УДК 532.5, 533.69.011

Абзалилов Д.Ф., Волков П.А., Ильинский Н.Б.

РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ АЭРОГИДРОДИНАМИКИ ДЛЯ ДВУХЭЛЕМЕНТНОГО КРЫЛОВОГО ПРОФИЛЯ

Еще на заре развития авиации остро стоял вопрос об аэродинамическом расчете крыловых профилей биплана. Одной из первых работ, в которой на искомых профилях биплана задается распределение скорости как функции дуговой абсциссы искомого контура, по-видимому, явилась работа [1]. В этой работе области течения ставилась в соответствие внешность двух дуг единичной окружности, задача сведена к двум задачам Римана. В работе [2] предложен несколько иной путь решения, а именно, в качестве вспомогательной области был выбран прямоугольник. Однако вопрос о способах выполнения условий разрешимости задачи в работах [1,2] остался открытым. В работе [3] для выполнения условий разрешимости применен способ квазирешения обратной краевой задачи аэрогидродинамики, но при этом один из профилей, в частности, закрылок, заменялся системой вихрей. Из зарубежных работ отметим [4], в которой предложен метод решения, основанный на интегральных соотношениях для функции Мичела-Жуковского в кольце. Задача сведена к процедуре быстрого преобразования Фурье, вариацией коэффициентов которого достигалась замкнутость искомых контуров

В настоящей работе в рамках модели идеальной несжимаемой жидкости дано численно-аналитическое решение обратной задачи для двухэлементного профиля по заданным на искомых контурах профиля распределениям скорости как функций дуговой абсциссы этих контуров. Выполнение условий разрешимости достигнуто за счет введения в исходные распределения скорости свободных параметров.

В качестве исходных данных задавались распределения скорости $v_k = v_k$ (s_k, d_j) ($k=1,2$, $j=1..m$) с несколькими свободными параметрами d_j (рис.1,б), периметры контуров l_k, величина скорости набегающего потока v_∞, расход q между профилями и разность потенциалов φ_* между точками разветвления потока A_2 и A_1 (рис.1,в). Внутренние к области течения углы в точках B_k равны 2π. Требуется определить форму профилей, их аэродинамические и геометрические характеристики.

Для решения задачи строится функция, реализующая конформное отображение двусвязной области G_z в физической плоскости z (рис.1,а) на прямоугольник G_u в плоскости u (рис.2,б). В качестве вспомогательной области G_t выбрано кольцо $1<|t|<R$ (рис.2,а).

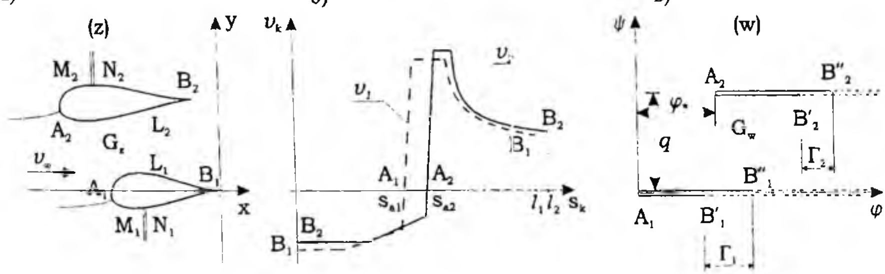

Рис.1

Вид комплексного потенциала $w(u)=\varphi(\xi,\eta)+i\psi(\xi,\eta)$ взят из решения задачи о бипланах [5]. В записи функции $w(u)$ присутствуют 10 неизвестных вещественных констант, которые находятся из решения системы нелинейных алгебраических уравнений. Сопоставлением значений φ на контурах L_k как функции аргументов s_k и ξ_k установлена непрерывная зависимость $s_k=s_k(\xi_k)$ между точками контуров L_k и точками отрезков N_kM_k прямоугольника G_u.

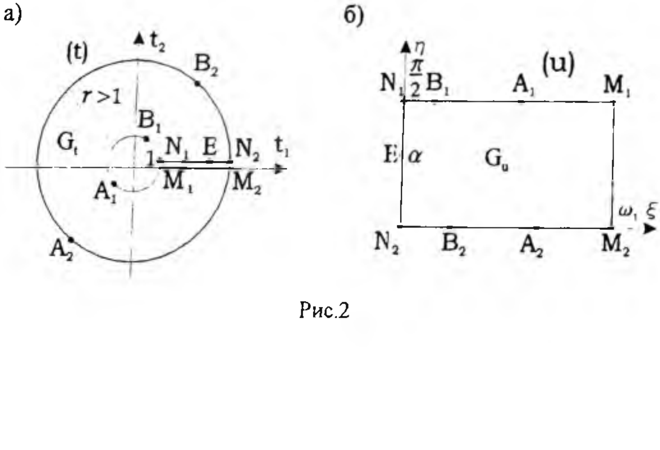

Рис.2

Далее находится функция Мичела-Жуковского $\chi(u) = \ln\frac{1}{v_\infty}\frac{dw}{dz} = \ln\frac{v}{v_\infty} - i\theta$ в виде

$$\chi(u) = \chi^*(u) + \chi_0(u),\ \chi_0(u) = \ln\left[\sin\frac{\pi(u-u_{a1})}{\omega_1}\sin\frac{\pi(u-u_{a2})}{\omega_1}\right],$$

где $\chi_0(u)$ - периодическая в плоскости u и имеет такой же характер поведения в точках A_k, что и $\chi(u)$. Функция $\chi^*(u)$ – аналитическая, действительная часть которой на границах прямоугольника G_u известна. Перейдя на кольцо в плоскости t и воспользовавшись формулой Вилля решения задачи Шварца для кольца, находим функцию $\chi^*[u(t)]$. Проинтегрировав выражение $\frac{dz}{du} = \frac{dw/du}{dw/dz} = \frac{1}{v_\infty}\frac{dw}{du}\exp[-\chi^*(u) - \chi_0(u)]$ по отрезкам N_kM_k прямоугольника G_u, определим параметрические уравнения искомых контуров крыловых профилей.

Выполнение условий разрешимости задачи, а именно, условий замкнутости искомых контуров, условия совпадения задаваемой и определяемой в процессе решения скорости v_∞ набегающего потока, а также условия однозначности оператора Шварца, достигается подбором свободных параметров d_j, введенных в исходные распределения скорости. Предложенный метод решения реализован в виде программы на языке Фортран. В числовых расчетах исходные распределения скорости взяты из класса гидродинамически целесообразных распределений.

Пример построения крылового профиля с закрылком приведен на рис.3. Рассчитанные в ходе решения распределения скорости изображены сплошной и штриховой линиями на рис.3,а, соответствующие им профили - теми же линиями на рис.3,б.

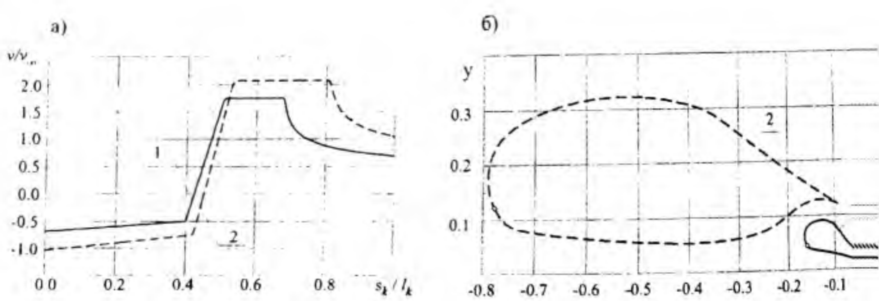

Рис.3

Задаваемые и определяемые параметры и характеристики этих профилей приведены в таблице 1, где (x_{0k}, y_{0k}) – положение задней кромки B_k контура профиля, b_k – его хорда, C_{yk} – коэффициент подъемной силы, α_k – расчетный угол атаки, $C_{y\Sigma}$ – суммарный коэффициент подъемной силы. Расчет одного двухэлементного профиля по 400 точкам в диалоговом режиме на ЭВМ типа "Pentium III" занимает от 3 до 6 минут процессорного времени.

Таблица 1

φ_*	q	k	l_k	x_{0k}	y_{0k}	$\alpha_k{}^{\circ}$	b_k	C_{yk}	$C_{y\Sigma}$
-0.49	0.05	1	0.4	0	0	24	0.1792	0.2548	2.2472
		2	1.6	-0.0915	0.1210	6	0.7011	1.9924	

Сходимость процесса решения происходит достаточно быстро. Отметим, что при уменьшении расстояния между профилями изменяется форма самих профилей, а именно, нижняя сторона профиля L_2 в окрестности задней кромки становится похожей на верхнюю сторону профиля L_1.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Насыров Р.М. Определение формы биплана по заданному распределению скорости по поверхности профилей, его составляющих. // Ученые записки Казан. ун-та, 1953, Т. 113, Кн. 10, с. 31–41.
2. Тумашев Г.Г., Нужин М.Т. Обратные краевые задачи и их приложения. Казань: Казанский ун-т, 1965.
3. Седов Л.И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. М.: Наука, 1966.
4. Елизаров А.М., Ильинский Н.Б., Поташев А.В. Обратные краевые задачи аэрогидродинамики. М.: Наука, 1994.
5. James R.M. The theory and design of two-airfting sydtems//Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1977. № 10. P. 13-43.