

ТЕНЗОРНАЯ МЕТОДОЛОГИЯ В ТЕОРИИ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

В основу предлагаемого подхода, отвечающего на вопросы, поставленные практикой и снимающего объективные организационно-технические и математические трудности, положены геометрическое представление организационно-технических проблем производства и тензорная методология, сформированная на базе работ Г. Крона (понятие тензора преобразования, групповое свойство, инвариантность) [1]. Переход от организационно-технической проблемы к геометрической интерпретации осуществляется введением гипотетического пространства, системы координат, а также точных геометрических эквивалентов организационных понятий и процессов.

Система введения и использования этих понятий образует основу изучения организационно-технических структур (ОТС), представляемых сетями, включающими множество компонент этих систем.

Математическая формулировка задач и целей обеспечивается основной гипотезой: любой производственный процесс есть процесс преобразования исходных материалов в организационно-техническом пространстве, заданном конкретной задачей, который может быть представлен тензорным уравнением преобразования, описывающим изменения не только систем координат, но и пространства-структуры, в которое вложены системы координат.

Основные идеи в теории представлений ОТС определены следующим образом. Всё многообразие производственных объектов рассматривается, с одной стороны, как сложные геометрические фигуры (пространственная структура ОТС), а с другой, как набор компонент (стенды, ступени, обрабатывающие центры и т.п.).

Введём основные понятия опорного и свободного пространства компонента. Каждому компоненту k соответствует определённая характеристика $n(k)$, выражаемая неотрицательным целым числом. Физическая интерпретация этого числа – это максимальное число узлов, связывающих данный компонент с другими, входящими в объект, которые образуют сеть ОТС.

1. Для характеристики сети введём термин «количественная сложность» сети Δ , через который определим состав реальной сети производственной системы:

$$\Delta = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}, \quad (1)$$

где правая часть представляет собой некоторое множество, не имеющее структуры.

2. Структура сети ОТС определяется множеством соединений, которое ограничивается лишь допустимыми соединениями σ . Тогда сеть компонент ОТС образуется применением σ -операций, под которыми понимается наложение на совокупности узлов компонент, образующих свободное пространство, геометрических конфигураций – структуры связей β , называемых цепями. При этом в свободном пространстве $\beta \in \sigma$ – пустые, что позволяет ввести перечисление состава компонентов ОТС.

3. Для полного описания состава и структуры компоненты или ОТС определим следующий математический формализм. Всё пространство в целом – континуальное множество точек N . Носителем физических свойств этого пространства служит дискретное подмножество M , каждая точка которого является не только геометрической, но и вещественной:

$$N = S_q \cup M_q; \quad S_q \cap M_q = \emptyset; \quad q = 1, 2, 3, \quad (2)$$

где S_q – подмножество, дополнительное к M_q .

Индекс q имеет следующий смысл. Описание всего пространства через подпространства S_1 и M_1 оказывается только необходимым, но недостаточным, т. к. связность подпространства S_1 нарушается тем, что дополняется подпространством M_1 . Число подпространств, необходимых для полного описания пространства объекта или ОТС, определяется одним критерием: в конкретных задачах производства последнее из них ($S_n \cup M_n$) должно описывать все соединения компонент, т. е. отражать сетевую структуру объекта или системы. Введём топологические эквиваленты физических понятий: компонент – нульмерный симплекс $[\alpha_0]$; связь – одномерный симплекс $[\alpha_0, \alpha_1]$; технологическая цепь – формально составленная сумма ориентированных одномерных симплексов

$$C^1 = a_1 S_1^1 + a_2 S_2^1 + \dots + a_\alpha S_\alpha^1, \quad (3)$$

где $S_1^1, S_2^1, \dots, S_\alpha^1$ – одномерные ориентированные симплексы, $a_1, a_2, \dots, a_\alpha$ – целые числа.

Границы одномерного симплекса $S = \alpha_0, \alpha_1$ – связи и C^1 – технологической цепи определяются соответственно формулами:

$$\partial S = \alpha - \alpha_2, \quad (4)$$

$$\partial C^1 = \sum_{i=1}^{\alpha} a_i \partial S_i^1. \quad (5)$$

Любой компонент или ОТС как множество всех цепей в топологических эквива-

лентах определяется формулой:

$$C'(K) = \sum_{k=1}^{\alpha} a_k S_k^1. \quad (6)$$

4. Для использования тензорной методологии и индексных обозначений в предлагаемой концепции при представлении обобщённых компонент ОТС используется символ Кронекера δ_{ik} , который вводит обобщённую компоненту.

5. Различные типы преобразований (преобразования соединения в сети, потоков в сети), встречающиеся при производстве изделий, формализованы введением матрицы преобразований C_{α}^{α} . Тогда преобразования соединения будут выражаться формулой:

$$M_A = C M_A^*. \quad (7)$$

Здесь M_A – конкретный объект, M_A^* – обобщённый объект, описываемый через символ Кронекера; $C = C_{\alpha}^{\alpha}$ – тензор соединения или преобразования сети и потоков, описываемых формулой:

$$I = C_{m'}^m \dot{I},$$

где \dot{I} – вектор потока в обобщённом компоненте, I – вектор потока в конкретном компоненте; $C_{m'}^m$ – матрица преобразования, показывающая соединение компонентов ОТС.

Совокупность матриц преобразования представляет систему преобразования компонента

$$M = (C_1^1, C_2^2, \dots, C_n^n) \delta_{ik}. \quad (8)$$

6. В предлагаемом подходе отождествление математических формул с реальностью осуществляется с помощью системы аксиом, составляющих основу прикладной математической теории представлений компонентов и ОТС в целом, а также процессов.

Система аксиом разбита на три группы и используется для определения триединства «пространство-преобразования-компоненты».

Первая группа аксиом – единство трёх структур на базе общей цепи, состоящей из отдельных звеньев, обращает любой рассматриваемый производственный объект ОТС в геометрический комплекс K , который определяется, в зависимости от этого объекта, одной или несколькими формально составленными суммами ориентированных симплексов.

Вторая группа аксиом служит для формализации структур связности, где каж-

дый элемент объекта или ОТС рассматривается как точка, представляющая собой чаще всего узел связей в структуре.

Третья группа описывает полную структуру связей, в которой учитываются все свойства этих связей.

Процесс создания изделий производства в ОТС или технологический процесс математически представляются n -мерной матрицей, тензором преобразования C_i и формулой преобразования (уравнениями (7), (8)) и описываются абстрактными операциями (сложение, умножение), которым даётся определённая физическая и геометрическая интерпретация последовательности операций, производимых над изделием или в процессе выполнения технологических действий.

7. Понятия матриц преобразования C_i каждого этапа изменения структуры компонента ОТС или технологического процесса изготовления изделий производства представлены результирующей матрицей $C = \sum_{i=1}^n C_i$, на базе аддитивного языка и теории групп, положенных в основу формализации технологических действий над компонентами или ОТС в целом.

8. При формализации структур ОТС или её компонентов рассматриваются два фундаментальных компонента: простой компонент – объект в ОТС и особый компонент сети ОТС – технологическая связь. Множество всех простых компонентов состоит из непересекающихся классов простых компонентов $A^\beta, A^{\bar{\beta}} \subset A$, где β – общий индекс, индекс класса простых компонентов $A = \bigcup_{\beta} A^\beta, A^{\bar{\beta}}$ – непересекающиеся классы. Тогда производственная единица (производственный участок, обрабатывающий центр, рабочее место и т. п.) есть компонент ОТС, обладающий набором реальных элементов

$$A = \{ A_1, A_2, \dots, A_n \}, \quad (9)$$

где A_i ($i = 1, \bar{n}$) – реальные элементы компонентов ОТС.

Простые компоненты и технологические связи характерны для всего множества производственных структур. Поэтому можно построить уравнение единицы структуры или ОТС на базе этих фундаментальных компонентов и введённой геометризации проблем теории представлений, т. е. возможностью замены реальных компонентов их геометрическими эквивалентами, например, компонент (связь) – одномерным пространством, ограниченным точками, с помощью которых они включаются в сеть. Технологическая сеть реального компонента или ОТС в общем случае – сложное пространство-структура, которое может быть представлено через компанд-тензор [1], т. е. тензор,

представляющий компонент или ОТС, состоящий из тензоров, описывающих относительно законченные образования (участок, стенд и т. п.). Компанд-тензор лежит в основе концепций компанд-сети, где каждый компонент, представленный одним символом, – сложная сеть [2, 3].

Введённое сложное пространство-структура, состоящее из различных видов подпространств-структур, комбинаторная топология и тензорная методология рассматриваются как набор взаимно и однозначно самосогласованных математических формализмов, предназначенных для решения уравнений, определяющих связь между подпространствами-структурами-преобразованиями и компонентами. В качестве фундаментального уравнения используется зависимость между сильными компонентами сети (графа) $G = (A^0, F)$ объекта или ОТС, представляемыми порождёнными подграфами $G' = A^0 - R(a_k^0) \cap Q(a_k^0)$, где A^0 – множество точек, F – отображение множества A^0 в A^0 , $R(a_k^0)$ – достижимые множества точек A^0 , $a_k^0 \in A^0$, $Q(a_k^0)$ – контрадостижимое множество, и конечными ориентированными простыми цепями $C_v = \sum_{v=1}^y m_v a_v^1$, которые представляют систему координат:

$$\cup \{A^0 - R(a_k^0) \cap Q(a_k^0) = \sum_{v=1}^y m_v a_v^0. \quad (10)$$

Предложенная зависимость, рассмотренная в разных подпространствах-структурах, введённых выше для представления структур производственных объектов и ОТС в целом, формирует систему уравнений

$$\cup \{A^{0(q)} - R(a_k^{0(q)}) \cap Q(a_k^{0(q)}) = \sum_{v=1}^y m_v a_v^{0(q)}, \quad (11)$$

где q – индекс данного подпространства-структуры.

9. С использованием введённых пространств-структур $S_q \cup M_q$, утверждается, что в каждом из них объект или система проявляется через некоторую структуру, определяемую их технологическими компонентами с различной степенью детализации их представления в зависимости от поставленной задачи анализа или синтеза.

Тензорная методология в представлении ОТС даёт возможность объединённого исследования структур компонентов и процессов в ОТС, а технология анализа и синтеза на её базе позволяет использовать тензоры для моделирования сложных систем, таких как производственная система, технологический процесс производства и т. п.

Библиографический список

1. Крон, Г. Тензорный анализ сетей: Перевод с англ. [Текст]/ Г. Крон./ Под ред. Л.Т. Кузина, П.Г. Кузнецова. – М.: Советское радио, 1978. – 720 с.
2. Кузин, Л.Т. Тензорный анализ сетей Г. Крона и его роль в проектировании систем [Текст]/ Л.Т. Кузин, П.Г. Кузнецов, А.Б. Петров // В кн.: Г.Крон. Тензорный анализ сетей. – М.: Сов. радио, 1978. – С. 691-698.
3. Петров, А.Е. Тензорная методология в теории систем [Текст]/ А.Е. Петров. – М.: Радио и связь, 1985. – 151 с.