УДК 629.78.015

Заболотнов Ю. М., Любимов В.В., Иванов А.В.

РЕЗОНАНСНЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ВРАЩАТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С МАЛОЙ ИНЕРЦИОННОЙ НЕСИММЕТРИЕЙ В АТМОСФЕРЕ

В работах [1,2] рассматривались вторичные резонансные эффекты во вращательном движении космического аппарата (КА) в атмосфере при учете малой аэродинамической асимметрии и не симметрии в положении центра масс. При этом эволюционные резонансные эффекты проявлялись во втором приближении усредненных уравнений. Наличие у КА инерционной асимметрии существенно усложняет рассматриваемую задачу, так как приводит к необходимости определения третьего приближения метода усреднения

В представленной работе получены и проанализированы усредненные уравнения до третьего приближения включительно с учетом всех перечисленных выше асимметрий. Для этого применяются средства символьной математики программного пакета Maple, т.к. получение третьего приближения чрезвычайно трудоемко.

Уравнения движения КА для малых углов атаки могут быть представлены в следующей форме:

$$\frac{dx}{dt} = \varepsilon X(x,\varphi), \tag{1}$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega(x) + \varepsilon\Omega(x,\varphi), \tag{2}$$

где $x = (a_1, a_2, \omega_x)$ и $\varphi = (\psi_1, \psi_2, \Phi)$ векторы медленных и быстрых переменных; a_1 a_2, ψ_1, ψ_2 – амплитуды и фазы угла атаки; $\Phi = \varphi + \gamma$, φ – аэродинамический угол крена; γ – скоростной угол крена, ω_x – угловая скорость относительно продольной оси аппарата; $X(x,\varphi)$ и $\Omega(x,\varphi)$ - вектор-функции разложения в ряд Фурье без нулевого члена периодические по фазам ψ_1, ψ_2, Φ с периодом 2π; ε -малый параметр, характеризующий асимметрию КА

В системе (1-2) возможны резонансы $\omega_x - \omega_1 \approx 0$ и $2\omega_x - \omega_1 - \omega_2 \approx 0$, которые реализуются соответственно при следующих резонансных значениях угловой скорости ω_x:

$$\omega_x^{r1} = \frac{\omega}{\sqrt{1-\bar{I}_x}}, \ \omega_x^{r0} = 0, \tag{3}$$

где ω – частота плоских колебаний аппарата при $\omega_x = 0$, $\bar{I}_x = \frac{I_x}{I}$, $I = \frac{I_z + I_y}{2}$; I_x, I_y, I_z – экваториальные моменты инерции.

При анализе движения КА особое значение приобретает поведение угловой скорости ω_x, так как она определяет приближение траекторий системы (1-2) к соответствующим резонансным значениям.

Усредняя уравнение (1) для угловой скорости ω_x, в нерезонансном случае получим

$$\frac{d\omega_x}{dt} = \varepsilon^2 A_2 + \varepsilon^3 A_3, \tag{4}$$

где функции A_2, A_3 соответствуют второму и третьему приближению метода усреднения ($A_1 = 0$).

Полученные выражения для функций A_2, A_3 имеют вид:

$$A_2 = \frac{\omega_x^2 \Delta\bar{I}^2 \omega_1 a_2^2 \omega_2^2 + \omega_x^2 \Delta\bar{I}^2 \omega_1^3 a_1^2 - \omega_x^2 a_1^2 \Delta\bar{I}^2 \omega_1^2 \omega_2 + \omega_x \Delta I^2 \omega_1^3 a_1^2 \omega_2 - \omega_x \Delta\bar{I}^2 \omega_1 a_2^2 \omega_2^3}{\bar{I}_x (2\omega_x - \omega_1 - \omega_2)(\omega_x - \omega_1)\omega_\alpha} +$$

$$+ \frac{\Delta\bar{I}^2 \omega_1^5 a_1^2 - \Delta\bar{I} \omega_1^4 a_1^2 \omega_2 + \Delta\bar{I}^2 \omega_1^2 a_2^2 \omega_2^3 - \omega_x \Delta\bar{I}^2 \omega_1^2 a_2^2 \omega_2^2 - \omega_x \Delta\bar{I}^2 \omega_1^4 a_1^2}{\bar{I}_x (2\omega_x - \omega_1 - \omega_2)(\omega_x - \omega_1)\omega_\alpha}, \tag{5}$$

$$A_3 = \frac{-48 - 3a_2^4 + 16a_1^2 + 24a_2^2 - 4a_1^4 - 4a_1^2 a_2^2}{64\omega_\alpha^2 \bar{I}_x^2 (\omega_x - \omega_1)^2 I^2} M_b^2 \Delta\bar{I} \cos(\Phi_0) \sin(\Phi_0) \omega_1, \tag{6}$$

где $\sin(\Phi_0) = \frac{\Delta M_z}{M_в}$, $\cos(\Phi_0) = \frac{-\Delta M_y}{M_в}$, $M_в = \sqrt{\Delta M_y^2 + \Delta M_z^2}$, $\Delta M_z, \Delta M_y$ – малые аэродинамические моменты от несимметрии формы КА, $\omega_{1,2} = \frac{\bar{I}_x \omega_x}{2} \pm \omega_\alpha$, $\omega_\alpha = \sqrt{\frac{\bar{I}_x^2 \omega_x^2}{4} + \omega^2}$. В выражениях (5-6) параметр $\Delta\bar{I} = \frac{\Delta I}{I}$, где $\Delta I = \frac{I_z - I_y}{2}$ характеризует малую инерционную несимметрию КА.

Второе приближение (5) содержит слагаемые, пропорциональные $\Delta\bar{I}^2$. В знаменатели этого выражения входят резонансные соотношения $2\omega_x - \omega_1 - \omega_2$ и $\omega_x - \omega_1$, которые отвечают за влияние соответствующих резонансов на эволюцию ω_x во втором приближении при нерезонансном движении аппарата (вторичные резонансные эффекты).

Третье приближение (6) состоит из слагаемых, пропорциональных $\Delta\bar{I}\Delta M_y \Delta M_z$. Поскольку в знаменателе третьего приближения содержится только резонансное соотношение $\omega_x - \omega_1$, то вторичные резонансные эффекты обусловлены только влиянием резонанса $\omega_x - \omega_1 \approx 0$.

Используя выражения (5-6), можно при заданных параметрах КА построить на фазовой плоскости зависимости $\dot{\omega}_x(\omega_x)$, где $\dot{\omega}_x = \dfrac{d\omega_x}{dt}$. При этом знак производной $\dot{\omega}_x$ будет определять эволюционные движения в системе (1). Одна из таких зависимостей показана на рис. 1, где резонансное значение ω_x^{r1} обозначено пунктирной линией.

Исходные данные, которым соответствует рис. 1:

$a_1 = 0.1\,рад$, $a_2 = 0.03\,рад$, $\Delta M_z = 0.15\,Н \cdot м$, $\Delta M_y = 0.1\,Н \cdot м$,

$\omega = 0.1\,\dfrac{рад}{с}$, $I_x = 20\,кг \cdot м^2$, $I_y = 90\,кг \cdot м^2$, $I_z = 100\,кг \cdot м^2$

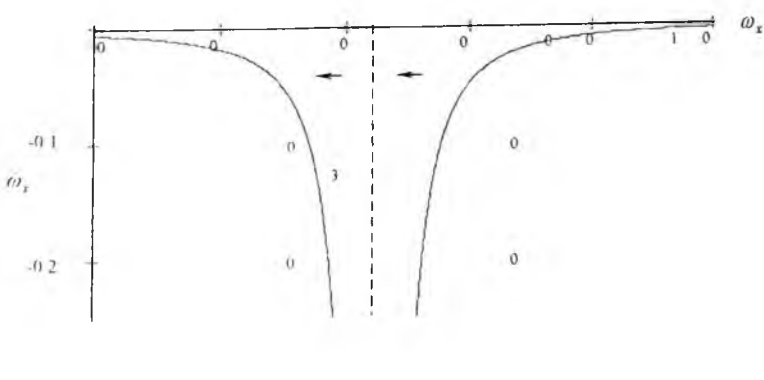

Рис. 1

Проведенные исследования зависимостей $\dot{\omega}_x(\omega_x)$ позволяют обнаружить некоторые новые эффекты при движении КА, которые возникают при учете инерционной асимметрии $\Delta\bar{I} \neq 0$. Во-первых, возникает новое резонансное значение угловой скорости $\omega_x^{r0} = 0$. Во-вторых, резонанс $\omega_x - \omega_1 \approx 0$ является полуустойчивым, т.е. при $\omega_x > \omega_x^{r1}$ траектории стремятся к данному резонансу (направление эволюции показано на рис1. стрелками), а при $\omega_x < \omega_x^{r1}$ удаляются от него и приближаются к резонансу $\omega_x^{r0} = 0$, который соответствует плоским колебаниям КА.

Проведенные расчеты по определению угловой скорости ω_x по усредненному уравнению (4) и по исходным нелинейным уравнениям движения КА качественно подтверждают соответствие между исходной и усредненной моделями движения аппарата.

Таким образом, с помощью современных средств символьной математики удается усреднять достаточно сложные уравнения движения и получать второе, третье и т.д. приближения, что существенно облегчает процесс получения аналитических результатов. В данной работе подобным способом были получены и исследованы эволюции до третьего приближения метода усреднения включительно в задаче о движении КА с малой инерционной и аэродинамической асимметриями в атмосфере.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Заболотнов Ю.М., Любимов В.В. Вторичный резонансный эффект при движении КА в атмосфере // Космические исследования.1998. Т.36. №2, с.206-214.
2. Заболотнов Ю.М., Любимов В.В. Вторичные резонансные эффекты при движении КА в атмосфере с малыми углами атаки. // Сб. трудов IX Всероссийского научно-технического семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов, Самара, 1999, ч.1, с.83-86.