

## ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ ЗАДАЧ ОБСЛУЖИВАНИЯ БОРТОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ ВОЗДУШНЫХ СУДОВ

При решении большинства прикладных задач технической диагностики, как правило, будут использоваться отображения множества модулей  $A$  систем бортового оборудования (СБО) воздушных судов (ВС) в себя, которые не будут существенно влиять на информацию, содержащуюся в модулях. При этом множество  $K$  отображений  $k: A \rightarrow A$  образует множество преобразований подобия.

Модели конкретных систем (МКС) определяются составом модулей  $s$  и структурой их соединений, представляющих множество соединений  $\sigma$ .

Для построения допустимых моделей вводится набор заданных правил и ограничений  $P$ , которые будут определять регулярность модели. Множество регулярных моделей, получаемых в рамках  $P$ , обозначим через  $b_n(P)$ , где  $n$  – число модулей модели.

Тогда, используя введенные понятия и определения, множество регулярных моделей записывается в виде следующего набора из четырех элементов:

$$b(P) = (A, K, \Sigma, \rho), \quad (1)$$

где  $A$  – множество модулей конкретной системы;  $K$  – множество отображений в модулях;  $\Sigma$  – множество всех допустимых множеств;  $\sigma$  – тип соединения;  $\rho$  – отношение согласования или отношение связи.

Объединив  $\Sigma$ -структуру и отношение связи  $\rho$  в правило

$$P = (\Sigma, \rho), \quad (2)$$

получаем набор из трех элементов

$$b(P) = (A, K, P). \quad (3)$$

Так как в дальнейшем рассматриваются только регулярные модели заданной мощности  $n$ , то

$$b_n(P) \subset b(P). \quad (4)$$

В дальнейших построениях тип соединения  $\Sigma$  представляет собой объединение множеств  $\Sigma_n$ , где всякое множество  $\Sigma_n$  есть множество графов, заданных на  $n$  вершинах.

Таким образом, структура модели системы ВС представляет собой множество  $\sigma$  соединений между всеми или некоторыми связями модулей, входящих в ее состав.

Для решения задач оценки технического состояния систем ВС в работе предложены модели с двумя типами соединений: линейный тип соединения и соединение типа дерева.

Линейный тип соединения  $\Sigma$  состоит из линейных упорядочений, так что регулярная модель, включающая  $n$  модулей, является последовательностью арифметических операторов, состоящих из двух классов.  $A^{(1)}$  состоит из операторов назначения, у которых отсутствуют входные связи  $\ell_{\text{вх}}(a) = 0$  и имеется одна выходная связь  $\ell_{\text{вых}}'(a) = 1$ ; признаком такого оператора служит действительное число, присваиваемое им.  $A^{(2)}$  состоит из набора арифметических операторов, обладающих одной входной и одной выходной связями  $(\ell_{\text{вх}}(a) - \ell_{\text{вых}}(a) - 1)$ , которые являются подмножествами целых чисел, представляющими соответственно области определения и значений оператора. Отношение согласования  $\rho$  должно иметь вид включения.

Так как многие задачи идентификации (распознавания состояния системы ВС) и их решения можно выразить в терминах регулярных выражений и конечных автоматов, то в рамках рассматриваемой теории представлений систем ВС для целей оценки их технического состояния используются специальные виды линейного типа соединений.

Цепочки, порожденные конечными автоматами. При этом модули принадлежат множеству  $A$  объектов, один из которых изображен на рисунке 1.



Рис. 1. Модули цепочки, порождаемой конечным автоматом

У них  $\ell_{\text{вх}}(a) = \ell_{\text{вых}}(a) = 1$ , а показатели связи  $i$  и  $j$  обозначают состояния. Признаком модуля  $a$  является  $x$  — терминальный символ. Интерпретацией  $a$  служит переход из состояния  $i$  в состояние  $j$  при записи символа  $x$ .

Подцепочки языков конечных автоматов. В этом случае модули те же, что и в предыдущем случае, — отношения согласования  $\rho$  — "равенство", а  $\Sigma$  — соединение типа на линейный порядок. Группа преобразований подобия  $K$  задается с помощью группы подстановок и ее расширения на множество  $\Lambda$ .

При таком определении  $b(P)$  превращается в множество подцепочек, имеющих корректные переходы между состояниями, свойственные некоторому конечно-автоматному языку.

Соединения типа дерева. Описание функционирования систем ВС связано с построением выражений в исчислении высказываний, которые реализуются как модели с соединениями древовидного типа. Основными понятиями для построения таких моделей являются:

<p><i>множество <math>V_T</math> терминальных символов, словарь или лексикон;</i>  <i>множество <math>V_N</math> синтаксических переменных или</i>  <i>нетерминальных символов, включающее, в частности, начальный</i>  <i>символ <math>\sigma</math>;</i>  <i>множество <math>R</math> правил подстановки, каждое из которых имеет</i>  <i>вид <math>V_N^* \rightarrow V^*</math>.</i></p>	<p>(5)</p>
---	------------

Обозначение  $A^*$  означает совокупность всех конечных цепочек, образованных из элементов любого множества  $A$ . Кроме того, вводится обозначение  $V = V_T \cup V_N$ .

Цепочками, порождаемыми грамматикой, являются входящие в  $V_T^*$  цепочки, которые выводимы из начального символа. Важным классом грамматик непосредственных составляющих являются множество бесконтекстных грамматик. Этот класс предполагает, что все правила, входящие в  $R$ , имеют вид  $a \rightarrow b$ , причем  $a \in V_N$ .

Наиболее общей моделью реализации является автомат с магазинной памятью.

Подобный автомат определяется:

<p><i>множеством <math>K</math> состояний, начальным состоянием <math>k_0</math> и</i>  <i>подмножеством <math>F</math> заключительных состояний;</i>  <i>множеством <math>V_T</math> входов;</i>  <i>множеством <math>\Gamma</math> символов и начальным символом <math>\gamma_0</math>;</i>  <i>отображением <math>\delta: K \times (V_T \cup \{\varepsilon\}) \times \Gamma \rightarrow</math></i>  <i><math>\rightarrow</math> конечные подмножества <math>K \times \Gamma^*</math>.</i></p>	<p>(6)</p>
--	------------

Множества  $K, V_T$  и  $\Gamma$  предполагаются конечными и непустыми,  $\varepsilon$  обозначает пустой вектор. Автомат с магазинной памятью как общая модель модуля СБО действует следующим образом. Рассмотрим тройку  $(p, w, \alpha)$ , где  $p \in K$  – состояние автомата,  $w \in V_T^*$  – входная цепочка и  $\alpha \in \Gamma^*$  находится на ленте магазина. Посредством сдвига  $(p, xw, \alpha z) \rightarrow (q, w, \alpha \gamma)$ , где  $x \in V_T \cup \{\varepsilon\}$ ,  $q \in K$ ,  $z, \gamma \in \Gamma^*$ , осуществляется операция перехода в состояние  $q$ , замена  $z$  на  $\gamma$  и обработка входного символа  $x$ . Эти операции осуществимы, если  $\delta(p, xw, z)$  содержит  $(q, \gamma)$ . Входная цепочка допускается автоматом, если, находясь в начальном состоянии  $k_0$  и имея на ленте магазина  $\gamma_0$ , автомат может за конечное число шагов перейти в состояние  $F$  [1].

Конечный автомат задается:

$$\left. \begin{array}{l} \text{множеством } K \text{ состояний и множеством } K_0 \text{ начальных состояний;} \\ \text{множеством } V_T \text{ входов и множеством } F \text{ заключительных} \\ \text{состояний;} \\ \text{отображением } \delta \text{ из } K \times V_T \text{ в подмножества множества } K. \end{array} \right\} \quad (7)$$

Автомат этого типа работает следующим образом. Входная цепочка  $w$  допускается в том случае, если она является пустым словом или в множестве  $K$  существует последовательность  $k_0, k_1, \dots, k_n$  и  $w = x_1 x_2 \dots x_n$ ,  $x_k \in V_T$ , такие, что

$$\left. \begin{array}{l} k_0 \in K_0, \\ k_i \in \delta(k_{i-1}, x_i), \\ k_n \in F. \end{array} \right\} \quad (8)$$

При решении задач диагностики систем ВС приходится иметь дело более чем с одной моделью для них, построенной в заданном пространстве модулей. При этом используются лишь два вида отображений: гомоморфизмы моделей и анпигилиации модулей.

Рассмотрено два пространства конфигураций  $b(P)$  и  $b'(P)$ :

$$b(P) = \langle A, K, \Sigma, \rho \rangle, \quad b'(P) = \langle A', K, \Sigma, \rho \rangle, \quad (9)$$

где отображение  $h: A \rightarrow A'$  задано как инвариант связи. Оно индуцирует отображение  $H$  из  $b(P)$  в  $b'(P)$  посредством задания  $H: c' = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ ,  $a_i = h(a_i)$  и структура  $(c) =$  структура  $(c')$ . Отметим, что последнее утверждение имеет смысл, поскольку  $h$  сохраняет структуру связей образующих неизменной. Индуцированное отображение  $H$  представляет собой гомоморфизм моделей. Это отображение индуцирует гомоморфизм

из исходных моделей на новые, которые отображают различные виды неисправностей в отдельных модулях систем ВС.

Для исключения определенных модулей модели ВС при диагностике введем оператор аннигиляции  $v$ , который будучи применен в некоторой модели  $c \in b(P)$  исключает в ней все модули, принадлежащие классу индекса  $\alpha$  заданного множества  $V_0$ .

Поскольку полученное в результате  $V(c)$  обладает корректным типом соединения в силу монотонности  $\Sigma$  и поскольку теперь новые соединения установлены, а все старые остаются истинными в смысле отношения связи  $\rho$ , то  $V(c) = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ , причем  $a_i$  входит в  $V(c)$ , если ее индекс класса  $\alpha(a_i) \notin V$ . Структура  $V(c)$  получается из структуры  $c$  удалением всех соединений со связями образующих, аннигилированных при помощи  $w$ .

Очевидно, что  $V(kc) = kV(c)$ , и если  $c_1, c_2, c_1\sigma c_2 \in b(P)$ , то

$$V(c_1\sigma c_2) = V(c_1)\sigma V(c_2), \quad (10)$$

где  $\sigma'$  — оператор соединений, полученный из  $\sigma$  устранением всех соединений, входящих и выходящих из модулей, принадлежащих  $K^\alpha$ ,  $\alpha \in V$ .

Для оценки состояния СБО в предложенную теорию представлений введено понятие различимости. В зависимости от средств, применяемых, например, к диагностируемой системе, представленной моделями,  $c$ ,  $c'$  и  $b(P)$  не обязательно будут восприняты как различные ( $c$  — модель исправной системы, а  $c'$  — модель, отображающая неисправности). Последнее может зависеть или не зависеть от способа получения информации о моделях специалистом по диагностике и от способа обработки этой информации. Это обстоятельство формализуем посредством правила идентификации  $R$ : записываем  $c \equiv c' \pmod{R}$  или  $cRc'$ , если  $c$  и  $c'$  идентифицируются при помощи этого правила, указывающего, каким образом специалист может различать модели. Для того, чтобы некоторое отношение было правилом идентификации, введено следующее определение 1.

Отношение  $R$  между моделями из  $b(P)$  называется правилом идентификации, если:

1.  $R$  является отношением эквивалентности.
2. Если  $cRc'$ , то  $c$  и  $c'$  имеют один и те же внешние и внутренние показатели связей.

3. Если  $cR c'$ , то  $(kc)R(kc')$  для любого  $k \in K$ .

4. Если  $c = c_1\sigma c_2$  и  $c' = c'_1\sigma c'_2$  регулярны и  $c_1R c'_1$ ,  $c_2R c'_2$ , то имеем  $cR c'$ .

Классы эквивалентности  $b(P)$  называются представлениями конкретных систем (ПКС) и в общем случае обозначаются через  $I$ , а множество всех ПКС — через  $T$ :

$$T = b(P)/R = \langle A, K, \Sigma, \rho \rangle / R. \quad (11)$$

Более детально будем называть элементы из  $T$  идеальными ПКС в противоположность деформированным, т.е. с введенными неисправностями. Класс эквивалентности  $I$ , содержащий данную модель  $c$ , будем обозначать через  $I(c)$ .

На множестве  $T$  задается алгебраическая структура.

Множество  $T$  вместе с преобразованиями подобия и комбинациями посредством  $\sigma$  называется алгеброй изображений, обозначается также через  $T$  и может быть представлено штеркой:

$$T = \langle b(P), R \rangle = \langle G, K, \Sigma, \rho, R \rangle. \quad (12)$$

Вероятностная мера  $P$  на  $b(P)$  индуцирует вероятностную меру на  $T$  при помощи соотношения

$$P(E) = P\{c \in b(P), I(c) \in E\} \quad (13)$$

при  $E \subset T$ . Для упрощения обозначения используем тот же символ  $P$  для индуцированной меры.

В практике встречаются со многими типами правил идентификации. Упомянем некоторые простые правила.

Тривиальное правило задается при помощи равенства между моделями, а именно  $cR c'$ , тогда и только тогда, когда  $c = c'$ . В этом случае имеем  $T = b(P)$ .

Другое правило  $R$  появляется, когда регулярные модели имеют нулевую связность. Полагаем  $cR c'$  тогда и только тогда, когда состав  $c$  равен составу  $c'$ : идентификация по составу.

Рассмотрена алгебра ПКС с многоатомным типом соединения. Для любых двух модулей  $a_1$  и  $a_2$ , соответствующие конфигурации  $c_1 = \{a_1\}$  и  $c_2 = \{a_2\}$  регулярны. Может случиться, что существует модель  $a$ , такая, что  $a \equiv (c_1\sigma c_2)(\text{mod } R)$ . Если, кроме того,  $R$  разделяет модули, то  $a$  определена однозначно и можно записать

$$a = a_1\sigma a_2. \quad (14)$$

Введенные выше модели являются статическими представлениями состояний конкретных систем (ПСКС) и описывают по существу их статику. Однако для контроля и диагностирования сложных систем ВС необходим один важный класс ПСКП, связанный с динамикой состояний, т.е. с пространственно-временными состояниями.

В этом случае опорное пространство контроля и диагностирования систем ВС:  $X = R^1 \times R^1$ , где  $R^1$  – пространство времени. Эти состояния играют особую роль при контроле и диагностировании. Для моделирования пространственно-временных состояний необходимо ввести модули и их отношения с модулями в моделях ПСКС, которые описывают динамику контролируемой или диагностируемой системы.

Модули, используемые при построении моделей динамики, будут иметь следующие свойства. Как число входящих, так и число исходящих связей модулей не ограничено, и показатели всех внутренних связей конкретного модуля равны некоторому действительному числу  $h$ . Аналогично все показатели внешних связей равны некоторому действительному числу  $-h_{\text{вх}} \geq h_{\text{вх}}$ . Роль индекса  $\alpha$  модуля заключается в разделии динамических состояний на различные типы, и  $G$  будем называть репертуаром этих состояний. Если два пространства модулей построены одинаково, за исключением того, что одно из них исходит из множества модулей  $G$ , а другое – из  $G'$ , то будем говорить, что второе пространство обладает большей общностью. Второе пространство моделей будет иметь и более сложную структуру.

Преобразования подобия будут включать в себя сдвиги по времени:  $h \rightarrow h + t$ . Воздействия на показатели связей модулей будет сводиться к тому, что они примут значения:  $h_{\text{вх}} + t, h_{\text{вх}} + t$ . Иногда будут использоваться также некоторые пространственные преобразования, но они не повлияют на показатели связей. Как правило, классы образующих  $G^\alpha$  должны быть S-инвариантными [1].

Когда элементарные состояния комбинируются вместе (программа контроля), необходимо проследить, чтобы они выполнялись в правильном порядке. Это приводит к типу соединения  $\Sigma$  – "частичный порядок", и все стрелки в  $\sigma$  должны иметь единое направление.

По той же причине будем считать, что отношение связей  $\beta_{\text{вх}}, \rho \beta_{\text{вх}}$  истинно тогда и только тогда, когда  $h_{\text{вх}} \leq h_{\text{вх}}$ ; стрелка направлена от  $\beta_{\text{вх}}$  к  $\beta_{\text{вх}}$ : прежде чем перейти к следующему, необходимо закончить предыдущее. Отметим, что такое отношение связей S-инвариантно.

Тем самым определяется  $R = \langle \Sigma, \rho \rangle$ , и вместе с  $G$  и  $S$  задается множество регулярных моделей  $b(P)$ .

Чтобы получить алгебру ПСКС, необходимо выбрать правило идентификации  $R$ , и в данном случае имеется большая свобода выбора.

Если  $c$  и  $c'$  – две регулярные пространственно-временные модели, то каждая из них определяет полное состояние: система  $R^1$  переводится из одного состояния в другое. Отметим, что  $c \equiv c' \pmod{R_1}$ , если  $c$  и  $c'$  имеют одни и те же внешние связи и индуцируют одно и то же полное состояние среды. Это не означает, что два таких состояния идентичны, а означает только то, что их полные результаты одинаковы.

С другой стороны, если  $c$  и  $c'$  имеют одинаковые внешние связи и показатели связей представляют повсюду одно и то же состояние, то будем говорить, что  $c \equiv c' \pmod{R_2}$ .

Наконец, если  $c = c'$ , то запишем  $c \equiv c' \pmod{R_3}$ ;  $R_3$  – тривиальное правило идентификации по равенству моделей. Эти правила удовлетворяют определению 1 и задают три алгебры ПСКС:  $T_k = b(P)/R_k$ ,  $k = 1, 2, 3$ . Очевидно, что  $R_1 > R_2 > R_3$  и имеют место соответствующие гомоморфизмы.

Практика оценки результатов контроля и диагностирования связана с рассмотрением двух случаев ПСКС: либо точное соответствие модели этого представления, либо искаженные (деформированные) варианты этой модели, отражающей неисправное состояние конкретной системы в рамках предложенной формализации.

При определении вида деформации испытатель сталкивается с большими трудностями, чем те, которые связаны с теоретическими аспектами. При этом необходимо, используя доступные сведения из соответствующей предметной области, обеспечить достижение естественного компромисса: модель должна обеспечить достаточно точную аппроксимацию изучаемых явлений и допускать в то же время возможность аналитического или численного решения, чтобы иметь достаточные основания для использования в практике.

#### Библиографический список

1. Гренадер У. Лекции по теории образов. – М.: Мир, 1979.