как трос полностью развернут, $T_y = 0$. Полученная система была использована для имитационного моделирования начального участка развертывания орбитальной тросовой системы

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1 Reb S., Tethred satellite systems.- Technische Universitat Munchen.- 1991.

2 Маркеев А.П., Теоретическая механика. - М.: Наука, 1990.

УДК 531.5: 521.2

Коннов В.В., Кудюров Л.В.

ВЫБОР ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩЕЙ ТРАЕКТОРИИ ВХОДА КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В СРЕДНЮЮ СФЕРУ ДЕЙСТВИЯ ЛУНЫ

При исследовании пертурбационных маневров около Луны в работе [1] получен один важный результат, заключающийся в том, что наибольшее приращение гелиоцентрической скорости космический аппарат (КА) может получить, если при входе в среднюю сферу действия (ССД) Луны в земной системе координат он будет иметь скорость, равную по величине орбитальной скорости Луны относительно Земли, а плоскость орбиты будет наклонена к плоскости орбиты Луны не менее чем на 24°. Чтобы обеспечить такие условия в работе [2] предлагается применить непосредственно перед входом в ССД комбинацию координатного и скоростного импульсов скорости. При этом координатно-скоростное маневрирование осуществляется в плоскости "фиктивной" Луны, составляющей с плоскостью орбиты Луны указанное выше наклонение. Задача выбора наиболее экономичной траектории входа в ССД может быть сведена к исследованию эффективности различных методов определения составляющих потребной скорости. Ниже рассмотрены два метода решения этой задачи.

Первый из них основан на методе дифференциальных коррекций и состоит в следующем. Движение КА на участке маневрирования рассматривается в подвижной системе координат с началом в центре фиктивной Луны (рис.1) и, в отличие от [2], с учетом нелинейности дифференциальных уравнений относительного движения, которые после приведения к безразмерному виду и частичного упрощения на основе близости КА к началу координат и малой эллиптичности опорной орбиты (орбиты фиктивной Луны) сводятся к системе [3]:

$$\ddot{x} = -y\ddot{\Theta} - 2\dot{y}\dot{\Theta} - \left(\frac{1}{r_c^3} - \dot{\Theta}^2\right)x + \frac{3xy}{r_c^4} + \chi a_x,$$

$$\ddot{y} = x\ddot{\Theta} + 2\dot{x}\dot{\Theta} + \left(\frac{2}{r_c^3} + \dot{\Theta}^2\right)y - \frac{3(x^2 - 2y^2 + z^2)}{2r_c^4} + \chi a_y, \qquad (1)$$

$$\ddot{z} = -\frac{z}{r_c^3} + \frac{3zy}{r_c^4} + \chi a_z,$$

где x, y, z — относительные координаты КА;

$$\dot{\Theta} = 1 + 2e\cos(\tau - \tau_p) + \frac{5}{2}e^2\cos 2(\tau - \tau_p) + \ldots;$$

$$\ddot{\Theta} = -2e\sin(\tau - \tau_p) - 5e^2\sin 2(\tau - \tau_p) + \ldots;$$

$$r_c = 1 - e\cos(\tau - \tau_p) + \frac{e^2}{2}\left[1 - \cos 2(\tau - \tau_p)\right] + \ldots,$$

e – эксцентриситет опорной орбиты; τ – безразмерное время; τ_p – безразмерное врем прохождения перигея, a_x, a_y, a_z – составляющие управляющего ускорения КА; $\chi = 1$, есл двигатель работает, $\chi = 0$, если двигатель выключен.

Для определения относительного положения КА используется метод дифферен альных коррекций [3], согласно которому решение уравнений [1] принимается в виде:

$$x = x_c + \delta x_0 + e\delta x_e, \quad y = y_c + \delta y_0 + e\delta y_e, \quad z = z_c + \delta z_0 + e\delta z_e, \qquad (2)$$

где x_c, y_c, z_c – решение линеаризованной системы уравнений (1) для случая круговой орб ты, то есть

$$x_c = 2(2x_0' + 3y_0)\sin\tau + 2y_0'\cos\tau - 3(x_0' + 2y_0)\tau + x_0 - 2y_0',$$

$$y_c = -(2x_0' + 3y_0)\cos\tau + y_0'\sin\tau + 2(x_0' + 2y_0),$$

$$z_c = z_0'\sin\tau + z_0\cos\tau;$$

δx_0, δy_0, δz_0 – поправки, учитывающие нелинейность дифференциальных уравнений дви ния; δx_e, δy_e, δz_e – поправки, учитывающие эллиптичность опорной орбиты.

Для вычисления корректирующих импульсов скорости потребные значения ско стей $v_x^П$, $v_y^П$, $v_z^П$ для координатного маневра и $v_{\dot{x}}^П$, $v_{\dot{y}}^П$, $v_{\dot{z}}^П$ для скоростного предлагается о ределять численно из уравнений (2), которые при заданных начальных значениях x_0, y z_0, $\dot{x}_0$, $\dot{y}_0$, $\dot{z}_0$ и заданных конечных значениях этих параметров $x_к$, $y_к$, $z_к$, $\dot{x}_к$, $\dot{y}_к$, $\dot{z}_к$ св дятся к системе

$$
\begin{aligned}
x_{\text{к}} &= d_0 + d_1 v_x^{\Pi} + d_2 v_y^{\Pi} + d_1 v_z^{\Pi} + d_4 (v_x^{\Pi})^2 + d_5 (v_y^{\Pi})^2 + d_6 (v_z^{\Pi})^2 + d_7 v_x^{\Pi} v_y^{\Pi}, \\
y_{\text{к}} &= f_0 + f_1 v_x^{\Pi} + f_2 v_y^{\Pi} + f_3 v_z^{\Pi} + f_4 (v_x^{\Pi})^2 + f_5 (v_y^{\Pi})^2 + f_6 (v_z^{\Pi})^2 + f_7 v_x^{\Pi} v_y^{\Pi}, \\
z_{\text{к}} &= g_0 + g_1 v_x^{\Pi} + g_2 v_y^{\Pi} + g_3 v_z^{\Pi} + g_9 v_y^{\Pi} v_z^{\Pi} + g_8 v_x^{\Pi} v_z^{\Pi}, \qquad (3) \\
\dot{x}_{\text{к}} &= k_0 + k_1 v_{\dot{x}}^{\Pi} + k_2 v_{\dot{y}}^{\Pi} + k_3 v_{\dot{z}}^{\Pi} + k_4 (v_{\dot{x}}^{\Pi})^2 + k_5 (v_{\dot{y}}^{\Pi})^2 + k_6 (v_{\dot{z}}^{\Pi})^2 + k_7 v_{\dot{x}}^{\Pi} v_{\dot{y}}^{\Pi} + k_8 v_{\dot{x}}^{\Pi} v_{\dot{z}}^{\Pi} + k_9 v_{\dot{y}}^{\Pi} v_{\dot{z}}^{\Pi}, \\
\dot{y}_{\text{к}} &= m_0 + m_1 v_{\dot{x}}^{\Pi} + m_2 v_{\dot{y}}^{\Pi} + m_3 v_{\dot{z}}^{\Pi} + m_4 (v_{\dot{x}}^{\Pi})^2 + m_5 (v_{\dot{y}}^{\Pi})^2 + m_6 (v_{\dot{z}}^{\Pi})^2 + m_7 v_{\dot{x}}^{\Pi} v_{\dot{y}}^{\Pi} + m_8 v_{\dot{x}}^{\Pi} v_{\dot{z}}^{\Pi} + m_9 v_{\dot{y}}^{\Pi} v_{\dot{z}}^{\Pi} \\
\dot{z}_{\text{к}} &= n_0 + n_1 v_{\dot{x}}^{\Pi} + n_2 v_{\dot{y}}^{\Pi} + n_3 v_{\dot{z}}^{\Pi} + n_8 v_{\dot{x}}^{\Pi} v_{\dot{z}}^{\Pi} + n_9 v_{\dot{y}}^{\Pi} v_{\dot{z}}^{\Pi}
\end{aligned}
$$

Коэффициенты в правых частях первых трех уравнений системы (3) являются функциями τ_p, e и продолжительности $\tau_{\text{к}}$ координатного маневра, а коэффициенты в правых частях четвертого, пятого и шестого уравнений являются функциями τ_p, e и продолжительности τ_c скоростного маневра. Решая первое, второе и третье уравнения относительно v_x^{Π}, v_y^{Π}, v_z^{Π}, находим потребные скорости для проведения координатного маневра, а решая четвертое, пятое и шестое уравнения относительно $v_{\dot{x}}^{\Pi}$, $v_{\dot{y}}^{\Pi}$, $v_{\dot{z}}^{\Pi}$, находим потребные скорости для проведения скоростного маневра.

По второму методу потребные скорости находятся непосредственно из дифференциальных уравнений относительного движения (1) методом вариации начальных условий. Рассмотрим кратко суть этого метода. Пусть задана система дифференциальных уравнений движения, которая имеет численное решение на множестве своих начальных условий. Тогда, задавая какие-либо начальные условия КА, можно получить его конечное положение и скорость. То есть, конечные параметры движения КА представляются как неявные функции начальных. Приняв неизменным начальное положение , получаем систему трех неявных нелинейных функций, зависящих от начальных скоростей. Решая эту систему численным методом относительно начальных скоростей, можно получить потребные скорости v_x^{Π}, v_y^{Π}, v_z^{Π}, необходимые для попадания в заданную точку, то есть для проведения координатного маневра. Аналогично строится алгоритм для получения потребных скоростей скоростного маневра. Преимущество данного метода состоит в том, что точность найденных значений потребных скоростей не зависит от сложности модели, а зависит только от точности и параметров метода интегрирования. То есть, для данной задачи автоматически учитывается нелинейность системы (1), эллиптичность орбиты и активный участок любой продолжительности. Однако, для реализации метода требуется на порядок больше машинного времени, чем для других методов, так как при каждой итерации требуется неоднократно численно интегрировать исходную систему дифференциальных уравнений движения. Соответствующий выбор шага интегрирования позволяет найти оптимальное соотношение по требованиям к точности и скорости решения.

При этом, согласно условию Пике [1], $x_к$, $y_к$, $z_к$, $\dot{x}_к$, $\dot{y}_к$, $\dot{z}_к$ заданы на СС "фиктивной" Луны, причем

$$\sqrt{\dot{x}_k^2 + \dot{y}_k^2 + \dot{z}_k^2} = 2\,|\,\bar{v}_л\,|\,sin\frac{i}{2},$$

где $\bar{v}_л$ – скорость Луны относительно Земли, i – наклонение плоскости фиктивной Луны к плоскости Луны (i ≈24°).

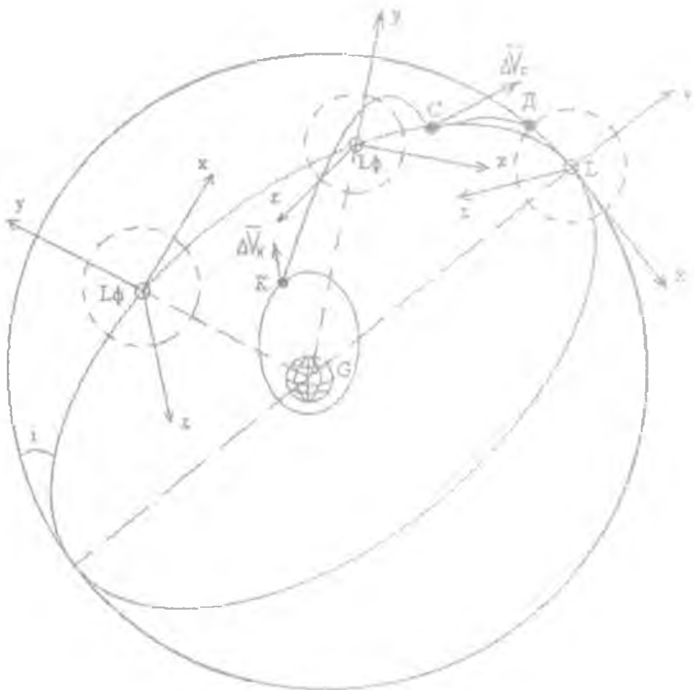

Рис 1. Траектории движения

Движение КА с момента старта до момента входа в зону ближнего маневрирования (рис.1) контролируется в гелиоцентрической системе координат согласно уравнению

$$\vec{a}_i = G\left(-\frac{M}{r_i^3}\vec{r}_i + \sum_{k=1}^{n}\frac{m_k}{r_{ik}^3}\vec{r}_{ik}\right), \qquad \vec{r}_{ik} = \vec{r}_k - \vec{r}_i,$$

где $\vec{a}_i$ □ ускорение рассматриваемого тела (планеты, КА), G□ гравитационная постоянная; M □ масса Солнца; $\vec{r}_i$ □ радиус-вектор положения тела относительно Солнца, m_k □ масса соседнего притягивающего тела, k=1,2,…; $\vec{r}_{ik}$ □ радиус-вектор положения соседнего тела относительно КА.

Представленные алгоритмы описанных методов были реализованы на ЭВМ. Результаты численных исследований приведены в таблице.

Таблица. Координатно-скоростная схема маневрирования

Начальные координаты (км)		Характеристическая скорость м/с		
X_0	Y_0	Линейная теория	Метод диффер. коррекций	Метод вариации нач. условий
9659	2588	24,6	27,2	14,0
8660	5000	38,1	38,2	29,1
7071	7071	52,9	56,3	44,2
5000	8660	67,3	69,5	58,5
2588	9659	79,8	85,1	70,3
-9659	-2588	19,9	27,0	12,6
-8660	-5000	36,2	51,0	27,9
-7071	-7071	53,4	57,1	43,6
-5000	-8660	69,7	69,5	58,4
-2589	-9659	83,4	86,2	70,7

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод, что наиболее экономичные траектории дает метод вариации начальных условий, хотя и ценой дополнительных затрат машинного времени.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Pike J. Earth escape regions near the moon. //AIAA Journal, 1971, 9, №5, 948-950.

Кудюров Л.В. К задаче о наборе гелиоцентрической скорости// ВИНИТИ, №3005-85 Деп.

Антони М.Л., Сазаки Ф.Т. Проблемы встречи на близких к круговым орбитах// Ракетная техника и космонавтика, т.5, №2, 1967.