

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМОВ ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ГРАВИТАЦИОННОГО И АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО МОМЕНТОВ

Рассматривается плоское движение относительно центра масс осесимметричного неуправляемого космического аппарата (КА) при снижении с низких круговых орбит под влиянием гравитационного момента и восстанавливающего аэродинамического момента, который описывается нечётным рядом Фурье по углу атаки с двумя первыми гармониками.

В работе [1] методом фазовой плоскости исследованы случаи плоского углового движения КА на низких круговых орбитах под действием гравитационного момента и восстанавливающего аэродинамического момента, имеющего синусоидальную зависимость от угла атаки. В работе [2] рассматриваются переходные режимы движения КА относительно центра масс на верхнем участке траектории спуска в атмосферу под действием восстанавливающего аэродинамического момента, который имеет вид бигармонического ряда по углу атаки, и при этом действием гравитационного момента пренебрегается. Исследуются случаи, при которых в процессе снижения происходит изменение характера движения: вращательное движение переходит в колебательное, колебательное движение "скачкообразно" переходит в колебательное движение с другими амплитудными характеристиками. В данной работе исследуются переходные режимы движения КА при снижении с низких круговых орбит под действием гравитационного момента и восстанавливающего аэродинамического момента, который имеет вид бигармонического ряда по углу атаки. Считая, что угол снижения КА, движущегося с почти круговой орбите, мал и меняется медленно. Пренебрегая изменением скорости центра масс и изменением расстояния от центра масс планеты, плоское угловое движение осесимметричного КА в траекторной системе координат, связанной с вектором скорости центра масс, можно описать следующим уравнением с медленно меняющимися параметрами [1], [2]:

$$\ddot{\alpha} + a(z)\sin\alpha + (b(z) + c)\sin 2\alpha = 0,$$

где α – угол атаки; $a(z), b(z)$ – отнесенные к поперечному моменту инерции КА коэффициенты разложения восстанавливающего аэродинамического момента в ряд Фурье; z – медленно меняющийся параметр, переменность которого связана с медле-

ным изменением плотности атмосферы в процессе снижения; $c = 3(A-C)\omega^2 / (2A)$ – коэффициент, обусловленный действием гравитационного момента; A, C – соответственно поперечный и продольный моменты инерции КА; $\omega = \sqrt{\mu / R^3}$ – угловая скорость движения центра масс КА на круговой орбите; μ – гравитационная постоянная планеты; R – расстояние от притягивающего центра до КА.

Коэффициенты a и b в уравнении (1), если зависимость плотности атмосферы от высоты полёта аппроксимировать экспонентой, могут быть представлены в виде [2], [3]:

$$a(z) = a_0 z, \quad b(z) = b_0 z, \quad (2)$$

$$a_0 = a_0^* S l V_0^2 \rho_0 / (2A), \quad b_0 = a_0^* S l V_0^2 \rho_0 / (2A), \quad z = \exp(-\lambda(H - H_0)),$$

$$H - H_0 = \ln(1 - \lambda \beta t) / \lambda, \quad \beta = C_x V_0^3 S \rho_0 / mg, \quad g = g_{\text{пл}} (R_{\text{пл}} / R)^2,$$

где H – высота полёта; a_0^* и a_0^* – постоянные коэффициенты; S – характерная площадь; l – характерный размер КА; V_0 – скорость полёта, ρ_0 – плотность атмосферы, H_0 – высота полёта соответственно в начальный момент времени $t = 0$; λ – логарифмический градиент плотности по высоте; C_x – коэффициент аэродинамического сопротивления; m – масса КА; $R_{\text{пл}}$ – радиус планеты; $g_{\text{пл}}$ – ускорение свободного падения на поверхности планеты.

В случае невозмущённого движения (движения на постоянной высоте: $z = \text{const}$, $a = \text{const}$, $b = \text{const}$) интеграл энергии системы (1) имеет вид

$$\alpha^2 / 2 - a \cos \alpha - (b + c) \cos^2 \alpha = h. \quad (3)$$

Тип движения системы определяется соотношением величин a, b, c, h . Возможны три вида фазовых портретов [2].

1. $|b + c| \leq 0.5 |a|$. Фазовый портрет аналогичен фазовому портрету математического маятника и для случая $a > 0$ изображён на рис. 1. При $a < 0$ фазовая картина сдвигается по оси α на величину π .

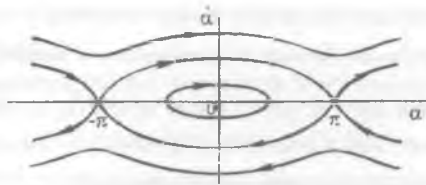


Рис. 1. Фазовый портрет плоского движения ($|b+c| \leq 0.5a$)

2. $(b+c) > 0.5|a|, (b+c) > 0$. На фазовом портрете появляются дополнительные особые точки типа «седло», соответствующие значениям угла ата $\alpha_* = \pm \arccos(-0.5a/(b+c)) + 2n\pi$ ($n = \pm 1, \pm 2, \dots$), и имеют место три области движения – вращательная A_3 и две колебательные A_1 и A_2 , разделённые сепаратрисами (рис.2).

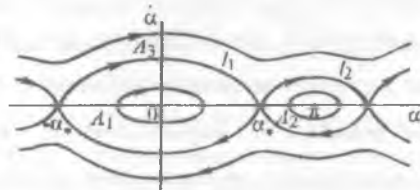


Рис. 2. Фазовый портрет плоского движения $(b+c) > 0.5|a|, (b+c) > 0$

3. $|b+c| > 0.5|a|, (b+c) < 0$. Фазовый портрет для случая $a > 0$ изображён на рис.3 (при $a < 0$ картина сдвинута по оси α на величину π). Здесь значениям угла α $\alpha_* = \pm \arccos(-0.5a/(b+c)) + 2n\pi$ ($n = \pm 1, \pm 2, \dots$) соответствуют особые точки типа «центр». На фазовом портрете располагаются четыре характерные области движения – вращательная и три колебательные.

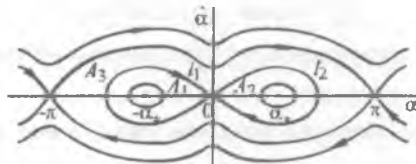


Рис. 3. Фазовый портрет плоского движения ($|b+c| > 0.5a, (b+c) < 0$)

В возмущённом движении с изменением величин коэффициентов a и b , обусловленным ростом плотности атмосферы в процессе снижения, происходит эволюция фазовых траекторий, в результате которой они могут пересекать сепаратрисы, попадая в различные области фазового портрета. Это явление сопровождается качественным изменением характера движения: вращательное движение может переходить в колебательное, колебательное движение может переходить во вращательное, колебательное

движение может «скачкообразно» переходить в колебательное же движение, но с другими амплитудными характеристиками. Следует отметить, что если не учитывать влияние гравитационного момента и рассматривать движение только под действием аэродинамического момента, то эволюция фазовых траекторий происходит в рамках одного из трёх указанных фазовых портретов (коэффициенты a и b изменяются пропорционально). При этом имеют место однократные проходы через сепаратрисы фазовой точки из внешних областей во внутренние [2]. При совместном действии гравитационного момента и аэродинамического момента возможны случаи перехода через сепаратрису фазовой точки как из внешней области во внутреннюю, так и из внутренней области во внешнюю. Кроме того, во время движения возможно изменение вида фазового портрета, а именно: с ростом плотности атмосферы растут значения коэффициентов a и b , а коэффициент c при этом остаётся неизменным. Таким образом, значение коэффициента $(b+c)$ меняется непропорционально к значению коэффициента a , и поэтому в процессе снижения КА соотношение величин a и $(b+c)$ может меняться, что приводит к смене фазовых портретов. Высота полёта, соответствующая моменту перехода из одного вида фазового портрета в другой, вычисляется по формуле

$$H_{\text{пер}} = \begin{cases} H_0 - \ln(2c/(a-2b))/\lambda, & (b+c) > 0, \\ H_0 - \ln(2c/(-a-2b))/\lambda, & (b+c) < 0. \end{cases}$$

Для описания движения системы с медленно меняющимися параметрами (1), аналогично [2], будем использовать условие постоянства интеграла действия, записанного в форме

$$I = \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \dot{\alpha} d\alpha = \text{const}, \quad (4)$$

где α_{\min} , α_{\max} — амплитудные значения угла атаки (при вращении $\alpha_{\min} = -\pi$, $\alpha_{\max} = \pi$). Величина $\dot{\alpha}$ определяется из интеграла энергии системы (3).

Из постоянства интеграла действия и равенства интеграла действия, вычисленного вдоль сепаратрис, интегралу действия, вычисленному по начальным условиям движения, определяется высота полёта в момент времени, который соответствует переходу из одной области фазового портрета в другую.

Интеграл действия (4), взятый вдоль сепаратрисы, разделяющей вращательную и колебательную области движения на фазовом портрете, изображённом на рис. 1, выражается через элементарные функции

$$I = 4\sqrt{-2(b+c)}[\sqrt{u_* - 1} + u_* \arctg(\sqrt{1/(u_* - 1)})] \quad \text{при } (b+c) < 0, \quad (5)$$

$$I = 4\sqrt{2(b+c)}[\sqrt{u_* + 1} + u_* \ln((1 + \sqrt{u_* + 1})/\sqrt{u_*})] \quad \text{при } (b+c) > 0, \quad (6)$$

где $u_* = |0.5a/(b+c)|$.

Интеграл действия, взятый вдоль сепаратрисы, разделяющей вращательную и колебательную относительно положения равновесия по углу атаки $\alpha = 0$ области движения на фазовом портрете, изображённом на рис. 2, вычисляется по формуле

$$I_1 = 2\sqrt{2(b+c)}(\sin \alpha_* - \alpha_* \cos \alpha_*), \quad (7)$$

где $\alpha_* = \arccos(-0.5a/(b+c))$.

Интеграл действия, взятый вдоль сепаратрисы, разделяющей вращательную и колебательную относительно положения равновесия по углу атаки $\alpha = \pi$ области движения на фазовом портрете, изображённом на рис. 2, вычисляется по формуле

$$I_2 = 2\sqrt{2(b+c)}(\sin \alpha_* + (\pi - \alpha_*) \cos \alpha_*). \quad (8)$$

Интеграл действия, взятый вдоль сепаратрисы, разделяющей вращательную и колебательную относительно положения равновесия по углу атаки $\alpha = 0$ области движения на фазовом портрете, изображённом на рис. 3, вычисляется по формуле (6).

Интегралы действия, взятые вдоль сепаратрис, разделяющих колебательную относительно положения равновесия по углу атаки $\alpha = 0$ область движения и колебательные относительно положения равновесия по углу атаки $\alpha = \pm \arccos(-0.5a/(a+b))$ области движения на фазовом портрете, изображённом на рис. 3, вычисляются по формулам

$$I_3 = I_4 = 4\sqrt{-2(b+c)}(\sqrt{1 - \cos \alpha_*} - \cos \alpha_* \ln((1 + \sqrt{1 - \cos \alpha_*})/\sqrt{\cos \alpha_*})). \quad (9)$$

На рис. 4 приведён один из возможных вариантов изменения угла атаки во время снижения КА при начальных условиях: $H_0 = 210 \cdot 10^3$ м, $\alpha_0 = 2.94$ рад, $\dot{\alpha}_0 = 0.055$ рад/с, $a_0 = 0.0095$ с⁻², $b_0 = -0.189$ с⁻², $c = 0.2$ с⁻², $\lambda = 1/43000$ м⁻¹, $\beta = 0.709$ м/с.

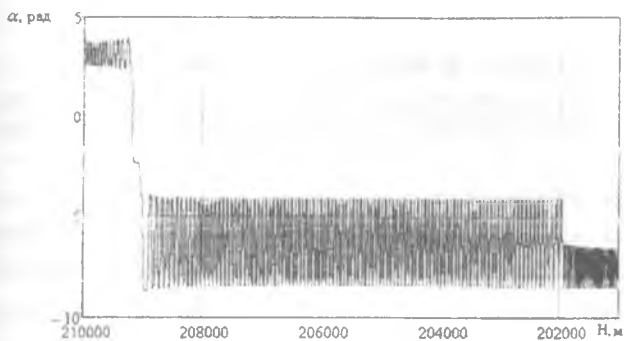


Рис. 4 Зависимость угла атаки от высоты полёта КА

Как видно из рис. 4, КА, совершающий вначале колебания относительно значения угла атаки $\alpha = \pi$, на высоте $H = 209240$ м переходит во вращательное движение, а на высоте $H = 208800$ м вновь переходит в колебательное движение, но только теперь относительно $\alpha = 0$. Движение до высоты $H = 208600$ м происходит в рамках фазового портрета, изображённого на рис. 2. На высотах $H = 208600 \dots 207600$ м движение КА совершается в рамках фазового портрета, изображённого на рис. 1. Далее движение продолжается в рамках фазового портрета, изображённого на рис. 3 КА, совершающий колебания во внешней области A_1 , на высоте $H = 201900$ м переходит в колебательное движение во внутренней области A_1 (рис. 3).

Библиографический список

- Белецкий, В.В. Движение искусственного спутника относительно центра масс [Текст] / В.В. Белецкий. – М.: Наука, 1965. – 416 с.
- Асланов, В.С. Переходные режимы углового движения КА на верхнем участке траектории спуска [Текст] / В.С. Асланов, И.А. Тимбай // Космические исследования. – 1997. – Т.35. – №3. – С. 279-286.
- Балк, М.Б. Элементы динамики космического полёта [Текст] / М.Б. Балк. – М.: Наука, 1965. – 340 с.