УДК 629.7.087

Заболотнова О.Ю.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ НЕЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ДЛЯ РАСЧЁТА ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМЫ РЕГУЛИРОВАНИЯ ПРИ РАЗВЁРТЫВАНИИ ОРБИТАЛЬНОЙ ТРОСОВОЙ СИСТЕМЫ

Рассматривается задача расчёта параметров оптимального регулятора для решения задачи стабилизации движения орбитальной тросовой системы при её развёртывании. Развёртывание системы производится с базового космического аппарата (КА), движущегося по круговой околоземной орбите, по заданной программе. Развёртывание системы может производиться, например, с целью вывода малого спутника на заданную орбиту или для спуска малогабаритной капсулы с полезным грузом в некоторый район земной поверхности. На конкретном примере производится сравнение двух подходов при расчёте оптимального регулятора: классического подхода, основанного на линеаризации уравнений движения, и подхода, использующего прямую минимизацию заданного критерия оптимальности по параметрам регулятора с помощью методов нелинейного программирования. Возможности классического метода расчёта оптимальных регуляторов обычно ограничиваются достаточно простыми математическими моделями движения тросовой системы. Поэтому при моделировании работы системы стабилизации используются уравнения движения тросовой системы, записанные в орбитальной подвижной системе координат для плоского случая, что даёт возможность сравнения двух методов расчёта.

Уравнения движения системы имеют вид [1]

$$\begin{aligned} L'' &= L[(\theta' + 1)^2 - (1 - 3\cos^2\theta)] - \frac{T}{m\Omega^2}, \\ \theta'' &= -2\frac{L'}{L}(\theta' + 1) - \frac{3}{2}\sin 2\theta, \end{aligned} \qquad (1)$$

где L – длина троса, Ω – угловая скорость орбитального движения КА, m - масса груза, θ – угол отклонения троса от местной вертикали, T – сила натяжения троса. В дифференциальных уравнениях (1) штрих означает дифференцирование по безразмерному времени $\tau = \Omega t$.

Сила натяжения троса T представляется в виде суммы двух слагаемых

$$T = T_n + \Delta T, \qquad (2)$$

где T_n – номинальное значение силы натяжения, соответствующее программному развёртыванию системы; ΔT – поправки к управлению системы стабилизации движения.

Если в процессе развёртывания системы измеряются длина троса и скорость его выхода из механизма управления, то поправки к управлению вычисляются следующим образом

$$\Delta T = p_L \Delta L + p_V \Delta V, \tag{3}$$

где p_l, p_V – коэффициенты регулятора; ΔL, ΔV – ошибки управления по длине и скорости троса, соответственно

Для расчёта коэффициентов регулятора рассмотрим классический квадратичный критерий оптимальности

$$J = \int_0^{\tau_k} (a\Delta L^2 + b\Delta V^2 + c\Delta \bar{T}^2)\, d\tau, \tag{4}$$

где $a, b, c > 0$ – весовые коэффициенты, τ_k – время развёртывания системы, $\Delta \bar{T} = \frac{\Delta T}{m\Omega^2}$.

Классический метод расчёта регулятора заключается в линеаризации уравнений движения (1) относительно номинальной программы развёртывания системы с последующим применением принципа оптимальности Беллмана [2]. В этом случае линеаризованная система приводится к виду

$$\frac{dy}{d\tau} = B(\tau)y + m(\tau)\Delta T, \tag{5}$$

где y – вектор отклонений переменных системы (1) от номинальных значений, $B(\tau)$ и $m(\tau)$ – матрица и вектор, характеризующие линеаризованную систему.

В этом случае оптимальное управление имеет вид [2]

$$T^0 = -\frac{1}{2c}\frac{\partial W}{\partial y} m(\tau). \tag{6}$$

Здесь функция $W(y) \geq 0$ удовлетворяет уравнению в частных производных Беллмана

$$a y_1^2 + b y_2^2 + \frac{\partial W}{\partial \tau} + \frac{\partial W}{\partial y} B(\tau) y - \frac{1}{4c}\left(\frac{\partial W}{\partial y} m\right)^2 = 0, \tag{7}$$

где $y_1 = \Delta L$, $y_2 = \Delta V$.

Решение уравнения (7) ищется в виде квадратичной функции $W(y) = y^T A(\tau) y$, где $A(\tau)$ – матрица коэффициентов, определяемых подстановкой функции в уравнение (7) по известной методике [2]; y^T – транспонированный вектор y (матрица-строка).

После определения матрицы $A(\tau)$ уравнение регулятора (6) принимает вид

$$\Delta T = \sum_{\nu=1}^{n} p_\nu(\tau) y_\nu, \tag{8}$$

где $p_\nu(\tau) = -\frac{1}{c}\sum_{\alpha=1}^{n} A_{\alpha\nu}(\tau) m_\alpha$ – коэффициенты оптимального регулятора. $n = 4$.

Классический регулятор включает в себя все ошибки управления для системы (1). Однако анализ его работы для различных программных законов управления, в частности, для программ развёртывания системы в эксперименте YES2, проведённом на КА «Фотон-3М» в сентябре 2007 года, показывает, что влияние коэффициентов $p_3(\tau)$, $p_4(\tau)$ на качество регулирования незначительно. Поэтому в дальнейшем полагается $p_3(\tau) = p_4(\tau) = 0$ и рассматривается регулятор вида (3). Особенностью классического регулятора является также зависимость коэффициентов от времени τ.

Прямая минимизация критерия оптимальности (4) по коэффициентам регулирования возможна, если используется регулятор (3) с постоянными коэффициентами. При $J(p_L, p_V)$ минимизация функции двух переменных не представляет большой сложности. Использовалось сочетание методов случайного поиска (для предварительного поиска начальной точки) и циклического координатного спуска (для получения окончательных значений коэффициентов). Преимуществом такого подхода является использование его в сочетании с любой (даже очень сложной) моделью движения и любым (даже неклассическим) критерием оптимальности, а также с возможностью учёта некоторых ограничений с помощью метода штрафных функций, например, ограничений на вращательное движение груза, на силу натяжения троса и других.

Приведём пример расчёта регулятора изложенными методами. Рассмотрим случай развёртывания системы за 6000 секунд ($\tau = 6{,}8$) (проект YES2, первый этап развёртывания) с конечной длиной троса 3 км, с грузом массой 10 кг и с круговой орбитой высотой 270 км. Сравним переходные процессы для случаев, когда коэффициенты обратной связи рассчитывались классическим методом и прямым методом. Использовался один и тот же критерий оптимальности (4) с весовыми коэффициентами $c = 0{,}1$ и $a = b = 1$. Результаты оптимизации: 1) прямым методом – критерий оптимальности $J = 1467$ при коэффициентах обратной связи $p_1 = 3{,}7238$, $p_2 = 5{,}8261$; 2) классическим методом – критерий $J = 1923$ при переменных коэффициентах обратной связи. Таким образом, даже для достаточно простой модели классический метод не имеет преимущества. На рис. 1, 2 приведено сравнение переходных процессов, соответствующих обоим методам оптимизации. Сплошные линии иллюстрируют переходные процессы для прямого метода оптимизации, а пунктирные – для классического метода. Анализ графиков показывает, что переходные процессы качественно мало отличаются друг от друга.

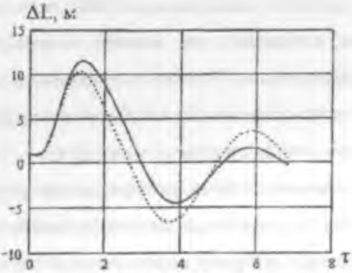

Рис. 1

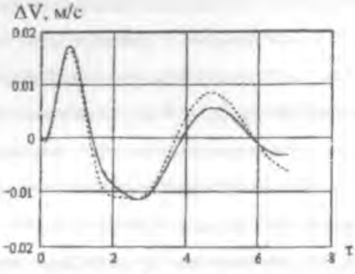

Рис. 2

Библиографический список

1. Белецкий, В.В., Левин, Е.М Динамика космических тросовых систем [Текст]/В.В. Белецкий, Е.М. Левин. – М.: Наука, 1990. – 336 с.
2. Летов, А.М. Динамика полёта и управление [Текст]/А.М. Летов – М.: Наука, 1969. – 360 с.