

Н. А. Куроедов

ПОСТРОЕНИЕ ПРОГРАММНОГО ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА  
С УЧЕТОМ ОБХОДА ОСОБЫХ СОСТОЯНИЙ ГИРОСИЛОВОЙ СИСТЕМЫ

Быстродействие гиросиловой системы управления при выполнении угловых маневров КА в значительной степени определяется областью вариации  $Q_{\omega}$  вектора угловой скорости  $\omega$  связанного с КА базиса  $E$ , обеспечиваемой системой управления вместе с системой разгрузки гиросtabilизаторов. Одной из характеристик области  $Q_{\omega}$  является поверхность  $S_{\omega m}$ , состоящая из предельно достижимых значений  $\omega(\omega_m)$ , определяемых с помощью соотношения  $\omega_m = -J^{-1}K_G$ , где  $J$  - тензор инерции КА, кинетический момент  $K_G$  системы гиросtabilизаторов принимает значения, соответствующие границе области вариации  $Q_G$  этого вектора. Наибольший практический интерес представляет другая характеристика области  $Q_{\omega}$  - поверхность  $S_{\omega r}$ , состоящая из максимальных (по модулю) значений  $\omega$ , которые могут использоваться для определения планируемой продолжительности маневра.

Для расчета поверхности  $S_{\omega r}$  в общем случае необходимо использовать не только границу области  $Q_G$ , но также область вариации кинетического момента системы "КА + гиросtabilизаторы" и особые значения /1/  $K_G = K_G^*$  (например, в случае применения гиродинов), в окрестности которых существенно деформируется область вариации управляющего момента, создаваемого гиросистемой. Учет последнего фактора связан с тем, что наличие линий и областей  $Q_G^*$ , состоящих из значений  $K_G^*$ , может препятствовать выполнению программной траектории КА с приемлемым отклонением от нее фактического движения.

Основное направление исследований с целью сближения поверхностей  $S_{\omega m}$ ,  $S_{\omega r}$  связано с совершенствованием закона управления гиросистемой для прохождения окрестности значений  $K_G^*$  с минимальными ошибками выполнения программной траектории. Вместе с тем целесообразно исследовать возможности построения траекторий с обходом значений  $\omega^* = -J^{-1}K_G^*$  для того, чтобы исключить прохождение траектории вектора  $K_G$  через окрестность значений  $K_G^*$  или создать благоприятные условия для такого прохождения.

Ниже рассматривается возможный вариант решения поставленной за-

дачи для поворота на интервале  $[0, T]$  базиса  $E$  на угол  $\varphi$  вокруг единичного вектора  $e = [e_x, e_y, e_z]$ . Если не учитывать особенности управления, связанные с наличием  $K_G^*$ , то с точки зрения практической оптимизации естественно строить траекторию так, чтобы при  $0 < t < T$  выполнялось условие  $\omega/|\omega|=e$ , при котором угловое движение осуществляется по кратчайшему пути. Для построения траектории с отклонением от этого (базового) варианта вводится базис  $E_v$ , положение которого относительно базиса  $E$  определяется кватернионом  $\lambda_{\alpha v} = \lambda_{\alpha v_1} \cdot \lambda_{\alpha v_2}$ , где  $\lambda_{\alpha v_1} = (\cos[\alpha/2], 0, -e_z/[2\cos(\alpha/2)], e_y/[2\cos(\alpha/2)])$ ,  $\alpha = \arccos e_x$ ,  $\lambda_{\alpha v_2} = (\cos[\beta/2], \sin[\beta/2], 0, 0)$ . При этом ось  $X_v$  базиса  $E_v$  совпадает с вектором  $e$ , угол  $\beta$  выбирается с учетом наилучшего расположения траектории  $K_G$  по отношению к границе области  $Q_G$  и к областям  $Q_G^*$  (если такой выбор возможен). Для построения траектории используется вектор  $\varphi_v = [\varphi_{vx}, \varphi_{vy}, \varphi_{vz}]^T$ , характеризующий ориентацию базиса  $E_v$  по отношению к положению базиса  $E$  при  $t=0$ , и производная  $\dot{\varphi}_v = [\dot{\varphi}_{vx}, \dot{\varphi}_{vy}, \dot{\varphi}_{vz}]^T$  этого вектора. Векторы  $\varphi_v, \dot{\varphi}_v$  задаются такими, чтобы годограф вектора  $\dot{\varphi}_v$  представлял собой кривую в плоскости  $X_v Y_v$  с осью симметрии, совпадающей с осью  $X_v$ . В этом случае при  $t=T$  вектор  $\varphi_v$  совпадает по направлению с осью  $X_v$ , а вектор  $\varphi_E = \lambda_{\alpha v} \cdot \varphi_v \cdot \lambda_{\alpha v}^{-1}$ , характеризующий перемещение базиса  $E$ , равен  $\varphi_E = |\varphi_v| \cdot e = \varphi \cdot e$ . Из этого следует, что параметры для расчета  $\varphi_{vx}$  можно определять так же, как в случае постоянного вращения базиса  $E$  вокруг вектора  $e$ . Пусть интервал  $[0, T]$  состоит из участков  $[0, T_1], [T_1, T_2], [T_2, T]$ , причем длительность участка с постоянным значением  $\dot{\varphi}_v$   $T_2 - T_1 = T - 2T_1 \geq 0$  рассчитывается как функция угла  $\varphi$ . Симметричность годографа  $\dot{\varphi}_v$  при  $\dot{\varphi}_v = 0$  на границах этих участков обеспечивается, например, при следующем представлении  $\dot{\varphi}_v$ :

$$\dot{\varphi}_{vx} = \sum_{i=1}^3 b_{xi} \cdot \tau^i, \quad \dot{\varphi}_{vy} = z_n \sum_{i=1}^4 b_{yi} \cdot \tau^i, \quad \dot{\varphi}_{vz} = 0,$$

где  $b_{x2} = 3\Omega/T_1^2$ ,  $b_{x3} = -2\Omega/T_1^3$ ,  $\Omega = \varphi/(T - T_1)$ ,  $b_{y2} = 16\Omega_y/T_1^2$ ,  $b_{y3} = -32\Omega_y/T_1^3$ ,  $b_{y4} = 16\Omega_y/T_1^4$ , при этом для  $t \in [0, T_1]$   $\tau = t$ ,  $z_n = 1$ ,

а для  $t \in [T_2, T]$   $\tau = T - t$ ,  $z_n = -1$ . Значение  $\Omega_y$  выбирается на стадии проектирования гиросиловой системы управления. После определения  $\varphi_v$ ,  $\dot{\varphi}_v$  рассчитываются кватернион  $\lambda$ , соответствующий перемещению базиса  $E$  относительно его положения при  $t=0$ , и вектор скорости в проекциях на оси базиса  $E$ :

$$\lambda = \lambda_{\sigma v} \cdot \lambda_v \cdot \lambda_{\sigma v}^{-1}, \quad \lambda_v = \cos(\varphi/2) + \varphi_v / \varphi \cdot \sin(\varphi/2), \quad \varphi = \sqrt{\varphi_{vx}^2 + \varphi_{vy}^2},$$

$\omega = \lambda_{\sigma v} \cdot \omega_v \cdot \lambda_{\sigma v}^{-1}$ , где вектор  $\omega_v$  определяется исходя из кинематических соотношений, полученных в /2/:

$$\omega_v = \dot{\varphi}_v + \omega_{v1} + \omega_{v2}, \quad \omega_{v1} = -(1 - \cos\varphi) / \varphi \cdot (\varphi_v \times \dot{\varphi}_v), \quad \omega_{v2} = 1 / \varphi^2 \cdot (1 - \sin\varphi / \varphi) \cdot [\varphi_v \times (\varphi_v \times \dot{\varphi}_v)].$$

Оценка модулей  $|\omega_{v1}|$ ,  $|\omega_{v2}|$  показывает, что  $|\omega_{v1}| < 0,1 \cdot \Omega$ ,  $|\omega_{v2}| < 0,1 \cdot \Omega$ . С учетом этих неравенств отклонение траектории от базового варианта зависит от выбора значений  $\beta$ ,  $\Omega_y$  и величины  $|\omega - \omega^*|$  при  $t \in [T_1, T_2]$ . Желаемое значение  $|\omega - \omega^*|$  может обеспечиваться путем замены интервала  $[0, T_1]$  на интервалы  $[0, T_n]$ , где  $\dot{\varphi}_v = 0$ , и  $[T_n, T_n + T_1]$ , что приводит к увеличению значения  $\Omega = \varphi / (T - T_n - T_1)$ .

Как известно /3/, при представлении кватерниона  $\lambda$  в виде  $\lambda = \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3$ , где кватернионы  $\lambda_i$  ( $i = \overline{1, 3}$ ) удовлетворяют уравнениям  $2\lambda_i = \lambda_i \cdot \omega_i$ , кватернион  $\lambda$  удовлетворяет уравнению  $2\lambda = \lambda \omega$  в том случае, если  $\omega = \lambda_3^{-1} \cdot \lambda_2^{-1} \cdot \omega_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 + \lambda_3^{-1} \cdot \omega_2 \cdot \lambda_3 + \omega_3$ . С учетом этого траектория для случая, когда  $\omega(0) = 0$  и  $\omega(T) = 0$ , может строиться на основе суммирования движений, соответствующих гашению скорости  $\omega(0)$  (кватернион  $\lambda_1$ ), позиционному переходу (кватернион  $\lambda_2$ ), набору скорости  $\omega(T)$  (кватернион  $\lambda_3$ ), если решения уравнений  $2\lambda_i = \lambda_i \omega_i$  позволяют рассчитывать значения  $\varphi$ ,  $e$  для позиционного перехода.

Аналитическая интегрируемость уравнения  $2\lambda_2 = \lambda_2 \omega_2$  при использовании для позиционного перехода базового варианта построения траектории или варианта с обходом значений  $\omega^*$  позволяет применять оба варианта при расчете траекторий с ненулевыми значениями  $\omega(0)$ ,  $\omega(T)$ .

Реализация программного обеспечения с выбором для заданных значений  $\varphi$ ,  $e$ ,  $T$  базового варианта (путем задания  $\Omega_y = 0$ ) или варианта с обходом значений  $\omega^*$  повышает располагаемые возможности системы по выполнению маневров в сравнении с применением одного из вариантов. Применение сложных итерационных схем, связанных с определением значе-

ний  $\omega^*$ , может быть исключено, если задача по сближению поверхностей  $S_{\omega^*}$ ,  $S_{\omega^*}$  ставится для ограниченного множества значений  $e$ .

#### Список литературы

1. Токарь Е.Н. Проблемы управления гиросиловыми стабилизаторами //Космич.исслед. - 1978. - Т.16. - Вып.2.
2. Бортц. Модификация кинематических уравнений для бесплатформенной инерциальной системы с целью снижения требований к БЦВМ //Вопросы ракетной техники. - 1972. - N 5.
3. Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. - М.: Наука, 1975.

УДК 629.782.015.07

Ю.Н.Лазарев

#### АЛГОРИТМЫ ФОРМИРОВАНИЯ ТЕРМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ СПУСКОМ АЭРОКОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В АТМОСФЕРЕ

1. Решение задачи терминального управления движением центра масс аэрокосмического аппарата при спуске в атмосфере проводится в два этапа. На первом этапе, до начала процесса управления, спуском формируется номинальное управление, обеспечивающее достижение цели управления в соответствии с выбранными моделями движения и возмущений. На втором этапе, во время движения, на основе номинального управления формируется командное управление, обеспечивающее выполнение целевой задачи в реальных условиях функционирования системы управления. В настоящей работе в качестве цели управления принималось выполнение на заданной высоте  $H_k$  ограничений на конечные значения скорости  $V_k$ , угла наклона траектории  $\theta_k$ , угла пути  $\varphi_k$ , широты  $\varphi_k$  и долготы  $\lambda_k$ . Считалось, что управление спуском осуществляется путем изменения угла атаки  $\alpha$  и угла скоростного крена  $\gamma_\alpha$ , на которые также накладывались ограничения. В качестве общего метода решения задачи терминального управления в данной работе использовался численный метод, основанный