

Контев А.Н., Ниловаров Г.А.

## ФОРМАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ОРГАНИЗАЦИОННОЙ СТРУКТУРЫ АВИАКОМПАНИИ ЧАРТЕРНОГО ТИПА

Концепция интегрированных комплексов для эксплуатации летательных аппаратов (ЭЛА), которые охватывают все стороны деятельности авиакомпании, поставила вопрос о слиянии в единый, взаимосвязанный комплекс различных этапов эксплуатации: техническое планирование и управление бизнесом, обслуживание авиационной техники и управление персоналом.

Практика последнего десятилетия показала, что для сохранения положения на рынке авианперевозок, решение проблемы организации эксплуатации ЛА с нужными для потребителя показателями должно основываться не только на использовании передовой технологии, но и на использовании новых подходов в решении задач планирования производства и разработки согласованных механизмов взаимодействия между авиакомпанией и потребителем – заказчиком услуг, что невозможно без разработки единой теории, позволяющей моделировать авиакомпанию как единый производственный комплекс с учетом неопределенности его функционирования.

За последние десятилетия значительное развитие получило нечеткое программирование, которое выделяет естественную множественность целей и задач, неточно определенных подцелей и ограничений. При этом на первые позиции выходят понятия оптимальности в терминах поведения, подчеркивается первостепенное значение знаний, обучения. Широко используется понятие гибкого программирования с его вниманием на начальном этапе анализа не к целям, а к ограничениям. Ограничения возникают в процессе оценки, а не порождают последний. При этом способы математического описания и анализа разнообразных задач принятия решений на основе нового подхода, опирающегося на введенное Л.А. Заде понятие нечеткого множества, используется для формализации исходной информации об исследуемости реальной ситуации или процесса принятия решений, которые носят субъективный и поэтому нечеткий характер. Именно нечеткий подход и гибкое программирование на его базе позволяют помочь лицу, принимающему решение (ЛПР), освобождая его от формулирования явных ограничений. При этом теория нечетких множеств тесно связана с нестационарными системами и позволяет нестационарную систему описать как стационарную, если ввести не-

четкие параметры, которые отражают способность "поглощать" неожиданности, встречающиеся в динамических структурах типа систем с участием человека.

В статье развивается абстрактный аппарат теории организации и моделирования эксплуатационных комплексов (ЭК), связанных с техническим обслуживанием и ремонтом (ТО-иР) воздушных судов (ВС), вводящий, с одной стороны, общие принципы описания их организационно-технической структуры, с другой – использование опыта их применения к конкретным случаям, что дает возможность исследовать различные аспекты организационно-технических систем (ОТС) в рамках конкретных задач эксплуатации ВС.

Хорошо известны два подхода к решению производственных задач: один из них основан на применении техники оптимизации, второй – на знаниях и опыте человека. С широким внедрением вычислительной техники математические методы все шире используются для описания и анализа организаций, в том числе и ЭК. Особенность современного этапа этих исследований – отсутствие теории представления организации ЭК с учетом различных сторон функционирования таких систем. Накопленный опыт алгоритмизации и оптимизации ЭК характерен для задач, которые можно сформулировать в терминах математического программирования. Так как ни один из перечисленных подходов не является универсальным, продолжается поиск других путей решения проблемы.

Анализ и синтез ЭК как системы, принятия решений в нем, разрешение конфликтных ситуаций показали, что значительная часть информации, необходимой для их математического описания, существует в форме представлений или пожеланий экспертов, т.е. людей, имеющих опыт общения с данной системой. В этих случаях возникают трудности построения достаточно адекватной математической модели.

Второй подход к решению производственных задач требует прежде всего разработки теории представлений на базе создания универсального языка, пригодного для математического описания проблем анализа и синтеза ОТС.

Методы получения математического описания сложных ОТС можно разделить на *теоретические и экспериментальные*. Однако такое деление весьма условно, так как теоретический и экспериментальный анализы взаимосвязаны: теоретические выводы требуют экспериментальной проверки, а эксперимент не может быть поставлен и обработан без соответствующих теоретических предпосылок.

Чисто теоретический путь получения математического описания наиболее трудоемок и для него нужен в каждом отдельном случае свой подход. Однако при синтезе ОТС для эксплуатации ЛА этот путь является единственно возможным.

Если можно экспериментировать с системой эксплуатации, как исследуемым объектом, или на его физической модели, то максимальное использование предварительной информации об этом объекте и, по крайней мере, качественный, теоретический анализ значительно облегчают эксперимент и повышают ценность окончательного результата. На основе теоретического анализа можно также осмыслить и оценить полученные экспериментальные данные и выдвинуть более удачные гипотезы о границах возможной идеализации, допустимых в математическом описании.

Остановимся теперь подробнее на общих и частных вопросах представления ОТС эксплуатации ВС. Введем комплекс понятий и определений, составляющих основу для формального описания этой системы, т.е. некоторый алфавит и словарь языка теории представлений.

В качестве основного понятия для создания универсального языка предлагаемой теории, является термин "сеть", который введен Г. Кроном и который относится к любой инженерной, организационной и другим структурам, состоящим из взаимосвязанных симплексов, образующих полиэдр.

В теории представлений для решения таких вопросов, как, например, сколько и каких связанных компонент содержит системы эксплуатации ВС в целом, чтобы выбрать базис пространств объекта, системы эксплуатации и с его помощью систему координат, а также рассматривать другие вопросы, связанные со структурами, состоящими из соединенных элементов, будем пользоваться методами комбинаторной топологии, методами теории гомологий [1].

В связи с этим введем топологические эквиваленты понятий, связанных со структурами ОТС. Для изучения геометрических свойств объектов, систем обеспечения авиатранспорта будем рассматривать их как объединение очень простых элементарных фигур — симплексов. При этом элементам (узлам) системы авиатранспорта будем ставить в соответствие нульмерный симплекс  $[\alpha_0]$ ; линии, соединяющей два узла, — одномерный симплекс  $[\alpha_0, \alpha_1]$ , а цепи — формально составленную сумму ориентированных одномерных симплексов.

$$C^1 = \alpha_1 S_1^1 + \alpha_2 S_2^1 + \alpha_\alpha S_\alpha^1, \quad (1)$$

где  $S_1^1, S_2^1, S_\alpha^1$  — одномерные ориентированные симплексы;  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_\alpha$  — целые числа.

Последовательность (1) представляет собой линейную комбинацию переменных  $S_1^1, S_2^1, S_\alpha^1$  с коэффициентами  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_\alpha$ . Умножение симплекса на -1 означает изменение его ориентации, т.е.  $-1 [\alpha_0, \alpha_1] = [\alpha_1, \alpha_0]$ .

Следует заметить, что выражение (1) представляет собой коммутативную (абелеву) группу. Границей одномерного симплекса  $S = [\alpha_0, \alpha_1]$  называется нульмерная последовательность вида

$$\partial S = \alpha_1 - \alpha_0, \quad (2)$$

а граница последовательности (1) определяется формулой

$$\partial C^1 = \alpha_i \sum_{i=0}^{i=\alpha} \partial S_{\alpha_i}^1. \quad (3)$$

Операция определения границы представляет собой гомоморфизм, преобразующий группу одномерных последовательностей в группу нульмерных последовательностей. Рассматривая подмножество  $R$  компонент системы  $F$  и обозначив через  $R^*$  последовательность вида

$$R^* = \sum_{r \in R} r_i, \quad (4)$$

дадим определение технологической цепи обеспечения авиаперевозок через топологические понятия.

Если для подмножества  $R$  элементов топологической системы  $F$  справедливы условия:

$$\partial R^* = \alpha_i - \alpha_j; \quad \partial r_i = 0,$$

то подмножество  $R$  называется цепью системы. Геометрическое изображение пути есть граф, в котором каждый симплекс – ребро, соединяющее вершины  $\alpha_i, \alpha_j$ .

Наиболее общим представлением главной структуры авиаперевозок является сеть. Топологическим эквивалентом сети авиакомпании как системы является комплекс  $(K)$ , т.е. совокупность одномерных симплексов, обладающая определенными свойствами [2].

Множество всех цепей с произвольными целыми коэффициентами  $\alpha_\alpha$  представляет любую обслуживающую и исполнительскую систему и составляет группу цепей но слож-

$$C^1(K) = \sum_n \left\{ \sum_{k=1}^n \alpha_k S_k^1 \right\}. \quad (5)$$

В теории представлений эксплуатации ВС будем рассматривать только детерминированные системы и подсистемы авиаперевозок и их обеспечения, которые можно представить как упорядоченные пары

$$A = \langle S, f \rangle \quad (6)$$

множества  $S$  одномерных симплексов и описывающей функции  $f$ . Для определения многозначной функции  $f$  со значениями из множества  $Z$  натуральных чисел поставим в соответствие множества  $S$  и  $Z$ :

$$f: S \rightarrow Z. \quad (7)$$

Откуда следует, что функция  $f$  ставит в соответствие симплексам  $S_i \in S$  натуральные числа  $Z_i$

$$f(S_i) = Z_i, \quad (8)$$

т.е. каждому симплексу соответствуют различные числа  $Z_i$ . Топологический эквивалент объекта или системы, для которой определена описывающая функция  $f$ , при решении практических задач анализа систем авиаперевозок будем называть детерминированным графом или просто графом авиакомпании.

Совокупности симплексов произвольной размерности  $S^n$  (двухмерных, трехмерных), обладают теми же свойствами, что и совокупности одномерных симплексов. Они также позволяют изучать сложные фигуры теми же методами, которые использовались для изучения фигур построенных из одномерных симплексов. Цели размерности  $n$  в комплексе — это функция, которая каждому  $n$ -мерному симплексу  $S_k^n$  ставит в соответствие целое число  $\alpha_k$ , причем  $\alpha_k \neq 0$  лишь для конечного числа симплексов  $A$  формальная линейная сумма — это лишь удобный вид записи цели  $S_k^n$ . При этом сумма двух целей определяется как сумма двух линейных форм. Использование абстрактных структур, состоящих из абстрактных симплексов с абстрактным отношением инцидентности ( $S_k^n > S_k^{n-1}$ , если  $(n-1)$ -мерный симплекс входит в состав границы симплекса  $S_k^n$ ), которое порождает во множестве симплексов упорядоченность для моделирования систем авиаперевозок, позволяет решить ряд очень важных задач. Так, например, замена сети систем обеспечения и собственно авиаперевозок математическим понятием "граф" позволяет решить ряд теоретических и практических задач. Конфигурация сети, представляемая графом, дает математическое понятие числа суммируемых элементов, которое связывают с "размерностью линейного пространства", т.е. "базисом" или "рангом"

линейного пространства, использование графа позволяет выполнить разбиение объектов систем производства на модули (сильно связанные, т.е. сложные компоненты) и другие.

Для создания универсального языка представления сети производственной структуры авиакомпании введем следующий язык его составных частей.

Сеть производственной структуры авиакомпании представляет собой совокупность соединенных определенным образом образующих, включающую в себя как простые элементы, так и активные сложные элементы. Несмотря на то, что многие из таких сложных элементов имеют нелинейные характеристики, большинство задач, возникающих при проектировании производственных структур авиакомпании, может быть решено в линейном приближении. Это объясняется тем, что сложные элементы производственной структуры авиакомпании, как правило, работают в режиме сигнала, который позволяет осуществить линеаризацию их характеристик. Однако и в тех случаях, когда представление о специальном сигнале оказывается недопустимым и необходимо учитывать нелинейные свойства сложных элементов, решение соответствующей нелинейной задачи обычно сводится к линейной путем введения итерационной процедуры.

Таким образом, подавляющее большинство задач, возникающих при расчете сети производственных структур, сводится к решению систем линейных уравнений. Такой способ решения задачи удобно назвать символьным.

При проектировании сети производственной структуры, особенно на начальных этапах, наибольшее значение имеет символьный способ решения описывающих структуру уравнений, поскольку только символьная форма представления результата расчета позволяет оценить влияние тех или иных параметров на характеристики проектируемой сети. Однако решение систем линейных уравнений в символьной форме обычными алгебраическими методами связано со значительной затратой времени и практически может быть осуществлено лишь в случаях, когда число уравнений системы невелико. Никаких преимуществ при решении задачи в символьном виде не дает и переход от скалярной формы записи исходных уравнений к матричной. Последнее объясняется тем, что все известные способы обращения матриц эффективны только в случае, когда матрица представлена в виде числовой таблицы.

Получение результата в символьной форме значительно упрощается при переходе к топологическим способам решения систем линейных уравнений. Такие способы основаны на построении топологических структур, соответствующих исходной системе уравнений, и на применении определенных правил, позволяющих найти искомое решение непосредственно по

виду этих структур. Топологические структуры, отображающие системы линейных уравнений, обычно называют сигнальными графами.

Впервые такой путь решения систем линейных уравнений был предложен С. Мэзоном [3]. Для этой цели им был введен сигнальный граф, соответствующий системе линейных уравнений и включающий в себя совокупность вершин, отображающих искомые и задающие переменные, и совокупность дуг, отображающих коэффициенты уравнений.

Для построения сигнального графа Мэзона исходная система уравнений должна быть записана в причинно-следственной форме, так чтобы каждое уравнение системы было разрешено относительно одной из искомых переменных. Если система содержит  $n$  уравнений с  $n$  искомыми переменными  $x_1, \dots, x_n$  и  $r$  задающими переменными  $x_{n+1}, \dots, x_{n+r}$ , то причинно-следственная форма записи этой системы имеет вид

$$x_i = \sum_{j=1}^{n+r} t_{ij} x_j, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (9)$$

Согласно определению [3], соответствующий этой системе сигнальный граф Мэзона включает в себя:

- 1) совокупность вершин  $\{x_1, \dots, x_n\}$ , отображающих искомые переменные, и совокупность вершин-источков  $\{x_{n+1}, \dots, x_{n+r}\}$ , отображающих заданные переменные;
- 2) совокупность дуг  $\{x_i, x_j\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, (n+r)$ .

В целях согласования индексации весовых коэффициентов дуг графов и коэффициентов уравнений (матриц) первый индекс в обозначении дуги  $\{x_i, x_j\}$  и ее веса  $t_{ij}$  соответствует индексу вершины  $x_i$ , в которую дуга заходит, а второй — индексу вершины  $x_j$ , из которой эта дуга исходит.

Уравнение связи имеет вид:

$$x_i = \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq i)}}^{n+r} t_{ij} x_j, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (10)$$

В общем случае в правой части  $i$ -го уравнения системы (10) может быть слагаемое, содержащее переменную  $x_i$ , представленную в левой части этого уравнения. При этом в графе будет содержаться дуга  $\{x_i, x_j\}$ , заходящая в ту же вершину, из которой она исходит, т.е. петля при вершине  $x_i$ .

Если же в правой части каждого из уравнений системы не имеется слагаемого, содержащего переменную, представленную в левой части этого уравнения, т.е. система записыва-

ется в виде уравнения (10), то сигнальный граф Мэзона не имеет петель при вершинах. Такая структура является наиболее характерной для графов этого типа.

Топологическое решение системы уравнений (10) осуществляется по виду соответствующего этой системе сигнального графа Мэзона на основании топологической формулы передачи [3]:

$$T_{kl} = \frac{x_k}{x_l} = \frac{\sum P_i \Delta_i}{\Delta}, \quad (11)$$

где  $T_{kl}$  – передаточная функция, определяющая передачу к  $k$ -ой искомой переменной ( $x_k$ ) от  $l$ -ой задающей переменной ( $x_l$ );  $\Delta$  – определитель однородного графа,  $\Delta_i$  – определитель части графа;  $P_i$  – вес  $i$ -го пути в вершину  $x_k$  из вершины  $x_l$ .

Предложенные Мэзоном топологические формулы передачи позволяют исключительно эффективно находить искомые схемные функции, характеризующие, в частном случае, параметры технологических цепей авиакомпании и отдельных подсистем системы в целом.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Понтрягин Л.С. Основы комбинаторной топологии. – М.: Наука, 1976.
2. Мацуо Комацу. Многообразие геометрии. – М.: Знание, 1981.
3. Мэзон С., Циммерман Г. Электрические цепи, сигналы и системы. – М.: Изд-во ИЛ, 1963.