

Петрищев В.Ф.

**ОБЩАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ РАСЧЕТА СДВИГА ОПТИЧЕСКОГО
ИЗОБРАЖЕНИЯ, ВЫЗЫВАЕМОГО ПОГРЕШНОСТЯМИ РАБОТЫ
БОРТОВОГО КОМПЛЕКСА УПРАВЛЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА
ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ЗЕМЛИ**

1. В [1,2] разработаны частные модели для расчета сдвига оптического изображения, вызываемого погрешностями работы бортового комплекса управления космического аппарата дистанционного зондирования Земли (КА ДЗЗ). В [1] рассмотрен случай движения по круговой орбите над сферической невращающейся Землей при отклонении линии визирования при съемке лишь по крену, а в [2] этот вариант обобщен на произвольно заданную программу сканирования. В настоящей работе рассмотренные варианты обобщены на случай эллиптической орбиты КА и сферической вращающейся Земли. Тем самым, рассмотрен самый общий вариант движения оптического изображения в фокальной плоскости ОЭТК.

Для рассмотрения этого варианта воспользуемся полными уравнениями для описания составляющих скорости движения оптического изображения в фокальной плоскости ОЭТК:

$$V_x = \frac{f}{D} \left[(W_x a_{11} + W_y a_{21} + W_z a_{31}) - \frac{x}{f} (W_x a_{12} + W_y a_{22} + W_z a_{32}) \right] + f \omega_T - z \omega_p - \frac{x \cdot z}{f} \omega_k \quad (1)$$

$$V_z = \frac{f}{D} \left[(W_x a_{13} + W_y a_{23} + W_z a_{33}) - \frac{z}{f} (W_x a_{12} + W_y a_{22} + W_z a_{32}) \right] - f \omega_k + x \omega_p + \frac{x \cdot z}{f} \omega_T \quad (2)$$

Здесь:

f – фокусное расстояние объектива ОЭТК;

x, z – координаты изображения точки наблюдения (X, Y, Z) в фокальной плоскости ОЭТК (рис. 1);

W_x, W_y, W_z – проекции вектора скорости движения линии визирования в точке ее пересечения с поверхностью Земли (с координатами X, Y, Z) относительно поверхности Земли при

поступательном перемещении КА на оси связанной с фокальной плоскостью системы координат $oxyz$;

a_{ij} ($i, j=1, 2, 3$) — направляющие косинусы матрицы A , транспонированной по отношению к матрице перехода от неподвижной в инерциальном пространстве фотограмметрической системы координат $OXYZ$ к системе координат $oxyz$, связанной с фотоприемниками. Оси фотограмметрической системы координат выбираются, как правило, параллельными осям ортогональной системы координат на момент начала съемки. Для последовательности поворотов тангаж (α), крен (β), рыскание (ψ) элементы a_{ij} имеют вид:

$$a_{11} = \cos \alpha \cos \psi - \sin \alpha \sin \beta \sin \psi;$$

$$a_{12} = -\sin \alpha \cos \beta;$$

$$a_{13} = \cos \alpha \sin \psi + \sin \alpha \sin \beta \cos \psi;$$

$$a_{21} = \sin \alpha \cos \psi + \cos \alpha \sin \beta \sin \psi;$$

$$a_{22} = \cos \alpha \cos \beta;$$

$$a_{23} = \sin \alpha \sin \psi - \cos \alpha \sin \beta \cos \psi;$$

$$a_{31} = -\cos \beta \sin \psi;$$

$$a_{32} = \sin \beta;$$

$$a_{33} = \cos \beta \cos \psi;$$

$\omega_T, \omega_K, \omega_P$ — составляющие вектора угловой скорости вращения КА относительно инерциального пространства в проекции на оси связанной с фокальной плоскостью системы координат $oxyz$. Для них справедливы кинематические уравнения:

$$\omega_T = \dot{\alpha} \cos \beta \cos \psi + \dot{\beta} \sin \psi;$$

$$\omega_K = \dot{\beta} \cos \psi - \dot{\alpha} \cos \beta \sin \psi;$$

$$\omega_P = \dot{\alpha} \sin \beta + \dot{\psi}.$$

описывающие связь угловых скоростей КА с производными по времени, обозначенными над точками сверху, от углов отклонения системы координат $oxyz$ относительно фотограмметрической системы координат $oxyz$;

параметр D — дальность от центра масс КА до текущей точки наблюдения (X, Y, Z), проекция которой на фокальную плоскость дает текущую точку с координатами x, y, z . В общем случае дальность D может быть определена соотношениями:

$$D = D_1 - D_2;$$

$$D_1 = \left(a_{22} + a_{21} \frac{x}{f} + a_{23} \frac{z}{f} \right) (R_3 + H), \quad (5)$$

$$D_2 = \left\{ D_1^2 + R_3^2 - (R_3 + H)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}.$$

Здесь $R_3 = 6371$ км — средний радиус Земли, принимаемой за сферу; H — высота полета КА в текущей точке орбиты.

При выводе уравнений (1) и (2) предполагалось, что центр масс КА совпадает с задней узловой точкой объектива ОЭТК.

Уравнения описывают составляющие скорости движения изображения в продольном (вдоль оси ox) и в поперечном (вдоль оси oz) направлениях фокальной плоскости с точно-

стью до членов второго порядка малости относительно $\frac{x}{f}$ и $\frac{z}{f}$.

2. Итак, будем рассчитывать величину скорости сдвига оптического изображения, вызываемой погрешностями БКУ. Под скоростью сдвига оптического изображения будем понимать некомпенсируемое отличие фактической скорости движения оптического изображения от ее величины, определяемой частотой передачи зарядовых пакетов вдоль столбцов матриц ФПЗС, приводящее к ухудшению качества снимка. Для расчета составляющих скорости сдвига изображения, вызываемых погрешностями БКУ, воспользуемся методом теории ошибок, согласно которому в данном конкретном случае составляющая скорости сдвига изображения, вызываемая влиянием данной конкретной погрешности БКУ, равна произведению частной производной от скорости движения изображения по данной погрешности БКУ на величину самой погрешности. Далее этот метод применяется отдельно к погрешностям параметра движения вокруг центра масс и к погрешностям в параметрах движения центра масс.

Под погрешностями в параметрах движения КА вокруг центра масс будем понимать погрешности $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$, $\Delta\psi$, $\Delta\omega_x$, $\Delta\omega_y$, представляющие собой погрешности стабилизации по углам и угловым скоростям связанной системы координат КА по отношению к программной системе координат, положение которой в каждый момент времени определяется в соответствии с принятой программой управления. Погрешности стабилизации по углам и угловым скоростям являются, по сути, погрешностями системы управления движением (СУД) КА, входящей в состав БКУ.

Полагаем, что в любой произвольный момент времени каждый из параметров СУД состоит из суммы программного значения, определяемого программной траекторией, и адди-

тивной случайной погрешности с заданным уровнем вероятности. Программное значение параметра будем обозначать звездочкой. Тогда можно записать:

$$\alpha = \alpha^* + \Delta\alpha; \quad \beta = \beta^* + \Delta\beta; \quad \psi = \psi^* + \Delta\psi;$$

$$\omega_r = \omega_r^* + \Delta\omega_r; \quad \omega_k = \omega_k^* + \Delta\omega_k; \quad \omega_p = \omega_p^* + \Delta\omega_p$$

Подставляя эти уравнения в (3) и далее в (5), (4), (1) и (2), учитывая малость величин самих погрешностей, производя дифференцирование по этим погрешностям, в итоге будем иметь 12 соотношений для составляющих скорости сдвига изображения с точностью до второго порядка малости относительно погрешностей:

$$\Delta V_x(\Delta\alpha) = \frac{\partial V_x}{\partial \Delta\alpha} \Delta\alpha = \left(f \frac{\partial D^{-1}}{\partial \Delta\alpha} a + \frac{f}{D} \cdot \frac{\partial a}{\partial \Delta\alpha} \right) \Delta\alpha;$$

$$\Delta V_x(\Delta\beta) = \frac{\partial V_x}{\partial \Delta\beta} \Delta\beta = \left(f \frac{\partial D^{-1}}{\partial \Delta\beta} a + \frac{f}{D} \cdot \frac{\partial a}{\partial \Delta\beta} \right) \Delta\beta;$$

$$\Delta V_x(\Delta\psi) = \frac{\partial V_x}{\partial \Delta\psi} \Delta\psi = \left(f \frac{\partial D^{-1}}{\partial \Delta\psi} a + \frac{f}{D} \cdot \frac{\partial a}{\partial \Delta\psi} \right) \Delta\psi;$$

$$\Delta V_x(\Delta\omega_r) = \frac{\partial V_x}{\partial \Delta\omega_r} \Delta\omega_r = f \Delta\omega_r;$$

$$\Delta V_x(\Delta\omega_k) = \frac{\partial V_x}{\partial \Delta\omega_k} \Delta\omega_k = \frac{x \cdot z}{f} \Delta\omega_k;$$

$$\Delta V_x(\Delta\omega_p) = \frac{\partial V_x}{\partial \Delta\omega_p} \Delta\omega_p = -z \cdot \Delta\omega_p;$$

$$\Delta V_z(\Delta\alpha) = \frac{\partial V_z}{\partial \Delta\alpha} \Delta\alpha = \left(f \frac{\partial D^{-1}}{\partial \Delta\alpha} b + \frac{f}{D} \cdot \frac{\partial b}{\partial \Delta\alpha} \right) \Delta\alpha;$$

$$\Delta V_z(\Delta\beta) = \frac{\partial V_z}{\partial \Delta\beta} \Delta\beta = \left(f \frac{\partial D^{-1}}{\partial \Delta\beta} b + \frac{f}{D} \cdot \frac{\partial b}{\partial \Delta\beta} \right) \Delta\beta;$$

$$\Delta V_z(\Delta\psi) = \frac{\partial V_z}{\partial \Delta\psi} \Delta\psi = \left(f \frac{\partial D^{-1}}{\partial \Delta\psi} b + \frac{f}{D} \cdot \frac{\partial b}{\partial \Delta\psi} \right) \Delta\psi;$$

$$\Delta V_z(\Delta\omega_r) = \frac{\partial V_z}{\partial \Delta\omega_r} \Delta\omega_r = \frac{x \cdot z}{f} \Delta\omega_r;$$

$$\Delta V_z(\Delta\omega_k) = \frac{\partial V_z}{\partial \Delta\omega_k} \Delta\omega_k = -f \Delta\omega_k;$$

$$\Delta V_z(\Delta\omega_p) = \frac{\partial V_z}{\partial \Delta\omega_p} \Delta\omega_p = x \cdot \Delta\omega_p;$$

В этих соотношениях принято:

$$\begin{aligned}
 a &= (W_x a_{11} + W_y a_{21} + W_z a_{31}) - \frac{x}{f} (W_x a_{12} + W_y a_{22} + W_z a_{32}), \\
 b &= (W_x a_{13} + W_y a_{23} + W_z a_{33}) - \frac{z}{f} (W_x a_{12} + W_y a_{22} + W_z a_{32}).
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

Вычислим значения частных производных от D^{-1} :

$$\frac{\partial D^{-1}}{\partial \Delta \alpha} = -\frac{1}{D^2} \left(1 - \frac{D_1}{D_2} \right) \left(\frac{\partial a_{22}}{\partial \Delta \alpha} + \frac{x}{f} \cdot \frac{\partial a_{21}}{\partial \Delta \alpha} + \frac{z}{f} \cdot \frac{\partial a_{23}}{\partial \Delta \alpha} \right) (R_3 + H),$$

$$\frac{\partial D^{-1}}{\partial \Delta \beta} = -\frac{1}{D^2} \left(1 - \frac{D_1}{D_2} \right) \left(\frac{\partial a_{22}}{\partial \Delta \beta} + \frac{x}{f} \cdot \frac{\partial a_{21}}{\partial \Delta \beta} + \frac{z}{f} \cdot \frac{\partial a_{23}}{\partial \Delta \beta} \right) (R_3 + H),$$

$$\frac{\partial D^{-1}}{\partial \Delta \psi} = -\frac{1}{D^2} \left(1 - \frac{D_1}{D_2} \right) \left(\frac{\partial a_{22}}{\partial \Delta \psi} + \frac{x}{f} \cdot \frac{\partial a_{21}}{\partial \Delta \psi} + \frac{z}{f} \cdot \frac{\partial a_{23}}{\partial \Delta \psi} \right) (R_3 + H).$$

Значения частных производных от элементов a_{ij} ($i, j=1, 2, 3$) и от элементов a и b (7) легко определяются из (3).

3. Для расчета составляющих скорости сдвига изображения, вызываемого погрешностями в параметрах движения центра масс, будем полагать, что в параметрах движения центра масс КА, известных в БКУ, имеют место малые погрешности

$$\begin{aligned}
 X &= X^* + \Delta X; & Y &= Y^* + \Delta Y; & Z &= Z^* + \Delta Z; \\
 W_x &= W_x^* + \Delta W_x; & W_y &= W_y^* + \Delta W_y; & W_z &= W_z^* + \Delta W_z,
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

где звездочкой обозначены истинные значения параметров движения. Эти малые погрешности случайным образом меняются за время полета КА; известен закон распределения этих погрешностей.

Ясно, что скоростные погрешности входят в (1) и (2) непосредственно в составляющие скорости W_x, W_y, W_z . Что же касается погрешностей в координатах, то можно полагать, что они приводят к изменению углов α и β , содержащихся в параметрах a_{ij} ($i, j=1, 2, 3$) (3) и параметре D (5), в свою очередь зависящем от a_{ij} .

Подставляя выражения для скоростных составляющих (8) в уравнения (1) и (2), производя дифференцирование последних по погрешностям в скоростных составляющих, получим:

$$\begin{aligned}
 \Delta V_x(\Delta W_x) &= \frac{f}{D} \left(a_{11} - \frac{x}{f} \cdot a_{12} \right) \Delta W_x; & \Delta V_z(\Delta W_x) &= \frac{f}{D} \left(a_{13} - \frac{z}{f} \cdot a_{12} \right) \Delta W_x; \\
 \Delta V_x(\Delta W_y) &= \frac{f}{D} \left(a_{21} - \frac{x}{f} \cdot a_{22} \right) \Delta W_y; & \Delta V_z(\Delta W_y) &= \frac{f}{D} \left(a_{23} - \frac{z}{f} \cdot a_{22} \right) \Delta W_y; \\
 \Delta V_x(\Delta W_z) &= \frac{f}{D} \left(a_{31} - \frac{x}{f} \cdot a_{32} \right) \Delta W_z; & \Delta V_z(\Delta W_z) &= \frac{f}{D} \left(a_{33} - \frac{z}{f} \cdot a_{32} \right) \Delta W_z.
 \end{aligned} \quad (9)$$

Для вычисления составляющих скорости сдвига изображения, возникающих вследствие координатных погрешностей движения центра масс КА в (8), будем исходить из того, что появление погрешностей ΔX , ΔY , ΔZ приводит к изменению углов α и β точки наблюдения. При этом, как нетрудно видеть, появление погрешности ΔX аналогично изменению лишь угла α , появление погрешности ΔZ аналогично изменению лишь угла β , а появление погрешности ΔY аналогично изменению и α и β . Вычислим эти изменения углов.

Введем параметр

$$d = D_1(\beta = 0) - D_2(\beta = 0).$$

Учитывая, что положительным величинам ΔX и ΔY соответствуют отрицательные приращения угла α , и, кроме того, приращения угла α по модулю равно углу δ , можно записать

$$\Delta\alpha(\Delta X) = -\frac{\Delta X}{d} \cos\alpha; \quad \Delta\alpha(\Delta Y) = -\frac{\Delta Y}{d} \sin\alpha; \quad (10)$$

$$\Delta\beta(\Delta Y) = -\frac{\Delta Y}{D} \sin\beta; \quad \Delta\beta(\Delta Z) = \frac{\Delta Z}{D} \cos\beta. \quad (11)$$

Для определения составляющих скорости сдвига изображения, вызванного появлением погрешностей ΔX , ΔY и ΔZ , можно поступить следующим образом. Частные производные от V_x (1) и V_z (2) по $\Delta\alpha$ и $\Delta\beta$ известны. Если теперь вычислить частные производные от $\Delta\alpha$ и $\Delta\beta$ по погрешностям ΔX , ΔY и ΔZ из (10) – (11), то можно получить окончательные выражения для составляющих скорости сдвига изображения:

$$\begin{aligned}
\Delta V_x(\Delta X) &= \frac{\partial V_x}{\partial \Delta \alpha} \cdot \frac{\partial \Delta \alpha}{\partial \Delta X} \Delta X = \left(f \frac{\partial D^{-1}}{\partial \Delta \alpha} a + \frac{f}{D} \cdot \frac{\partial a}{\partial \Delta \alpha} \right) \left(-\frac{\cos \alpha}{d} \right) \Delta X; \\
\Delta V_x(\Delta Y) &= \left(\frac{\partial V_x}{\partial \Delta \alpha} \cdot \frac{\partial \Delta \alpha}{\partial \Delta Y} + \frac{\partial V_x}{\partial \Delta \beta} \cdot \frac{\partial \Delta \beta}{\partial \Delta Y} \right) \Delta Y = \\
&= \left[\left(f \frac{\partial D^{-1}}{\partial \Delta \alpha} a + \frac{f}{D} \cdot \frac{\partial a}{\partial \Delta \alpha} \right) \left(-\frac{\sin \alpha}{d} \right) + \left(f \frac{\partial D^{-1}}{\partial \Delta \beta} a + \frac{f}{D} \cdot \frac{\partial a}{\partial \Delta \beta} \right) \left(-\frac{\sin \beta}{D} \right) \right] \Delta Y; \\
\Delta V_x(\Delta Z) &= \frac{\partial V_x}{\partial \Delta \beta} \cdot \frac{\partial \Delta \beta}{\partial \Delta Z} \Delta Z = \left(f \frac{\partial D^{-1}}{\partial \Delta \beta} a + \frac{f}{D} \cdot \frac{\partial a}{\partial \Delta \beta} \right) \left(\frac{\cos \beta}{D} \right) \Delta Z; \\
\Delta V_z(\Delta X) &= \frac{\partial V_z}{\partial \Delta \alpha} \cdot \frac{\partial \Delta \alpha}{\partial \Delta X} \Delta X = \left(f \frac{\partial D^{-1}}{\partial \Delta \alpha} b + \frac{f}{D} \cdot \frac{\partial b}{\partial \Delta \alpha} \right) \left(-\frac{\cos \alpha}{d} \right) \Delta X; \\
\Delta V_z(\Delta Y) &= \left(\frac{\partial V_z}{\partial \Delta \alpha} \cdot \frac{\partial \Delta \alpha}{\partial \Delta Y} + \frac{\partial V_z}{\partial \Delta \beta} \cdot \frac{\partial \Delta \beta}{\partial \Delta Y} \right) \Delta Y = \\
&= \left[\left(f \frac{\partial D^{-1}}{\partial \Delta \alpha} b + \frac{f}{D} \cdot \frac{\partial b}{\partial \Delta \alpha} \right) \left(-\frac{\sin \alpha}{d} \right) + \left(f \frac{\partial D^{-1}}{\partial \Delta \beta} b + \frac{f}{D} \cdot \frac{\partial b}{\partial \Delta \beta} \right) \left(-\frac{\sin \beta}{D} \right) \right] \Delta Y; \\
\Delta V_z(\Delta Z) &= \frac{\partial V_z}{\partial \Delta \beta} \cdot \frac{\partial \Delta \beta}{\partial \Delta Z} \Delta Z = \left(f \frac{\partial D^{-1}}{\partial \Delta \beta} b + \frac{f}{D} \cdot \frac{\partial b}{\partial \Delta \beta} \right) \left(\frac{\cos \beta}{D} \right) \Delta Z.
\end{aligned} \tag{13}$$

Здесь параметр d определяется соотношением (10), а параметры a и b — соотношениями (7).

4. Расчет суммарной величины скорости сдвига изображения производится в силу независимости и случайности входящих в него погрешностей БКУ по следующим соотношениям:

— в продольном направлении:

$$\Delta V_x = \left\{ \Delta V_x^2(\Delta \alpha) + \Delta V_x^2(\Delta \beta) + \Delta V_x^2(\Delta \psi) + \Delta V_x^2(\Delta \omega_r) + \Delta V_x^2(\Delta \omega_k) + \Delta V_x^2(\Delta \omega_p) + \Delta V_x^2(\Delta X) + \Delta V_x^2(\Delta Y) + \Delta V_x^2(\Delta Z) + \Delta V_x^2(\Delta W_x) + \Delta V_x^2(\Delta W_y) + \Delta V_x^2(\Delta W_z) \right\}^{1/2}; \tag{14}$$

— в поперечном направлении:

$$\Delta V_z = \left\{ \Delta V_z^2(\Delta \alpha) + \Delta V_z^2(\Delta \beta) + \Delta V_z^2(\Delta \psi) + \Delta V_z^2(\Delta \omega_r) + \Delta V_z^2(\Delta \omega_k) + \Delta V_z^2(\Delta \omega_p) + \Delta V_z^2(\Delta X) + \Delta V_z^2(\Delta Y) + \Delta V_z^2(\Delta Z) + \Delta V_z^2(\Delta W_x) + \Delta V_z^2(\Delta W_y) + \Delta V_z^2(\Delta W_z) \right\}^{1/2}. \tag{15}$$

Суммарный сдвиг S изображения по каждой из координат x и z , вызванный погрешностями работы БКУ, определяется за время экспонирования T , равное отношению продольно-го размера матрицы ФПЗС (вдоль столбцов) на скорость V_x движения изображения, по формуле:

$$S_x = \Delta V_x \cdot T;$$

$$S_y = \Delta V_y \cdot T.$$

В заключение необходимо отметить, что в силу линейной зависимости составляющих скорости сдвига изображения от погрешностей БКУ уровень вероятности суммарного сдвига будет соответствовать уровню вероятности задаваемых погрешностей БКУ. За необходимый уровень вероятности задаваемых погрешностей БКУ принимается, как правило, уровень (как предельный уровень для технических систем). Следовательно, с тем же уровнем вероятности будет определяться по вышеприведенным формулам и суммарный сдвиг оптического изображения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Петрицев В.Ф. Сдвиг оптического изображения, вызываемый погрешностью работы блокового комплекса управления КА ДЗЗ //Сборник научно-технических статей по ракетно-космической тематике. ГИИ РКЦ "ЦСКБ-Прогресс", Самара, 1999, с. 157 - 165.
2. Петрицев В.Ф. Сдвиг оптического изображения, вызываемый погрешностями работы блокового комплекса управления КА ДЗЗ. Общий случай пространственно углового движения КА при съемке //Сборник научно-технических статей по ракетно-космической тематике. ГИИ РКЦ "ЦСКБ-Прогресс", Самара, 2001, с. 157 – 160.

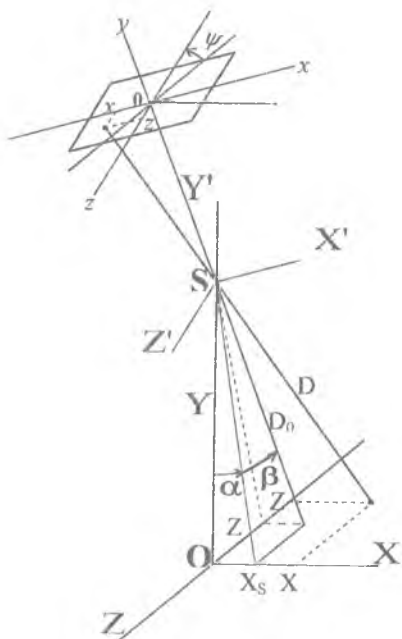


Рис. 1. Последовательность отсчета углов поворотов КА ДЗЗ при съемке

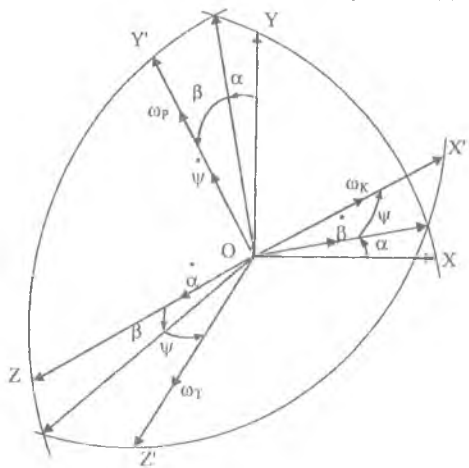


Рис. 2. К выводу кинематических уравнений углового движения КА

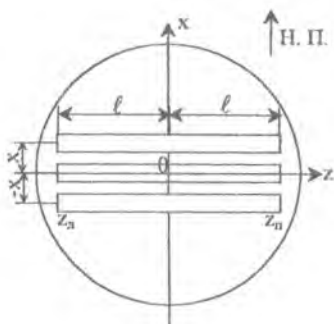


Рис. 3. Схема размещения линеек ОЭП в фокальной плоскости объектива

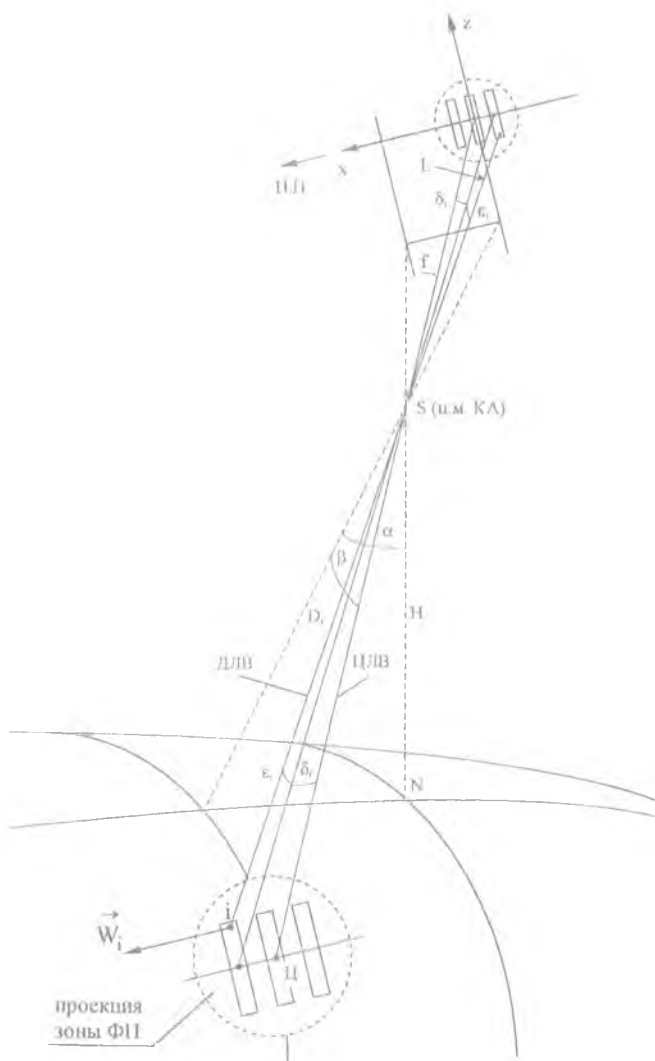


Рис. 4. Схема определения геометрических параметров съемки

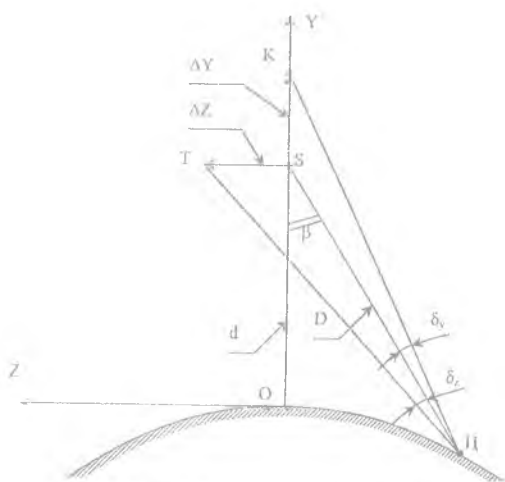


Рис. 7. Изменение угла β за счет ΔY и ΔZ .