УДК 656.7.658

Коптев А.Н., Шварц Л.С.

СОСТОЯНИЕ ТЕОРИИ И ПРАКТИКИ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ДИНАМИКИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В АВИАКОМПАНИИ

Создание конструктивных представлений, с помощью которых можно объяснить реальные процессы, - главная цель любого аппарата моделирования Однако в целом ряде модельных представлений, например связанных с оптимизацией, не указывается, как соотносятся переменные в различные моменты времени. Рассмотрим в качестве такого примера транспортную модель авиакомпании.

Пусть имеется m воздушных судов (ВС), осуществляющих некоторые авиаперевозки, которые совершаются в n пунктов назначения. Объем авиаперевозок i-го ВС в единицу времени равен a_i, $i = 1, \ldots, m$, а объем заказов в

j-ом пункте назначения в единицу времени есть b_j, $j=1,\ldots, n$

Стоимость c_{ij} перевозки нормативной единицы груза i-м ВС в j-ый пункт назначения считается известной и не зависящей от общего объема перевозок.

Обычно предполагается, что все заказы на перевозки выполняются полностью и что весь спрос на перевозки удовлетворяется [1]. Если обозначить через u_{ij} количество заказов, которое выполняется в единицу времени i-м ВС в j-й пункт назначения, то рассматриваемую задачу можно сформулировать следующим образом найти

$$\begin{cases} \sum\limits_i \sum\limits_j c_{ij} u_{ij} \to \min \\ \text{при ограничениях.} \quad \sum\limits_j u_{ij} = a_i, \ \sum\limits_i u_{ij} = b_j \end{cases} \qquad (1)$$

Однако важные решения принимаются последовательно во времени и игнорирование этого может иметь отрицательные последствия для лица, принимающего решения (ЛПР) [2]. Поэтому используем понятие периода планирования, т.е. интервала времени, в течение которого ЛПР должен принять определенные решения. При статическом описании допускается, что a_i, b_j, c_{ij} – одни и те же в каждом цикле и что создание запасов заявок на перевозки невозможно. Переформулируем исходную задачу таким образом, чтобы избавиться от указанных ограничений. При новой постановке задачи обнаруживается, что ее структура сложнее и больше отвечает требованиям практики по сравнению с прежним описанием. Обозначим через $x_i(t)$ – количество заказов на перевозки, которые имеются для i-го ВС в начале некоторого интервала времени [t, t +1], где t и t + 1 - два фиксированных момента времени. Тогда уровень заказов в момент времени t+1 определяется алгебраической суммой поступления и выполнения заказов, т.е. число поступивших заказов и число перевозок, и уравнение для этого случая будет иметь следующий вид:

$$x_i(t+1) = x_i(t) + a_i(t) - \sum_j u_{ij},\ i = 1, \ldots, m;\ t = 1, \ldots, N. \qquad (2)$$

Обозначим через $y_i(t)$ заказы, поступившие на j-й пункт:

$$y_j(t+1) = y_j(t) - b_j(t) + \sum_i u_{ij},\ j = 1, \ldots, n;\ t = 1, \ldots, N.$$

Величины $x_i(t)$ и $y_j(t)$ суть переменные состояния, характеризующие внутреннюю структуру системы. Поведение данной системы в будущем полностью определяется заданием этих величин и входных переменных u_{ij}. Значения $x_i(t)$ и $y_i(t)$ представляют собой агрегированную информацию о предыдущем поведении системы, достаточно полную для того, чтобы по известным величинам входных переменных точно предсказать следующее состояние системы. Вводя понятие относительных затрат на исполнение заказов на перевозки $\alpha_i(t)$ и на задержки единицы перевозимых грузов и пассажиров $\beta_j(t)$, получаем, что полная сумма издержек равна

$$I = \sum_{t=1}^{N}\left(\sum_{i=1}^{m}\alpha_i(t)x_i(t) + \sum_{j=1}^{n}\beta_j(t)y_j(t) + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}c_{ij}(t)u_{ij} \right). \qquad (3)$$

Требуется выбирать такие значения u_{ij}, чтобы минимизировать целевую функцию I. Налицо ситуация принятия решений, которую можно описать как некоторый N-шаговый процесс. Выход системы зависит не только от входа, но и от начального состояния, которое в случаях, когда структура системы не определена, неизвестно. При анализе систем «вход - выход» непосредственно рассматривается не структура системы, а само отношение «вход – выход», т.е. подмножество упорядоченных пар «вход-выход». Вообще говоря, это отношение не является функцией. Если же начальное состояние полагается фиксированным, то можно рассматривать некоторое фиксированное подмножество упорядоченных пар отношения «вход-выход», которое определяет функцию. В этом случае, зная такую функцию, оказывается возможным построить представление системы в пространстве состояний, причем состояния соответствуют множеству входных воздействий, которые переводят систему из начального состояния в некоторое заданное состояние.

Статические модели экономических систем типа «вход-выход», в том числе и статическая модель Леонтьева, мало применимы к описанию поведения таких экономических систем как авиакомпания, так как значения на ее выходе зависят не только от характеристик спроса на услуги, введенных в модель, но и от того, какая программа была заложена в систему к рассматриваемому моменту времени. Иными словами, для того, чтобы определить, как влияет спрос на выходные величины, необходимо добавить к модели описание промежуточного состояния системы, которое характеризовало бы состояние экономики к этому моменту времени. Промежуточное состояние представляет собой своего рода «память», отражающую предыдущее поведение системы. Модель Леонтьева не имеет «памяти», поскольку в ней выход в любой момент времени определяется только входом в этот же момент. Пользуясь этой моделью, нужно помнить о том, что выходы определяются не только спросом – начальное количество заказов должно быть известным, но и состоянием в данный момент времени. Если предположить, что начальное количество заказов может выражаться любым действительным числом, то множество состояний можно определить как X = R (R – числовая ось) и модель примет вид:

$$x_i(t+1) = x_i(t) + \sum_{j=1}^{n} a_{ij} u_j(t) - b_i(t) \;, \qquad (4)$$

где $u_j(t)$ – выпуск продукции j-й отраслью за T-й период. Таким образом, эндогенные переменные с запаздывающим аргументом типа X(t) присутствуют в структуре модели как вспомогательные переменные и в совокупности с экзогенными переменными u и b составляют известные к данному моменту времени переменные системы, по которым можно получить значения текущих эндогенных переменных. Для периода 1 значение x (1) вычисляется по x (0), а также по u (0) и b (0). Определив таким образом x (1), можно найти x (2), если заданы u (1) и b (1). Следовательно, при заданном начальном значении x (0) и заданных значениях u (t) и b (t) можно определить траекторию x (t), последовательно применяя уравнение состояния. Теперь можно определить объем перевозок j-й авиакомпании за любой период времени, то есть планировать перевозки.

Для того, чтобы сделать модель более реалистичной, введем следующие допущения о трудовых и других ресурсах, выступающих в качестве входных величин. Например, вследствие ограниченности ресурсов авиакомпании, она не может удовлетворить любой, наперед за-данный спрос, описываемый матрицей А в модели Леонтьева: $x = Ax + s$, где s – годовой потребительский спрос на услуги авиакомпании, Ax – количество услуг, которое произведено в год. Предполагая, что располагаемые трудовые ресурсы используются полностью, получим

$$L = \sum_{j=1}^{n} L_j = \sum_{j=1}^{n} \ell_j x_j , \tag{5}$$

где ℓ_j – расход трудовых ресурсов, $\ell_j > 0$.

К традиционным понятиям входа и выхода добавлено еще одно - понятие состояния. В изложенных примерах состояние описывалось вектором, компоненты которого – величины заявок. В общем случае уравнение состояния в векторно-матричной форме имеет вид

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) + Cf(t), \tag{6}$$

где x – вектор состояния системы, u – управляемый вход и f – влияние среды. Система, в свою очередь, влияет на среду своими выходными переменными. В некоторых случаях сами переменные состояния могут рассматриваться как выходные величины системы. В других системах невозможно непосредственно наблюдать множество выходных величин y_i $(i = 1, \dots, p)$ или p-мерный вектор y, который определяется уравнением

$$y = Cx + Du. \tag{7}$$

В уравнениях (6) и (7): x – n-мерный вектор-столбец; A – матрица размера $n\times n$; u – r-мерный вектор-столбец; B – матрица размера $n\times r$; C – матрица размера $p\times n$; D – матрица размера $p\times r$.

Элементы матриц A,B,C, D постоянны для стационарных систем. Обычно выходное уравнение, подобное (7), возникает при введении в рассмотрение цен.

Вектор состояния сформирован из множества величин, которых достаточно для того, чтобы полностью описать движение системы в пространстве состояний. По заданным вектору состояния в некоторый момент времени, закону движения и последовательности входных воздействий можно вычислить состояние в любой другой момент времени. Вектор состояния – не единственный; любой другой вектор $x'(t)$, связанный с $x(t)$ невырожденным преобразованием $x'(t) = M(t)\,x(t)$, удовлетворяет приведенному выше требованию.

Этот подход оказывается ближе к реальным запросам практики управления предприятиями, нежели любая разновидность метода преобразования производственной функции.

Многокритеральный подход содержит в себе существующие методы как частный случай, а также открывает дополнительные возможности. При этом цели и ограничения в этом случае, как правило, хорошо известны.

В реальных ситуациях очень часто управление различными организациями включает в себя принятые решения в нечеткой обстановке. Систематический подход к постановке и решению таких задач возможны с использованием теории нечетких множеств [1,2].

Таким образом, появляется возможность создавать модели с учетом более глубокого понимания динамики поведения системы и возможность экспериментирования на модели с учетом нечетких целей и ограничений [3].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Орловский С.А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации.- М.: Наука, 1981.
2. Пропой А.И. Элементы теории оптимальных дискретных процессов. – М.: Наука, 1973. – 250 с.
3. Шварц Л.С. Управление и планирование перевозок в условиях нечетких целей и ограничений - В сб. науч. тр. XI Всероссийск. конф. «Навигация и управление», Самара, 2004, с. 363-367.