

МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛЬНОГО ТЕЧЕНИЯ ОКОЛО СИММЕТРИЧНОГО ПРОФИЛЯ, ОБРАЗОВАННОГО ДУГАМИ ЭЛЛИПСА И ОКРУЖНОСТИ

1 *Введение.* Существующие методы построения потенциальных течений около аэродинамических профилей можно разделить на аналитические и численные. Аналитические методы опираются на теорию функции комплексного переменного (ГФКП) [1]. В численных методах используются методы особенностей (метод дискретных вихрей (МДВ) [2], панельный метод [3] и комплексный метод граничного элемента [4]). Аналитические методы имеют более высокую точность по сравнению с численными методами. Однако численные методы позволяют рассчитывать произвольные геометрические формы профиля, что для аналитических методов не всегда возможно из-за трудности в отыскании функции преобразования при конформном отображении физической плоскости течения во вспомогательную плоскость. Целью данной работы является предложить новый численно-аналитический метод (ЧАМ), который позволяет для аэродинамических профилей с эллиптическими или скругленными по радиусу носовыми частями получить решение с более высокой точностью по сравнению с численными методами. ЧАМ был ранее предложен для расчета потенциальных течений около семейства тел [5], сложного двумерного контура [6] и двумерного тела вблизи экрана [7, 8].

2 *Геометрия аэродинамического профиля.* Пусть профиль образован эллипсом с полуосями a_e и $c/2$ и дугами окружности радиуса r , касающимися контура эллипса в его максимальном поперечном сечении. Обозначим хорду такого профиля как b , тогда безразмерная полуось эллипса $\bar{a}_e = \frac{a_e}{b}$ будет всегда соответствовать безразмерной координате максимальной толщины профиля, т.е. $\bar{a}_e = \bar{x}_e = \frac{x_e}{b}$. При задании относительной толщины профиля $\bar{c} = \frac{c}{b}$ и относительной максимальной толщины профиля \bar{x}_e безразмерный радиус дуги окружности, принадлежащей профилю, вычисляется по формуле

$$\bar{r} = \frac{(1 - \bar{x}_c)^2}{\bar{c}} + 0,25 \cdot \bar{c}.$$

Формулы, определяющие верхнюю и нижнюю дужку такого симметричного профиля

для безразмерных координат $\bar{x} = \frac{x}{b}$; $\bar{y} = \frac{y}{b}$, одинаковы и имеют следующий вид

$$\bar{y} = \frac{\bar{c}}{2\bar{x}_c} \cdot \sqrt{\bar{x}(2\bar{x}_c - \bar{x})} \quad \bar{x} \leq \bar{x}_c;$$

$$\bar{y} = \frac{\bar{c}}{2} - \bar{r} + \sqrt{\bar{r}^2 - (\bar{x} - \bar{x}_c)^2} \quad \bar{x} > \bar{x}_c.$$

Введем обозначение $E - [\bar{f}][\bar{x}_c][\bar{c}]$ серии профилей рассмотренного типа, где введен

параметр $\bar{f} = \frac{f}{b}$, характеризующий относительную вогнутость профиля. Так, профиль с обо-

значением E-003015 имеет $\bar{f} = 0$; $\bar{x}_c = 30\%$ и $\bar{c} = 15\%$. На рисунке 1 показаны три симмет-

ричных профили с $\bar{x}_c = 30\%$ и относительными толщинами $\bar{c} = 15\%$, 20% и 25% .

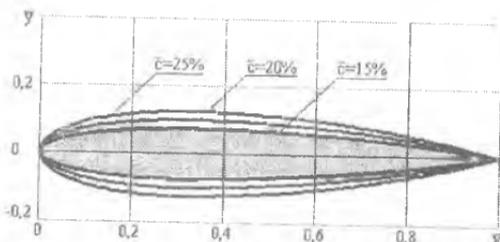


Рисунок 1 – Геометрия профилей E-003025, E-003020 и E-003015

На рисунке 2 показан ряд симметричных профилей, образованных эллипсом и дугами

окружности с одинаковой относительной толщиной $\bar{c} = 12\%$ и различными относительными координатами максимальной толщины $\bar{x}_c = \nu a^*$

3 Описание метода расчета. Основные положения ЧАМ изложены в работах [5-8].

Применительно к симметричному аэродинамическому профилю, рассматриваемому в данной работе и располагаемому под нулевым углом атаки, эти положения полностью сохраняются.

Носовая часть профиля (контур D, рисунок 3), образованная дугами окружности, разбивается на ряд сегментов. На каждом сегменте размещается дискретный вихрь и контрольная точка, в которой выполняются условия непротекания. Условия непротекания на эллиптической части контура выполняются автоматически путем введения инверсионных вихрей во

вспомогательной плоскости по теореме об окружности [9]. Известные интенсивности дис-

крстных вихрей на хвостовой части профиля отыскиваются на основании решения системы линейных алгебраических уравнений, составленных на основании условий непротекания потока в контрольных точках [5-8].

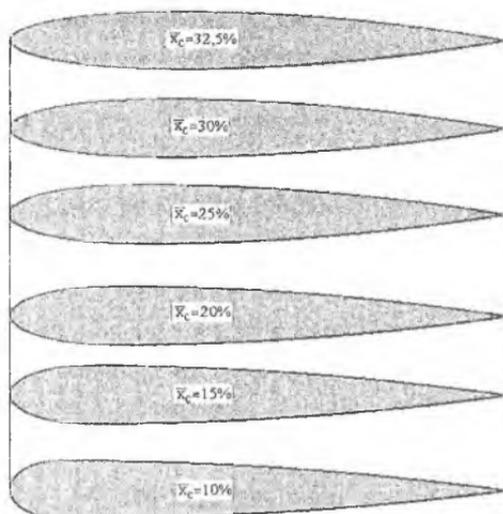


Рисунок 2 – Геометрия профилей, образованных эллипсом и дугами окружности

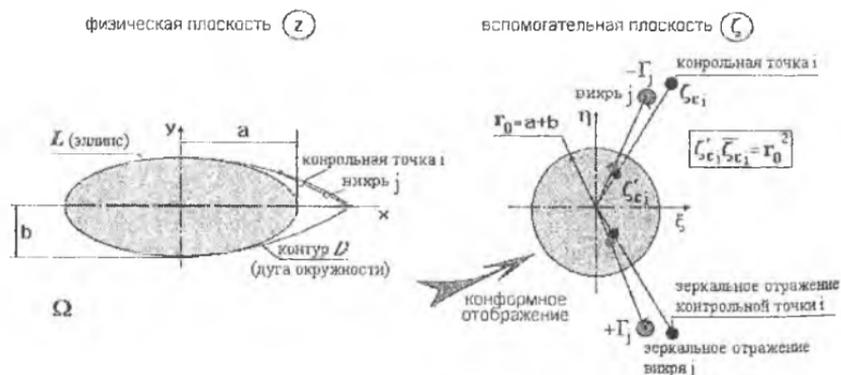


Рисунок 3 – Физическая и вспомогательная плоскости комплексного переменного

Комплексный потенциал течения записывается в виде

$$w = w_1 + w_2,$$

$$w_1 = \frac{1}{2} \left(\bar{V}_\infty \zeta + \frac{V_\infty r_0^2}{\zeta} \right); \quad w_2 = \frac{1}{2\pi i} \left\{ \sum_{j=1}^N \Gamma_j \left[\ln \left(\frac{\zeta - \zeta_j}{\zeta - \frac{r_0^2}{\bar{\zeta}_j}} \right) \right] \right\},$$

где w_1 – комплексный потенциал обтекания эллиптического цилиндра; w_2 – комплексный потенциал от суммы точечных вихрей, расположенных на контуре D и их инверсий; V_∞, \bar{V}_∞ – комплексная и сопряженная скорости течения на бесконечности; r_0 – радиус окружности во вспомогательной плоскости, на которую осуществляется конформное преобразование эллипса по функции Н.Е. Жуковского [9], $i = \sqrt{-1}$ – мнимая единица; ζ – комплексная переменная во вспомогательной плоскости; $\zeta_j, \bar{\zeta}_j$ – комплексная и сопряженная переменная j -го дискретного вихря во вспомогательной плоскости; Γ_j – интенсивность j -го дискретного вихря; N – общее количество дискретных вихрей, размещенных на дугах окружности D .

Зная комплексный потенциал, легко построить линии тока течения [5-8]. Обратим внимание на особенности предложенной расчетной схемы. В отличие от схем МДВ [2, 10, 11], дискретные вихри и контрольные точки в данном методе располагаются не на самом контуре, а на ломаной линии, углы которой принадлежат контуру. Точность и сходимость ЧАМ рассматривалась в работах [5-8], где в результате численного эксперимента и сравнения результатов расчета с точными решениями была показана высокая точность такой схемы.

4 Результаты расчета. Были выполнены многочисленные параметрические расчеты симметричных профилей, показанных на рисунке 2, образующая которых состоит из эллипса и дуг окружности. В качестве примера расчета на рисунке 4 показаны линии тока потенциального течения около двух симметричных профилей с различными геометрическими характеристиками при нулевом угле атаки. Расчеты проводились при $N = 300$. Как видно из рисунка 4, нулевая линия тока практически совпадает с границей контура, что говорит о высокой точности метода.



$$c = 0,15; x_c = 0,375$$



$$c = 0,18; x_c = 0,30$$

Рисунок 4 - Расчетные линии тока около симметричного профиля

5 **Заключение.** Показана применимость ЧАМ для расчета потенциального течения около симметричных аэродинамических профилей. Следует ожидать, что точность расчета по ЧАМ является более высокой по сравнению с численными методами МДВ и панельным методом. Предложенная схема расчета может быть распространена на случаи обтекания несимметричных профилей или обтекание симметричных профилей под углом атаки. В этом случае необходимо использовать условие Чанглина-Жуковского о конечности скорости на острой задней кромке профиля. Данное условие легко может быть выполнено путем добавления центрального вихря во всемогательной комплексной плоскости так, как это традиционно делается в моделях ТФЖИ при решении потенциальных задач обтекания профилей. Следуя работе [8], течение около профиля может быть рассчитано и вблизи экрана.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Седов Л.И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. – М.: Наука, 1980.
2. Математическое моделирование плоскопараллельного отрывного обтекания тел /Под ред С.М. Белоцерковского. - М.: Наука, 1988.
3. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. – М.: Мир. 1991. – Т. 2.
4. Громалка П.Т., Лей Ч. Комплексный метод граничных элементов в инженерных задачах. - М.: Мир, 1990
5. Фролов В.А. Численно-аналитический метод решения задач потенциального течения около группы двумерных тел //Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. 2004. – № 1(5). - С. 52-60.
6. Фролов В.А. Решение потенциальных задач обтекания двумерных тел численно-аналитическим методом //Вісник Харківського національного університету. Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління». – 2005. – С. 229-240.
7. Фролов В.А. Численно-аналитический метод решения потенциальных задач обтекания тел

- вблизи экрана в присутствии пары вихрей // Труды XII Международного симпозиума «Методы дискретных особенностей в задачах математической физики» (МДОЗМФ-2005). Харьков-Херсон, 2005. – С. 359-362.
8. Галкина А.С., Фролов В.А. Подъемная сила двумерного контура вблизи экрана // Сб. трудов XII Всероссийского научно-технического семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов – Самара, 2006. – С. ...
9. Милн-Томсон Л.М. Теоретическая гидродинамика. – М.: Мир, 1964.
10. Белоцерковский С.М., Лифанов И.К. Численные методы в сингулярных уравнениях. – М.: Наука, 1985.
11. Лифанов И.К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент (в математической физике, аэродинамике, теории упругости и дифракции волн). – М.: ГОО «Янус», 1995.