УДК 629.78.021.7

П.Ю.Басанов, Ю.Н.Горелов

ПРИВЕДЕНИЕ К КАНОНИЧЕСКОЙ ФОРМЕ AR-МОДЕЛИ УПРУГОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

1. В теории локально-автономного управления упругими колебаниями КА, имеющих конструкцию ограниченной жесткости, основным классом математических моделей таких КА являются парциальные модели /1,2/, которые представимы в виде AR-моделей /2,3/:

$$A(\lambda)\, y_{(k)} = \lambda\, B(\lambda)\, u_{(k)} + \xi_{(k)}\ , \tag{1}$$

где $\bar{y}_{(k)}$ – p-вектор выходных параметров, являющихся значениями измерительных сигналов о состоянии упругого КА или его какого-либо односвязного фрагмента конструкции с пространственной базой P_f в дискретные моменты времени $t=t_k$, $k=\ldots,0,1,2,\ldots$; $\bar{u}_{(k)}$ – r-вектор входных (управляющих) параметров, формируемых локально-автономным регулятором с пространственной базой управления в пределах P_f; $\xi_{(k)}$ – p-вектор входных (возмущающих) параметров, представляющих собой внешние возмущения, включая сюда граничные дополнительные реакции для пространственной базы P_f, отнесенные к вектору измеряемых параметров; $A(\lambda)$ – моническая квадратная λ-матрица динамики p-того порядка и n-ой степени (λ-оператор запаздывания на один такт); $B(\lambda)$ – прямоугольная λ-матрица эффективности управлений размера $p\times r$ и m-ой степени.

2. Для матрицы динамики системы (1) всегда существует преобразование /4,5/:

$$L(\lambda)\, A(\lambda)\, P(\lambda) = D(\lambda)\ , \tag{2}$$

где $D(\lambda) \in R^{p\times p}$ – матрица, на главной диагонали которой располагаются инвариантные многочлены матрицы $A(\lambda)$, для определенности предполагаемые моническими, то есть $D(\lambda)$ – суть каноническая форма Смита для матрицы $A(\lambda)$ /4,5/, а $L(\lambda)$ и $P(\lambda)$ – некоторые унимодулярные λ-матрицы, соответственно, для левых и правых элементарных операций, посредством которых матрица $A(\lambda)$ приводится к форме Смита. Поскольку матрица $A(\lambda)$ в уравнении (1) по условиям построения AR-модели упругого КА должна быть матрицей полного ранга, то тогда можно записать:

$$\nu(\lambda)\ D^{-1}(\lambda) = H(\lambda)\ , \tag{3}$$

где $\nu(\lambda)$ – наименьший общий кратный монический полином для инвариантных многочленов матрицы $A(\lambda)$, а $H(\lambda) \in R^{p\times p}$ – диагональная λ-матрица.

С учетом (2), (3) уравнение (I) приводится к виду:

$$\nu(\lambda)\ y_{(k)} = \lambda\ W(\lambda)\ u_{(k)} + V(\lambda)\ \xi_{(k)}\ , \tag{4}$$

где $V(\lambda)=P(\lambda)H(\lambda)L(\lambda)$, $W(\lambda)=V(\lambda)B(\lambda) \in R^{p\times r}$ – приведенная матрица эффективности для управлений.

3. Как известно /4/, матрицу $W(\lambda)$ из (4), являющуюся в общем случае прямоугольной, можно привести к канонической форме Смита:

$$\Lambda(\lambda)\ W(\lambda)\ \Pi(\lambda) \cong S_W(\lambda)\ , \tag{5}$$

где $\Lambda(\lambda)$ и $\Pi(\lambda)$ – соответствующие унимодулярные λ-матрицы, а матрица $S_W(\lambda) \in R^{p\times r}$ имеет следующее устройство:

$$S_W(\lambda) = \left[\begin{array}{c|c} \tilde{S}_\rho(\lambda) & 0_{\rho\times(r-\rho)} \\ \hline 0_{(p-\rho)\times\rho} & 0_{(p-\rho)\times(r-\rho)} \end{array}\right] , \tag{6}$$

где, в свою очередь, 0 – нулевые матрицы указанного размера, а $\tilde{S}_W(\lambda) \in R^{\rho\times\rho}$ – диагональная λ-матрица полного ранга. Здесь ρ – ранг матрицы $B(\lambda)$ из (I): $\rho \le \min(p,r)$. Для λ-матриц $\Lambda(\lambda)$, $\Pi(\lambda)$ и мультипликативно обратных к ним матриц примем следующие блочные представления:

$$\begin{aligned} &\Lambda(\lambda)=\mathrm{col}[\Lambda_1(\lambda),\Lambda_2(\lambda)]; \quad \Pi(\lambda)=[\Pi_1(\lambda)|\Pi_2(\lambda)]; \\ &\Lambda^{-1}(\lambda)=[\Lambda_1^*(\lambda)|\Lambda_2^*(\lambda)]; \quad \Pi^{-1}(\lambda)=\mathrm{col}[\Pi_1^*(\lambda),\Pi_2^*(\lambda)], \end{aligned} \tag{7}$$

где $\Lambda_1^T(\lambda)$, $\Lambda_1^*(\lambda) \in R^{p\times\rho}$; $\Lambda_2^T(\lambda)$, $\Lambda_2^*(\lambda) \in R^{p\times(p-\rho)}$; $\Pi_1^T(\lambda)$, $\Pi_1^*(\lambda) \in R^{\rho\times r}$; $\Pi_2^T(\lambda)$, $\Pi_2^*(\lambda) \in R^{(r-\rho)\times r}$. Вводя в рассмотрение ρ-вектор новых управляющих переменных

$$\bar{v}_{(k)} = \Pi_1^*(\lambda)\ \bar{u}_{(k)} \tag{8}$$

и новых переменных состояния $\bar{x}_{(k)}=\mathrm{col}(\bar{x}_{1(k)},\bar{x}_{2(k)})$; $\bar{x}_{1(k)} \in R^\rho$, $\bar{x}_{2(k)} \in$

$\in R^{p-\rho}$:

$$\bar{x}_{i(k)}=\Lambda_i(\lambda)\,\bar{y}_{(k)}\;,\quad i=1,2\;, \tag{9}$$

с учетом (5)-(9) уравнение (4) приводится к виду:

$$\nu(\lambda)\,\bar{x}_{1(k)} = \lambda\tilde{S}_\rho(\lambda)\,\bar{v}_{(k)} + N_1(\lambda)\,\bar{\xi}_{(k)}\;; \tag{10}$$

$$\nu(\lambda)\,\bar{x}_{2(k)} = N_2(\lambda)\,\bar{\xi}_{(k)}\;, \tag{11}$$

где $N_i(\lambda)=\Lambda_i(\lambda)\,V(\lambda)$, $i=1,2$.

4. Полученная система уравнений (10), (11) представляет собой результат горизонтальной декомпозиции дискретной динамической системы (1) по переменным состояния и управления. При этом подсистема (11) является полностью неуправляемой, а подсистема (10), в силу свойств матрицы $\tilde{S}_\rho(\lambda)$, является полностью управляемой подсистемой. AR-модель упругого КА в виде системы уравнений (10), (11) представляет собой каноническую форму этой модели, так как является представлением канонической декомпозиции относительно свойства управляемости. Поэтому ее основное применение в теории локально-автономного управления упругими колебаниями КА находит как в исследовании свойств парциальных математических моделей, так и в задачах синтеза селективно-инвариантных локально-автономных регуляторов упругих КА.

Список литературы

1. Горелов Ю.Н., Синяков А.Н. Парциальные математические модели движения в динамике упругих космических аппаратов //Тезисы докладов Второго Российско-Китайского симпозиума по космической науке и технике. Самара, 1992. С.109.

2. Горелов Ю.Н. Концепция локальных математических моделей крупногабаритных космических конструкций //Труды XXVI Чтений К.Э.Циолковского. Секция "Проблемы ракетной и космической техники". М., 1992. С.118-121.

3. Виллемс Ян К. От временного ряда к линейной системе //Теория систем. Математические методы и моделирование.М., Мир, 1989. С.8-191.

4. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц.- М.:Наука, 1988. - 552 с.

5. Ланкастер П. Теория матриц.- М.:Наука, 1982. - 272 с.