

УПРАВЛЕНИЕ РАЗВЕРТЫВАНИЕМ ОРБИТАЛЬНОЙ ТРОСОВОЙ СИСТЕМЫ В ЗАДАЧЕ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЗАДАННЫХ УСЛОВИЙ РАЗДЕЛЕНИЯ

Рассматривается задача выбора управления развертыванием тросовой системы для обеспечения спуска на Землю привязанной капсулы. Используется следующая схема развертывания субспутника (рис. 1):

I. Отбрасывание субспутника вниз. Движение в окрестности базового космического аппарата (КА). Выход субспутника на направление местной вертикали и его стабилизация (точка А).

II. Отклонение субспутника на максимальный угол от местной вертикали в направлении орбитального движения системы (точка В).

III. Пассивное маятниковое движение. Отрезание троса при прохождении субспутником линии местной вертикали (точка С). Свободное движение и вход в атмосферу.

В данной работе будем рассматривать управление на втором участке. Схема движения показана на рис. 1. Задача формулируется следующим образом: необходимо найти такой закон управления натяжением троса, при котором угол отклонения субспутника от местной вертикали будет максимальным (точка В). Для данной задачи система уравнений, описывающая динамику связки в плоскости орбиты центра масс системы без учета массы троса, имеет следующий вид [1] (рис. 2):

$$\begin{aligned} \dot{V}_\theta &= -2(V_\theta + \omega)V_r r^{-1} - 3\omega^2 \sin \theta \cos \theta, \\ \dot{\theta} &= V_\theta, \\ \dot{V}_r &= \dot{r}[(V_\theta + \omega)^2 + \omega^2(3 \cos \theta - 1)] - T m_s^{-1}, \\ \dot{r} &= V_r, \end{aligned} \quad (1)$$

где ω - угловая скорость вращения центра масс системы, m_s - масса субспутника, θ - угол отклонения от местной вертикали в плоскости орбиты, V_θ - угловая скорость отклонения от

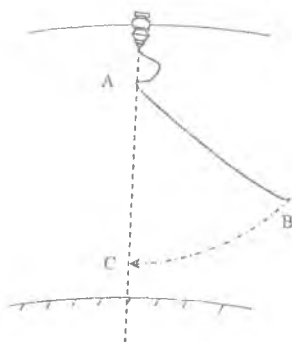


Рисунок - 1. Траектория движения субспутника в процессе развертывания

местной вертикали, r - расстояние от базового аппарата до центра масс системы, V_r - скорость развертывания троса, T - натяжение троса. Для решения поставленной задачи воспользуемся принципом максимума Понтрягина. Исходя из ориентации системы координат (рис. 2) минимизируемый функционал (это объясняется тем, что значения угла отклонения субспутника от вертикали лежат в области отрицательных значений θ) может быть записан в виде:

$$\left| \int_0^T \dot{\theta} dt \right| \rightarrow \max. \quad (2)$$

Гамильтониан системы будет выглядеть следующим образом:

$$H = \psi_{V_0} \dot{V}_0 + \psi_\theta \dot{\theta} + \psi_{V_r} \dot{V}_r + \psi_r \dot{r} - \dot{\theta} \rightarrow \max$$

или

$$H = H_0 - \Psi_r T m_s^{-1}.$$

Из условия максимума H получим оптимальное управление в виде релейной функции

$$T_{opt} = T_{max} \left(\frac{\text{sign}(\psi_r) + 1}{2} \right)$$

Далее на основе гамильтониана и уравнений (1) запишем выражения для сопряженных множителей.

$$\dot{\psi}_{V_0} = 2V_r r^{-1} \psi_{V_0} - \psi_\theta - 2r(V_0 + \omega) \psi_{V_r} + 1,$$

$$\dot{\psi}_\theta = 3\omega^2 \cos 2\theta \psi_{V_0} + 6r\omega^2 \cos \theta \sin \theta \psi_{V_r},$$

$$\dot{\psi}_{V_r} = 2r^{-1}(V_0 + \omega) \psi_{V_0} - \psi_r,$$

$$\dot{\psi}_r = -2(V_0 + \omega) V_r r^{-2} \psi_{V_0} - [(V_0 + \omega)^2 + \omega^2 (3 \cos^2 \theta - 1)] \psi_{V_r}.$$

Ставится задача отыскания такого управления T_{opt} , при котором угол отклонения связи от вертикали θ достигал бы максимума в конце развертывания. Данная оптимизация

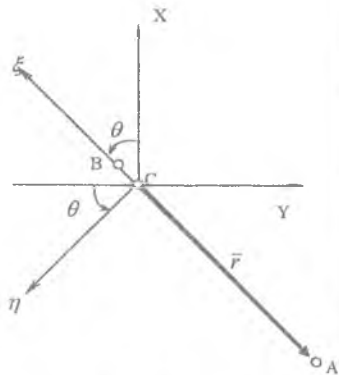


Рисунок - 2. Ориентация тросовой системы в орбитальной системе координат СХУ: ось ξ совпадает с направлением линии проходящей через центр масс системы и субспутник, θ - угол отклонения субспутника от местной вертикали, C - центр масс системы, B - положение базового аппарата, A - положение субспутника

нная задача сводится к краевой задаче определения начальных значений сопряженных множителей при следующих заданных граничных условиях. Исходя из постановки задачи, начальные условия имеют вид:

$$V_{\theta} = V_{\theta_0} = 0, V_r = V_{r_0} = 0, \theta = \theta_0 = 0, r = r_0, \quad (6)$$

$$\psi_{\theta_0}, \psi_{V_{\theta_0}}, \psi_{\theta_0}, \psi_{V_{r_0}}. \quad (7)$$

Конечные условия имеют вид:

$$\psi_{\theta} = 0, V_{\theta} = V_{\theta_K} = 0, V_r = V_{r_K} = 0, \quad (8)$$

$$t = t_K, r = r_K, \quad (9)$$

где t - время развертывания.

Моделирование показало, что если субспутник находящийся на более низкой орбите, чем базовый аппарат (так, что связка будет ориентирована в направлении местной вертикали), начнет свободное движение с нулевым натяжением троса, то его траектория будет такой, что ровно через один виток субспутник достигнет максимального угла отклонения от местной вертикали - $\theta \approx 90^\circ$ при выполнении условий (6). Это обстоятельство можно использовать для вычисления начальных значений сопряженных множителей (7). Проинтегрировав для случая свободного движения совместно уравнения (1) и (5) назад (т.е. от конца к началу) с нулевыми конечными значениями сопряженных множителей, получим в результате начальные значения сопряженных множителей, которые можно использовать при решении краевой задачи. Затем, изменяя начальные условия развертывания тросовой системы на некоторую величину, можно каждый раз использовать начальные приближения сопряженных множителей (7) из результатов предыдущего моделирования.

Условия (8) будем использовать для подсчета невязок при решении краевой задачи. Условия (9) автоматически выполняются, т.к. являются выходными параметрами интегрирования системы (1)-(5).

Проводились численные решения задачи для высоты орбиты центра масс базового КА 268 км, массы базового аппарата 7250 кг и массы субспутника 12 кг. Результаты представлены на рисунке 3. Начало процесса

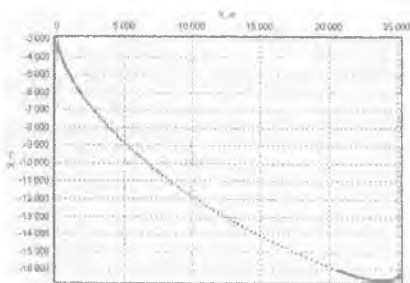


Рисунок - 3. Траектория движения субспутника.

развертывания показано более плотным расположением точек на графике. До длины троса около

20000 м осуществляется свободное движение без управления, а начиная с 20000 м движение происходит с постоянным уровнем натяжения троса.

Процесс управления развертыванием является релейным с одним переключением, начальный отрезок троса отматывается без натяжения, а затем включение постоянного натяжения обеспечивает плавный сброс скорости развертывания до нулевого значения.

Полученные решения позволяют сформулировать параметрическую задачу: для различных начальных длин троса подобрать такие значения параметров натяжения T и момента переключения, которые обеспечивали бы выполнение терминальных условий $V_{rk} = 0, V_{ok} = 0$, т.е. плавное гашение скорости в конце процесса развертывания. На рисунке 4 показана одна из полученных траекторий (начальная длина 4000 м, угол входа в атмосферу - 1,9002 град, скорость входа - 7,7519 км/с).

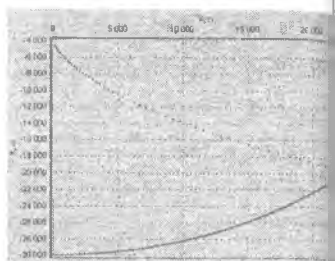


Рисунок – 4. Траектория движения спутника до момента отрезания троса

Результаты моделирования показывают, что начальная длина троса оказывает несущественное влияние на скорость и угол входа в атмосферу. Однако ее влияние на время и максимальную скорость в процессе развертывания значительно существеннее. На рисунке 5 приведены результаты численного моделирования развертывания тросовой системы для различных начальных длин троса.

С точки зрения заграчиваемого времени, начинать процесс развертывания лучше с большей начальной длины троса. Однако высокая скорость размотки троса может при этом выходить за технические ограничения, накладываемые на механизм размотки в целом или на его узлы и агрегаты.

Главным условием вывода капсулы в заданную область посадки является обеспечение необходимых условий входа в атмосферу. На рисунках 6 и 7 приведены значения параметров входа капсулы в атмосферу при развертывании с различными длинами троса. Начальные длины троса приняты равными 1000, 2000 и 3000 метров.

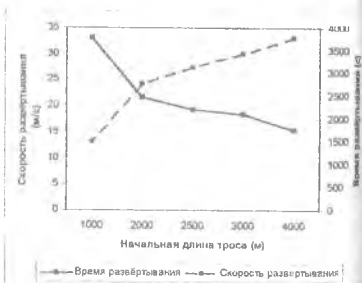


Рисунок – 5. Зависимость времени и скорости развертывания тросовой системы от начальной длины троса

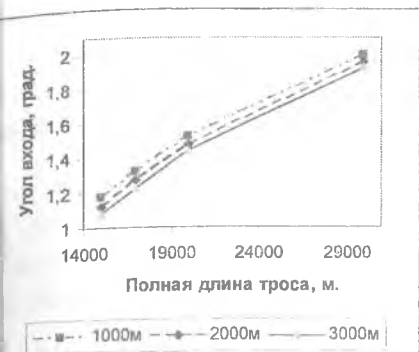


Рисунок – 6. Зависимость угла входа в атмосферу от длины троса

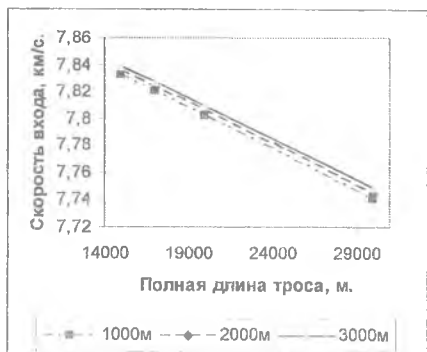


Рисунок – 7. Зависимость скорости входа в атмосферу от длины троса

Можно видеть, что начальная длина троса (и, как следствие, максимальный угол отклонения субспутника от местной вертикали) несущественно влияет на параметры входа в атмосферу. Поэтому, варьируя этот параметр, будет довольно сложно добиться выполнения заданных значений угла и скорости входа. Гораздо более существенное влияние оказывает полная длина троса, т.е. высота, на которой находится субспутник в момент его отрыва от ба-зового аппарата.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Белецкий В.В. Левин Е.М. Динамика космических тросовых систем. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990.
2. Сихарулидзе Ю.Г. Баллистика летательных аппаратов. – М.: Наука. Главная ред. физ.-мат. лит., 1982.