

ВЫБОР ОСНОВНЫХ ПРОЕКТНЫХ ПАРАМЕТРОВ И ЗАКОНОВ УПРАВЛЕНИЯ ВЕКТОРОМ ТЯГИ УНИВЕРСАЛЬНОГО ЭЛЕКТРОРАКЕТНОГО ЭНЕРГОДВИГАТЕЛЬНОГО МОДУЛЯ

В последние десятилетия было разработано много проектов космических аппаратов (КА) с электроракетной двигательной установкой (ЭРДУ). В США разработан проект универсальной многоразовой космической ступени с солнечной ЭРДУ – "SEPS" [1], предназначенной для использования как в качестве межорбитального транспортно-го аппарата на околоземных орбитах, так и для доставки автоматических зондов к планетам, астероидам, кометам. В рамках Российской космической программы разрабатывается проект "Фобос-Грунт" для транспортировки КА с орбиты Земли на орбиту спутника Марса – Фобоса с последующей посадкой на Фобос, забором грунта и его доставкой на Землю возвратной ракетой [2].

Основным элементом подобных КА является энергодвигательный модуль, включающий следующие основные системы: электроракетную двигательную установку, систему энергоснабжения (СЭП), систему хранения и подачи рабочего тела (СПХ), систему управления вектором тяги, систему обеспечения теплового режима (СОТР).

Энергодвигательный модуль (ЭДМ) может иметь собственные системы СЭП, СОТР, БКУ – независимый ЭДМ или совместно использовать указанные системы с полезной нагрузкой (ПН) – зависимый ЭДМ. Управление, энергоснабжение и другие функции в этом случае обеспечиваются за счет ресурсов полезной нагрузки.

Масса КА с независимым ЭДМ будет определяться по формуле:

$$M_{КА} = M_{ПН} + M_{ЭДМ},$$

где $M_{КА}$ – стартовая масса; $M_{ПН}$ – масса ПН; $M_{ЭДМ}$ – масса ЭДМ. Масса КА ограничена возможностями ракеты-носителя (РН): $M_{КА} \leq M_{КА}^{max}$.

Массу ЭДМ можно представить в следующем виде

$$M_{ЭДМ} = M_{ДУ} + M_{СЭП} + M_{СПХ} + M_{РТ} + M_{БКВ} + M_{СОТР} + M_{К},$$

где $M_{ДУ}$ – масса двигательной установки (ДУ); $M_{СЭП}$ – масса СЭП, $M_{СПХ}$ – масса СПХ, $M_{РТ}$ – масса рабочего тела, $M_{БКВ}$ – масса бортового комплекса управления, $M_{СОТР}$ – масса СОТР, $M_{К}$ – масса конструкции.

Массы компонентов ЭДМ являются функциями основных проектных параметров, а именно

$$M_{ЭДМ} = f(N), M_{СЭП} = f(N), M_{РТ} = f(q, T_{ст}), M_{БКВ} = f(M_{ЭДМ}).$$

$$M_{\text{сорт}} = f(N, \eta_T, \eta_{\text{ПЭ}}), M_K = f(M_{\text{КА}}),$$

где P – тяга ДУ, N – мощность энергетической установки, q – секундный расход рабочего тела, T_M – моторное время перелета, η_T – термический КПД ЭРД, $\eta_{\text{ПЭ}}$ – КПД преобразователей энергии.

Таким образом, можно сформировать следующий вектор проектных параметров, характеризующих ЭДМ

$$P = \{P, q, \eta_T, N, \eta_{\text{ПЭ}}, T_M\}.$$

Первые три параметра вектора связаны функциональными связями, относятся только к ДУ и выбираются совместно. Следующие два параметра также связаны функциональными связями и относятся к энергетической установке. Значение последнего параметра зависит от баллистической схемы и граничных условий перелета, а также выбора программы управления вектором тяги.

Динамика КА с малой тягой (МТ) как объекта управления описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями общего вида

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = f(t, x, u, p, v), \quad x(t_0) \in X_0(z), x(t_K) \in X_K(z), \quad u = u(t, x) \in U(p), (x, u) = y \in Y(p) \subset D.$$

Задача совместной оптимизации заключается в выборе проектных параметров $\bar{p} \in P$ и совокупности переменных $\bar{u}(t, x, z), \bar{x} = (t, z)$, принадлежащих множеству допустимых D и обеспечивающих реализацию диапазона динамических маневров Z при минимальном значении заданного критерия эффективности.

Строгое разделение задач оптимизации справедливо лишь для идеально регулируемого двигателя МТ, когда его динамика описывается простейшей моделью: точка переменной массы с идеальным и "бесплатным управлением". В общем случае динамическая характеристика не обладает инвариантностью по отношению к параметрам КА. Поэтому задача поиска глобального максимума реализуется в форме двух выполняемых последовательно операций:

1. $(\bar{x}, \bar{u}) = \arg \min_{(x, u) \in D} I[z, p, x, u]; I(z, p, \bar{x}, \bar{u}) = S(z, p),$
2. $\bar{p} = \arg \max_{p \in P} \mu(z, p, S(z, p)).$

Решение этой задачи связано с трудностями, обусловленными необходимостью иметь зависимость $S(z, p)$, определенную на множестве P во всем диапазоне маневров Z .

В случае разработки КА, предназначенного для выполнения диапазона маневров Z и задач транспортировки различных полезных грузов, в качестве критерия оптималь-

ности будем принимать меру максимального выигрыша в массе полезного груза на множестве Z , определяемую согласно выражению $R = \min_{p \in P} \max_{z \in Z} \rho(z, p)$, где степень неоптимальности $\rho(z, p)$ задается в виде

$$\rho(z, p) = \frac{\max_{p \in P} m_{\text{нн}}(z, p) - m_{\text{нн}}(z, p)}{\max_{p \in P} m_{\text{нн}}(z, p)}.$$

В работе [3] найдены программы управления вектором тяги в задаче перелета между некомпланарными круговыми орбитами. Используемая при этом модель движения получена методом усреднения системы дифференциальных уравнений пространственного движения КА с двигателем МТ. Ввиду малости реактивного ускорения оскулирующая орбита считается близкой к круговой. Считается, что полет КА происходит в центральном ньютоновском поле тяготения, тяга двигателя направлена так, что ее радиальная составляющая равна нулю. Направление вектора тяги задается углом между трансверсалью и вектором тяги ψ .

Согласно полученному решению [3], оптимальная программа разворота вектора тяги относительно оскулирующей плоскости орбиты имеет вид

$$\psi(W_x, u) = \arctg(\text{tg} \psi_m \cos u),$$

где ψ_m – амплитуда периодических колебаний этого угла, зависящая от текущей характеристической скорости; u – аргумент широты; a_0 – начальное реактивное ускорение; W_x – текущая характеристическая скорость:

$$W_x = -c \ln \left(1 - \frac{a_0}{c} t \right).$$

Изменение ψ_m задается монотонно возрастающей функцией, полученной в ходе решения краевой задачи для упрощенной модели движения [3]. Несколько худшей по энергетике, но удобной для проведения проектно-баллистических расчетов является программа

$$\psi(W_x, u) = \psi_m(W_x) \text{sign}(\cos u), \quad \psi_m = \arctg \left\{ A \left[1 - B - \frac{W_x}{V_0} C \right]^{-1} \right\}, \quad (1)$$

где V_0 – скорость на круговой опорной орбите радиусом r_0 ; A, B, C – коэффициенты, зависящие от граничных условий перелета.

Средний радиус и наклонение орбиты при этом меняются следующим образом

$$\frac{r}{r_0} = \left[1 - \frac{2(1-B) \cdot W_x}{C} + W_x^2 \right]^{-1}, \quad i = i_0 - \frac{2}{\pi} \arctg \left\{ A W_x [C - (1-B) \cdot W_x]^{-1} \right\}.$$

Характеристическая скорость перелета вычисляется по формуле [3]:

$$W_{xk} = V_0 C.$$

Дополнительные расходы характеристической скорости на управление, коррекции орбиты и др. можно учесть коэффициентом запаса на управление $k_{уп} = 1,05 \dots 1,15$ [4]. Таким образом, характеристическая скорость перелета будет определяться по формуле:

$$W_{xk}^{(0)} = k_{уп} W_{xk}$$

Управление направлением вектора тяги можно осуществлять за счет разворота корпуса КА. Рассмотрим вращательное движение КА по каналу рыскания.

$$\frac{d\omega}{dt} = \omega, \quad \frac{d\omega}{dt} = \varepsilon,$$

где ω – угловая скорость вращения КА; ε – угловое ускорение КА.

Выберем структуру управления ориентацией вектора тяги на витке, исходя из условия простоты ее технической реализации [5]. Потребуем, чтобы в окрестности точек: $u = \pi/2$, $u = 3\pi/2$ постоянный по модулю момент обеспечивал перориентацию КА из положения $\psi = \psi_m$ в положение $\psi = -\psi_m$ или наоборот. На остальной части витка, когда $|\psi| = \psi_m$, управляющий момент равняется нулю. Структура управления будет описываться уравнением:

$$\varepsilon = -\varepsilon_p \operatorname{sign}(\cos u) \frac{1}{2} \left\{ 1 + \operatorname{sign} \left[\sin^2 u - \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \right] \right\},$$

где ε_p – модуль углового ускорения, создаваемого управляющим моментом; α – половина участка разворота КА. В [5] получено, что $\alpha = \left(\frac{2 \cdot \psi_m \mu_3}{\varepsilon_p T^3} \right)^{\frac{1}{3}}$.

Определим угол ψ как явную функцию угла u :

$$\psi(u) = \begin{cases} (u < \pi) \wedge \left(\operatorname{sign} \left(\sin^2 \left(u + \frac{\pi}{2} \right) - \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \right) < 0 \right), \psi_m (W_x) \operatorname{sign} \sin u \\ (u < \pi) \wedge \left(\operatorname{sign} \left(\sin^2 \left(u + \frac{\pi}{2} \right) - \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \right) > 0 \right), -\psi_m \left(1 - \frac{(\alpha - u \cdot \operatorname{sign} \sin u)^2}{\alpha^2} \right) \operatorname{sign} \sin u \\ (u > \pi) \wedge \left(\operatorname{sign} \left(\sin^2 \left(u - \frac{\pi}{2} \right) - \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \right) < 0 \right), \psi_m (W_x) \operatorname{sign} \sin u \\ (u > \pi) \wedge \left(\operatorname{sign} \left(\sin^2 \left(u - \frac{\pi}{2} \right) - \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \right) > 0 \right), -\psi_m \left(1 - \frac{((u - \pi) \cdot \operatorname{sign} \sin u + \alpha)^2}{\alpha^2} \right) \operatorname{sign} \sin u \end{cases}$$

где $\psi_m = \begin{cases} \psi_{пред} \geq |\psi_m|, \psi_m \\ \psi_{пред} < |\psi_m|, \psi_{пред} \end{cases}$, $\psi_{пред} = \frac{\pi^2 \varepsilon_p T^3}{8 \mu_3}$ – предельный угол поворота КА.

Поиск оптимальной программы управления с помощью принципа максимума Понтрягина сводится к решению краевой задачи, связано с вычислительными проблемами.

Примем в качестве функции изменения угла ψ_m решение, полученное для релейной программы управления (1). Полученную программу управления вектором тяги, учитывающую ограниченность управляющего момента будем называть "программа 1".

Пример расчета "программы 1" приведен на рисунке 1. Как видно из рисунка 1, при слишком малых значениях управляющего момента не обеспечивается выполнение программы управления, что приводит к большим погрешностям выполнения граничных условий перелета.

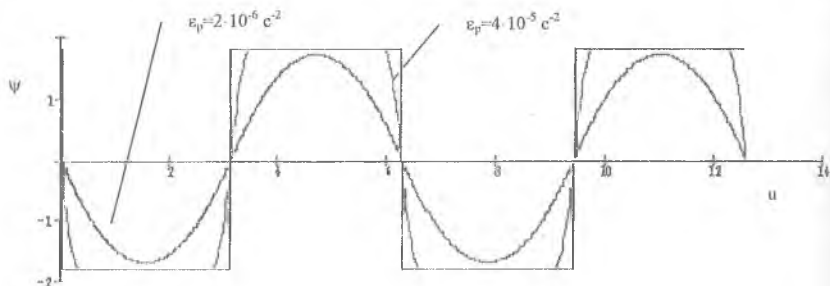


Рис. 2. Программа изменения угла ψ ($H = 200$ км, $i = 51^\circ$, $\epsilon_p = 4 \cdot 10^{-5} c^{-2}$)

Погрешности, вносимые вращательным движением корпуса КА, для различных значений располагаемых угловых ускорений приведены в таблице 1.

Таблица 1 -- Погрешности «программы 1» при перелете на ГСО в зависимости от располагаемого углового ускорения ($\Gamma = 200$ сут, $H_0 = 300$ км, $i_0 = 51^\circ$)

Располагаемое ускорение $\epsilon_p, m/c^2 \cdot 10^5$	$\Delta r, км$
∞	47
10	416
1	1450
0,1	4640

Погрешность выполнения граничных условий происходит из-за рассогласования движения по изменению наклона и движения по изменению радиуса. Для уменьшения погрешности получим новую программу управления из условия (рисунок 2):

$$\int_0^{2\pi} \psi_m \cdot \text{sign}(\cos u) du = \int_0^{2\pi} \bar{\psi}(u) du, \quad (2)$$

где $\bar{\psi}(u)$ -- новая программа управления. Подставляя (1) в (2), находим новое значение амплитуды угла $\bar{\psi}_m$ из решения кубического уравнения:

$$\frac{8}{9} \frac{\mu}{\varepsilon_p r^3} \overline{\psi_m}^3 - \pi^2 \overline{\psi_m}^2 + 2 \cdot \pi^2 |\overline{\psi_m}| \overline{\psi_m} - \pi^2 |\overline{\psi_m}|^2 = 0. \quad (3)$$

Выбираем корень уравнения (3) из условия:

$$|\overline{\psi_m}| < \overline{\psi_m} < \pi. \quad (4)$$

Если ни один из корней не удовлетворяет условию (3), то принимаем $\overline{\psi_m} = |\overline{\psi_m}|$.

Программу управления вектором тяги, полученную из условия (4), будем называть программой 2. Пример расчета программы 2 управления вектором тяги приведен на рисунке 3.

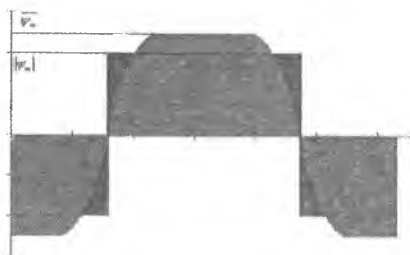


Рис. 2. К определению новой программы управления

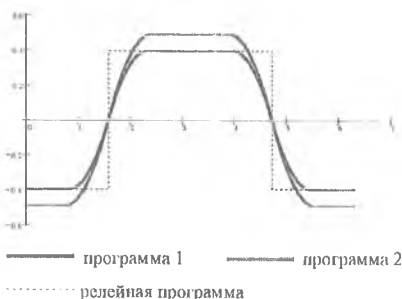


Рис. 3. Сравнение различных программ управления вектором тяги

В таблице 2 приведены значения погрешности выполнения граничных условий перелета для "программы 1" и "программы 2".

Таблица 2 – Погрешности для "программы 1" и "программы 2"

Располагаемое ускорение $\varepsilon_p, \text{ м/с}^2 \cdot 10^5$	Погрешность Δr по "программе 1", км	Погрешность Δr по "программе 2", км
10	416	198
1	1450	494
0,1	4640	2100

Из таблицы 2 видно, что погрешность выполнения граничных условий для "программы 2" в 2 - 3 раза меньше, чем для "программы 1".

Библиографический список

1. Салмин В.В., Старинова О.Л. Оптимизация межпланетных перелетов КА с двигателями малой тяги с учетом эллиптичности и некопланарности орбит планет // Космические исследования – 2001. Т.39, №1. С. 51-59.

2. Попов Г.А., Обухов В.А., Константинов М.С., Федотов Г.Г., Мурашко В.М. Применение электроракетной двигательной установки в проекте «Фобос-грунт» // Фундаментальные исследования и прикладные проблемы космонавтики, №1, 2001.
3. Лебедев В.И. Расчет движения космического аппарата с малой тягой. М.: ВЦ АИ СССР, 1968.
4. Ипков С.А., Салмин В.В. Оптимизация траекторий и параметров межорбитальных транспортных аппаратов с двигателями малой тяги. // Космические исследования. – 1989. Т.ХХУ. Вып. 1. – с. 42-53
5. Ипков С.А., Салмин В.В. Оптимальные законы управления в задаче межорбитального перелета с непрерывной тягой.// Космические исследования. – 1984. Т.ХХII. Вып. 5.