

ВЫБОР ПРИБЛИЖЕННО-ОПТИМАЛЬНЫХ СХЕМ ПЕРЕЛЕТА НА ГЕОСТАЦИОНАРНУЮ ОРБИТУ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С ХИМИЧЕСКИМ РАЗГОННЫМ БЛОКОМ И ЭЛЕКТРОРАКЕТНОЙ ДВИГАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКОЙ МАЛОЙ ТЯГИ

Схема перелета на геостационарную орбиту (ГСО) космического аппарата (КА) с использованием химического разгонного блока (ХРБ) и электроракетной двигательной установкой (ЭРДУ) малой тяги (МТ) представляет собой один из альтернативных вариантов выведения на ГСО наряду со схемами, использующими только ХРБ или ЭРДУ МТ. Кроме того, эта схема является наиболее универсальной, поскольку сочетает в себе достоинства как импульсной схемы (малое время выведения и, как следствие, малое время пребывания КА в радиационных поясах Земли), так и схемы перелета с помощью ЭРДУ МТ (большая масса полезной нагрузки (ПН)). В этом случае появляется возможность варьирования соотношения времени перелета и массы ПН, т.е. решения двухкритериальной задачи оптимизации.

Рассматривается комбинированная схема выведения, включающая в себя следующие этапы (рисунк 1):

1. Выведение КА на базовую круговую орбиту высотой $H_0 = 350$ км и наклонением $i_0 = 51.5^\circ$ с помощью РН "Союз-2".
2. Двухимпульсный маневр перехода КА на промежуточную эллиптическую орбиту за счет работы ХРБ (в данном случае маршевой двигательной установки (МДУ) разгонного блока (РБ) "Фрегат"). После этого происходит отделение МДУ РБ "Фрегат" и раскрытие панелей солнечных батарей.
3. Перелет КА с промежуточной орбиты на ГСО за счет работы ЭРДУ на основе стационарных плазменных двигателей СПД-140.

Для выбора оптимальных проектных параметров КА представим его стартовую массу как сумму масс отдельных систем.

Уравнение баланса масс на начальной орбите имеет вид:

$$M_0 = M_K^{ХРБ} + M_T^{ХРБ} + M_{Э}^{ЭРДУ} + M_D^{ЭРДУ} + M_{СПД}^{ЭРДУ} + M_T^{ЭРДУ} + M_K^{ЭРДУ} + M_{III},$$

где M_0 – начальная масса КА; $M_K^{ХРБ}$ – масса конструкции ХРБ (сухая масса); $M_T^{ХРБ}$ – масса топлива ХРБ; $M_{Э}^{ЭРДУ}$ – масса источника и преобразователя энергии ЭРДУ; $M_D^{ЭРДУ}$ – масса двигательной установки ЭРДУ; $M_{СПД}^{ЭРДУ}$ – масса системы подачи и хра-

нения рабочего тела ЭРДУ; $M_T^{ЭРДУ}$ — масса рабочего тела ЭРДУ; $M_K^{ЭРДУ}$ — масса корпуса КА, прочих элементов и систем КА с ЭРДУ; M_{III} — масса полезной нагрузки.

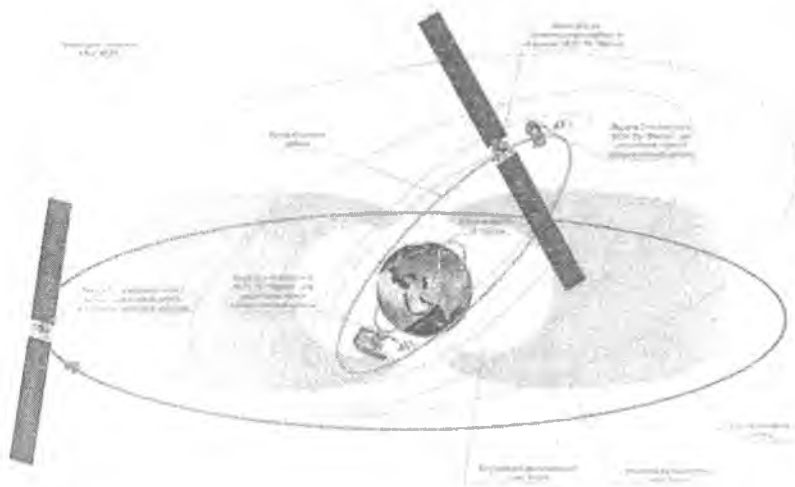


Рис. 1. Схема перелета на геостационарную орбиту КА с ХРБ и ЭРДУ

Масса ХРБ считается постоянной и равной сухой массе РБ "Фрегат": $M_K^{ХРБ} = 950$ кг.

Масса топлива ХРБ равна потребной массе топлива, определяемого величинами импульсов для перевода КА на промежуточную орбиту.

Массы отдельных компонентов КА с ЭРДУ зависят от проектных параметров. Обычно применяются следующие зависимости:

$$M_{Э} = \alpha_{ЭV} N,$$

$$M_{л} = \gamma_{лV} (P + kP_{упр}),$$

$$M_{Слх} = \gamma_{Слх} M_T,$$

$$M_K = \gamma'_K P + \gamma''_K N,$$

где P — тяга маршевых двигателей; $P_{упр}$ — тяга управляющих двигателей; N — мощность энергоустановки; $\alpha_{ЭV}$, $\gamma_{лV}$, $\gamma_{Слх}$, γ'_K , γ''_K — соответствующие удельные массовые характеристики.

Мощность энергоустановки зависит от тяги двигателей и скорости истечения рабочего тела

$$N = \frac{Pc}{2} \frac{1 + \chi}{\eta_T \eta_{ПЭ}},$$

где $\chi = \frac{P_{ЭПР}}{P}$ – характеризует относительный расход массы управляющих двигателей,

η_T – тяговый коэффициент полезного действия, $\eta_{ПЭ}$ – КПД преобразователя энергии.

Сформулируем задачу максимизации массы ПН, выводимой на геостационарную орбиту, при фиксированном времени перелета: $M_{ПН} \rightarrow \max$, $T_E = \text{fixe}$.

Расчет движения КА с ЭРДУ производится интегрированием методом Рунге-Кутты четвертого порядка системы уравнений в оскулирующих элементах.

$$\begin{aligned}
 \frac{dA}{dt} &= \frac{2p}{(1-e)^2} \sqrt{\frac{p}{\mu}} \cdot [e \sin \vartheta \cdot S + (1+e \cos \vartheta) \cdot T], \\
 \frac{de}{dt} &= \sqrt{\frac{p}{\mu}} \cdot \left[\sin \vartheta \cdot S + \frac{e \cos^2 \vartheta + 2 \cos \vartheta + e}{1+e \cos \vartheta} \cdot T \right], \\
 \frac{di}{dt} &= \sqrt{\frac{p}{\mu}} \cdot \frac{\cos u}{1+e \cos \vartheta} \cdot W, \\
 \frac{d\omega}{dt} &= \frac{1}{e} \sqrt{\frac{p}{\mu}} \cdot \left[-\cos \vartheta \cdot S + \frac{\sin \vartheta (2+e \cos \vartheta)}{1+e \cos \vartheta} \cdot T - \frac{e \sin u \cdot \text{ctgi}}{1+e \cos \vartheta} \cdot W \right], \\
 \frac{d\Omega}{dt} &= \sqrt{\frac{p}{\mu}} \cdot \frac{\sin u}{\sin i (1+e \cos \vartheta)} \cdot W, \\
 \frac{du}{dt} &= \frac{\sqrt{\mu p}}{p^2} \cdot \left[(1+e \cos \vartheta)^2 - \frac{p^2}{(1+e \cos \vartheta) \mu} \cdot \text{ctgi} \cdot \sin u \cdot W \right],
 \end{aligned} \tag{1}$$

где $p = A(1-e^2)$ – фокальный параметр; $\vartheta = u - \omega$ – истинная аномалия; e – эксцентриситет; ω – угловое расстояние перицентра от узла; Ω – долгота восходящего узла; i – наклонение орбиты; τ – время прохождения через перицентр; t – время; ϑ – истинная аномалия; u – аргумент широты; S, T, W – проекции реактивного ускорения на направление радиуса-вектора, на перпендикулярное к нему в плоскости орбиты и на перпендикулярное к плоскости орбиты (рисунок 2); $\mu = fM$ – произведение гравитационной константы на массу притягивающего центра.

Компоненты реактивного ускорения:

$$T = \delta a \cos \lambda \cos \psi,$$

$$S = \delta a \sin \lambda \cos \psi,$$

$$W = \delta a \sin \psi.$$

Здесь a – модуль полного реактивного ускорения, δ – функция включения-выключения двигателей ($\delta = \{0, 1\}$).

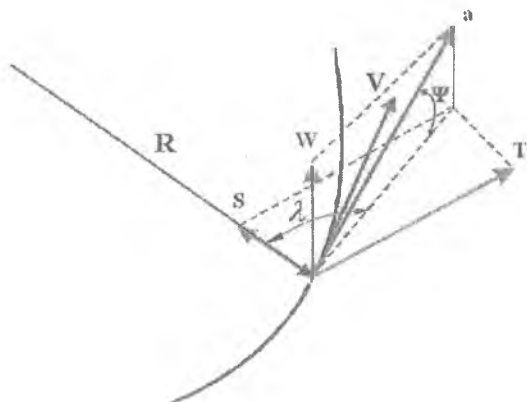


Рис. 2. К определению углов ориентации вектора тяги КА с ЭРДУ

На всем интервале движения КА с ЭРДУ ведется управление большой полуосью, эксцентриситетом и наклоном орбиты по углам ориентации вектора тяги λ и ψ (рисунок 2) с использованием следующих законов [1], представленных в таблице 1.

Таблица 1 – Законы управления вектором тяги КА с ЭРДУ

Математическая формулировка закона управления	Описание закона управления
$\operatorname{tg} \lambda = -\frac{\sin \vartheta(1 + \cos \vartheta)}{e \cos^2 \vartheta + 2 \cos \vartheta + e}; \psi = 0$	$e = \text{const}$
$\operatorname{tg} \lambda = -\frac{e \sin \vartheta}{1 + e \cos \vartheta}; \psi = 0$	$A = \text{const}$ (нормальная тяга)
$\operatorname{tg} \lambda = \frac{e \cos^2 \vartheta + 2 \cos \vartheta + e}{\sin \vartheta(1 + e \cos \vartheta)}; \psi = 0$	$\frac{de}{dt} \rightarrow \max_{\lambda}$
$\operatorname{tg} \lambda = \frac{1 + e \cos \vartheta}{e \sin \vartheta}; \psi = 0$	$\frac{dA}{dt} \rightarrow \max_{\lambda}$ (тангенциальная тяга)
$\lambda = 0$ или $\lambda = \pi; \psi = 0$	$p = \text{const}$ (радиальная тяга)
$\lambda = \pm \frac{\pi}{2}; \psi = 0$	$\frac{dp}{dt} \rightarrow \max_{\lambda}$ (трансверсальная тяга);
$\lambda = 0; \psi = \pm \frac{\pi}{2}$	$\frac{di}{dt} \rightarrow \max_{\psi}$ (бинормальная тяга).

На основе указанных законов управления были сформированы схемы последовательного управления большой полуосью, эксцентриситетом и наклоном орбиты, отличающиеся порядком и характером изменения элементов орбиты (таблица 2).

Таблица 2 – Схемы последовательного управления элементами орбиты

№	Порядок	Законы управления		
		1 этап	2 этап	3 этап
1.1	$A \rightarrow e \rightarrow i$	$e = const$	$A = const$	$\frac{di}{dt} \rightarrow \max_{\psi}$
1.2		$\frac{dA}{dt} \rightarrow \max_{\lambda}$	$A = const$	$\frac{di}{dt} \rightarrow \max_{\psi}$
2.1	$e \rightarrow A \rightarrow i$	$A = const$	$e = const$	$\frac{di}{dt} \rightarrow \max_{\psi}$
2.2		$\frac{\partial}{\partial \lambda} \frac{de}{dt} = 0$	$e = const$	$\frac{di}{dt} \rightarrow \max_{\psi}$
3.1	$(e, A) \rightarrow i$	$\frac{dp}{dt} \rightarrow \max_{\lambda}$	$A = const$ или $e = const$	$\frac{di}{dt} \rightarrow \max_{\psi}$
3.2		$\frac{dp}{dt} \rightarrow \max_{\lambda}$ с ограниче- ниями на характер из- менения "e"	$A = const$ или $e = const$	$\frac{di}{dt} \rightarrow \max_{\psi}$
4.1	$i \rightarrow A \rightarrow e$	$\frac{di}{dt} \rightarrow \max_{\psi}$	$e = const$	$A = const$
4.2		$\frac{di}{dt} \rightarrow \max_{\psi}$	$\frac{dA}{dt} \rightarrow \max_{\lambda}$	$A = const$
5.1	$i \rightarrow e \rightarrow A$	$\frac{di}{dt} \rightarrow \max_{\psi}$	$A = const$	$e = const$
5.2		$\frac{di}{dt} \rightarrow \max_{\psi}$	$\frac{de}{dt} \rightarrow \max_{\lambda}$	$e = const$
6.1	$(e, A) \rightarrow i$	$p = const$	$A = const$ или $e = const$	$\frac{di}{dt} \rightarrow \max_{\psi}$
6.2	$i \rightarrow (e, A)$	$\frac{di}{dt} \rightarrow \max_{\psi}$	$p = const$	$A = const$ или $e = const$

Серия расчетов, проведенных для схем последовательного изменения элементов орбиты, показала, что наиболее рациональными (с точки зрения обеспечения максима массы ПН и минимума времени перелета) оказались схемы №3.1 и №3.2.

Наряду со схемами последовательного управления большой полуосью, эксцентриситетом и наклоном орбиты, предложена схема совместного управления этими элементами.

Заданы уравнения движения КА в виде дифференциальных уравнений первого порядка. Получим закон управления большой полуосью, эксцентриситетом и наклоном орбиты, обеспечивающий минимум функционала I при заданных граничных условиях:

$$\begin{array}{lcl}
 t = t_0 & & t = t_k \\
 A(t_0) = A_0 & \rightarrow & A(t_k) = A_k \equiv R_{ГСО} \\
 e(t_0) = e_0 & & e(t_k) = e_k \equiv 0 \\
 i(t_0) = i_0 & & i(t_k) = i_k \equiv 0
 \end{array}$$

В качестве критерия оптимальности выбран квадратичный функционал, представляющий собой сумму квадратов невязок большой полуоси, эксцентриситета и наклона орбиты, умноженных на соответствующие весовые коэффициенты:

$$I = \sum_{j=1}^3 \alpha_j \vartheta_j^2 = \alpha_1 \Delta A^2 + \alpha_2 \Delta e^2 + \alpha_3 \Delta i^2 \rightarrow \min,$$

где α_j – некоторые неопределенные (весовые) коэффициенты ($\sum_{j=1}^3 \alpha_j = 1$).

Для обеспечения максимальной скорости изменения критерия I потребуем выполнения условия локальной оптимальности:

$$\frac{dI}{dt} = 2\alpha_1 \left(\frac{A}{A_0} - \frac{A_1}{A_0} \right) \cdot \frac{1}{A_0} \frac{dA}{dt} + 2\alpha_2 e \frac{de}{dt} + 2\alpha_3 i \frac{di}{dt} \rightarrow \max.$$

Результатом решения оптимизационной задачи являются аналитические выражения для углов ориентации вектора тяги λ и ψ :

$$\begin{array}{ll}
 \sin \lambda = \pm \frac{A_T}{\sqrt{A_T^2 + A_S^2}}, & \sin \psi = \pm \frac{A_W}{\sqrt{A_T^2 + A_S^2 + A_W^2}}, \\
 \cos \lambda = \pm \frac{A_S}{\sqrt{A_T^2 + A_S^2}}, & \cos \psi = \pm \frac{\sqrt{A_T^2 + A_S^2}}{\sqrt{A_T^2 + A_S^2 + A_W^2}}.
 \end{array}$$

Здесь

$$A_S = \alpha_1 \left(\frac{A}{A_0} - \frac{A_1}{A_0} \right) \cdot \frac{2A(1+e)}{A_0(1-e)} e \sin \vartheta + \alpha_2 e \cdot \sin \vartheta;$$

$$A_T = \alpha_1 \left(\frac{A}{A_0} - \frac{A_1}{A_0} \right) \cdot \frac{2A(1+e)}{A_0(1-e)} (1 + e \cos \vartheta) + \alpha_2 e \cdot \frac{e \cos^2 \vartheta + 2 \cos \vartheta + e}{1 + e \cos \vartheta};$$

$$A_W = \alpha_2 i \cdot \frac{\cos u}{1 + e \cos \vartheta}.$$

Предложены два подхода к выбору весовых коэффициентов:

1. Итерационная процедура подбора весовых коэффициентов во внутреннем цикле путем оценки модулей средних производных большой полуоси, эксцентриситета и наклона орбиты за определенные интервалы времени ($\Delta T = 1 \dots 4$ витка).
2. Частный случай: $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 \equiv 0,333$.

Серия расчетов, проведенных для схем последовательного и совместного управления большой полуосью, эксцентриситетом и наклоном орбиты при различных па-

раметрах промежуточной орбиты, позволила построить для обеих схем множества Парето в плоскости параметров "время перелета – масса ПН" (рисунок 3).

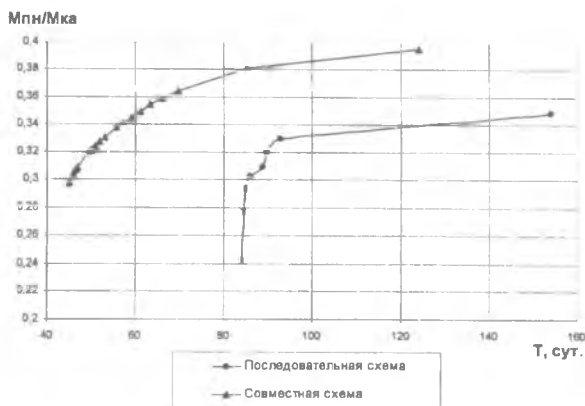


Рис. 3. Множества Парето для схем совместного и последовательного управления

Рассматривались перелеты КА с РБ "Фрегат" и ЭРДУ на основе 12 стационарных плазменных двигателей СПД-140 (восемь из которых являются рабочими, остальные четыре – резервными). Характеристики двигателя СПД-140 представлены в таблице 3.

Таблица 3 – Характеристики двигателя СПД-140

Двигатель	Тяга, мН	Удельный импульс, с	Потребляемая мощность, кВт	Ресурс, ч	Масса, кг
СПД-140	80-280	1500-2600	1,2-6,0	10 000	7

В расчетах принималось: параметры промежуточной орбиты $A_0 = 22000$ км, $e_0 = 0.273$; начальная масса КА $M_0 = 6900$ кг; сухая масса ХРБ $M_K^{ХРБ} = 950$ кг; масса топлива ХРБ $M_T^{ХРБ} = 3266$ кг; масса источника и преобразователя энергии ЭРДУ $M_3^{ЭРДУ} = 480$ кг; масса двигательной установки ЭРДУ $M_D^{ЭРДУ} = 84$ кг; масса системы подачи и хранения рабочего тела ЭРДУ для последовательной схемы $M_{СПН}^{ЭРДУ} = 61$ кг, для совместной схемы $M_{СПН}^{ЭРДУ} = 49$ кг; масса рабочего тела ЭРДУ для последовательной схемы $M_T^{ЭРДУ} = 869$ кг, для совместной схемы $M_T^{ЭРДУ} = 707$ кг; масса корпуса КА, прочих элементов и систем КА с ЭРДУ $M_K^{ЭРДУ} = 398$ кг; масса полезной нагрузки для последовательной схемы $M_{ПН} = 762$ кг, для совместной схемы $M_{ПН} = 935$ кг; площадь панелей солнечных батарей $S_{СБ} = 174$ м²; полная тяга ЭРДУ $P_{\Sigma} = 2240$ мН; начальное

ускорение $a_0 = 0,844 \text{ мм/с}^2$; время перелета для последовательной схемы $T_{\Sigma} = 85$ суток, для совместной схемы $T_{\Sigma} = 62$ суток.

Кривая, соответствующая схеме совместного управления элементами орбиты, лежит выше кривой, соответствующей схеме последовательного управления. Можно сделать следующие выводы:

- Схема совместного управления большой полуосью, эксцентриситетом и наклоном орбиты является более рациональной по сравнению со схемой последовательного управления как по массовому, так и по временному критериям.
- Схема последовательного управления элементами орбиты является более предпочтительной с точки зрения технической реализации.

Библиографический список

1. Лебедев В.Н. Расчет движения космического аппарата с малой тягой. М.: ВЦ АН СССР, 1968.
2. Ишков С.А., Салмин В.В. Оптимизация траекторий и параметров межорбитальных транспортных аппаратов с двигателями малой тяги. // Космические исследования. – 1989. Т. XXV. Вып. 1. – с. 42-53.
3. Отчет о НИР: Транспортные модули на базе комбинации современных химических двигателей и электроракетных двигательных установок для транспортных перевозок "орбита – орбита". – НИИШМЭ, 1998.
4. Сихарулидзе Ю.Г. Баллистика летательных аппаратов. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982.
5. Актуальные проблемы авиационных и аэрокосмических систем. Вып.1(21), том 11, 1-132, 2006.