i g_{11}) \xi_i^1 + (b_{12} - \lambda_i g_{12}) \xi_i^2 = 0 \\ (b_{12} - \lambda_i g_{12}) \xi_i^1 + (b_{22} - \lambda_i g_{22}) \xi_i^2 = 0 \\ (\xi_i^1)^2 + (\xi_i^2)^2 = 1. \end{cases}$$

Если λ_1, λ_2 - собственные значения, то последняя система имеет нетривиальное решение [21]. В качестве главных направлений берем пару нормированных (в евклидовой метрике) векторов: $f_1 = (\xi_1^1, \xi_1^2)$, $f_2 = (\xi_2^1, \xi_2^2)$, которые являются ортогональными в индуцированной римановой метрике. Если λ_1, λ_2 - совпадают, то все ненулевые касательные векторы будут собственными для пары матриц G и Q и в качестве главных направлений можно выбрать любую ортогональную в римановой метрике и нормированную в евклидовой метрике пару векторов [22].

Таким образом, для функции изображения в каждой точке формируется пара чисел и пара направлений, которые могут быть представлены в виде пары полей направлений [20].

Вейвлет-метод оценивания кривизны

С целью уменьшения влияния шумов и одновременного анализа элементов, имеющих различные геометрические характеристики, необходимо производить фильтрацию исходной функции $f(x)$ некоторым низкочастотным фильтром, варьируемым параметром которого должен быть параметр ширины полосы пропускания, чтобы обеспечить анализ элементов на различных масштабах. В качестве фильтра рассмотрим Гауссову двумерную функцию:

$$g(a, x) = e^{-\frac{1}{2a^2}|x|^2},$$

где $a > 0$ - масштабная переменная, $x = (x_1, x_2)$. Результирующая фильтрованная функция будет: $f(a, x) = f_0 * g(a, x)$.

Расчет кривизны производится для фильтрованной функции при фиксированном значении параметра масштаба. При этом для вычисления производных первого и второго порядка воспользуемся формулой [23]

$$\frac{\partial(f * g)}{\partial x_i}(a, x) = f * \frac{\partial(g)}{\partial x_i}(a, x).$$

Далее рассмотрим двумерные гауссовы вейвлеты вида

$$\psi_i^1(a, x) = -\frac{1}{a^3} \cdot x_i \cdot g(a, x), \quad i = 1, 2,$$

$$\psi_i^2(a, x) = \frac{1}{a^3} \cdot \left(\frac{(x_i)^2}{a^2} - 1 \right) \cdot g(a, x), \quad i = 1, 2,$$

$$\psi^3(a, x) = \frac{1}{a^5} \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot g(a, x).$$

В спектральной области:

$$\hat{\psi}_i^1(a, \omega) = \frac{1}{a} \cdot i \cdot \omega_i \cdot \hat{g}(a, \omega), \quad i = 1, 2,$$

$$\hat{\psi}_i^2(a, \omega) = -\frac{1}{a} \cdot (\omega_i)^2 \cdot \hat{g}(a, \omega), \quad i = 1, 2,$$

$$\hat{\psi}^3(a, \omega) = -\frac{1}{a} \cdot \omega_1 \cdot \omega_2 \cdot \hat{g}(a, \omega).$$

Тогда частные производные функции $f(a, x)$ в матрице первой и второй фундаментальных форм можно рассчитать по формулам

$$f_i(a, x) = f(y) * \psi_i^1(a, y), \quad i = 1, 2,$$

$$f_{ii}(a, x) = f(y) * \psi_i^2(a, y), \quad i = 1, 2,$$

$$f_{12}(a, x) = f(y) * \psi^3(a, y).$$

После расчета элементов матрицы первой и второй фундаментальной форм рассчитываются значения главных кривизн и главных направлений для различных значений масштабной переменной.

Оценивание кривизны дискретного изображения

Рассмотрим теперь дискретное изображение $f(x)$, где $x = (x_1, x_2)$ – дискретный аргумент, $x_1, x_2 \in [0, N-1]$. Будем считать шаг дискретизации $\Delta = 1$. В результате оценивания кривизны для каждой точки исходного изображения необходимо получить набор для различных значений масштабной переменной a_i , $i = \overline{0, N_a - 1}$. Как и прежде будем считать, что исходное изображение имеет размер, соответствующий степени числа 2.

Дискретизация перечисленных гауссовых вейвлетов производится в спектральной области, при этом делается то же самое предположение относительно значений a_i , что и при вычислении вейвлет-образа. Считая изображение кусочно-постоянной функцией, произведение спектра исходного изображения с функциями $\hat{\psi}_i^1(a, \omega)$, $\hat{\psi}_i^3(a, \omega)$ можно производить без погрешности дискретизации [24]. Для каждого фиксированного значения масштаба a_i расчет производных производится в спектральной области с использованием БПФ. Спектр исходного изображения $\hat{f}(\omega)$ считается один раз, спектры перечисленных гауссовых вейвлетов рассчитываются аналитически. Искомые производные вычисляются с использованием обратного БПФ для каждого значения масштабной переменной:

$$f_i(a, x) = FFT^{-1}(\hat{f}(\omega) \cdot \hat{\psi}_i^1(a, \omega)), \quad i = 1, 2,$$

$$f_{ii}(a, x) = FFT^{-1}(\hat{f}(\omega) \cdot \hat{\psi}_i^2(a, \omega)), \quad i = 1, 2,$$

$$f_{12}(a, \omega) = FFT^{-1}(\hat{f}(\omega) * \hat{\psi}_i^3(a, \omega)).$$

Таким образом, для расчета производных необходимо производить только по одному двумерному БПФ для каждого значения масштаба. Найденные производные подставляются в матрицы первой и второй фундаментальных форм, на основе которых вычисляются значения главных кривизн по формуле (1.13) и соответствующие главные направления последовательно для всех значений масштаба a_i .

Формирование нечеткого поля направлений на основе оценки кривизны изображения

Получаемая в результате в каждой точке пара наборов главных направлений может быть интерпретирована как пара нечетких множеств с функциями принадлежности, численно равными соответствующим главным (минимальным или максимальным) кривизнам, нормированным на максимальное значение главной (минимальной или максимальной) кривизны:

$$\mu(x, \ell_i(x)) = \lambda(a_i, x) / \max_{i,x} \lambda(a_i, x).$$

Соответствующие элементы

нечеткого поля направлений равны $\ell_i(x) = \xi(a_i, x)$. Таким образом, в результате оценивания кривизны изображения формируются два нечетких поля направлений – первое соответствует максимальным главным кривизнам, второе – минимальным. Такой способ представления нечеткого поля направлений отличается от использованного ранее. Если раньше углы, определяющие ориентацию направлений в точке, были распределены равномерно в пределах от $-\frac{\pi}{2}$ до $\frac{\pi}{2}$, то в этом случае распределение углов целиком зависит от локальных характеристик фрагмента анализируемого изображения.

При решении задачи локализации центральных линий сосудов будем использовать поле направлений, соответствующее минимальным главным кривизнам, так как в этом случае главные векторы соответствуют направлению по хребту функции.

ГЛАВА 2 ВОССТАНОВЛЕНИЕ ДВУМЕРНОЙ СТРУКТУРЫ ДРЕВОВИДНЫХ ОБЪЕКТОВ НА ИЗОБРАЖЕНИЯХ

2.1 Описание центральной линии проекции ветви древовидного объекта в дискретном представлении

Центральная линия проекции ветви древовидного объекта в дискретном представлении получается в результате дискретизации кусочно-гладкой кривой и описывается последовательностью точек плоскости $X = \{x^n\}_{n=0, \overline{N}}$, либо последовательностью векторов, $Y = \{y^n\}_{n=0, \overline{N-1}}$, где $y^n = x^{n+1} - x^n$ [20].

При описании дискретной центральной линии необходимо учитывать, что она получена из непрерывной, кусочно-гладкой кривой. Для учета непрерывности введем ограничение на расстояние между соседними точками дискретной центральной линии:

$$l_{\min} \leq \|y^n\| \leq l_{\max}, \quad n = \overline{0, N-1}, \quad (2.1)$$

где $0 < l_{\min} < l_{\max}$ - положительные константы дискретизации.

Для учета кусочной гладкости исходной центральной линии в дискретном случае необходимо ввести ограничение на угловое отклонение дискретных разностей от значений производных кривой в соответствующих точках. Пусть в каждой точке x^n дискретной кривой X определено значение касательной к исходной непрерывной кривой, т.е. единичное направление ℓ_n^* . В случае, если исходная кривая в точке x^n теряет свою гладкость, направление ℓ_n^* является касательным либо справа, либо слева. Тогда должно выполняться следующее условие: угловое отклонение от направления ℓ_n^* либо

левой дискретной разности y^{n-1} , либо правой y^n не должно превосходить некоторого наперед заданного значения φ_0 (рис. 2.1).

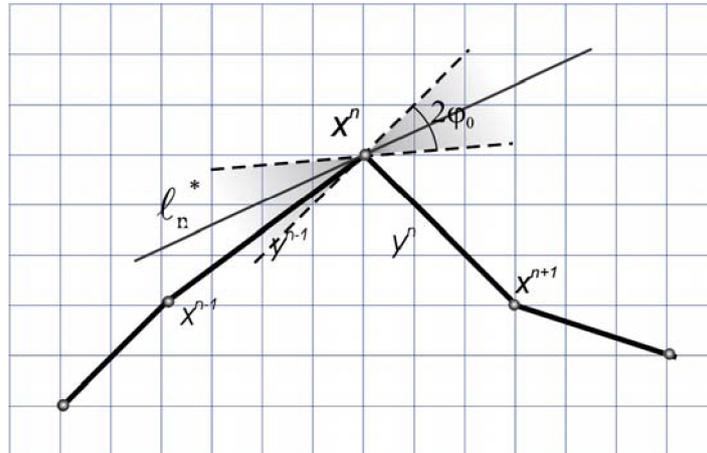


Рис. 2.1 Ограничение на угловое отклонение левой дискретной разности

Пусть оператор L_e каждому вектору y ставит в соответствие единичное направление ℓ , такое, что $\ell \parallel y$. Тогда последнее условие можно записать в виде

$$\max\left(\left(\ell_n^*, L_e(y^n)\right), \left(\ell_n^*, L_e(y^{n+1})\right)\right) \geq c_0, \quad (2.2)$$

где $c_0 = \cos(2\varphi_0)$, φ_0 - некоторый предельный угол, определяющий максимальное возможное отклонение дискретных разностей центральной линии от значения касательной к кривой в точке x^n .

2.2 Задача восстановления центральных линий по опорным точкам

Задача выделения центральных линий объектов возникает во многих практических приложениях обработки изображений. Примерами могут служить задачи анализа медицинских изображений кровеносной системы [25, 26, 27], задачи анализа изображений

интерферометрических полос, задача анализа результатов каротажных измерений и т.п. [8, 9, 10]. Необходимость выделения центральных линий на изображениях коронарных сосудов вызвана тем, что построение диагностических признаков производится, как правило, на основе анализа геометрических характеристик сосудов.



Рис. 2.2 Ангиографическое изображение коронарных сосудов

Вследствие сложности структуры пространственного объекта на изображениях проекций могут присутствовать наложения теней от различных ветвей объекта, а также частичное или полное затенение одних частей объекта другими [28]. Поэтому зачастую даже человеку сложно определить центральную линию той или иной ветви на изображении проекции (рис. 2.2). Будем считать, что при восстановлении центральной линии ветви на изображении проекции

древовидного объекта имеется упорядоченный набор опорных точек, заведомо принадлежащих исследуемой центральной линии.

Задачу восстановления центральной линии проекции ветви древовидного объекта можно сформулировать следующим образом. Пусть определено дискретное изображение проекции ветви древовидного объекта $f(x)$, $x = (x_1, x_2)$, и $D_f = \{x : 0 \leq x_1, x_2 < N_f\}$ - область его определения. Пусть также имеется набор опорных точек $B = \{b^i\}_{1, N_B}$, $b^i \in D_f$, заведомо принадлежащих центральной линии ветви. Необходимо по имеющимся данным в соответствии с некоторым критерием произвести оптимальное восстановление упорядоченного множества X точек, являющегося дискретным описанием центральной линии.

В работе предлагается подход к решению данной задачи, основанный на динамической оптимизации траектории движения точки из начальной опорной точки к конечной. Для определения целевой функции предлагается использовать нечеткое поле направлений рассматриваемого изображения.

2.3 Восстановление дискретной центральной линии по двум опорным точкам методом динамического программирования

Задача восстановления двумерной центральной линии может быть представлена как задача динамической оптимизации [29], то есть отыскания оптимальной траектории движения от начальной опорной точки к конечной. Рассмотрим более подробно эту задачу.

Пусть на изображении $f(x)$, $x \in D_f$ определена пара опорных точек $b_1, b_2 \in D_f$. Введем обозначения:

x^n - переменная состояния - n -я точка центральной линии,
 $n = \overline{0, N}$;

y^n - переменная управления, $n = \overline{0, N-1}$;

R_1 - ограничение на возможные значения x^n ;

F - функция потерь, зависящая от переменных управления и состояния;

Φ - целевая функция.

Тогда задачу поиска оптимальной траектории можно сформулировать в следующем виде [30, с. 166].

Динамическая модель процесса движения с дискретным временем имеет вид

$$\frac{x^{n+1} - x^n}{\Delta t} = y^n. \quad (2.3)$$

Везде далее будем считать $\Delta t = 1$. Целевая функция, подлежащая минимизации, равна

$$\Phi(X) = \sum_{n=0}^{N-1} F(x^n, y^n),$$

где функция потерь определяет потери при движении из точки x^n в точку $x^{n+1} + y^n$. Ограничения R_1, R_2 определяют краевые условия траектории:

$$R_1: x^0 = b^1;$$

$$R_2: x^N = b^2.$$

Ограничения R_3, R_4, R_5 определяют вид траектории и отражают ограничения (2.1) и (2.2):

$$R_3: \|y^n\| \geq l_{\min};$$

$$R_4: \|y^n\| \leq l_{\max};$$

$$R_5: \max\left(\left(\ell_n^*, L_e(y^n)\right), \left(\ell_n^*, L_e(y^{n+1})\right)\right) \geq c_0.$$

Количество точек N центральной линии также подлежит определению. Рассмотрим более подробно функцию потерь и целевую функцию.

Целевая функция и функция потерь

Пусть на основе изображения $f(x)$ получено нечеткое поле направлений $L(x)$. Будем считать, что в каждой точке имеется непрерывное нечеткое множество направлений $L(x^n) = \{ \mu(x^n, \ell) / \ell \}$, в противном случае оно может быть получено интерполяцией функции принадлежности направлений $\mu(x^n, \ell)$. Тогда в качестве функции потерь $F(x^n, y^n)$ можно выбрать некоторую функцию от направления $L_e(y^n)$, зависящую от функции принадлежности направления, взятой либо в точке x^n , либо в точке $x^n + y^n$. Это связано с тем, что производная исходной кривой может быть непрерывна в точке x^n как справа, так и слева. Причем эта зависимость должна быть «обратной», то есть функция потерь должна иметь максимумы только в точках, где функции принадлежности направлений имеют минимумы, и наоборот. Помимо этого, чтобы предотвратить выход центральной линии за пределы изображения, необходимо значения функции потерь вне области D_f сделать бесконечно большими. В работе из практических соображений в качестве функции потерь рассматривалась следующая функция:

$$\begin{cases} F(x^n, y^n) = 1 - \max(\mu(x^n, L_e(y^n)), \mu(x^n + y^n, L_e(y^n))), & x^n \in D_f \\ F(x^n, y^n) = \infty, & x^n \notin D_f \end{cases}.$$

В этом случае целевая функция имеет вид

$$\Phi(X) = N - \sum_{n=0}^{N-1} \max(\mu(x^n, L_e(y^n)), \mu(x^n + y^n, L_e(y^n))). \quad (2.4)$$

Минимизация целевой функции производится по всевозможным наборам $X = \{x^n\}_{n=0, \overline{N}}$.

Оценка касательного направления

Вернемся к ограничению R_5 и определим значение направления ℓ_n^* . В качестве оценки касательного направления ℓ_n^* к исходной непрерывной кривой в точке x^n может быть выбрано направление из нечеткого множества направлений $L(x_n)$, имеющее максимальное значение функции принадлежности:

$$\ell_n^* = \arg \max_{\ell \in E} (\mu(x^n, \ell)). \quad (2.5)$$

Задачу восстановления центральной линии для пары опорных точек можно сформулировать как задачу минимизации целевой функции (2.4) динамического процесса (2.3) при наличии ограничений R_1, \dots, R_5 . Решение задачи производится методами динамического программирования для оптимального управления с обратной связью.

2.4 Алгоритм восстановления центральной линии по двум опорным точкам

Общая схема процедуры восстановления приведена на рис. 2.3. На вход процедуре восстановления подается нечеткое поле изображений, а также начальная и конечная опорная точки. Будем оптимизировать последовательность точек X , получаемую при движении от начальной опорной точки к конечной. Так как рассматривается задача с дискретным временем, то каждый фиксированный момент времени будем рассматривать как некоторый шаг итерации. Говоря о состоянии динамической системы, будем иметь в виду ее состояние в некоторый фиксированный момент времени. Прежде чем описывать процедуру оптимизации, введем несколько вспомогательных понятий.

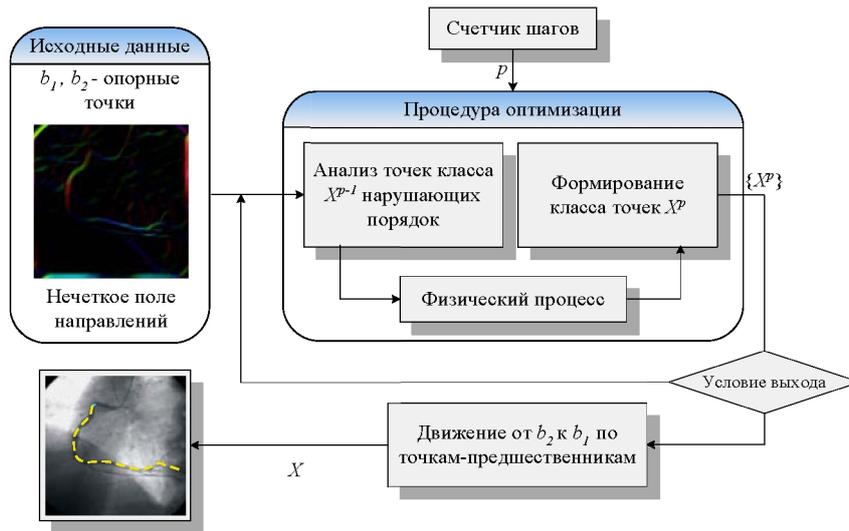


Рис. 2.3 Общая схема процедуры восстановления центральной линии по двум опорным точкам

Будем рассматривать классы точек X^p - множество точек изображения, для которых оценка оптимальной траектории до начальной точки x^0 в текущий момент времени (на текущем шаге итерации) состоит из p точек (не считая x^0). Классы X^p могут меняться на каждом шаге итерации. Очевидно, что в любой момент времени $X^0 = \{x^0\}$. Точки внутри классов будем нумеровать линейно, тогда $X^p = \{X^{p,m}\}_{m=1, N_p}$. Оценку функции потерь для оптимальной траектории от некоторой точки $X^{p,m}$ до x^0 в текущий момент времени обозначим $\Phi(X^{p,m}) = \Phi^{p,m}$. Оценки могут меняться на каждом шаге итерации. Очевидно, что в любой момент времени $\Phi^{0,1} = 0$.

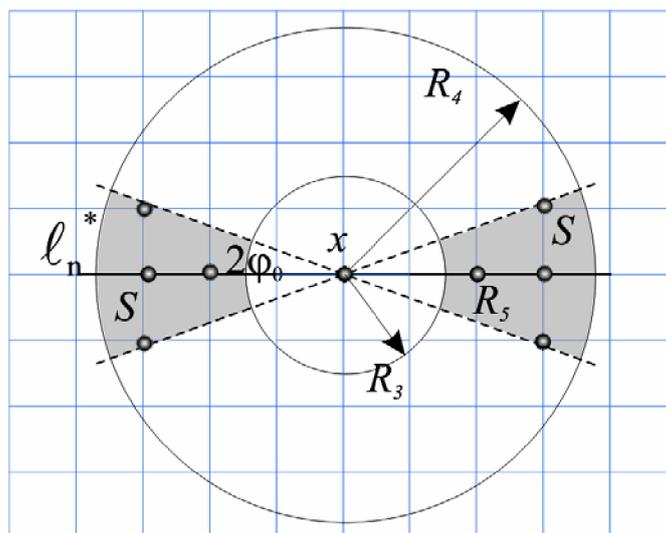


Рис. 2.4 Область изображения, определенная ограничениями R_3, R_4, R_5

Обозначим $S(x)$ - область изображения, определенную ограничениями R_3, R_4, R_5 для точки $x^n = x$ (рис. 2.4). На множестве точек изображения введем отношение \prec . Причем $x \prec y$, если выполняются следующие условия:

- 1) $x \in S(y)$ или $y \in S(x)$;
- 2) $\Phi(y) > \Phi(x) + F(x, y - x)$;
- 3) $\Phi(x) < \Phi(x^N)$

для любых двух точек $x, y \in D_f$. Если какая-либо точка $x \in D_f$ находится в отношении с некоторой точкой изображения, то будем говорить, что она нарушает порядок. Если на изображении нет точек, нарушающих порядок, то будем говорить, что установлен порядок. Тогда задача восстановления центральной линии является задачей установления порядка. Причем точка x^{n-1} , которая последняя находилась в отношении \prec с точкой x^n , является предшественником

точки x^n в центральной линии, при условии, что x^n принадлежит оптимальной траектории.

Процедура, выполняющая оптимизацию траектории движения, является пошаговой. На каждом шаге анализируются точки, нарушающие порядок, при этом образуется очередной класс точек, для которых происходит пересчет оценки целевой функции.

0-й шаг. Положим, что в начальный момент времени:

для изображения определено нечеткое поле направлений $L(x)$;

$$x^0 = b^1;$$

$$\Phi(x^0) = 0;$$

$$\Phi(x) = \infty, \forall x \in D_f \setminus x^0.$$

1-й шаг. Точка x^0 находится в отношении с некоторым множеством точек, которое и составляет класс X^1 . Для каждой точки $X^{1,m}$ этого класса определяется оценка значения функции потерь

$$\Phi^{1,m} = F(x^0, X^{1,m} - x^0).$$

Для каждой точки класса X^1 точкой-предшественником является точка x^0 .

p-й шаг. Рассматриваются все точки класса X^{p-1} . Пусть некоторая точка $X^{p-1,m}$ находится в отношении с точкой x . Тогда точка x относится к классу X^p (пусть, для определенности, под номером k), значение функции потерь для этой точки определяется как

$$\Phi^{p,k} = \Phi^{p-1,m} + F(X^{p-1,m}, X^{p,k} - X^{p-1,m}).$$

Точка $X^{p-1,m}$ становится точкой-предшественником для точки $X^{p,k}$. Все точки изображения (включая точки, принадлежащие классу X^{p-1}), с которыми точки класса X^{p-1} находятся в отношении, образуют класс X^p .

Условие выхода. Шаги продолжают до исчерпания в последнем рассматриваемом классе X^K точек, нарушающих порядок.

В предложенной процедуре оптимизации реализуется обратная связь, так как на каждом шаге точки, принадлежащие к классу X^{p-1} (где $p > 1$ - номер класса), могут находиться в отношении \prec как с точками, не принадлежащими ни одному из классов, так и с точками, уже приписанными некоторому классу X^q , где $q \leq p-1$. При этом для точек класса X^q улучшается оценка целевой функции и они переносятся в новый класс X^p .

Пусть точка b^2 принадлежит классу X^N , тогда общее количество точек в центральной линии равно N и $x^N = b^2$. Так как для каждой точки определен предшественник, то можно определить последовательность X точек, соединяющих конечную точку x^N с начальной x^0 , которая и является искомой центральной линией.

2.5 Восстановление центральной линии по множеству опорных точек

Пусть имеется $B = \{b^i\}_{i=1, N_B}$ - множество опорных точек. Задача выделения центральной линии разбивается на N_B идентичных подзадач, заключающихся в выделении участков центральной линии, заключенных между соседними опорными точками. Результирующая последовательность точек центральной линии $X = \{x^i\}_{i=0, N}$ является объединением множеств $X^j = \{x^{j,i}\}_{i=1, N^j}$, $j = \overline{1, N_B}$ точек, полученных для j -й пары опорных точек. Нумерация векторов при этом производится последовательно по всем семействам X^j , $j = \overline{1, N_B}$.

2.6 Исследования метода восстановления центральных линий

Исследования работы алгоритма выделения центральных линий производятся на двух видах изображений: модельных изображениях и изображениях, полученных в реальных физических условиях.

2.6.1 Экспериментальные исследования на модельных изображениях

Исследования работы алгоритма восстановления двумерных центральных линий на модельных изображениях проводятся с целью получения количественной оценки качества работы алгоритма.

Модельное изображение представляет собой искусственно сгенерированное изображение ветви древовидного объекта с известными характеристиками. Согласно предложенной модели, проекция древовидного объекта описывается центральной линией и функцией профиля. В качестве центральной линии ветви выбрана следующая кривая:

$$\begin{cases} x_1 = x_1^0 + a_c \sin(b_c l) \\ x_2 = x_2^0 + l \end{cases}, l = \overline{0, L_c}, \quad (2.6)$$

где a_c - амплитуда кривой, $b_c = \frac{2\pi n_c}{L_c}$ - частота кривой, n_c -

количество периодов на интервале $\overline{0, L_c}$. В работе [31] в качестве аппроксимации профиля древовидных и сетчатых объектов предлагается использовать показательно-степенную функцию вида

$$y(r) = a_p e^{-\left(\frac{r}{s_p}\right)^4}, \quad (2.7)$$

где a_p - значение функции яркости в точках центральной линии, $2s_p$ - диаметр ветви. Будем использовать ее для моделирования функции яркости изображения ветви.

Для моделирования фоновой и шумовой составляющих изображения проекции будем использовать двумерный случайный процесс с изотропной экспоненциальной автокорреляционной функцией вида

$$B_{\xi}(x_1, x_2) = \sigma_{\xi}^2 e^{-\alpha \sqrt{x_1^2 + x_2^2}}, \quad (2.8)$$

где σ_{ξ}^2 - дисперсия случайного процесса, $\rho_{\xi} = e^{-\alpha}$ - коэффициент корреляции соседних отсчетов. Изображения ветви и фона накладываются аддитивно. Пример модельного изображения проекции приведен на рис. 2.5.

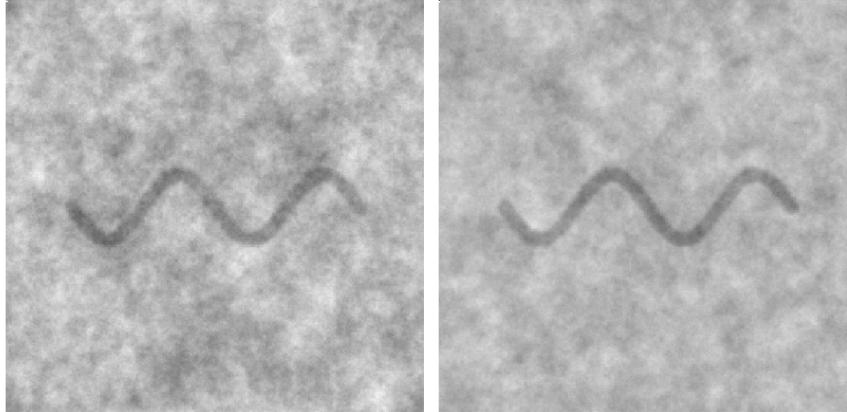


Рис. 2.5 Примеры модельных изображений проекций

Для исследований использовались полутоновые изображения размером 256×256 пикселей, имеющие 256 градаций серого. Шаг дискретизации Δ выбран одинаковым по обеим координатам, будем для простоты считать его равным единице $\Delta = 1$. Тогда, чтобы исключить влияние краевых эффектов, положим $x^0 = (128, 40)$, $L_c = 176$. Выбирается пара опорных точек на изображении, принадлежащих центральной линии:

$$\begin{cases} x_1^1 = x_1^0 \\ x_2^1 = x_2^0 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} x_1^2 = x_1^0 + a_c \sin(b_c L_c) \\ x_2^2 = x_2^0 + L_c \end{cases}.$$

Построение нечеткого поля направлений производится с использованием непрерывного вейвлет-преобразования. При оценивании направлений в вейвлет-преобразовании используется фиксированный набор значений параметра масштаба (3-10 пикселей). Используется вейвлет Коши, и угловой растров конуса, в пределах которого сосредоточен носитель вейвлета, равен 90° .

В работе исследуется погрешность δ восстановления двумерной центральной линии ветви в зависимости от различных параметров. Погрешность восстановления рассчитывается следующим образом. Пусть $\hat{x}(l)$ - исходная центральная линия, заданная через натуральный параметр l , и \hat{L} - ее длина. Пусть восстановлена дискретная центральная линия $X = \{x^n\}_{n=\overline{1, N}}$. Будем интерпретировать ее как непрерывную кусочно-линейную функцию $x(l)$ (здесь l - также натуральный параметр). Пусть длина этой ломаной равна L . Тогда каждой точке $x(l)$ восстановленной кривой соответствует точка исходной кривой $\hat{x}(\eta l)$, где $\eta = \frac{\hat{L}}{L}$ - коэффициент сжатия восстановленной центральной линии. Погрешность восстановления определяется выражением

$$\delta = \delta(\hat{x}, x) = \frac{1}{L} \left(\int_0^L \|x(l) - \hat{x}(\eta l)\|^2 dl \right)^{\frac{1}{2}}.$$

На практике для вычисления погрешности будем использовать квадратурную формулу с узлами в точках x^n , $n = \overline{1, N}$. Тогда

$$\delta = \frac{1}{l(N)} \left(\sum_{k=1}^N \|x^k - \hat{x}(\eta l(k))\|^2 \Delta^k \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (2.9)$$

$$\text{где } \Delta^k = \begin{cases} 0.5 \|x^1 - x^0\|, & k = 1 \\ 0.5 (\|x^{k+1} - x^k\| + \|x^k - x^{k-1}\|), & 1 < k < N, \\ 0.5 \|x^N - x^{N-1}\|, & k = N \end{cases} \quad l(k) = \sum_{n=2}^k \|x^n - x^{n-1}\|,$$

при $k > 1$ и $l(k) = 0$, при $k = 1$.

Погрешность рассматривается как функция от следующих величин: отношение сигнал/шум (h), коэффициент корреляции (ρ_ξ), частота колебаний центральной линии (n_c), относительная частота колебаний диаметра ветви объекта ($\frac{f}{L}$), т.е. $\delta = \delta\left(h, \rho_\xi, n_c, \frac{f}{L}\right)$. Для нахождения зависимости погрешности восстановления от какой-либо величины будем варьировать эту величину и для каждого ее значения оценивать погрешность, при этом все остальные параметры фиксируются. Значения фиксированных параметров выбираются таким образом, чтобы с одной стороны они не оказывали существенного влияния на вид исследуемой зависимости, а с другой стороны давалось представление о виде зависимости погрешности при наличии всех видов искажений. При выбранных значениях фиксированных параметров модельные изображения соответствуют наиболее характерным для практики видам изображений проекций ветвей древовидных объектов. Рассмотрим подробнее каждую из зависимостей.

Отношение сигнал/шум (h)

Исследуется зависимость $\delta = \delta(h)$. Отношение сигнал/шум вычисляется по формуле

$$h = \frac{a_p^2}{\sigma_\xi^2}.$$

Фиксируются следующие параметры: $\alpha = 0.1$, $n_c = 2$, $f = 0$, $a_c = 20$, $2s_p = 10$. Значение a_p меняется от 30 до 15 с шагом 5, значение дисперсии шума меняется в интервале $[10, 220]$ с шагом 10. Для каждого фиксированного значения отношения сигнал/шум производится 10 испытаний с различными реализациями случайного поля с корреляционной функцией (2.8). В каждом из испытаний предложенным методом восстанавливается центральная линия и по формуле (2.9) оценивается значение погрешности $\delta^k = \delta(h, k)$, где k - номер испытания. Для графического представления зависимости используется аппроксимация усредненных значений погрешности

$$\bar{\delta}(h) = 0.05 \sum_{k=1}^{20} \delta^k.$$

Результрующий график зависимости приведен на рис. 2.6.

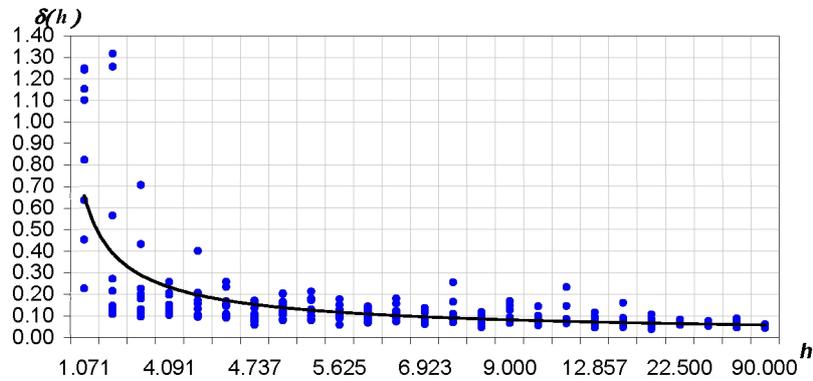


Рис. 2.6 Зависимость погрешности восстановления ЦЛ от отношения сигнал/шум

Примеры восстановленных центральных линий, имеющих значение погрешности восстановления наиболее близкое к усредненному при фиксированном значении отношения сигнал/шум, приведены на рис. 2.7.

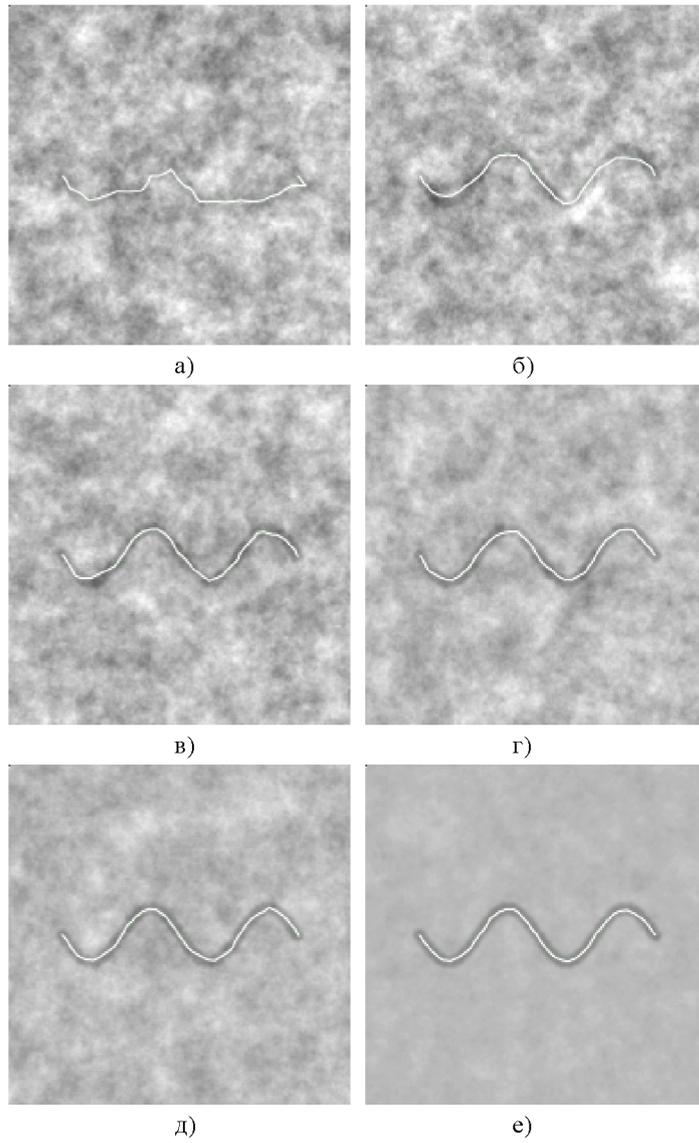


Рис. 2.7 Примеры изображений восстановленных центральных линий при различных значениях отношения сигнал/шум: а) $h = 2.976$; б) $h = 5.0$; в) $h = 9.0$; г) $h = 15.0$; д) $h = 22.5$; е) $h = 90.0$

Из приведенных графиков видно, что с ростом отношения сигнал/шум погрешность убывает, стремясь к некоторому предельному значению. Предельным является значение погрешности восстановления центральной линии в условиях отсутствия шумов, которое равно $\bar{\delta} \approx 0.0455967$ (это будет показано далее).

При уменьшении отношения сигнал/шум погрешность увеличивается, при этом точки центральной линии начинают смещаться от центра ветви. При значении $h \in [2.976, 4.286]$ точки центральной линии выходят за пределы ветви, а при значении $h < 2.976$ происходит сход трассы с ветви и ее блуждание по изображению. Таким образом, пороговым значением отношения сигнал/шум, когда алгоритм перестает работать корректно и становится неустойчивым, является $h \approx 2.976$.

Коэффициент корреляции соседних отсчетов (ρ_ξ)

Исследуется зависимость $\delta = \delta(\rho_\xi)$. Фиксируются следующие параметры: $h = 12.25$, $n_c = 2$, $f = 0$, $a_c = 20$, $a_p = 35$, $2s_p = 10$. Значение показателя α меняется в интервале $[1, 0]$ с шагом -0.05 . Для каждого фиксированного значения коэффициента корреляции производится 10 испытаний с различными реализациями случайного поля с корреляционной функцией (2.8).

В каждом из испытаний предложенным методом восстанавливается центральная линия и по формуле (2.9) оценивается значение погрешности $\delta^k = \delta(\rho_\xi, k)$, где k - номер испытания. Результирующий график зависимости усредненных значений $\bar{\delta}(\rho_\xi)$ приведен на рис. 2.8. Примеры восстановленных центральных линий, имеющих значение погрешности восстановления наиболее близкое к усредненному при фиксированном значении коэффициента корреляции фона, приведены на рис. 2.9.

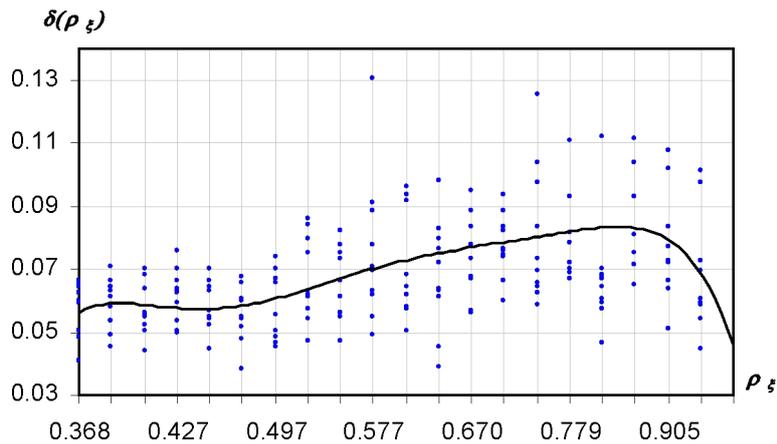


Рис. 2.8 Зависимость погрешности восстановления ЦДЛ от коэффициента корреляции фона

Из приведенных графиков видно, что с ростом коэффициента корреляции погрешность также возрастает и достигает своего максимума на интервале $[0.779, 0.905]$. При дальнейшем увеличении коэффициента корреляции погрешность восстановления центральной линии начинает убывать и достигает своего минимума при $\rho_z = 1$ (отсутствие шумов), который равен $\bar{\delta} \approx 0.0455967$. Такое поведение зависимости объясняется следующим. При $\rho_z = e^{-1} \approx 0.368$ на изображении наблюдается белый шум, влияние которого при оценивании направлений уменьшается за счет усреднения по области эффективного носителя вейвлета. При увеличении коэффициента корреляции увеличивается радиус корреляции и соответственно увеличиваются области связанных шумовых элементов, т.е. на изображении появляется множество пятен, размер которых увеличивается с ростом радиуса корреляции. Вследствие этого шумовая компонента начинает оказывать влияние на оценивание направлений.

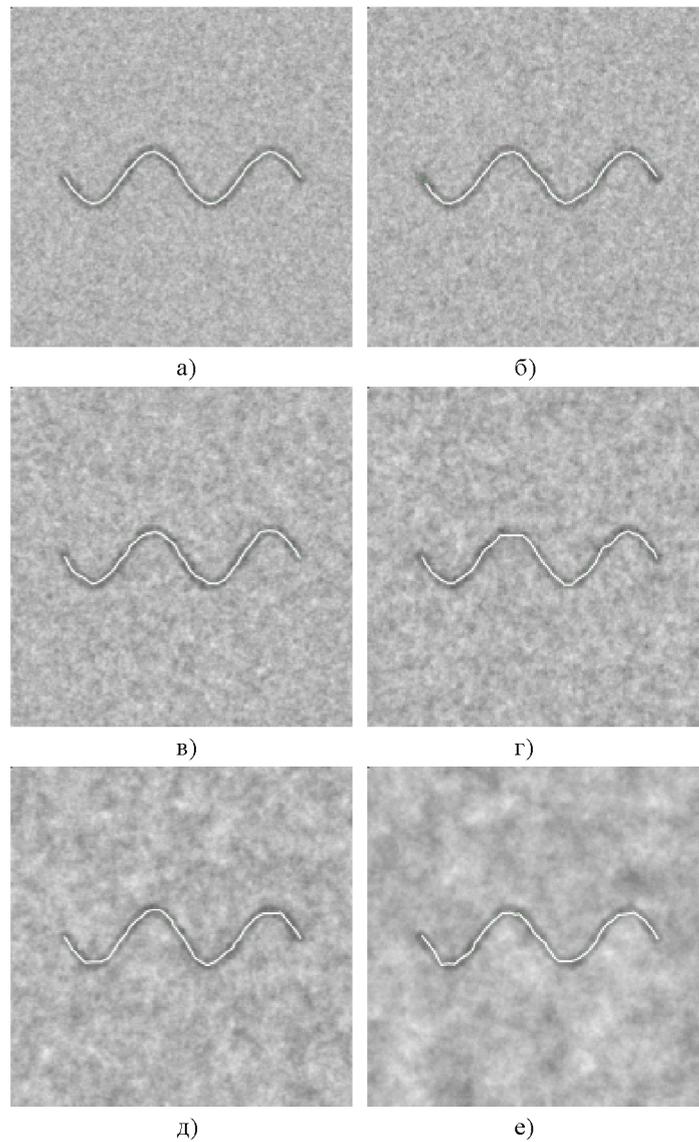


Рис. 2.9 Примеры изображений восстановленных центральных линии при различных значениях коэффициента корреляции фона: а) $\rho_{\xi} = 0.368$; б) $\rho_{\xi} = 0.427$; в) $\rho_{\xi} = 0.522$; г) $\rho_{\xi} = 0.638$; д) $\rho_{\xi} = 0.779$; е) $\rho_{\xi} = 0.905$

При значении коэффициента корреляции $\rho_\xi \approx 0.861$ размер шумовых пятен примерно равен диаметру ветви, вследствие чего возрастает погрешность оценивания локальных направлений и, как результат, погрешность восстановления. При дальнейшем увеличении коэффициента корреляции размер шумовых пятен увеличивается.

В спектральной области изменение коэффициента корреляции фона соответствует смещению локализации спектра фона в область низких частот. На рис. 2.10 изображены графики зависимости спектральной энергии фона с различными значениями коэффициента корреляции и объекта от частоты $\omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}$. На графике приведен частотный интервал, в пределах которого сосредоточен эффективный носитель вейвлета при выбранных значениях масштаба.

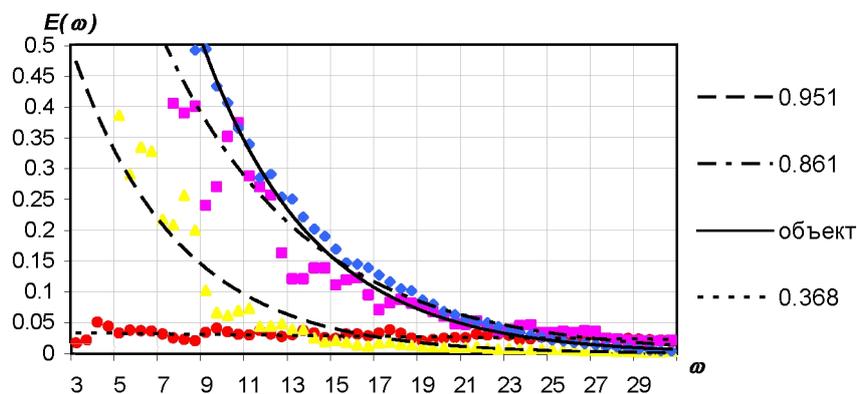


Рис. 2.10 Зависимость спектральной энергии от частоты

При малых значениях коэффициента корреляции ($\rho_\xi \approx 0.368$) энергия фона распределена равномерно по всем частотам и не вносит существенной погрешности в оценивание направлений. При значениях коэффициента корреляции близких к 1 спектр фона сосредоточен вблизи низких частот и в пределах анализируемого интервала частот также не вносит существенного вклада. При

значениях коэффициента корреляции близких к $\rho_\xi \approx 0.861$ энергия фона и сигнала сосредоточены в одном и том же частотном интервале, что обуславливает рост погрешности оценивания направлений.

Частота колебаний ветви (n_c)

Исследуется зависимость $\delta = \delta(\beta_c n_c)$, где $\beta_c = a_c / L_c$ - коэффициент пропорциональности, используется для исключения зависимости от амплитуды колебаний центральной линии и ее протяженности по координате x_1 . Фиксируются следующие параметры: $h = 12.25$, $f = 0$, $a_p = 35$, $a_c = 20$, $\alpha = 0.1$, $2s_p = 8$. Значение n_c меняется в интервале $[0, 10]$ с шагом 0.5. Для каждого значения n_c проводится 3 испытания с различными реализациями фона, в каждом из которых предложенным методом восстанавливается центральная линия и по формуле (2.9) оценивается значение погрешности $\delta^k = \delta(n_c, k)$. Аппроксимация зависимости $\bar{\delta}(\beta_c n_c)$ приведена на рис. 2.11. Изображения характерных восстановленных центральных линий приведены на рис. 2.12.

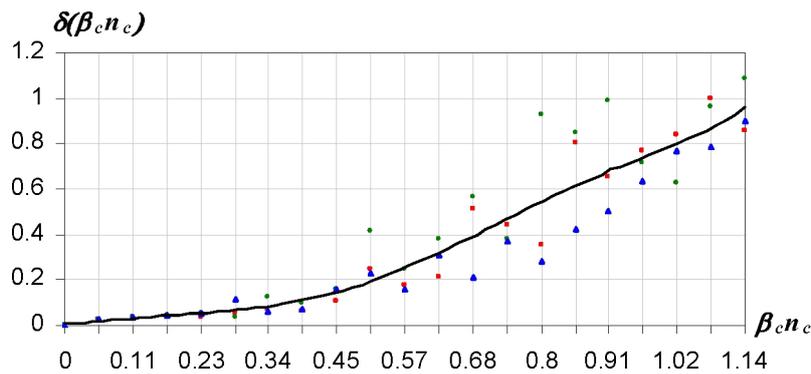


Рис. 2.11 Зависимость погрешности восстановления от частоты колебаний центральной линии

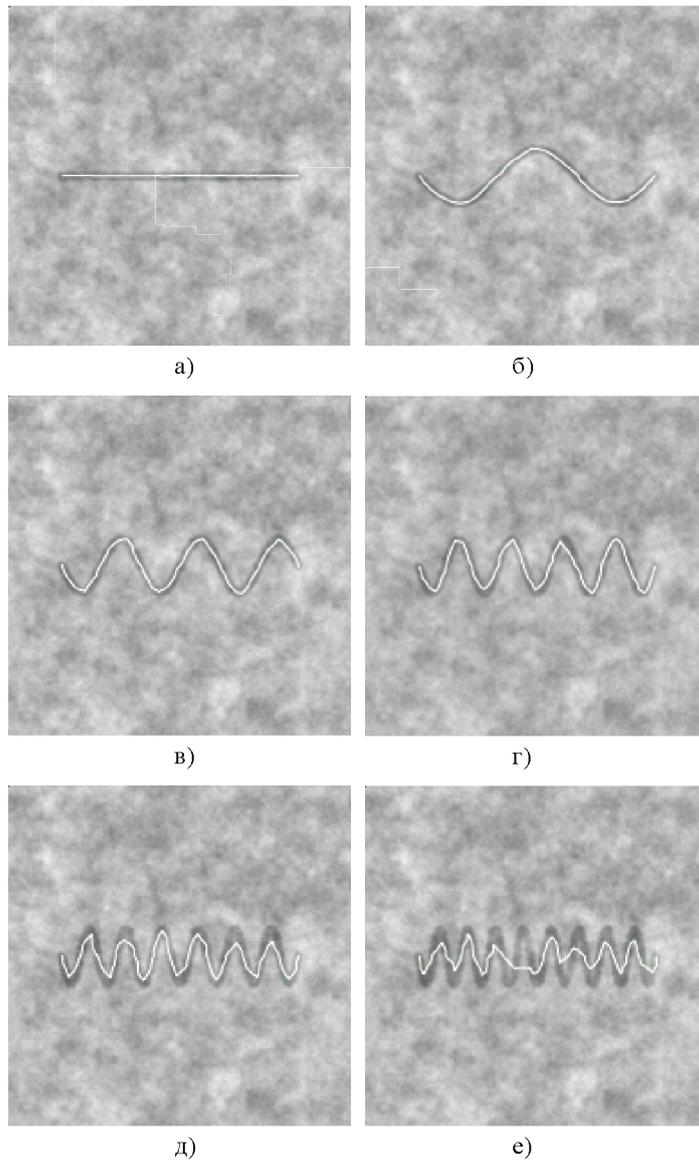


Рис. 2.12 Примеры изображений восстановленных центральных линий при различных значениях частоты колебаний центральной линии ветви: а) $n_c = 0.0$; б) $n_c = 1.5$; в) $n_c = 3.0$; г) $n_c = 4.5$; д) $n_c = 6.5$; е) $n_c = 8.5$

Из приведенных графиков видно, что с увеличением частоты колебаний центральной линии погрешность восстановления возрастает. Так как вейвлет имеет ограниченную угловую избирательность, то на участках центральной линии с большой кривизной погрешность оценивания направлений возрастает. Это приводит к сходу восстановленной центральной линии с ветви при $n_c \approx 5.5$ и неустойчивой работе алгоритма. В этих условиях использование предложенного метода нецелесообразно, либо требует изменения параметров вейвлета (его угловой избирательности).

Частота колебаний радиуса ветви (f)

Исследуется зависимость $\delta = \delta(f)$. Фиксируются следующие параметры: $h = 12.25$, $a_p = 35$, $a_c = 20$, $n_c = 1$, $\alpha = 0.1$. Значение радиуса ветви s_p меняется по следующему закону:

$$s_p = s_0 + a_s \sin\left(\frac{2\pi f}{L_c} l\right),$$

где $l \in [0, L_c]$ - параметр кривой (2.6), s_0 - некоторое среднее значение радиуса ветви, $a_s < s_0$ - амплитуда колебаний радиуса ветви. Значения s_0 и a_s также фиксируются и принимаются равными 4 и 3 соответственно.

Значение f меняется в интервале $[0, 20]$ с шагом 0.5. Для каждого значения f восстанавливается центральная линия предложенным методом, и по формуле (2.9) оценивается значение погрешности $\delta(f)$.

Изображения наиболее характерных восстановленных центральных линий приведены на рис. 2.13. Аппроксимация зависимости $\delta(f)$ приведена на рис. 2.14.

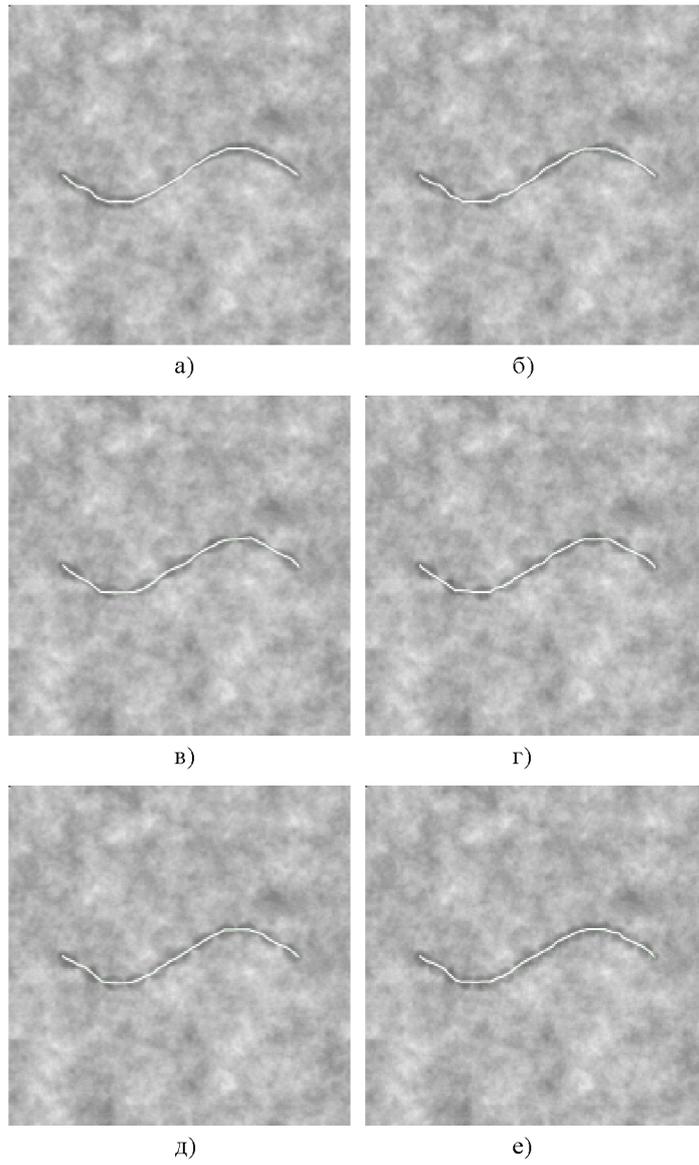


Рис. 2.13 Примеры изображений восстановленных центральных линий при различных значениях частоты колебаний радиуса ветви: а) $f = 1.5$;
б) $f = 4.0$; в) $f = 6.5$; г) $f = 8.5$; д) $f = 10.5$; е) $f = 17.0$

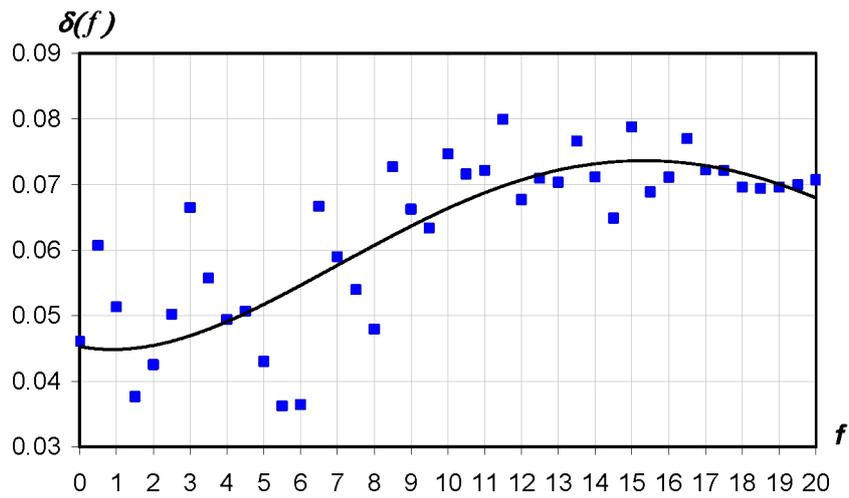


Рис. 2.14 Зависимость погрешности восстановления ЦДЛ от частоты колебаний радиуса ветви

Из приведенных графиков видно, что с увеличением частоты колебаний радиуса ветви погрешность восстановления возрастает вплоть до значения $f = 15.5$, при этом сама погрешность возрастает незначительно, с 0.046 до 0.068. Это объясняется использованием при построении нечеткого поля направлений вейвлет-преобразования, которое позволяет учитывать локальный диаметр ветви при оценивании ее направлений.

При дальнейшем увеличении частоты колебаний радиуса ветви происходит уменьшение погрешности восстановления. Это связано с тем, что при увеличении частоты расстояние между всплесками значений диаметра ветви уменьшается и ветвь становится «похожей» на ветвь с постоянным значением диаметра, равным $2(s_0 + a_s)$ (рис. 2.15).

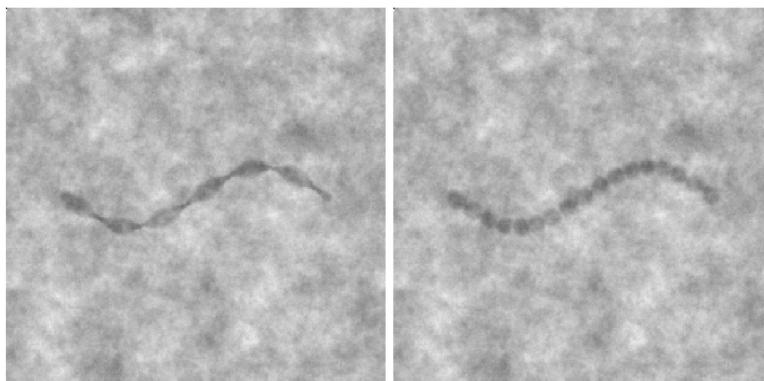


Рис. 2.15 Примеры изображений ветви с различными значениями частоты колебаний радиуса: $f = 6$ (слева), $f = 16.5$ (справа)

2.6.2 Примеры реконструкции центральных линий на натуральных изображениях

Помимо исследований на модельных данных, проводились исследования работоспособности предложенных методов на изображениях ангиографических проекций коронарных сосудов.

Экспериментальные исследования на натуральных физических объектах проводятся с целью проверки работоспособности представленных методов и возможности их практического применения. Исследования проводятся на коронарных сосудах, представленных своими ангиографическим проекциями (как правило, 2-3 проекции).

Построение нечеткого поля направлений производилось методами, описанными в главе 1. Дефазификация нечеткого поля направлений осуществлялась выбором направления с максимальным весом. На рис. 2.16 приведены примеры дефазифицированных полей направлений рассматриваемых изображений.

Примеры пространственных структур левых коронарных сосудов, восстановленных по трем проекциям, представлены на рис. 2.17.

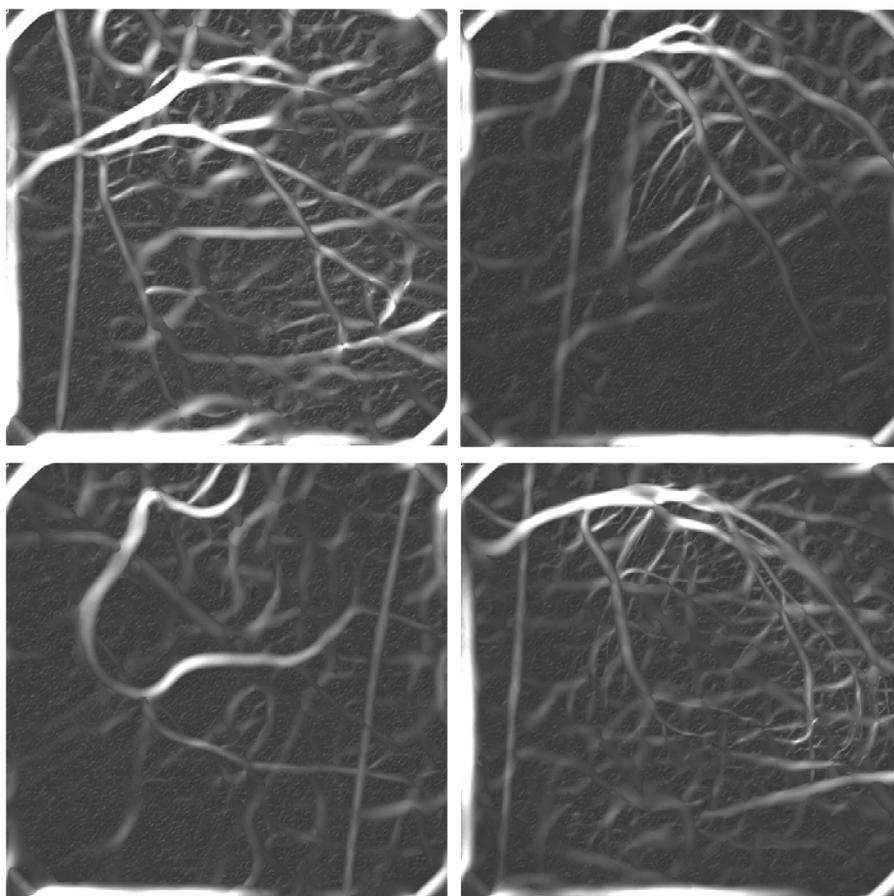


Рис. 2.16 Изображения дефокусированных полей направлений исследуемых изображений

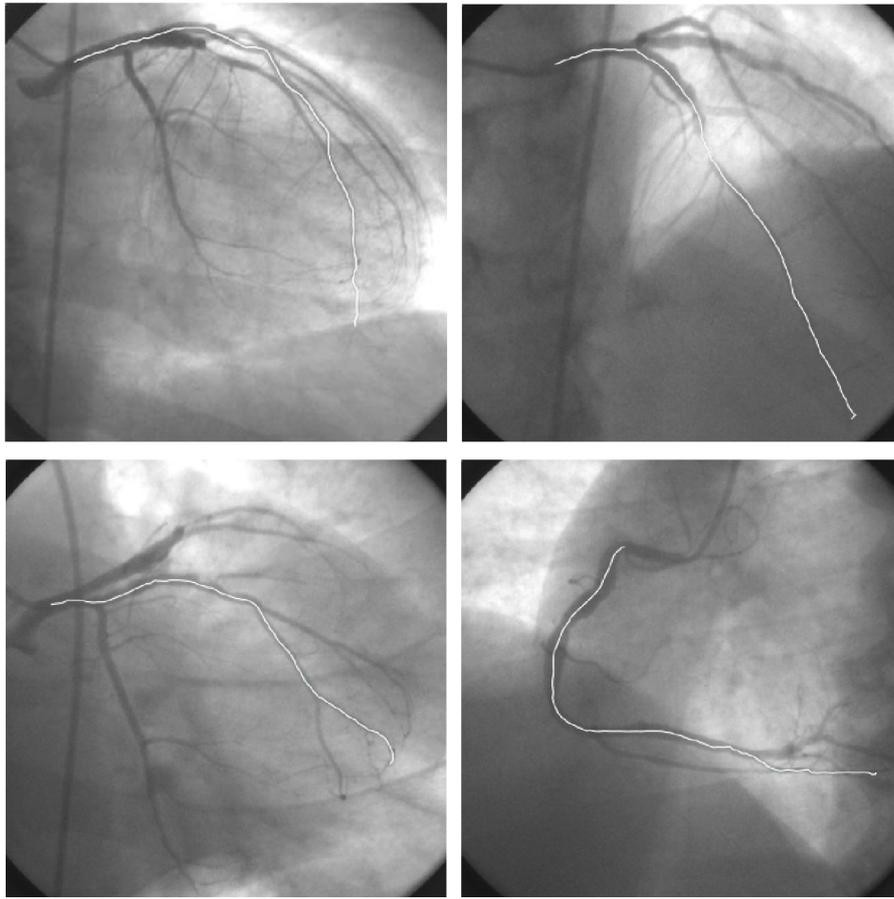


Рис. 2.17 Примеры восстановленных центральных линий проекций коронарных сосудов

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В учебном пособии рассмотрен метод реконструкции центральной линии древовидных объектов на биомедицинских изображениях, основанный на анализе нечеткого поля направлений. Нечеткое поле направлений используется для определения функции потерь и, следовательно, целевой функции в задаче динамической оптимизации, к решению которой сводится задача выделения центральных линий. Для решения последней в работе используются методы глобальной оптимизации, что позволяет повысить качество и точность получаемого результата сравнительно с существующими аналогичными методами.

Рассмотренный в учебном пособии аппарат нечеткого поля направлений является эффективным средством анализа изображений квазипериодических структур и изображений, содержащих структурную избыточность, и может быть использован вне контекста рассматриваемой задачи для решения специфических задач обработки и анализа изображений. Рассмотренный в главе 1 метод построения нечеткого поля направлений на основе анализа кривизны изображения обладает относительно низкой вычислительной сложностью, однако позволяет получить лишь предварительную оценку функции принадлежности направлений, поскольку является методом второго порядка. Такого результата вполне достаточно для анализа изображений квазипериодических структур, однако зачастую бывает необходимо иметь более детальное представление нечеткого поля направлений. В этом случае необходимо воспользоваться методом построения нечеткого поля направлений на основе непрерывного вейвлет-преобразования. Этот метод является существенно более трудоемким в вычислительном плане, однако позволяет получить характеристическую функцию принадлежности с любой степенью

детализации при выборе соответствующего шага дискретизации по углу и вейвлета с требуемой угловой избирательностью.

Проведенный вычислительный эксперимент показал устойчивость метода к различным характеристикам изображения (шум, сильное искривление сосудов и др.). Результаты проведенных исследований позволяют определить условия, при которых рассмотренный метод является эффективным на указанном классе изображений, а также границы применимости метода.

Область применения приведенных в пособии методов и алгоритмов не ограничивается анализом биомедицинских изображений. В настоящее время указанные методы успешно используются в ряде смежных областей обработки изображений, таких как, например, анализ изображений интерферометрических полос, анализ результатов каротажных измерений и др.

Учебное пособие может быть полезным при обучении студентов специальности 190500 – «Биотехнические и медицинские аппараты и системы» в дисциплинах, связанных с обработкой медицинских диагностических изображений.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

| | |
|--|-------|
| Автокорреляционная функция | 2.6.1 |
| Вейвлет | 1.6.1 |
| Вейвлет-анализ | 1.1 |
| Вейвлет веерный | 1.6.1 |
| Вейвлет Гауссов | 2.6.2 |
| Вейвлет Коши | 1.6.1 |
| Вейвлет направленный | 1.6.1 |
| Вейвлет-преобразование | 1.6.1 |
| Главные кривизны | 2.6.2 |
| Главные направления | 2.6.2 |
| Дефазификация | 1.2 |
| Динамическая оптимизация | 2.3 |
| Дискретный спектр | 1.6.1 |
| Древовидный объект | 1.1 |
| Евклидова метрика | 2.6.2 |
| Квазипериодические структуры | 1.3 |
| Конорма | 2.5 |
| Коэффициент корреляции соседних отсчетов | 2.6.1 |
| Кривизна поверхности | 2.6.2 |
| Модель динамического процесса | 2.3 |
| Направление | 1.2 |
| Неизотропный вейвлет | 1.6.1 |
| Нечеткое поле направлений | 1.1 |
| Низкочастотный фильтр | 2.6.2 |
| Носитель нечеткого множества | 1.4 |
| Обобщенные функции | 1.6.1 |
| Отношение сигнал/шум | 2.6.1 |
| Поле направлений | 1.3 |

| | |
|------------------------------------|-------|
| Порождающий вейвлет | 1.6.1 |
| Порядок | 2.4 |
| Пространство направлений | 1.2 |
| Риманова метрика | 2.6.2 |
| Собственное число | 2.6.2 |
| Скалярное произведение направлений | 1.2 |
| Спектр изображения | 2.6.1 |
| Сумма направлений | 1.2 |
| Точка-предшественник | 2.4 |
| Угловая избирательность | 1.6.1 |
| Фундаментальная форма | 2.6.2 |
| Функция потерь | 2.3 |
| Характеристическая функция | 1.4 |
| Целевая функция | 2.3 |
| Центральная линия | 2.1 |
| Эффективный носитель | 1.6.1 |

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Компьютерная система ранней диагностики глазных заболеваний на основе анализа изображений глазного дна / В.А.Сойфер, В.В.Котляр, А.Г.Храмов [и др.] - *Фундаментальные науки – медицине. Материалы конференции. Москва, 2-3 декабря 2004 г.* – М.: Фирма "Слово", 2004. С.131-137.
2. Rueckert D., Burger P., Forbat S.M., Mohiaddin R.D., and Yang G.Z., Automatic tracking of the aorta in cardiovascular mr images using deformable models, *IEEE Trans. on Med. Img.*, vol. 16, pp. 581-590, October 1997.
3. Cronemeyer J., Heising G., and Orglmeister R., A fast skeleton finder for parallel hardware, in *IEEE Computers in Cardiology*, pp. 23-26, 1992.
4. Ильясова, Н.Ю. Методы анализа дактилоскопических изображений на основе поля направлений / Н.Ю.Ильясова, А.В.Устинов, А.Г.Храмов // *Научное приборостроение. Спб.:* 1993. Т.3. С.89-101.
5. Soifer V.A., Khramov A.G., Korepanov A.O. “Fuzzy Direction Field Method for Fringe and Tree-like Patterns Analysis”, *Proceedings of the 17th International Conference on Pattern Recognition (ICPR), Vol. 2*, pp.779-782, 2004.
6. Soifer V.A., Kotlyar V.V., Khonina S.N., and Khramov A.G., The Method of the Directional Field in the Interpretation and Recognition of the Images with Structure Redundancy // *Pattern Recognition and Image Analysis*, v.6, No.4, pp.710-724 (1996).
7. <http://vislab.cs.wright.edu/review/extractionReview.pdf>
8. Soifer V.A., Kotlyar V.V., Khonina S.N., and Khramov A.G., The Method of the Directional Field in the Interpretation and Recognition of the

Images with Structure Redundancy // Pattern Recognition and Image Analysis, v.6, No.4, pp.710-724 (1996).

9. Ильясова, Н.Ю. Численные методы и алгоритмы построения полей направлений квазипериодических структур / Н.Ю.Ильясова, А.В.Устинов, А.Г.Храмов // Компьютерная оптика. 1998. №18. С.150-165.

10. Soifer V.A., Khramov A.G., Korepanov A.O. "Fuzzy Direction Field Method for Fringe and Tree-like Patterns Analysis", Proceedings of the 17th International Conference on Pattern Recognition (ICPR), Vol. 2, pp.779-782, 2004.

11. Винберг, Э.Б. Курс алгебры / Э.Б.Винберг – М.: Факториал Пресс, 2002. 544 с.

12. Князев, П.Н. Функциональный анализ / П.Н.Князев - М.: Высшая школа, 1985.

13. Лебедев, В.И. Функциональный анализ и вычислительная математика: учеб. пособие / В.И.Лебедев – М.: Физматлит, 2000. 296 с.

14. Методы компьютерной обработки изображений / под ред. В.А.Сойфера – М.: Физматлит, 2001.

15. Круглов, В.В. Нечеткая логика и искусственные нейронные сети / В.В.Круглов, М.И.Дли, Р.Ю.Голунов – М.: Физматлит, 2001. 224 с.

16. Chui C., An Introduction to Wavelets, San Diego, Academic Press, 1992.

17. Daubechies I., Ten Lectures on Wavelets, CBMS-NSF Reg. Conf. Series in Appl. Math. 61, Soc. Ind, Appl. Math., Philadelphia. - 1992.

18. Antoine J.-P. and Murenzi R., Two-dimensional directional wavelets and the scale-angle representation, Signal Proc. – 1996. – No.53. - P. 259-281.

19. Antoine J.-P., Vandergheynst P., and Murenzi R., Two-dimensional directional wavelets in image processing, *Int. J. Imag. Syst. Tech.* – 1996. – No.7: - P. 152-165.
20. Korepanov A.O., Central lines extraction on the diagnostic vessel images using the methods of wavelet-analysis and differential geometry // *Proceedings of the 7th International Conference on Pattern Recognition and Image Analysis (PRIA-7-2004)*, Vol. 3, pp. 740-743, 2004.
21. Дубровин, Б.А. Современная геометрия: Методы и приложения / Б.А.Дубровин, С.П.Новиков, А.Т.Фоменко – М.: Эдиториал УРСС, 1998. Т.1. 334 с.
22. Шварц, Дж. Дифференциальная геометрия и топология / Дж.Шварц – М.: Мир, 1970.
23. Armande N., Montesinos P., and Monga O., Thin nets extraction using multi-scale approach, *Computer Vision and Image Understanding*, vol. 73, pp. 248-257, 1999.
24. Ososkov, G., and Shitov, A. Gaussian Wavelet Features and their Applications for Analysis of Discretized Signals, *Computer Physics Communications*, vol.126, 2000, pp. 149-157.
25. Ильясова, Н.Ю. Компьютерный анализ изображения кристаллов слезы / Н.Ю.Ильясова, А.В.Устинов - Распознавание-95. Материалы конференции. Курск, 1995 г. С.248-250.
26. Cronemeyer J., Heising G., and Orglmeister R., A fast skeleton finder for parallel hardware, in *IEEE Computers in Cardiology*, pp. 23-26, 1992.
27. Rueckert D., Burger P., Forbat S.M., Mohiaddin R.D., and Yang G.Z., Automatic tracking of the aorta in cardiovascular mr images using deformable models, *IEEE Trans. on Med. Img.*, vol. 16, pp. 581-590, October 1997.

28. Метод пространственного восстановления коронарных артерий по малому числу ангиографических проекций: сб. / А.О.Корепанов, А.В.Куприянов, А.В.Устинов [и др.] // Компьютерная оптика. 2004. № 26.

29. Беллман, Р. Прикладные задачи динамического программирования / Р.Беллман, С.Дрейфус – М.: Наука, 1965. 457 с.

30. Ли, Т.Г. Управление процессами с помощью вычислительных машин. Моделирование и оптимизация / Т.Г.Ли, Г.Э.Адамс, У.М.Гейнс – М.: Советское радио, 1972. 312 с.

31. Ильясова, Н.Ю. Методы и алгоритмы оценивания геометрических параметров диагностических изображений: дис. на соиск. учен. ст. канд. техн. наук / Н.Ю.Ильясова – Самара, 1997. 155 с.

Учебное издание

*Корепанов Андрей Олегович
Ильясова Наталья Юрьевна
Куприянов Александр Викторович
Сойфер Виктор Александрович*

**Восстановление пространственной структуры древовидных
объектов на основе нечеткого поля направлений**

Учебное пособие

Редакторская обработка Т. К. Кретицина
Компьютерная верстка
Доверстка

Подписано в печать _____ г. Формат 60x84 1/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 4.0.
Тираж 120 экз. Заказ _____ . ИП – Ж80/2007.

Самарский государственный
аэрокосмический университет.
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

Изд-во Самарского государственного
аэрокосмического университета.
443086 Самара, Московское шоссе, 34.