

СЕКЦИЯ № 4. ДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ И СИСТЕМЫ

*Председатели: д.т.н., профессор Павлов В.Ф.,
д.ф.-м.н., доцент Дорошин А.В.*

УДК 621.787:539.319

*Букатый С.А., Букатый А.С., Ахтамьянов Р.М., Зотов Е.В.,
Шуджаури Марван А.Х.*

УПРАВЛЕНИЕ СОБСТВЕННЫМИ ЧАСТОТАМИ ДЕТАЛЕЙ НА ОСНОВЕ ПОКРЫТИЙ С ОТЛИЧАЮЩИМИСЯ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ

Вопросы повышения прочности и долговечности деталей ГТД, подверженных вибрационным нагрузкам, становятся особенно актуальными в связи с появлением новых наноматериалов с существенно отличающимися от основного материала свойствами. Решение этой проблемы может идти как по пути повышения эксплуатационных свойств детали за счёт свойств покрытия, так и путём отстройки от резонансных частот, что часто является решающим фактором для таких деталей, как лопатки турбины и компрессора ГТД. В работе [1] рассматривается второе направление и с привлечением конечно-элементного анализа исследуется влияние толщины и свойств материала нанопокрытия на частотные характеристики деталей на примере пластин с прямоугольным сечением. Однако, полученные в работе результаты: чем тоньше покрытие, тем оно больше уменьшает частоту колебаний по высшим формам, и частота становится постоянной, вызывают сомнения (рис. 1).

Очевидно, ошибка заключалась в принятом в [1] условии равенства напряжений на границе покрытия и основного материала $\sigma_o = \sigma_n$, вместо равенства деформаций $\varepsilon_o = \varepsilon_n$. Нарушение условия совместности деформаций привело к выводу, что на границе из-за разности модулей упругости материалов покрытия и основы появляется разность деформаций и диссипация энергии, которая приводит на высших формах колебаний к многократному уменьшению частоты. Видимо, требуется специальное рассмотрение данной задачи.

Будем рассматривать аналогично, как в [1], изгибные колебания достаточно длинной пластины, для которой справедлива теория жёстко закреплённого на одном конце стержня с постоянным сечением. Тогда в соответствии с [2] собственные частоты консольно закреплённого стержня определяются следующим выражением:

$$p_k = \frac{\lambda_k^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho F}}, \quad (1)$$

где E и ρ – соответственно модуль упругости и плотность материала стержня;



Зависимость частот α колебаний пластины от толщины покрытия h_n :
 ■ – без покрытия; \blacktriangle – $h_n = 0,025$ мм; \square – $h_n = 0,010$ мм

Рис. 1. Результаты КЭ-расчётов в работе [1]

l – длина стержня; I и F – момент инерции и площадь поперечного сечения;

λ_k – корни уравнения частот:

$$\lambda_1 = 1,875; \lambda_2 = 4,694; \lambda_3 = 7,855; \lambda_4 = 10,996 \text{ и } \lambda_k = 0,5\pi(2k - 1) \\ \text{при } k > 4 . \quad (2)$$

Из выражения (1) следует, что независимо от соотношения толщин и свойств материалов основного и покрытия, частоты пластинки в зависимости от номера формы колебаний должны изменяться пропорционально числам λ_k^2 .

Применение для покрытий наноматериалов с существенно отличающимися от основного материала физико-механическими и повышенными диссипативными свойствами представляет существенный интерес. Поэтому рассмотрим влияние диссипации энергии (влияние сил сопротивления) на изменение собственных частот. Несложные расчёты показывают, что, например, при декременте $\delta = \ln A_1 / A_2 = \ln 2 = 0,693$ (т.е. $\delta = 69,3\%$) собственная частота равна $p_1 \approx 0,994 \cdot p_0$, где A_1 и A_2 – две соседние амплитуды затухающих колебаний; p_0 – собственная частота при отсутствии сил сопротивления. Таким образом, даже при интенсивном затухании колебаний изменение частоты от действия сил сопротивления составляет всего $\sim 0,6\%$. В работе [3] показано, что наибольшие величины декремента, наблюдаемые у образцов с покрытием из иттрия толщиной до 130 мкм, не превышают 1%. Изменение частоты при таких декрементах будет порядка 10^{-3} – $10^{-4}\%$ и, следовательно, влиянием демпфирующих способностей тонких покрытий на собственные частоты деталей можно пренебречь.

Из выражения (1) следует, что собственные частоты стержней зависят от соотношения величин EI и pF . Чтобы выяснить, какие соотношения физико-механических свойств и толщин основного

материала и покрытия приведут к существенному изменению собственных частот, обозначим в (1) выражение под корнем через C . Выразим величины EI и ρF основного материала и покрытия соответственно через $E_1 I_1$, $\rho_1 F_1$ и $E_2 I_2$, $\rho_2 F_2$. Тогда выражение для C пластины с покрытием можно представить в следующем виде:

$$C = \sqrt{\frac{EI}{\rho F}} = \sqrt{\frac{E_1 I_1 + E_2 I_2}{\rho_1 F_1 + \rho_2 F_2}} = \sqrt{\frac{E_1 I_1 (1 + \alpha_E \alpha_I)}{\rho_1 F_1 (1 + \alpha_\rho \alpha_F)}} = C_0 \sqrt{\frac{1 + \alpha_E \alpha_I}{1 + \alpha_\rho \alpha_F}}, \quad (3)$$

где
$$C_0 = \sqrt{\frac{E_1 I_1}{\rho_1 F_1}}; \quad \alpha_E = \frac{E_2}{E_1}; \quad \alpha_I = \frac{I_2}{I_1}; \quad \alpha_\rho = \frac{\rho_2}{\rho_1}; \quad \alpha_F = \frac{F_2}{F_1}. \quad (4)$$

Величина коэффициентов α_E , α_ρ и α_F известна по условию.

Для оценки величины коэффициента α_I воспользуемся схемой пластины с постоянной шириной b (рис. 2), используемой в работе [1]. Положение нейтральной оси поперечного сечения в этом случае определяется выражением

$$h_{\text{но}} = \frac{E_1 h_1 y_1 + E_2 h_2 y_2}{E_1 h_1 + E_2 h_2}, \quad (5)$$

где $y_1 = h_2 + 0,5h_1$, $y_2 = 0,5h_2$ – координаты центров тяжести поперечных сечений пластины и покрытия.

Чтобы упростить выражение (5), учтём, что $\alpha_F = bh_2/bh_1 = h_2/h_1$, а также введём параметр $\beta = E_2 h_2 / E_1 h_1 = \alpha_E \alpha_F$. Тогда

$$h_{\text{но}} = \frac{y_1 + \beta y_2}{1 + \beta}. \quad (6)$$

Расстояния от нейтральной оси до центров тяжести сечений пластины и покрытия e_1 и e_2 определяются следующими соотношениями:

$$e_1 = h_2 + 0,5h_1 - h_{\text{но}}, \quad e_2 = h_{\text{но}} - 0,5h_2,$$

а выражения для моментов инерции поперечных сечений будут иметь вид:

$$I_1 = \frac{bh_1^3}{12} + bh_1e_1^2 \quad \text{и} \quad I_2 = \frac{bh_2^3}{12} + bh_2e_2^2.$$

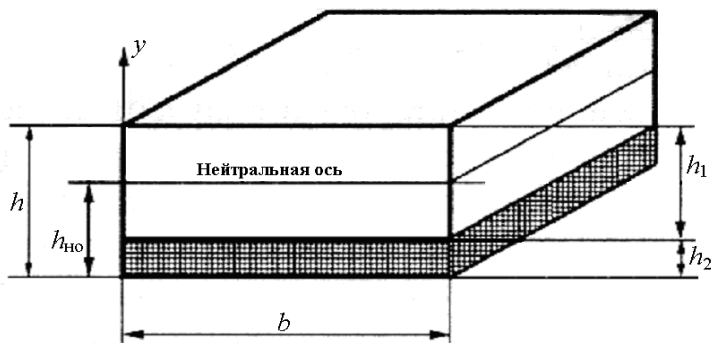


Рис. 2. Схема пластины с прямоугольным сечением

Тогда выражение для α_I можно представить в следующем виде:

$$\alpha_I = \frac{h_2^3 + 12h_2e_2^2}{h_1^3 + 12h_1e_1^2} = \frac{\alpha_F \left[\alpha_F^2 (1 + \beta)^2 + 3(1 + \alpha_F)^2 \right]}{(1 + \beta)^2 + 3\beta^2 (1 + \alpha_F)^2}. \quad (7)$$

Анализ выражения (7) показывает, что при достаточно малых величинах α_F , соответствующих нано- или микропокрытиям, будет выполняться соотношение $\alpha_I \approx 3 \cdot \alpha_F$. Следовательно, задавая свойства материалов E и ρ пластины и покрытия, в зависимости от соотношения толщин h_2 и h_1 можно сделать оценку изменения частоты пластины через относительный параметр η :

$$\eta = \left(\sqrt{\frac{1 + \alpha_E \alpha_I}{1 + \alpha_\rho \alpha_F}} - 1 \right) \times 100\%. \quad (8)$$

Результаты расчётов в системе Mathcad, приведённые в табл. 1, показывают, что для пластины из титанового сплава покрытие, обладающее свойствами стали, уже при $\alpha_F \leq 0,01$ не оказывает существенного влияния на собственные частоты, которые зависят от жёсткости пластины. В свою очередь, жёсткость зависит от величины модуля упругости материала и момента инерции поперечного сечения. Поскольку соотношение модулей упругости и плотностей основного материала и какого-либо наноматериала не может превышать одного порядка, то, учитывая соотношение моментов инерции сечений пластины и покрытия α_I (см. табл. 1), действительные нано- и даже микро-покрытия не могут привести к какому-либо значимому изменению собственных частот, так как из-за малости толщины практически не оказывают влияния на жёсткость деталей. Данное положение, несомненно, справедливо для любых деталей, так как результаты, полученные для пластин с прямоугольным сечением, в соответствии с выражениями (3, 4) несложно распространить на детали с произвольным сложным сечением.

Таблица 1. Влияние относительной толщины покрытия на изменение собственной частоты колебаний пластины

$\alpha_F = h_2/h_1$	0,2	0,1	0,05	0,01	0,001	0,0001	0,00001
α_I	0,961	0,375	0,167	0,031	0,003	0,0003	0,00003
$\eta, \%$	40,75	18,63	8,94	1,74	0,174	0,0174	0,00174
Свойства материалов	$E_1 = 1,15 \cdot 10^5$ МПа		$E_2 = 2,00 \cdot 10^5$ МПа		$\rho_1 = 4,51 \cdot 10^3$ кг/м ³		$\rho_2 = 7,86 \cdot 10^3$ кг/м ³
	$\alpha_E = 1,739$			$\alpha_\rho = 1,743$			

Полученные результаты показывают, что для изменения собственных частот колебаний, например для отстройки от резонанса, необходимы покрытия достаточной толщины, величину которой следует подбирать с учётом физико-механических свойств обоих

материалов. Именно с этой целью, например, используется покрытие в работе [4], где снижение вибраций дизель-генераторов и судовых конструкций достигалось путём демпфирования и изменения частот колебаний за счёт присоединённой массы мастичных покрытий, толщина которых в силу малости модуля упругости составляла от 0,5 до 2 толщин основания, на которое оно наносилось. Полученные нами выражения (3 – 8) могут быть использованы как для оценки возможного изменения собственных частот, так и при разработке мероприятий для отстройки от резонансных частот ответственных деталей ГТД.

Библиографический список

1. Михайлов, А.Л. Исследование влияния толщины и свойств нанопокрытия пластины на её частотные характеристики / А.Л. Михайлов, С.М. Скирта, А.В. Пахоменков, В.С. Чигрин // Сборка в машиностроении, приборостроении. – 2007. – № 11. – С. 24–26.

2. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник в трёх томах. Том 3 // Под ред. д-ра техн. наук И.А. Биргера и чл.-корр. АН Латвийской ССР Я.Г Пановко. – Москва: Машиностроение. – 1968. – 567 с.

3. Устинов, А.И. Исследование демпфирующей способности плоских образцов из титанового сплава Ti–6%Al–4%V с покрытиями из олова и итрия / А.И. Устинов, Б.А. Мовчан, В.С. Скородзиевски // Проблемы прочности. – 2001. – № 4. – С. 55–61.

4. Минасян, М.А. Снижение вибрации дизель-генераторов и судовых конструкций за счёт демпфирования мастичными покрытиями / М.А. Минасян, В.В. Медведев // Судостроение. – 2006. – № 3. – С. 36–38.