

ВЛИЯНИЕ ЛОКАЛЬНОГО ПОДВОДА ТЕПЛА НА СОПРОТИВЛЕНИЕ ТРЕНИЯ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

1. Постановка задачи

Метод снижения турбулентного трения, основанный на нагреве участка поверхности плоской пластины вблизи ее передней кромки, впервые предложен в 1985 г. Уменьшение суммарного сопротивления трения на пластине в этом случае достигалось, благодаря повышению устойчивости течения газа, нагретого вблизи передней кромки и далее движущегося над более холодной поверхностью, что приводило к существенному увеличению длины ламинарного участка течения в пограничном слое [1]. Впоследствии это предположение получило экспериментальное подтверждение.

Однако при достаточно больших значениях характеристического числа Рейнольдса протяженность турбулентного участка пограничного слоя существенно превосходит длину ламинарного участка, вследствие чего дальнейшее уменьшение вязкого сопротивления возможно лишь путем снижения турбулентного трения [2]. Это делает весьма актуальным поиск методов уменьшения сопротивления трения с помощью различных воздействий на турбулентный пограничный слой.

Исследуется зависимость трения в полностью развитом турбулентном слое на плоской пластине от подвода энергии на одном или нескольких локальных участках обтекаемой поверхности, в то время как остальная часть поверхности является теплоизолированной.

2. Уравнения пограничного слоя

Рассмотрим обтекание плоской пластины потоком вязкого теплопроводного газа, имеющего скорость u_∞ , плотность ρ_∞ и температуру T_∞ на бесконечности. Предполагается, что переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный начинается на малом расстоянии от передней кромки по сравнению с длиной пластины (пограничный слой целиком турбулентный). Участок, на котором осуществляется тепловое воздействие на пограничный слой, располагается в области развитого турбулентного течения и имеет длину h .

Основные уравнения пограничного слоя в турбулентном потоке:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\overline{\rho v}) = 0, \quad (1)$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \overline{\rho v} \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} - \rho u \overline{v'} \right), \quad (2)$$

$$\rho u \frac{\partial H}{\partial x} + \overline{\rho v} \frac{\partial H}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[k \frac{\partial T}{\partial y} - c_p \rho \overline{T'v'} + u \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} - \rho \overline{u'v'} \right) \right], \quad (3)$$

где величины со штрихами – это пульсации соответствующих величин без штрихов; черточка сверху означает среднюю величину, $\overline{\rho v} = \rho v + \overline{\rho'v'}$ [3]. Определив турбулентную вязкость и турбулентное число Прандтля в виде

$$-\overline{u'v'} = \varepsilon_m \frac{\partial u}{\partial y}, \quad -\overline{T'v'} = \frac{\varepsilon_m}{Pr} \frac{\partial T}{\partial y} \quad (4)$$

и воспользовавшись уравнением Бернулли: $-dp/dx = \rho_e u_e (du_e/dx)$, можно привести уравнения (2) и (3) к виду:

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \overline{\rho v} \frac{\partial u}{\partial y} = \rho_e u_e \frac{\partial u_e}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu + \rho \varepsilon_m) \frac{\partial u}{\partial y} \right], \quad (5)$$

$$\rho u \frac{\partial H}{\partial x} + \overline{\rho v} \frac{\partial H}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[(k + c_p \rho \frac{\varepsilon_m}{Pr}) \frac{\partial T}{\partial y} + u(\mu + \rho \varepsilon_m) \frac{\partial u}{\partial y} \right], \quad (6)$$

Используя определение числа Прандтля: $Pr = \mu c_p / k$ и полной энтальпии совершенного газа, можно записать

$$(k + c_p \rho \frac{\varepsilon_m}{Pr}) \frac{\partial T}{\partial y} = \left(\frac{\mu}{Pr} + \rho \frac{\varepsilon_m}{Pr} \right) \left(\frac{\partial H}{\partial y} - u \frac{\partial u}{\partial y} \right). \quad (7)$$

Тогда уравнение (6) можно представить в виде:

$$\rho u \frac{\partial H}{\partial x} + \overline{\rho v} \frac{\partial H}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left[\frac{\mu}{Pr} + \rho \frac{\varepsilon_m}{Pr} \right] \frac{\partial H}{\partial y} + \left[\mu \left(1 - \frac{1}{Pr} \right) + \rho \varepsilon_m \left(1 - \frac{1}{Pr} \right) \right] u \frac{\partial u}{\partial y} \right\}. \quad (8)$$

Воспользуемся преобразованием Фолкнера – Скэн [3]

$$d\eta = \sqrt{\frac{u_e}{\nu_e x}} \frac{\rho}{\rho_e} dy, \quad \psi(x, y) = \sqrt{\rho_e \mu_e u_e x} f(x, \eta). \quad (9)$$

Функцию тока введем в таком виде, чтобы она удовлетворяла уравнению неразрывности (1):

$$\rho u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad \overline{\rho v} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (10)$$

Величина η , называемая переменной подобия или автомодельной переменной, является функцией x и y . На практике η пропорциональна $y / \delta(x)$.

Теперь уравнения движения и энергии (5) и (8) можно записать в виде:

$$(bf''') + m_1 f f'' + m_2 [c - (f')^2] = x \left(f' \frac{\partial f'}{\partial x} - f'' \frac{\partial f}{\partial x} \right), \quad (11)$$

$$(eS' + df f''') + m_1 f S' = x \left(f' \frac{\partial S}{\partial x} - S' \frac{\partial f}{\partial x} \right), \quad (12)$$

где $b = C(1 + \varepsilon_m^*)$, $e = \frac{C}{Pr} \left(1 + \varepsilon_m^* \frac{Pr}{Pr} \right)$,

$$d = \frac{Cu_e^2}{H_e} \left[1 - \frac{1}{Pr} + \varepsilon_m \left(1 - \frac{1}{Pr} \right) \right], \quad \varepsilon_m = \frac{\varepsilon_m}{\nu},$$

$$C = \frac{\rho\mu}{\rho_e\mu_e}, \quad \varepsilon = \frac{\rho_e}{\rho}, \quad R_s = \frac{u_e x}{\nu_e},$$

$$m_1 = \frac{1}{2} \left[1 + m_2 + \frac{x}{\rho_e\mu_e} \frac{d}{dx} (\rho_e\mu_e) \right], \quad m_2 = \frac{x}{u_e} \frac{du_e}{dx}.$$

Граничные условия для системы уравнений (11) и (12) имеют вид:

$$\eta = 0, \quad f' = 0, \quad f = f_w(x), \quad S = S_w(x) \text{ или } S' = S'_w(x),$$

$$\eta = \eta_e, \quad f' = 1, \quad S = 1.$$

Штрихами обозначено дифференцирование по η , $S = H/H_e$ – отношение полных энтальпий, $f' = u/u_e$ – отношение скоростей.

3. Характер изменения коэффициента трения

Для решения системы уравнений (11) и (12) использовалась программа на языке FORTRAN, основанная на методе матричной прогонки.

Для плоской пластины, расположенной под нулевым углом атаки: $f(x,0) = 0$, тепловое воздействие на пограничный слой вводится заданием $S = S_w(x)$ или $S' = S'_w(x)$.

Учет подвода энергии осуществляется заданием безразмерного градиента температуры по формуле

$$p_w(x(i)) = WW(i) = -Pr \sqrt{\frac{H_\infty}{\mu_w}} (K-1) M^2 q_w \sqrt{x(i)}, \quad (i \in \text{участкам нагрева}), \quad (13)$$

$$p_w(x(i)) = WW(i) = 0, \quad (i \notin \text{участкам нагрева}).$$

где μ_w и u_w вычисляются по формулам: $\mu_w = 1,45 \cdot 10^{-6} \frac{T_\infty^{1/2}}{T_\infty + 110}$, $u_w = 20,04 M_\infty \sqrt{T_\infty}$;

$q_w = \frac{Q}{100\theta_0}$, $Q = 5 \cdot 10^{-4}$ Дж – общее количество подводимой энергии, 100 – количество сечений, в которых подводится энергия, $\theta_0 = 0,00011$ – толщина вытеснения на начале первого участка нагрева. Такие начальные условия выбраны в соответствии с работой [2] для возможности сравнения результатов.

Рассмотрим решения, полученные для граничных условий и параметров, приведенных в таблице 1, и различных чисел Маха набегающего потока.

Таблица 1 – Задаваемые граничные условия и параметры набегающего потока

Параметр	NXT	NTR	P2(1)	DETA(1)	VGP	TI	PI	PR	ALFA0	ALFA1
Значение	999	3	0	0,15	1,05	300	10^3	0,72	0	1

На рисунках 1-3 показано распределение относительной величины местного коэффициента трения c_f/c_{f_0} , где c_{f_0} соответствует местному значению коэффициента турбулентного трения на поверхности без подвода. На всех рисунках по оси абсцисс отложено отношение расстояния от передней кромки к толщине потери импульса в сечении, соответствующем началу первого участка нагрева.

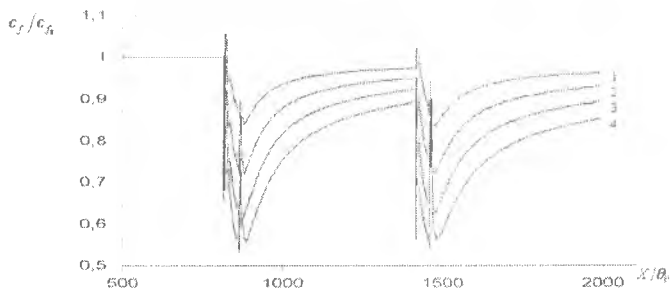


Рис. 1. Распределение относительной величины местного коэффициента трения

$$c_f/c_{f_0}$$

$$1 - M = 0,8, \quad 2 - M = 1,2, \quad 3 - M = 1,6, \quad 4 - M = 2$$

Полученные результаты качественно схожи с полученными ранее [2]. Очень четко прослеживается более выраженное проявление эффекта при увеличении числа Маха. Оценить интегральный (полный) коэффициент трения C_f можно из следующих соображений:

$$C_f = 2 \cdot \frac{\theta(b)}{b}, \quad (14)$$

где b – длина рассматриваемого участка поверхности (пластины или профиля). Тогда

$$\frac{C_f}{C_{f0}} = \frac{\theta(b)}{\theta_0(b)}. \quad (15)$$

Проследим теперь, как меняется сопротивление при изменении подводимой энергии. Проведем ряд вычислений для начальных условий, указанных в таблице 1, при числе Маха в набегающем потоке 1,6. Значения подводимой энергии будут отличаться в 2 и 4 раза в большую и меньшую сторону относительно значения $Q^* = Q = 5 \cdot 10^{-4}$ Дж. Результаты вычислений приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Распределение относительной величины коэффициента трения c_f/c_{f_0}

Q	$Q^*/4$	$Q^*/2$	Q^*	$2Q^*$	$4Q^*$
q	0,0137	0,02275	0,0455	0,0911	0,1822
C_f/C_{f0}	0,971734	0,948944	0,91757	0,876725	0,826668
Q/Q^*	0,25	0,5	1	2	4
$c_f/c_f _{Q=Q^*}$	1,059	1,034	1	0,955	0,901

Как видно, с ростом подводимой энергии коэффициент трения уменьшается (рис. 2).

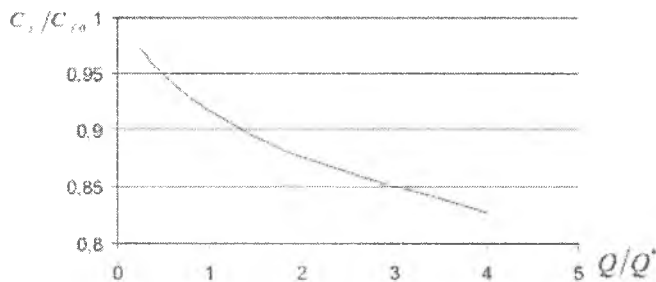


Рис. 2. Распределение относительной величины коэффициента трения c_f/c_{f_0} в зависимости от подводимой энергии

На рисунке 3 представлены зависимости локального коэффициента трения для разных Q .

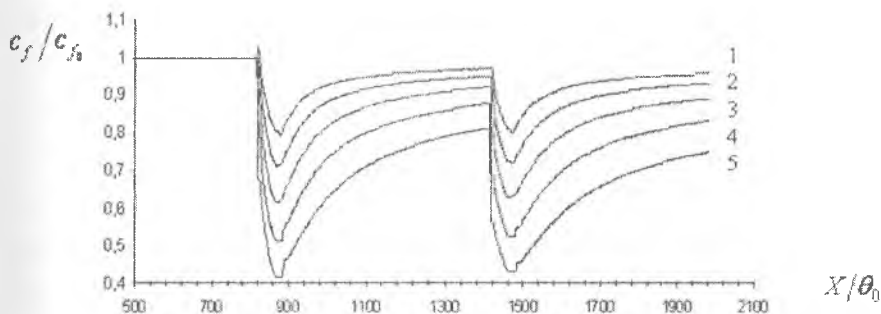


Рис. 3. Распределение относительной величины местного коэффициента трения c_f/c_{f_0}

1 - $q = 0,01137$, 2 - $q = 0,02275$, 3 - $q = 0,0455$, 4 - $q = 0,0911$, 5 - $q = 0,1822$

Работа поддержана Губернаторским грантом в области науки и техники (Соглашение № 56/06 Б).

Библиографический список

1. Лапин Ю.В. Турбулентный пограничный слой в сверхзвуковых потоках газа. М.: Наука, 1982.
2. Казаков А.В., Коган М.Н., Курячий А.П. О снижении турбулентного трения при локальном нагреве обтекаемой поверхности // Прикладная механика и теоретическая физика, 1996, т. 37, № 6. С.72-77.
3. Себеси Т., Брэдшоу П., Конвективный теплообмен. М.: Мир, 1987.