

## ВОЗМУЩЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ ГИПЕРЗВУКОВОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА НА ЭТАПЕ "РАЗГОНА-НАБОРА ВЫСОТЫ"

Рассматривается гипотетический гиперзвуковой летательный аппарат (ГЛА) горизонтального взлета и посадки, выполненный по схеме "бесхвостка" с крылом двойной стреловидности, с комбинированной силовой установкой в виде пароводородного ракетно-турбинного двигателя [1].

Математическая модель движения ГЛА, включает следующие уравнения движения:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{J_{уд}(h, M)g\beta}{m} \cos \alpha - C_{xв}(\alpha, M) \frac{\rho(h)V^2}{2m} S - g \sin \theta, \\ \dot{\theta} &= \frac{1}{V} \left( \frac{J_{уд}(h, M)g\beta}{m} \sin \alpha + C_{ya}(\alpha, M) \frac{\rho(h)V^2}{2m} S - g \cos \theta \right) + \frac{V \cos \theta}{R+h}, \\ \dot{h} &= V \sin \theta, \\ \dot{m} &= -\beta, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $V$  – скорость;  $\theta$  – угол наклона траектории;  $h$  – высота полета;  $m$  – масса;  $\alpha$  – угол атаки;  $\beta$  – расход топлива ( $\beta = 76$  кг/с);  $M = V/a(h)$  – число Маха;  $a$  – скорость звука;  $\rho$  – плотность атмосферы;  $S$  – характерная площадь ( $S = 890$  м<sup>2</sup>);  $g$  – ускорение свободного падения;  $R$  – радиус Земли;  $J_{уд}$  – удельный импульс – высотно-скоростная характеристика силовой установки;  $C_{xв}$ ,  $C_{ya}$  – коэффициенты силы лобового сопротивления и подъемной силы – аэродинамические характеристики (АХ).

Аэродинамические характеристики заданы следующими аппроксимирующими выражениями:

$$\begin{aligned} C_{xв}(\alpha, M) &= C_{xв0}(M) + C_{xв1}(M)\alpha + C_{xв2}(M)\alpha^2, \\ C_{ya}(\alpha, M) &= C_{ya0}(M) + C_{ya1}(M)\alpha, \end{aligned}$$

где  $C_{xв0}(M)$ ,  $C_{xв1}(M)$ ,  $C_{xв2}(M)$ ,  $C_{ya0}(M)$ ,  $C_{ya1}(M)$  – коэффициенты полиномов кусочной линейной аппроксимации АХ по числу Маха [2].

Высотно-скоростная характеристика силовой установки принята в соответствии с [2].

При невозмущенном движении ГЛА плотность атмосферы вычисляется по следующему закону:

$$\rho = \rho_0 \exp\left(-\frac{h}{H_1(h)}\right),$$

$$H_1(h) = H_{10} + H_{11}h + H_{12}h^2 + H_{13}h^3, \quad (4)$$

где  $H_1(h)$  – шкала высот;  $H_{10} = 10351,8$  м;  $H_{11} = -3,68512 \cdot 10^{-2}$ ;  $H_{12} = -1,02368 \cdot 10^{-5} \text{ м}^{-1}$ ;  $H_{13} = 2,63363 \cdot 10^{-10} \text{ м}^{-2}$  [2].

Закон (3) аппроксимирует значения плотности стандартной атмосферы (ГОСТ 4401-81) для высот от 0 до 40 км [3].

В начале рассматриваемого участка ГЛА находится на высоте 11 км с числом  $M = 1,92$  и углом наклона траектории  $16^\circ$ , масса аппарата составляет 292165 кг. В конце участка аппарат должен подняться на высоту 30 км с числом  $M = 6$  и нулевым углом наклона траектории. Полет необходимо провести с минимальными затратами топлива, что при постоянном его расходе эквивалентно наименьшему конечному времени.

Приближенно-оптимальная программа управления углом атаки ГЛА, обеспечивающая выполнение конечных условий движения, определена в [4] и имеет следующий вид:

$$\alpha = \begin{cases} 0,325^\circ, & t < 61,2\text{с}; \\ 0,034^\circ, & t \geq 61,2\text{с}. \end{cases} \quad (5)$$

Программа (5) позволяет осуществить полет на рассматриваемом участке за 162,4 с, при этом затраты топлива составляют 12342 кг.

Проведено исследование влияния случайных возмущений плотности воздуха на время движения ГЛА. Рассмотрено две модели случайных возмущений.

1. Плотность воздуха  $\rho(h)$  представляется как случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием  $\rho_{\text{станд}}(h)$ , вычисляемым по формуле (3). Среднее квадратическое отклонение  $\sigma_\rho(h)$  определяется следующим образом [5]:

$$\sigma_\rho(h) = \sigma_{\rho_0} \cdot e^{-0,15h}, \quad (6)$$

где  $\sigma_{\rho_0} = 50 \text{ г/м}^3$  – средняя величина среднего квадратического отклонения плотности воздуха у земли.

Нормальный закон распределения плотности воздуха с указанными характеристиками получен линейным преобразованием нормального закона случайной величины  $\xi$  с нулевым математическим ожиданием и дисперсией, равной единице:

$$\rho(h) = \rho_{\text{станд}}(h) + \xi \cdot \sigma_\rho(h). \quad (7)$$

Получена выборка из 20 решений системы уравнений (1), (5), (7) (рис. 1, треугольные маркеры). Математическое ожидание времени полета равно 159,9 с, среднее квадратическое отклонение – 5,31 с.

2. Плотность воздуха записывается в виде спектрального канонического разложения:

$$\rho(h) = \rho_{станд}(h) + \sigma_\rho(h) \sum_{v=1}^n \sigma_{\rho v} (\gamma_v \cos \Omega_v h + \varepsilon_v \sin \Omega_v h), \quad (8)$$

где  $\sigma_{\rho v}$  – среднее квадратическое отклонение случайных коэффициентов;  $\gamma_v, \varepsilon_v$  – нормально распределенные случайные числа с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией;  $\Omega_v$  – частоты;  $n = 11$  [5].

Получена выборка из 20 решений системы уравнений (1), (5), (8) (рис. 1, крупные маркеры). Математическое ожидание времени полета равно 152,4 с, среднее квадратическое отклонение – 10,60 с.

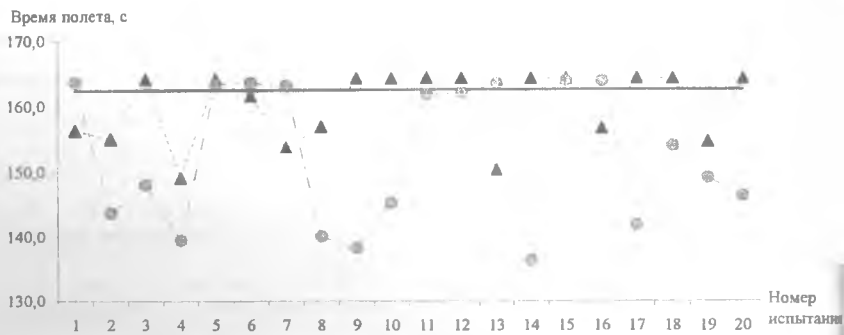


Рис. 1

На рисунке 1 сплошная горизонтальная линия показывает значение времени полета при невозмущенном движении ГЛА.

В таблице 1 представлены время полета и отклонения контролируемых параметров  $\Delta h$ ,  $\Delta M$ ,  $\Delta \theta$  (высоты, числа Маха и угла наклона траектории) каждого испытания отсортированные по уменьшению времени полета. Отклонения являются разности требуемых и полученных значений параметров.

При возмущенном движении ГЛА по модели 1 в ряде случаев выполняются требуемые конечные условия. В остальных случаях происходит либо недобор высоты (до 185 м), либо недобор скорости (до 110 м/с, что соответствует 0,36 М) и угла наклона траектории (до 1,84°).

При возмущенном движении ГЛА по модели 2 в полученной выборке нет ни одного случая выполнения всех требуемых условий одновременно. Отклонения высоты от необходимого значения достигает -1038 м, при этом скорость и угол наклона траектории соответствуют заданным конечным условиям. В случаях достижения требуем

высоты, отклонения по скорости составляют до  $-221$  м/с ( $-0,73$  М), при этом угол наклона траектории больше нулевого на  $2,93^\circ$ .

Таблица 1

Модель 1				Модель 2			
t, сек.	$\Delta h$ , м	$\Delta M$	$\Delta \theta$ , град.	t, сек.	$\Delta h$ , м	$\Delta M$	$\Delta \theta$ , град.
164,2	-185	0,003	0,17	163,8	-99	0,001	-0,27
164,1	-5	0,002	-0,04	163,7	-155	0,002	-0,15
164,1	-103	0,001	0,05	163,6	-196	0,002	-0,02
164,1	-29	0,002	-0,01	163,5	-228	0,001	-0,26
164,1	-122	0,001	0,08	163,3	-312	0,003	-0,10
164,1	-108	0,001	0,06	163,3	-292	0,001	-0,21
164,1	-29	0,002	-0,01	163,0	-452	0,001	0,09
164,1	-158	0,000	0,12	161,8	-970	0,001	0,23
164,1	-67	0,002	0,03	161,6	-1038	0,000	-0,28
164,1	-31	0,002	-0,01	153,8	0	-0,255	-0,89
164,1	-29	0,002	-0,01	148,9	3	-0,384	-1,32
161,5	1	-0,062	-0,24	148,0	4	-0,408	-1,41
156,8	0	-0,176	-0,67	146,1	4	-0,457	-1,72
156,5	2	-0,183	-0,71	145,1	3	-0,484	-1,73
156,3	0	-0,188	-0,73	143,6	2	-0,527	-2,15
155,0	0	-0,219	-0,88	141,6	1	-0,579	-2,03
154,4	0	-0,234	-0,96	140,0	1	-0,624	-2,28
153,6	2	-0,253	-1,07	139,4	3	-0,639	-2,38
150,2	3	-0,337	-1,63	138,2	2	-0,674	-2,52
149,1	1	-0,364	-1,84	136,2	5	-0,730	-2,93

Анализ полученных решений показывает необходимость использования терминального управления на рассматриваемом участке.

#### Библиографический список

1. Горбатенко С.А. и др. Механика полета. М.: Машиностроение, 1969.
2. Летов А.М. Динамика полета и управление. М.: Наука, 1969.
3. Атмосфера. //Справочник под ред. Седунова Ю.С. и др. Л.: Гидрометеиздат, 1991.
4. Кочян А.Г. Исследование программ управления движением гиперзвукового летательного аппарата на этапе "разгона-набора высоты": Пояснительная записка к дипломной работе. Самарский государственный аэрокосмический университет, 2006.
5. Школьный Е.П., Майборода Л.А. Атмосфера и управление движением летательных аппаратов. Л.: Гидрометеиздат, 1973.