Б.А. Титов

О РОБАСТНОСТИ ПРОЦЕДУРЫ МОДАЛЬНОГО ФОРМИРОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ УПРУГОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

У современных космических аппаратов, обладающих сложной конструктивно-компоновочной схемой, параметры регулирования, как правило, точно неизвестны. Такая ситуация применительно к упругим космическим аппаратам (УКА) определяется по крайней мере двумя факторами: чрезвычайно большим числом конструктивных элементов (до многих сотен и тысяч), которые определяют спектр собственных форм и частот конструкции, и невозможностью знания динамических характеристик этих элементов с достаточной точностью.

По этим причинам формирование требуемой динамики УКА очевидно допустимо лишь в классе, так называемых, грубых или робастных систем /1/. Современная теория грубых систем базируется на теореме Харитонова /2/ или на частотном подходе /3,4/ и определяет грубость системы по отношению к свойству устойчивости собственного движения. Сложность формирования грубой динамической системы применительно к УКА заключается в том, что ее собственное движение – упругие колебания – в принципе всегда диссипативно, и по этой причине система является гурвицевой при любых вариациях параметров конструкции. Однако, это еще не означает, что она будет грубой по отношению к заданному качеству переходных процессов в каналах управления.

Цель настоящего доклада – дать один из возможных алгоритмов формирования грубой динамической системы, для которой основным требованием является заданное качество переходных процессов. Исследования выполнены применительно к УКА, динамика которого моделируется в классе конечномерных линейных стационарных систем:

$$\Theta^{O}\dot{\bar{\omega}} + \sum_{s=1}^{N} G_s \ddot{\bar{q}}_s = \bar{m}^{O}, \qquad A_s\ddot{\bar{q}}_s + D_s\dot{\bar{q}}_s + C_s\bar{q}_s = -G_s^{T}\dot{\bar{\omega}}, \tag{1}$$

где Θ^{O} – тензор инерции системы в полюсе O абсолютно твердого тела; $\bar{m}^{O}$ – главный момент внешних сил; A_s, D_s, C_s – матрицы соответственно инерционных, диссипативных и квазиупругих коэффициентов; G_s – матрица коэффициентов инерционной связи; $\bar{q}_s$ – вектор обобщенных координат. В качестве проектных параметров в (1) могут выступать геометрические, инерционно-массовые, диссипативные или жесткостные параметры. Полагая $m^0 = 0$ и выделяя собственное движение, систему (1) можно преобразовать к виду

$$\dot{\bar{x}}(t) = A\,\bar{x}(t), \qquad \bar{x}(0) = \bar{x}_0, \tag{2}$$

где A – матрица собственной динамики системы, а $\bar{x}(t)$ – вектор состояния относительно обобщенных координат.

Сформулируем следующую задачу модального формирования грубой динамической системы: в пространстве $\mathcal{P}_f$ допустимых значений проектных параметров P_j системы (2) требуется найти такую область $D_p \subset \mathcal{P}_f$, для которой

$$\operatorname*{Spec}_s A \in D_s \qquad \forall P_j \in D_p \subset \mathcal{P}_f,\ j=1,k, \tag{3}$$

где D_s – область заданного расположения на плоскости комплексной переменной S спектров совокупности систем, обладающих требуемыми динамическими свойствами. В силу того, что конфигурация области D_s в проектных задачах может быть произвольной, преобразуем ее в некоторую более простую по структуре область D_ρ комплексной переменной ρ. Необходимость такого преобразования вытекает из сложности построения для D_s функционала, определяющего принадлежность спектра системы (2) этой области. Эту процедуру можно осуществить на основе аппарата функционально-преобразованных матриц /5/. Допустим, что существует оператор $\mathcal{L}$, такой, что $B = \mathcal{L}(A)$, где B – функционально-преобразованная матрица, обладающая свойством $\operatorname*{Spec}_\rho B \in D_\rho$. С вычислительной точки зрения необходимо, чтобы оператор $\mathcal{L}$ был бы простейшим. Тогда задачу о соответствии между множествами можно свести к задаче о соответствии между границами множеств. Для этого необходимо найти такую аналитическую функцию $\rho = f(s)$, которая конформно отобразит границу множества D_s в границу множества D_ρ при условии $\operatorname*{Spec}_s A \in D_s$. При этом исходная задача модального формирования (3) трансформируется в следующую:

$$\operatorname*{Spec}_\rho B \in D_\rho \qquad \forall P_j \in D_p \subset \mathcal{P}_f,\quad j=\overline{1,k} \tag{4}$$

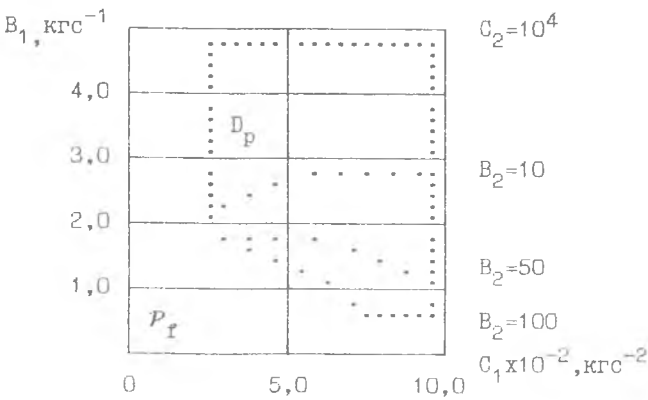
Поскольку множество D_ρ может быть выбрано тривиальным по своей конфигурации и расположению на плоскости ρ, то это позволяет существенно упростить функционал качества системы и метод его вычисления. В проектных расчетах удобнее всего в качестве множества D_ρ рассматривать единичный круг с центром в начале координат. Тогда принадлежность матрицы B единичному кругу можно определить, вычислив ее спектральный радиус $R(B)=\max|\rho_i|$, $i=\overline{1,n}$ по верхнему и нижнему приближениям соответственно:

$$R^{b}_{\rho m}=\sqrt[m]{\|B^m\|}\ ; \qquad R^{H}_{\rho m}=\sqrt[m]{\frac{1}{n}\ (SpB^m)}\ .$$

В заключение приведем результат построения грубой динамической системы применительно к динамике УКА (1). На рисунке представлен фрагмент областей D_p, построенных на плоскости параметров B_1, C_1, где $B_1=\mu^1\delta^1\omega^1/\pi$; $C_1=\mu^1(\omega^1)^2$ - соответственно приведенный коэффициент демпфирования и приведенная жесткость узла подвеса упругоприсоединенного элемента конструкции УКА. Область $D_в$ ограничена кривой 4-го порядка - овалом Кассини $(x^2+y^2)^2-2c^2(y^2-x^2)=a^4-c^4$, где a и c - параметры овала. При $a \geqslant c\sqrt{2}$ овал является односвязанной областью. С помощью аналитической функции $\rho = a_o + a_2 S^2$ овал Кассини отображается на единичную окружность $|\rho| = 1$; при этом функционально-преобразованная матрица B принимает вид

$$B = a_o E + a_2 (A + \eta E)^2 \ .$$

Здесь $\eta = 0,05$ представляет собой сдвиг овала на комплексной плоскости S влево от мнимой оси, что обеспечивает длительность переходных процессов в системе не хуже $\tau \leqslant 55,9$ с. Исходные параметры для этой задачи можно найти в /5/.



Полученные результаты показывают, что с ростом диссипативных свойств область "грубости" системы расширяется; повышение же жесткостных свойств системы наоборот эту область сужает.

В известной степени фрагменты областей D_p являются робастным D-разбиением для системы (1), являющимся не только двумерной областью устойчивости системы, но и областью реализации заданных динамических свойств /6/.

Список литературы

1. Андронов А.А., Понтрягин Л.С. Грубые системы //Докл. АН СССР. 1937. т.14. N5. С.247-251.

2. Харитонов В.Л. Асиптотическая устойчивость семейства систем линейных дифференциальных уравнений // Дифференц. уравнения. 1978. т.14. N11. С. 2086-2089.

3. Поляк Б.Т., Цыпкин Я.З. Робастная устойчивость линейных дискретных систем //Докл. АН СССР. 1991. т.316. N4. С. 842-846.

4. Джури Э.И. Робастность дискретных систем //АиТ. 1990. N5. С. 3-28.

5. Титов Б.А., Сычев В.В. Применение метода ФП-матриц при модальном формировании проектных параметров упругих космических аппаратов //Труды XXVI Чтений, посвященных разработке научного наследия и развитию идей К.Э.Циолковского. Секция "Проблемы ракетной и космической техники". М.: ИИЕТ АН СССР. 1991. С. 19-21.

6. Петров Н.П., Поляк Б.Т. Робастное D-разбиение // АиТ. 1991. N11. С. 41-53.

УДК 629.76:78.02

Б.А.Титов, Ван Тянь-шу

АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ КОСМИЧЕСКИМ АППАРАТОМ С УПРУГИМИ ПАНЕЛЯМИ СОЛНЕЧНЫХ БАТАРЕЙ

Динамика движения упругого космического аппарата (КА) относительно центра масс в предположении о малости угловых скоростей движе-