

ограничений по угловым скоростям и ускорениям ГД вокруг осей подвеса, предусмотренным для гибкой «лавинообразной» перестройки параметра  $\rho$  явной функции распределения (4).

УДК 629.78 681.51

Сомов Е.И., Бутырин С.А., Макаров В.П., Сучков Б.К.

### ЦИФРОВЫЕ АЛГОРИТМЫ ПРОСТРАНСТВЕННОГО НАВЕДЕНИЯ СЕРВИСНОГО БОРТОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ МАНЕВРИРУЮЩИХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Рассматриваются задачи синтеза непрерывных и дискретных алгоритмов косвенного (при неполном измерении) пространственного наведения сервисного бортового оборудования – панелей солнечных батарей (ПСБ), приемно-передающих антенн связи (ППА) и др., на ориентиры, заданные в различных базовых системах координат (СК) – связанной, орбитальной, инерциальной, с учетом конструктивных ограничений маневрирующих КА наблюдения.

На рис. 1 и 2 представлены компоновка КА наблюдения (без второго крыла ПСБ), СК в виде инерциальных базисов  $I_0$  (гелиоцентрическая эклиптическая СК) и  $I$  (геоцентрическая экваториальная СК) и подвижных базисов  $I_0$  (орбитальная СК),  $B = \{b_i\}$  (базовая СК корпуса КА) и  $E = \{e_i\}$  (СК оборудования), а также схемы отсчета основных позиционных и скоростных кинематических параметров. В наиболее общем случае орт *известного* требуемого направления является *подвижным* в инерциальном базисе. Таковым является, например, орт  $s$  направления из центра масс (ЦМ) КА  $O$  на Солнце, (рис.1). Все остальные варианты наведения произвольного орта в базисе  $E$  в направлении орта, заданного в базисе  $I_0$  либо базисе  $B$ , являются частью указанной общей задачи, которая далее представляется как задача наведения нормали  $n = -e_1$  к плоскости ПСБ на Солнце.

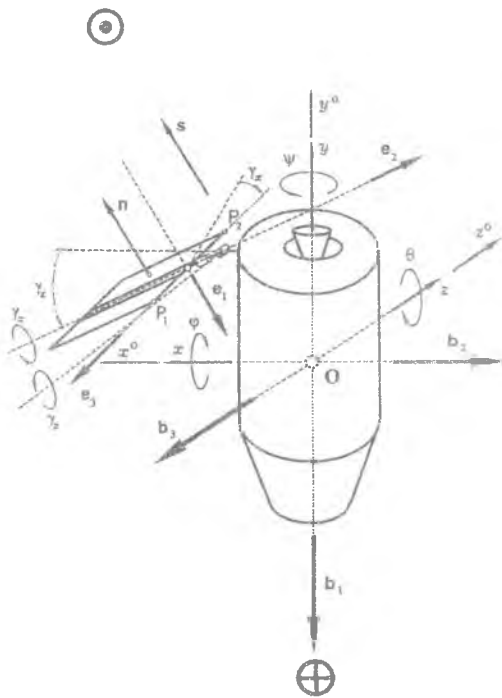


Рис. 1

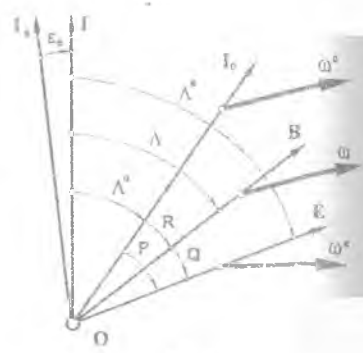


Рис. 2

**Постановка задачи.** Движение центра Земли вокруг Солнца происходит в плоскости эклиптики с известным вектором орбитальной угловой скорости  $\omega_o$ , взаимное положение инерциальных базисов  $I_s$  и  $I$  определяется углом  $\epsilon_o$  между плоскостями эклиптики и земного экватора (кватернионом  $\Lambda^s$ ). Если связать с подвижным ортом  $s$  некоторый ортогональный базис  $C_s$ , то кватернион  $\Lambda^s$  его ориентации в базисе  $I$  рассчитывается по формуле:  $\Lambda^s = \Lambda^o \circ \Lambda^{\epsilon}$ , где  $\Lambda^o$  является явным решением уравнения:  $\Lambda^o = -\frac{1}{2} \Lambda^o \circ \omega_o$ . Движение ЦМ КА в базисе  $I$  определяется совокупностью известных орбитальных параметров  $O_t = [p_o, e_o, i_o, \Omega_o, \omega_o, u(t)]$ . Имеется информация об угловом положении базиса  $B$  относительно инерциального  $I$  либо орбитального базиса  $I_o$  (углы  $\varphi, \psi, \theta$ ), об угловом положении орта  $p$  относительно базиса  $B$  (углы  $\gamma_x$  и  $\gamma_z$ ), а также информация о компонентах вектора абсолютной угловой скорости корпуса КА  $\omega = \{\omega_i, i=1,2,3=x,y,z\}$  в базисе  $B$ . Имеются

условия на положение краевых точек  $P_i, i = 1, 2$  ПСБ относительно корпуса в виде:  $\phi_i(L, x, y, z, \gamma_x, \gamma_z) \geq 0, i = 1, 2$ , где вектор  $L$  представляет линейные параметры подвеса ПСБ на корпусе КА. Эти условия отражают конструктивные ограничения на область допустимой вариации углов  $\gamma_x$  и  $\gamma_z$ . Модели редукторных приводов по степеням подвижности ПСБ принимаются на кинематическом уровне – управлениями считаются непосредственно ограниченные командные скорости  $u_i, i = x, z$  перемещений ПСБ относительно осей подвеса:

- $\gamma_i(t) = \text{Sat}(a_\gamma, u_i(t)), i = x, z$  для непрерывного варианта,
- $\gamma_i(t) = \text{Zh}(T_u, \text{Qntr}(d_\gamma, \text{Sat}(a_\gamma, u_n))), i = x, z; u_n \equiv u_i(t_k); t_k = kT_u, k \in N_0 \equiv \{0, 1, 2, \dots\}$ , для цифрового варианта,

где  $\text{Sat}(a_\gamma, \cdot)$ ,  $\text{Zh}(T_u, \cdot)$  и  $\text{Qntr}(d_\gamma, \cdot)$  являются стандартными операторами ограничения, фиксации на периоде времени  $T_u$  и дискретизации сигнала по уровню, соответственно. Задача состоит в определении законов формирования управлений ПСБ  $u_i$  по доступным измерениям, которые при ограничениях на допустимые вариации углов  $\gamma_x$  и  $\gamma_z$  обеспечивают совмещение ортов  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{s}$ , а также устойчивый режим слежения орта  $\mathbf{n}$  за ортом  $\mathbf{s}$

**Кинематические соотношения.** Матрица  $A_b^e$  перехода от ортов базиса  $\mathbf{B}$  к ортам базиса  $\mathbf{E}$  имеет вид  $A_b^e = [\gamma_x]_2 \cdot [\gamma_z]_3$ , где  $[\alpha]_i$  – стандартная матрица элементарного поворота.

При обозначениях  $C\gamma = \cos \gamma$  и  $S\gamma = \sin \gamma$  орты  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{s}$  представляется в базисе  $\mathbf{B}$  столбцами

$$\mathbf{n}_b = -(C\gamma_x C\gamma_z, C\gamma_x S\gamma_z, -S\gamma_x); \quad \mathbf{s}_b(t) = \{s_{bx}(t), s_{by}(t), s_{bz}(t)\},$$

причем компоненты  $\mathbf{s}_b(t)$  определяются  $\Lambda^e$ ,  $O_i$  (включая кватернион  $\Lambda^e$ ) и углами  $\varphi, \psi, \theta$  (кватернионом  $\mathbf{R}$ ) по известным явным аналитическим соотношениям. Совпадению ортов  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{s}$  соответствует равенство элементов этих столбцов. Отсюда получаются явные соотношения для вычисления *потребных* значений углов  $\gamma_x$  и  $\gamma_z$  (а также значений  $C\gamma_i, S\gamma_i, i = x, z$ ) с учетом условий:  $\phi_i(\cdot) \geq 0, i = 1, 2$  и возможного расположения КА в тени Земли. Вектор *абсолютной* угловой скорости ортов базиса  $\mathbf{E}$  представим как  $\omega^e = \omega + \omega_b^e$ , где

$$\omega_b^e = b_3 \cdot \dot{\gamma}_z + e_2 \cdot \dot{\gamma}_x = -S\gamma_x b_3 \cdot \dot{\gamma}_x + C\gamma_x b_2 \cdot \dot{\gamma}_x + \dot{\gamma}_z \cdot b_3 = -S\gamma_x e_1 \cdot \dot{\gamma}_z + e_2 \cdot \dot{\gamma}_x + C\gamma_x e_3 \cdot \dot{\gamma}_z$$

является вектором угловой скорости базиса  $\mathbf{E}$  *относительно* базиса  $\mathbf{B}$  и в собственном базисе

$\mathbf{E}$  имеет вид столбца:  $\omega_b^e = \{-S\gamma_x \dot{\gamma}_z, \dot{\gamma}_x, C\gamma_x \dot{\gamma}_z\}$ . С другой стороны в базисе  $\mathbf{E}$  справедливо

соотношение  $\omega^e = \{\omega_{\text{век}}, \omega_{\text{опр}}, \omega_{\text{век}}^e\} = \omega^e - A_b^e \cdot \omega$ , и поэтому для определения *потребных* угло-

вых скоростей  $\dot{\gamma}_x$  и  $\dot{\gamma}_z$  перемещения ПСБ по формулам:  $\dot{\gamma}_x = \omega^e_{\text{rev}} \cdot \dot{\gamma}_z = \omega^e_{\text{rev}} / C\gamma_x$  достаточно вычислить два последних элемента вектора-столбца  $\omega^e$ . Вектор *абсолютной* угловой скорости  $\omega^s$  орта  $\mathbf{s}$  получается в базисе  $\mathbf{B}$  проектированием вектора  $-\omega_z$  с использованием кватернионов  $\Lambda^e$  и  $\Lambda$  по известным соотношениям, и результат представляется столбцом  $\omega^s_b$ , а в базисе  $\mathbf{E}$  – столбцом  $\omega^s_e = A^e_b \cdot \omega^s_b$ . Полагая совпадение этого вектора с вектором *абсолютной* производной орта  $\dot{\mathbf{n}}$ , который определяется в подвижном базисе  $\mathbf{E}$  по формуле:  $\dot{\mathbf{n}} = \omega^e \times \mathbf{n} = -\omega^e_2 \cdot \mathbf{e}_2 + \omega^e_3 \cdot \mathbf{e}_3$ , получаем явные соотношения:  $\omega^e_2 = \omega^s_{b2}$ ;  $\omega^e_3 = -\omega^s_{b3}$ , для вычисления указанных двух элементов столбца  $\omega^e$ . Это дает возможность оценить *потребные* диапазоны вариации угловых скоростей  $\dot{\gamma}_x$ ,  $\dot{\gamma}_z$  и угловых ускорений  $\ddot{\gamma}_x$ ,  $\ddot{\gamma}_z$  с учетом особых состояний подвеса ПСБ, возникающих при  $C\gamma_x \equiv 0$ .

**Синтез непрерывных алгоритмов управления.** Кватернион  $\Lambda^e$  ориентации базиса  $\mathbf{E}$  относительно инерциального базиса  $\mathbf{I}$  не измеряется, но он может быть вычислен по формуле:  $\Lambda^e = \Lambda \circ \mathbf{Q}$  при кватернионах  $\Lambda$  и  $\mathbf{Q}$ , рассчитанных на основе физических измерений. Движения базиса  $\mathbf{E}$  относительно базисов  $\mathbf{I}$  и  $\mathbf{B}$  описываются кинематическими уравнениями:  $\dot{\Lambda}^e = \frac{1}{2} \Lambda^e \circ \Omega^e$  и  $\dot{\mathbf{Q}} = \frac{1}{2} (\mathbf{Q} \circ \Omega^e - \Omega \circ \mathbf{Q})$ , соответственно, а движение базиса  $\mathbf{B}$  относительно базиса  $\mathbf{I}$  – уравнением:  $\dot{\Lambda} = \frac{1}{2} \Lambda \circ \Omega$ . Кватернион  $\Delta$  рассогласования базисов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{C}_s$  представляется в виде  $\Delta = \tilde{\Lambda}^s \circ \Lambda^e$  с кинематическим уравнением для него:  $\dot{\Delta} = \frac{1}{2} \Delta \circ (\omega^e - \omega^s)$ , где  $\omega^s = \tilde{\Delta} \circ (-\omega_z) \circ \Delta = A^e_b \cdot \omega^s_b$  является результатом проектирования вектора  $-\omega_z$  в базис  $\mathbf{E}$ . В качестве меры близости ортов  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{s}$  принимается скалярная функция:  $V = 1 - \langle \mathbf{n}, \mathbf{s} \rangle$ , которая всегда принимает положительные значения при  $\mathbf{n} \neq \mathbf{s}$  и обращается в нуль только при совпадении этих векторов. Представляя орты  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{s}$  в одном базисе (например в базисе  $\mathbf{E}$ ) и вычисляя производную  $\dot{V}$  функции *Ляпунова*  $V$  в силу всех указанных кинематических уравнений, приходим к соотношению:  $\dot{V} = (\mathbf{s}_e \times \mathbf{n}_e) \cdot (\omega^e - \omega^s)$ . При формировании *командной* абсолютной угловой скорости базиса  $\mathbf{E}$  по закону:  $\omega^e = \omega^s + a \cdot (\mathbf{s}_e \times \mathbf{n}_e)$  с параметром  $a = \text{const} > 0$  получаем:  $\dot{V} = -a \cdot (\mathbf{s}_e \times \mathbf{n}_e)^2 < 0$  при отличии ортов  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{s}$ , что доказывает *асимптотическую устойчивость* процесса приведения орта  $\mathbf{n}$  к орту  $\mathbf{s}$ . Сигнал командной скорости  $\omega^e = \omega^s + a \cdot (\mathbf{s}_e \times \mathbf{n}_e)$  базиса  $\mathbf{E}$  пересчитывается далее в уг-

ловые скорости  $\dot{\gamma}_x, \dot{\gamma}_z$  подвеса ПСБ по представленным выше аналогическим соотношениям с учетом ограничений на их модули.

Нелинейные цифровые алгоритмы управления основываются на структуре формирования вектора рассогласования  $\epsilon = \{\epsilon_i\} = -(\mathbf{s} \times \mathbf{n})$ , полученного при аналитическом синтезе непрерывных алгоритмов управления. Для повышения точности в установившемся режиме слежения рационально использование стандартного дискретного ПИ-регулятора: каждая компонента  $\epsilon_k$  вектора рассогласования  $\epsilon_k = -(\mathbf{s}_k \times \mathbf{n}_k)$  обрабатывается дискретным алгоритмом:  $v_k = v_{k-1} + b_g(\epsilon_{jk} + c_g \cdot \epsilon_{j,k-1})$  с постоянными параметрами  $b_g$  и  $c_g$ . Далее вектор  $v_k = \{v_{ik}\}$  используется в формировании дискретного вектора  $\omega_k^* = \omega_k^* + \sigma_k v_k$ , который «пересчитывается» в командные скорости перемещения ПСБ  $u_{ik}, i = x, z, k \in N_0$  по явным формулам:  $u_{ik} = \omega_{i0k}^* \cdot u_{zk} = \omega_{i0k}^* / C\gamma_{zk}$ , где  $C\gamma_{zk} \equiv \cos \gamma_{zk}(t_k)$  и два последних элемента вектора-столбца  $\omega_{i0k}^* \equiv \{\omega_{i0zk}^*, \omega_{i0zk}^*, \omega_{i0zk}^*\} = \omega_k^* - A_k^c(\gamma_{zk}, \dot{\gamma}_{zk}) \cdot \omega_k$  также получают аналитически. При этом учитываются условия  $(\phi_i(\cdot) \geq 0, i = 1, 2)$  ограничений на область допустимых положений ПСБ относительно конструкции корпуса КА, а также условия расположения КА в тени Земли. Эффективность цифровых алгоритмов косвенного наведения ПСБ и ПША с последующим их слежением за заданными ориентирами подтверждена компьютерным моделированием.

УДК 531.01 : 629.78 : 681.51

Сомов Е.И., Бутырин С.А., Ангонов Ю.Г., Мантуров А.И.

## АНАЛИТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ПАРАМЕТРОВ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ПОВОРОТНОГО МАНЕВРА КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ ОБЩЕГО ВИДА

Многоаспектная проблема прецизионного гиросилового управления пространственным движением маневрирующих космических аппаратов (КА) наблюдения уже более 20 лет исследуются авторами [1-8]. Так, в [2] доказана теорема, в соответствии с которой решение задачи пространственного поворотного маневра (ПМ) КА на заданном интервале времени