УДК (629.78:621.387.7):528.8

Петрищев В.Ф.

ОПТИМАЛЬНАЯ ПРОГРАММА СКАНИРОВАНИЯ ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННОГО ТЕЛЕСКОПИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ЗЕМЛИ ДЛЯ ОБЩЕГО СЛУЧАЯ РАСПОЛОЖЕНИЯ ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ В ФОКАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ ОБЪЕКТИВА

1. Для оптико-электронного телескопического комплекса (ОЭТК), жестко установленного на борту космического аппарата (КА) дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ), разрешающая способность в большой степени зависит от величины методических (остаточных) погрешностей скорости сдвига оптического изображения в каждой точке информационного поля оптико-электронного преобразователя (ОЭП). Эти погрешности определяются главным образом принятой программой сканирования.

В [1] для современных ОЭТК ДЗЗ и общего случая трехосного управления КА предложена программа сканирования, которую назовем эвристической в силу способа ее задания, на основе накладываемых на угловое движение КА трех уравнений связи, определяющих:

-заданную величину продольной составляющей скорости движения изображения (СДИ) $V_x = V_{x зад}$ (направленной поперек ОЭП) для средней точки ОЭП;

-нулевую величину поперечной составляющей СДИ (направленной вдоль ОЭП) для средней точки ОЭП $V_z=0$;

-нулевую величину частной производной от продольной составляющей СДИ по поперечной координате ОЭП для его средней точки $\frac{\partial V_x}{\partial z} = 0$.

Проведенные расчеты показали, что в случае применения эвристической программы сканирования продольные методические составляющие СДИ компенсируются практически полностью, а поперечные не компенсируются, значительны по величине во всей плоскости углов тангажа и крена отклонения линии визирования ОЭТК и достигают 3 мм/с.

В связи с этим актуальной является разработка оптимальной программы сканирования, которую будем определять для общего случая эллиптической орбиты КА, сферической вращающейся Земли и смещения ОЭП в продольном и поперечном направлениях относительно центра фокальной плоскости объектива.

Для этого воспользуемся соотношениями для продольной и поперечной составляющих СДИ в фокальной плоскости объектива ОЭТК [2]:

$$V_x = \frac{f}{D}\left[\left(W_x a_{11} + W_y a_{21} + W_z a_{31}\right) - \frac{x}{f}\left(W_x a_{12} + W_y a_{22} + W_z a_{32}\right)\right] +$$
$$+ f\omega_т - z\omega_р - \frac{x \cdot z}{f}\omega_к;$$

$$V_z = \frac{f}{D}\left[\left(W_x a_{13} + W_y a_{23} + W_z a_{33}\right) - \frac{z}{f}\left(W_x a_{12} + W_y a_{22} + W_z a_{32}\right)\right] -$$
$$- f\omega_к + x\omega_р + \frac{x \cdot z}{f}\omega_т. \quad (1)$$

Здесь V_x - продольная, V_z -поперечная составляющие СДИ; f - фокусное расстояние объектива ОЭТК; D- дальность вдоль дополнительной линии визирования от центра масс КА до точки наблюдения, проектируемой на фокальную плоскость oxz в точку с координатами x и z; W_x, W_y, W_z - проекции на оси неподвижной в инерциальном пространстве фотограмметрической системы координат OXYZ вектора скорости движения дополнительной линии визирования в точке пересечения с земной поверхностью (сферой) относительно земной поверхности, вызванного поступательным движением центра масс КА и вращением Земли; a_{ij} $(i,j = 1,2,3)$ – направляющие косинусы матрицы А, транспонированной по отношению к матрице перехода от фотограмметрической системы координат OXYZ к системе координат oxyz, связанной с фокальной плоскостью объектива ОЭТК; α, β, ψ - углы поворота КА по каналам тангажа, крена и рыскания, соответственно; $\omega_т$, $\omega_к$, $\omega_р$ - проекции вектора угловой скорости КА относительно инерциального пространства на оси связанной с фокальной плоскостью системы координат oxyz. При этом оси фотограмметрической системы координат OXYZ на момент начала сканирования выбираются, как правило, совпадающими по направлению с осями орбитальной системы координат.

Дальность D для дополнительной линии визирования определяется соотношениями:

$$D = D_1 - D_2; \qquad D_1 = \left(a_{22} + a_{21}\frac{x}{f} + a_{23}\frac{z}{f}\right)(R_З + H);$$
$$D_2 = \left\{D_1^2 + R_З^2 - (R_З + H)^2\right\}^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

Здесь радиус Земли, принимаемой за сферу, $R_З$=6371 км; H - высота полета КА.

Для a_{ij} справедливы соотношения:

$$a_{11}=\cos\alpha\cos\psi-\sin\alpha\sin\beta\sin\psi;\ a_{12}=-\sin\alpha\cos\beta;\ a_{13}=\cos\alpha\sin\psi+\sin\alpha\sin\beta\cos\psi;$$
$$a_{21}=\sin\alpha\cos\psi+\cos\alpha\sin\beta\sin\psi;\ a_{22}=\cos\alpha\cos\beta;\ a_{23}=\sin\alpha\sin\psi-\cos\alpha\sin\beta\cos\psi; \quad (3)$$
$$a_{31}=-\cos\beta\sin\psi;\quad a_{32}=\sin\beta;\quad a_{33}=\cos\beta\cos\psi.$$

Соотношения (1) являются приближенными. Они описывают скорость движения изображения в фокальной плоскости объектива ОЭТК с точностью до членов второго порядка малости относительно $\frac{x}{f}$ и $\frac{z}{f}$.

2. Сформулируем постановку задачи определения оптимальной программы сканирования, учитывая линейность изменения продольной и поперечной составляющих СДИ вдоль ОЭП для узкопольных ОЭТК ДЗЗ. При заданных углах отклонения центральной линии визирования ОЭТК по тангажу α и крену β найти значения составляющих вектора угловой скорости $\omega_т$, $\omega_к$, $\omega_р$ и угол поворота КА по рысканию ψ, минимизирующие квадратичный функционал в виде суммы четырех квадратов методических (остаточных) продольных и поперечных составляющих СДИ на левом и правом краях ОЭП:

$$\Im=\Delta V_{xл}^2+\Delta V_{xп}^2+\Delta V_{zл}^2+\Delta V_{zп}^2, \quad (4)$$

где

$$\Delta V_{x\,л}=\frac{f}{D_п}\left[\left(W_x a_{11}+W_y a_{21}+W_z a_{31}\right)-\frac{x}{f}\left(W_x a_{12}+W_y a_{22}+W_z a_{32}\right)\right]+$$
$$+f\omega_т-(z-\ell)\omega_р-\frac{x\cdot(z-\ell)}{f}\omega_к-V_x^*;$$
$$\Delta V_{x\,п}=\frac{f}{D_п}\left[\left(W_x a_{11}+W_y a_{21}+W_z a_{31}\right)-\frac{x}{f}\left(W_x a_{12}+W_y a_{22}+W_z a_{32}\right)\right]+$$
$$+f\omega_т-(z+\ell)\omega_р-\frac{x\cdot(z+\ell)}{f}\omega_к-V_x^*; \quad (5)$$
$$\Delta V_{zл}=\frac{f}{D_п}\left[\left(W_x a_{13}+W_y a_{23}+W_z a_{33}\right)-\frac{(z-\ell)}{f}\left(W_x a_{12}+W_y a_{22}+W_z a_{32}\right)\right]-$$
$$-f\omega_к+x\omega_р+\frac{x\cdot(z-\ell)}{f}\omega_т;$$
$$\Delta V_{zп}=\frac{f}{D_п}\left[\left(W_x a_{13}+W_y a_{23}+W_z a_{33}\right)-\frac{(z+\ell)}{f}\left(W_x a_{12}+W_y a_{22}+W_z a_{32}\right)\right]-$$
$$-f\omega_к+x\omega_р+\frac{x\cdot(z+\ell)}{f}\omega_т.$$

Здесь V_x^* -заданное значение продольной составляющей СДИ, которое должно выдерживаться при сканировании. Индексы "л" и "п" относятся к левому и правому краям ОЭП, соответственно. Через x и z обозначены координаты смещенного положения центра ОЭП вдоль одноименных осей, через ℓ – половина длины ОЭП.

Подставим эти соотношения в функционал, и для нахождения оптимальных значений угловых скоростей сканирования приравняем нулю частные производные от полученного выражения для функционала по угловым скоростям. В результате с точностью до членов второго порядка малости относительно $\frac{x}{f}$, $\frac{z}{f}$, $\frac{\ell}{f}$ получим

$$
\begin{aligned}
\omega_{\text{т}\,opt} &= \frac{V_x^*}{f} - \frac{1}{D_0}\left(1 + a_{21}\frac{x}{f}\cdot\frac{R_3+H}{D_{20}}\right)\left(W_x a_{11} + W_y a_{21} + W_z a_{31}\right) + \\
&+ \frac{x}{f\cdot D_0}\left(W_x a_{12} + W_y a_{22} + W_z a_{32}\right); \\
\omega_{k\,opt} &= a_{23}\frac{x}{f}\cdot\frac{R_3+H}{D_0\cdot D_{20}}\left(W_x a_{11} + W_y a_{21} + W_z a_{31}\right) + \\
&+ \frac{1}{D_0}\cdot\left[1 + \left(\frac{x}{f}a_{21} + \frac{z}{f}a_{23}\right)\cdot\frac{R_3+H}{D_{20}}\right]\cdot\left(W_x a_{13} + W_y a_{23} + W_z a_{33}\right) - \\
&- \frac{z}{f\cdot D_0}\left(W_x a_{12} + W_y a_{22} + W_z a_{32}\right); \\
\omega_{p\varphi} &= a_3 \cdot \frac{R_3+H}{D_0\cdot D_{20}}\cdot\left[\left(W_x a_1 + W_y a_2 + W_z a_3\right) - \frac{x}{f}\left(W_x a_2 + W_y a_2 + W_z a_3\right)\right]
\end{aligned}
\tag{6}
$$

Использованы следующие соотношения, полученные из (2) также с точностью до членов второго порядка малости относительно $\frac{x}{f}$, $\frac{z}{f}$, $\frac{\ell}{f}$:

$$
\begin{aligned}
& D_{\text{л}} = D_0 + \Delta D_{\text{л}}; D_{\text{п}} = D_0 + \Delta D_{\text{п}}, \qquad D_0 = D_{10} - D_{20}; \\
& D_{10} = a_2\,(R_3 + H) \qquad D_{20} = \left[D_{10}^2 + R_3^2 - (R_3+H)^2\right]^{1/2}; \\
& \Delta D_{\text{л}} = -\left(\frac{x}{f}a_{21} + \frac{z-\ell}{f}a_{23}\right)(R_3+H)\cdot\frac{D_0}{D_{20}}; \\
& \Delta D_{\text{п}} = -\left(\frac{x}{f}a_{21} + \frac{z+\ell}{f}a_{23}\right)(R_3+H)\cdot\frac{D_0}{D_{20}}; \\
& \frac{1}{D_{\text{п}}} + \frac{1}{D_{\text{л}}} = \frac{2}{D_0}\left[1 + \left(\frac{x}{f}a_{21} + \frac{z}{f}a_{23}\right)\cdot\frac{R_3+H}{D_{20}}\right]; \\
& \frac{1}{D_{\text{п}}} - \frac{1}{D_{\text{л}}} = 2\cdot\frac{\ell}{f}\cdot a_{23}\cdot\frac{R_3+H}{D_0\cdot D_{20}}
\end{aligned}
\tag{7}
$$

Нетрудно проверить, что после подстановки оптимальных значений угловых скоростей в функционал квадраты остаточных продольных составляющих $\Delta V_{xл}$ и $\Delta V_{xп}$ с точностью до членов второго порядка малости относительно $\frac{x}{f}$, $\frac{z}{f}$, $\frac{\ell}{f}$ становятся равными нулю, а функционал приобретает остаточный вид:

$$\Im = \Delta V_{zл}^2 + \Delta V_{zп}^2. \qquad (8)$$

Этот факт объясняет успех применения эвристической программы сканирования, в которой выбором угловых скоростей сканирования минимизируются, как теперь становится ясно, лишь продольные методические составляющие СДИ.

Для оптимизации функционала (8) по углу рыскания подставим в этот функционал выражения для $\Delta V_{zл}$ и $\Delta V_{zп}$ с учетом полученных выражений (6) для оптимальных угловых скоростей КА и выражений (3) для элементов a_{ij} матрицы направляющих косинусов, продифференцируем полученное выражение по углу рыскания ψ и приравняем полученную производную нулю. Из полученного выражения следует, что оптимальное значение угла рыскания определяется двумя уравнениями, имеющими три решения (первые два из них могут быть комплексно-сопряженными), которые можно представить в виде:

$$\psi_{opt\,1,2} = \psi_{1,2} + \Delta_{1,2}; \quad \psi_{opt\,0} = \psi_0 + \Delta_0, \qquad (9)$$

где $\psi_{1,2}, \psi_0$ - решения уравнений

$$\begin{aligned}
&tg^2\psi\left[W_x \sin 2\alpha + W_y 2\sin^2\alpha + 2(W_x \sin\alpha\cos\beta - W_y \cos\alpha\cos\beta - W_z \sin\beta)\frac{D_{20}}{R_3 + H}\right] - \\
&- 2tg\psi\left[W_x \cos 2\alpha \sin\beta + W_y \sin 2\alpha \sin\beta - W_z \sin\alpha\cos\beta\right] - \\
&- \left[(W_x \sin 2\alpha \sin^2\beta - 2W_y \cos^2\alpha \sin^2\beta + W_z \cos\alpha \sin 2\beta) - \right. \\
&\left. - 2(W_x \sin\alpha\cos\beta - W_y \cos\alpha\cos\beta - W_z \sin\beta)\frac{D_{20}}{R_3 + H}\right] = 0;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&tg^2\psi\left[W_x \cos 2\alpha \sin\beta + W_y \sin 2\alpha \sin\beta - W_z \sin\alpha\cos\beta\right] + \\
&+ tg\psi\left[W_x \sin 2\alpha(1 + \sin^2\beta) + W_y 2(\sin^2\alpha - \cos^2\alpha \sin^2\beta) + W_z \cos\alpha \sin 2\beta\right] - \\
&- \left[W_x \cos 2\alpha \sin\beta + W_y \sin 2\alpha \sin\beta - W_z \sin\alpha\cos\beta\right] = 0;
\end{aligned}$$

соответственно (эти решения соответствуют случаю отсутствия смещения ОЭП: x=о; z=о); $\Delta_{1,2}$, Δ_0 - малые поправки, которые с точностью до членов второго порядка малости относительно $\frac{x}{f}$ и $\frac{z}{f}$ можно представить в виде дробей:

$$\Delta_{1,2} = \frac{A(\alpha,\beta,\psi_{1,2})}{B(\alpha,\beta,\psi_{1,2})}; \quad \Delta_0 = \frac{C(\alpha,\beta,\psi_0)}{D(\alpha,\beta,\psi_0)},$$

где

$$A(\alpha,\beta,\psi_{1,2}) = -\frac{x}{f}\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\psi_{1,2}}\left[\mathrm{tg}\psi_{1,2}\left(b_6 + 2b_7\frac{D_{20}}{R_3+H}\right) - \left(b_8 - 2b_9\frac{D_{20}}{R_3+H}\right)\right] -$$

$$-\frac{z}{f}\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\psi_{1,2}}\,(\mathrm{tg}\psi_{1,2}b_8 - b_6);$$

$$B(\alpha,\beta,\psi_{1,2}) = 2\mathrm{tg}\psi_{1,2}(1+\mathrm{tg}^2\psi_{1,2})\left(b_1 + 2b_2\frac{D_{20}}{R_3+H}\right) - 2(1+\mathrm{tg}^2\psi_{1,2})b_3,$$

$$C(\alpha,\beta,\psi_0) = -\frac{x}{f}\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\psi_0}\,(\mathrm{tg}\psi_0 b_{11} + b_{12}) - \frac{z}{f}\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\psi_0}\,(\mathrm{tg}\psi_0 b_6 + b_8);$$

$$D(\alpha,\beta,\psi_0) = 2\mathrm{tg}\psi_0(1+\mathrm{tg}^2\psi_0)b_3 + (1+\mathrm{tg}^2\psi_0)b_{10}.$$

Здесь

$$b_1 = W_x \sin 2\alpha + W_y 2\sin^2\alpha;$$

$$b_2 = W_x \sin\alpha\cos\beta - W_y\cos\alpha\cos\beta - W_z\sin\beta;$$

$$b_3 = W_x\cos 2\alpha\sin\beta - W_y\sin 2\alpha\sin\beta - W_z\sin\alpha\cos\beta;$$

$$b_4 = W_x\sin 2\alpha\sin^2\beta - 2W_y\cos^2\alpha\sin^2\beta + W_z\cos\alpha\sin 2\beta;$$

$$b_5 = W_x\sin\alpha\cos\beta - W_y\cos\alpha\cos\beta - W_z\sin\beta;$$

$$b_6 = W_x\frac{1}{2}\sin 2\alpha\sin 2\beta - W_y\cos^2\alpha\sin 2\beta - W_z 2\cos\alpha\sin^2\beta;$$

$$b_7 = W_x\sin\alpha\sin\beta - W_y\cos\alpha\sin\beta + W_z\cos\beta$$

$$b_8 = W_x 2\sin^2\alpha\cos\beta - W_y\sin 2\alpha\cos\beta - W_z 2\sin\alpha\sin\beta,$$

$$b_9 = W_x\cos\alpha + W_y\sin\alpha,$$

$$b_{10} = W_x\sin 2\alpha(1+\sin^2\beta) + W_y 2(\sin^2\alpha - \cos^2\alpha\sin^2\beta) + W_z\cos\alpha\sin 2\beta;$$

$$b_{11} = W_x\left(-\sin^2\alpha\cos\beta + \cos\alpha\frac{D_{20}}{R_3+H}\right) + W_y\left(\frac{1}{2}\sin 2\alpha\cos\beta + \sin\alpha\frac{D_{20}}{R_3+H}\right) + W_z\sin\alpha\sin\beta;$$

$$b_{12} = W_x\left(\frac{1}{4}\sin 2\alpha\sin 2\beta + \sin\alpha\sin\beta\frac{D_{20}}{R_3+H}\right) + W_y\left(-\frac{1}{2}\cos^2\alpha\sin 2\beta - \cos\alpha\sin\beta\frac{D_{20}}{R_3+H}\right) +$$

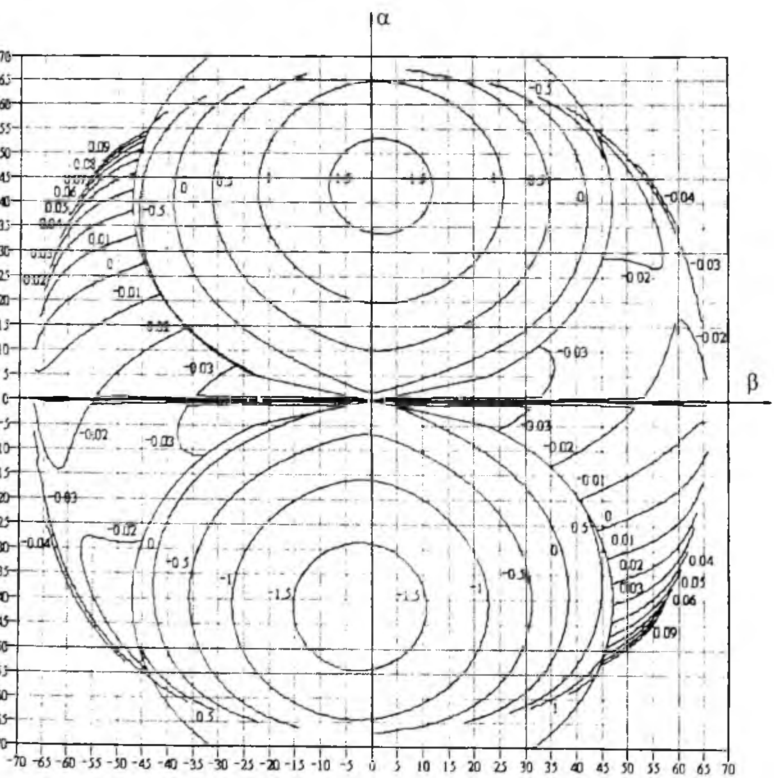
$$+ W_z\left(-\cos\alpha\sin^2\beta + \cos\beta\frac{D_{20}}{R_3+H}\right).$$

Полученные выражения (6) и (9) составляют содержание оптимальной программы сканирования. При этом плоскость возможного изменения углов тангажа и крена необходимо разделить на области, в каждой из которых наилучшим является одно решение из трех.

3. Для анализа эффективности предложенной программы сканирования рассмотрим пример. Для выбранных моделей эллиптической орбиты КА и сферической вращающейся Земли составляющие W_x, W_y, W_z вектора скорости имеют вид:

$$W_x = \sqrt{\frac{\mu}{p}}(1+e\cdot\cos\upsilon) - R_З\Omega_З\cos i; \quad W_y = \sqrt{\frac{\mu}{p}}\, e\cdot\sin\upsilon, \quad W_z = -R_З\,\Omega_З\,\sin i\,\cos u$$

Здесь μ =3,986 10^{-5} км^3/с^2 -гравитационный потенциал Земли, $\Omega_з$ =7,272 10^{-5} с$^{-1}$ угловая скорость вращения Земли, параметры орбиты p,e,i,u,υ -соответственно фокальный параметр, эксцентриситет, наклонение плоскости орбиты к плоскости экватора, текущий аргумент широты и истинная аномалия. Выберем эллиптическую орбиту КА с параметрами:



высота перигея H_π =350 км, высота апогея H_α =700 км, наклонение орбиты i =60°. Пусть съемка производится в точке с u =0, то есть на экваторе в восходящем узле орбиты, при этом истинная аномалия υ =90°.

Пусть относительные параметры смещения ОЭП равны $\frac{x}{f}$ = 0,006, $\frac{z}{f}$ = 0,006; относительная половина длины ОЭП равна $\frac{\ell}{f}$ = 0,006.

На рисунке представлен суммарный график изменения поперечных остаточных составляющих СДИ в виде изолиний равных величин составляющих в мм/с для края ОЭП с координатой $\frac{z+\ell}{f}$ = 0,012. При этом вся плоскость параметров α и β разделена на четыре области верхняя и нижняя соответствуют решению ψ_0 , разделены соответственно снизу и сверху двумя отрезками прямых, переходящих далее в одинаковые эллипсы; область слева от этих прямых и эллипсов соответствует решению ψ_1;область справа от этих прямых и эллипсов соответствует решению ψ_2. Из рисунка следует, что применение разработанной оптимальной программы сканирования позволяет существенно расширить области изменения углов α и β положения объекта наблюдения, при которых поперечные остаточные составляющие СДИ не превышают величины 0,1 мм/с. Очевидно, что дальнейшее снижение величины поперечных остаточных составляющих СДИ за счет оптимизации программы сканирования невозможно.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1 Анатольев А.Ю., Батраков А.С., Федына А.М. Оценка информационных возможностей космических оптико-электронных систем дистанционного зондирования. // Оптический журнал, 1999, №9, с. 12-18