

Старинова О.Л.

## ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ МЕЖПЛАНЕТНОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С МАЛОЙ ТЯГОЙ НА ГРАНИЦЕ СФЕР ДЕЙСТВИЯ

Применение в перспективных космических программах электрореактивных двигателей малой тяги позволяет существенно снизить затраты рабочего тела и, следовательно, стартовую массу космического аппарата (КА) и общие затраты на осуществление проекта.

Согласно традиционному подходу, межпланетный перелет разбивается на участки движения в гравитационных сферах планеты старта, планеты назначения и гелиоцентрический участок [1]. Проблемы, связанные с движением КА на отдельных участках перелета, изучены достаточно подробно [1, 2]. Наименее исследованным этапом межпланетного перелета КА с малой тягой является движение вблизи границ плането- и гелиоцентрических участков траектории.

В работе [1] был предложен подход к кинематической и массовой стыковке участков движения в сфере действия планеты старта и гелиоцентрического участка. Он основан на определении координат и скоростей аппарата на границе сферы действия планеты, обеспечивающих минимальный суммарный расход рабочего тела на весь перелет:

$$\left\{ r, \varphi, V_r, V_\varphi, \Omega, i \right\}_{план} = \underset{x, \varphi \in \mathbb{R}^2}{\text{arg Min}} m_{PT}(x, \varphi \in \mathbb{R}^2, P, c).$$

где  $(r, \varphi, V_r, V_\varphi)$  планетоцентрические координаты КА в традиционной плоской полярной системе,  $i$  и  $\Omega$  - наклонение и долгота восходящего узла, определяющие положение плоскости орбиты,  $x, \varphi \in \mathbb{R}^2 = (r, \varphi, V_r, V_\varphi, i, \Omega)_{\varphi \in \mathbb{R}^2}$  - вектор гелиоцентрических фазовых координат,  $m_{PT}(x, \varphi \in \mathbb{R}^2, P, c)$  - масса израсходованного рабочего тела, зависящая от тяги двигателей  $P$  и скорости истечения рабочего тела  $c$ .

Планетоцентрическое движение аппарата моделировалось в комбинированной системе координат с учетом возмущений от нецентральности поля сил тяготения планет, воздействия атмосферы и затенения панелей солнечных батарей в соответствии с уравнениями:

$$\frac{dr}{dt} = V_r,$$

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{dt} &= \frac{V_\varphi}{r} - \frac{\text{Cos}(i)\text{Sin}(\varphi)\text{Sin}(\lambda_2)a_0\delta\chi(r)}{\text{Sin}(i) \cdot V_\varphi(1-\mu)} + f_z \frac{\text{Cos}(i)\text{Sin}(\varphi)}{\text{Sin}(i)V_\varphi}, \\ \frac{dV_r}{dt} &= \frac{V_r^2}{r} - \frac{1}{r^2} + \frac{\text{Cos}(\lambda_2)\text{Cos}(\lambda_1)a_0\delta\chi(r)}{(1-\mu)} + f_r, \\ \frac{dV_\varphi}{dt} &= -\frac{V_r V_\varphi}{r} + \frac{\text{Cos}(\lambda_2)\text{Sin}(\lambda_1)a_0\delta\chi(r)}{(1-\mu)} + f_\varphi, \\ \frac{d\mu}{dt} &= \frac{a_0 \cdot \delta \cdot \chi(r)}{c}, \\ \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{\text{Sin}(\varphi)\text{Sin}(\lambda_2)a_0\delta\chi(r)}{\text{Sin}(i)V_\varphi(1-\mu)} + f_z \frac{\text{Sin}(\varphi)}{\text{Sin}(i)V_\varphi}, \\ \frac{di}{dt} &= \frac{\text{Cos}(\varphi)\text{Sin}(\lambda_2)a_0\delta\chi(r)}{V_\varphi(1-\mu)} + f_z \frac{\text{Cos}(\varphi)}{V_\varphi}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $a_0 = \frac{P_0}{m_0}$  - величина ускорения от номинальной тяги двигателей в момент старта КА;  $\mu = \frac{m_{pm}}{m_0}$  - текущая относительная масса израсходованного рабочего тела;  $f_r$ ,  $f_\varphi$ ,  $f_z$  - компоненты возмущающего ускорения, действующего на КА.

При расчете пространственного маневра набора параболической скорости использован трансверсальный закон управления тягой двигателей, при этом вектор тяги отклонялся от плоскости орбиты с переключением знака бинормальной составляющей тяги дважды за виток [1]. Параметры закона управления и координаты орбиты старта, обеспечивающие заданные фазовые координаты в момент выхода КА из сферы действия планеты, получены с использованием простой процедуры "обратного" моделирования.

Изменение управления на этапе планетоцентрического движения приводит к изменению фазовых координат КА на выходе из сферы действия планеты, что, в свою очередь, изменяет начальные условия гелиоцентрического участка.

Оптимизация гелиоцентрического перелета с другими начальными условиями изменяет суммарный расход рабочего тела и, следовательно, требуемую стартовую массу КА. Поэтому появляется необходимость итерационного уточнения оценки энергетики маневра. Результаты такой процедуры для проекта пилотируемой экспедиции на Марс со стартовой массой комплекса 350 тонн показаны в таблице 1.

Таблица 1

№ итер.	Координаты КА в гелиоцентрической системе координат						Расход рабочего тела по участкам, тонн		
	R, млн.км	$\varphi$ , град	$V_r$ , км/с	$V_\varphi$ , км/с	$i$ , град	$\Omega$ , град	Гео-центр.	Гелио-центр.	Сумм.
0	150 484	343 5	-1 65	29 60	0 017	-0 24	30 90	34 70	65 60
1	149 601	342 9	-1 25	28 56	0 001	0	30 90	23 94	54 84
2	149 597	342 8	-1 22	28 24	0	0	33 41	25 26	58 67
3	149 596	342 8	-1 23	28 25	0	0	33 29	25 19	58 48

Данный подход к оптимизации стыковки плането- и гелиоцентрических участков траектории позволяет выбрать наилучшие фазовые координаты КА в момент выхода из сферы действия планеты, уточнить динамические характеристики маневра набора параболической скорости и расход рабочего тела для всего перелета. Однако, без ответа остаются вопросы, связанные с траекторией движения КА на границе гравитационных сфер. Например, не произойдет ли обратного входа КА в сферу действия планеты старта и опасного сближения со спутниками планеты или самой планетой после включения программы управления, оптимальной для гелиоцентрического участка.

Для выяснения этого вопроса проведено моделирование движения КА вблизи сферы действия Земли в рамках круговой ограниченной задачи трех тел (Солнце, Земля, КА). Предполагается, что центр масс системы "Земля – Солнце" совпадает с центром масс Солнца. Движение аппарата описано в подвижной полярной системе координат [3], начало которой связано с Солнцем, а угловое положение аппарата отсчитывается от радиус-вектора Земли, вращающегося с постоянной угловой скоростью, равной средней угловой скорости Земли (рис.1):

$$\frac{dr}{dt} = V_r,$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{V_\varphi}{r},$$

$$\frac{dV_r}{dt} = \frac{V_r^2}{r} + 2V_\varphi\omega + r\omega^2 - \frac{\mu_1}{r^2} - \frac{\mu_2(r - R \cos \varphi)}{(r^2 - 2rR \cos \varphi + R^2)^{3/2}} + a_r, \quad (2)$$

$$\frac{dV_\varphi}{dt} = -\frac{V_r V_\varphi}{r} - 2V_r\omega - \frac{\mu_2 R \sin \varphi}{(r^2 - 2rR \cos \varphi + R^2)^{3/2}} + a_\varphi$$

Здесь  $\mu_1$  и  $\mu_2$  - гравитационные параметры Солнца и Земли,  $\omega$  и  $R$  - средняя угловая скорость Земли и среднее расстояние от Земли до Солнца,  $r$  - расстояние от КА до Солнца,  $a_r$  и  $a_\varphi$  - радиальная и трансверсальная составляющие ускорения от тяги двигателей.

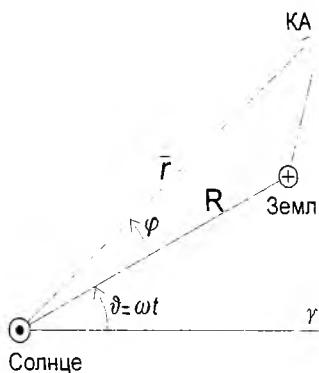


Рис. 1 Гелиоцентрическая подвижная система координат

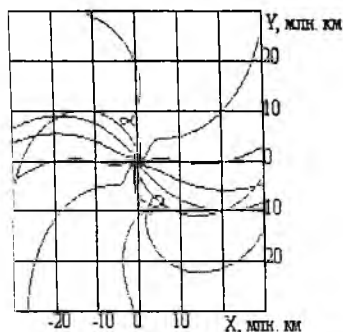


Рис. 2 Траектории пассивного движения КА относительно Земли

В качестве начального состояния КА выбран момент завершения геоцентрического участка и достижения КА сферы действия Земли. При этом КА находится в плоскости эклиптики с небольшим гиперболическим избытком скорости. Величина избытка скорости зависит только от проектных параметров аппарата и параметров управления планетоцентрическим участком движения. Как показано на рис. 2, возможные траектории пассивного движения КА относительно Земли сильно зависят от точки выхода аппарата из сферы действия.

В предположении, что по достижении сферы действия планеты будет включено управление, оптимальное с точки зрения гелиоцентрического участка перелета, получены траектории относительного движения с учетом управляющего ускорения.

На рис. 3а и 3б показаны возможные траектории активного движения КА вблизи сферы действия Земли (пунктир соответствует траекториям, полученным без учета гравитационного влияния Земли на гелиоцентрическом участке).

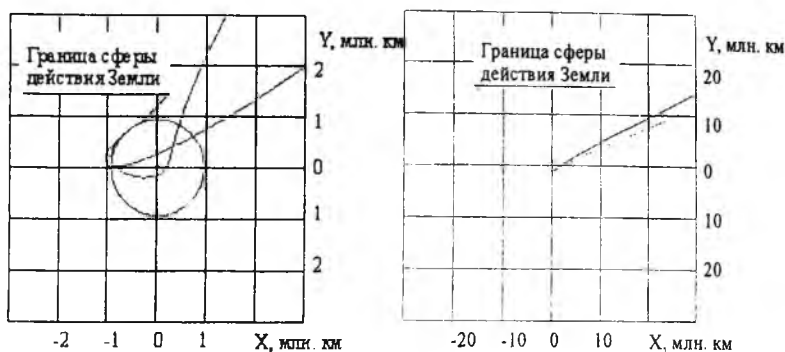


Рис. 3. Траектории активного движения КА относительно Земли:

- а) неблагоприятный угол выхода из сферы действия,  
 б) благоприятный угол выхода из сферы действия

На рис. 3а показано возможное поведение аппарата при выборе неблагоприятного угла выхода из сферы действия Земли, когда КА входит в сферу действия планеты и опасно сближается с ней. Однако, и при благоприятном угле выхода влияние гравитации Земли существенно. Учет этого влияния на гелиоцентрическом участке перелета приводит к существенному отклонению траектории от оптимальной, в результате чего КА не попадет в сферу действия планеты назначения.

Полученные результаты показывают, что при движении КА с малой тягой традиционные методики разбиения межпланетной траектории на плането- и гелиоцентрические участки не всегда дают корректные результаты даже при точном пересчете кинематических и массовых параметров движения КА на границе сфер действия. Поэтому необходимо проводить анализ траектории движения КА вблизи сферы действия Земли с учетом гравитационного влияния Земли и Солнца.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1 Ишков С.А., Милокумова О.Л., Салмин В.В. Оптимизация замкнутых межпланетных перелетов Земля-Марс-Земля с малой тягой // Космические исследования, -1995. Т.33. №2, с. 210-219.

2. Салмин В.В., Старинова О.Л. Оптимизация межпланетных перелетов КА с двигателями малой тяги с учетом эллиптичности и некомпланарности орбит планет // Космические исследования, -2001. Т.39. №1, с. 51-59.
3. Дубошин Г.Н. Небесная механика. Основные задачи и методы. – М., Наука, 1975.