

Очевидно, что открытие новых трасс через воздушное пространство РФ, увеличение интенсивности пролетов через него иностранных воздушных судов способно принести системе ОВД страны дополнительные доходы и послужить одним из толчков для ее дальнейшего развития. Наиболее близким к реализации является международный проект беспосадочных полетов по маршрутам, проложенным через Северный полюс. С 1 января 2001 года началось использование кроссполярных трасс при полетах из Северной Америки в Азию и обратно. Ожидается, что в ближайшие 10 лет движение по кроссполярным трассам будет стабильно расти и приносить нашей стране в виде аэронавигационных сборов более 25 млн. долл. в год, увеличение интенсивности движения по этим трассам специалистами оценивается никак не ниже 5% в год.

Таким образом, система УВД России имеет потенциал для развития и это должно стать одной из стратегических задач развития ГА.

УДК 629.7.087

Ишков С.А., Панина О.С.

ВЫВОД УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ СВЯЗКИ ТВЕРДОГО ТЕЛА И ТОЧЕЧНОЙ МАССЫ

Рассматривается плоское движение в центральном гравитационном поле связки твердого тела (космической станции) массой M и точечной массы (привязной капсулы) m , соединенных упругим невесомым тросом длиной l , причем длина троса в процессе движения может изменяться с течением времени (рис. 1).

На рис. 1 обозначено: G – центр масс системы; O_1 – центр Земли; R – радиус-вектор центра масс, Gx_1y_1 – орбитальная система координат, ось Gx_1 направлена по геоцентрическому радиус-вектору точки G , ось Gy_1 – по трансверсали к орбите; O – центр масс твердого тела; $Ox_2y_2z_2$ – система координат, жестко связанная с твердым телом, оси которой совпадают с главными осями инерции тела. Пусть точка крепления троса лежит на одной из главных центральных осей инерции космической станции (КС). Расстояние от центра масс твердого тела до точки крепления троса к корпусу КС равно l_0 (рис. 1). A, B, C – главные центральные мо-

менты инерции твердого тела; угол θ характеризует поворот твердого тела в плоскости биты, угол φ - положение троса в связанной системе координат (рис. 1).

Определим кинетическую и потенциальную энергию связки. Кинетическая энергия темы равна сумме кинетической энергии твердого тела и точечной массы. В связанной теме координат выражение для кинетической энергии имеет вид

$$T = \frac{I}{2}(m+M)(\dot{v}^2 R^2 + \dot{R}^2) + \frac{I}{2}C(\dot{\theta} + \dot{v})^2 + \frac{I}{2} \frac{mM}{m+M} [(\dot{\theta} + \dot{v})^2 (\xi^2 + \eta^2) + (\dot{\xi}^2 + \dot{\eta}^2) + 2(\dot{\theta} + \dot{v})(\xi\dot{\eta} - \eta\dot{\xi})]. \quad (1)$$

где $\xi = l_0 + l \cos \varphi$ и $\eta = l \sin \varphi$ - координаты точечной массы m в связанной с трым телом системе координат $O\xi\eta$; v - угол истинной аномалии.

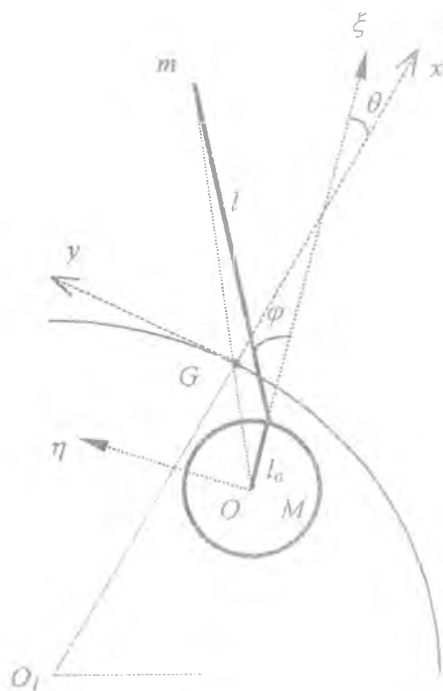


Рис. 1

Потенциальная энергия системы равна сумме гравитационной потенциальной энергии твердого тела и точечной массы, а также потенциальной энергии растянутого упругого троса:

$$\Pi = \frac{\mu}{R^3} \left[\frac{3}{2} (B-A) \sin^2 \theta - \frac{3}{2} \frac{mM}{m+M} (\xi \cos \theta - \eta \sin \theta)^2 + \frac{1}{2} K (l-L)^2 \right] + \frac{1}{2} K (l-L)^2, \quad (2)$$

где $K = \frac{ES}{L}$; E - модуль упругости материала троса; S - площадь поперечного сечения троса; L - длина нерастянутого троса; l - текущая длина троса.

Для учета рассеивания энергии в растянутом тросе в [1] предложено использовать следующую диссипативную функцию:

$$F = M_1 \zeta w \epsilon \dot{l}^2, \quad (3)$$

где $M_1 = \frac{mM}{m+M}$; ζ - коэффициент диссипации; $w = \sqrt{K/M_1}$; $\epsilon = 1$, если $l > L$ или $\epsilon = 0$, если $l \leq L$.

Выражения для кинетической и потенциальной энергии системы содержат пять неизвестных функций времени $R(t)$, $v(t)$, $l(t)$, $\theta(t)$, $\varphi(t)$. Таким образом, движение связки описывается системой пяти дифференциальных уравнений второго порядка. Получим эту систему, воспользовавшись уравнениями Лагранжа II-го рода [2]. Для переменных $R(t)$, $v(t)$, $\theta(t)$, $\varphi(t)$ уравнения имеют вид:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = \sum_k Q_{j,k}, \quad (j = \overline{1,4}), \quad (4)$$

где $L = T - \Pi$ - функция Лагранжа; q_j - обобщенные координаты; \dot{q}_j - обобщенные скорости; $Q_{j,k}$ - компоненты негравитационных возмущающих сил, действующих на систему.

Для переменной l в правой части уравнения Лагранжа наряду с возмущающими силами необходимо учесть диссипативный член $2M_1 \zeta w \epsilon \dot{l}$ (если трос полностью развернут или используется кинематический закон разворачивания троса) или управляющее натяжение T_y (если происходит раскрутка по динамическому закону). Таким образом, для l имеем:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{l}} \right) - \frac{\partial L}{\partial l} = Q_l - T_v + 2M_1 \zeta \omega \varepsilon l.$$

Далее, находя производные функции Лагранжа и подставляя их в уравнения Лагранжа рода, получаем следующую систему уравнений движения:

$$\begin{aligned} & \left[(m+M) \ddot{R} - v^2 R \right] - \frac{9}{2} \frac{\mu}{R^4} \left[(B-A) \sin^2 \theta - M_1 (l_0 \cos \theta + l \cos(\theta + \varphi)) \right]^2 - \\ & - \frac{3}{2} \frac{\mu}{R^4} \left[(l_0^2 + l^2 + 2l_0 l \cos \varphi) + A - 2B \right] + \frac{\mu}{R^2} = Q_R; \\ & (m+M) \ddot{v} R^2 + 2v \dot{R} R + C(\ddot{\theta} + \ddot{v}) + M_1 (\ddot{\theta} + \ddot{v}) (l_0^2 + l^2 + 2l_0 l \cos \varphi) + \\ & + M_1 [\dot{\varphi} (l_0 l \cos \varphi + l^2) + \ddot{l} l_0 \sin \varphi - l_0 l \sin \varphi \cdot (\dot{\varphi})^2 + 2l_0 \dot{l} \cos \varphi \dot{\varphi} + 2l \dot{l} \dot{\varphi}] + \\ & + 2M_1 (\dot{\theta} + \dot{v}) [\dot{l} l_0 \cos \varphi - l_0 l \sin \varphi \cdot \dot{\varphi}] = Q_v; \\ & C(\ddot{\theta} + \ddot{v}) + M_1 (\ddot{\theta} + \ddot{v}) (l_0^2 + l^2 + 2l_0 l \cos \varphi) + M_1 [\dot{\varphi} (l_0 l \cos \varphi + l^2) + \ddot{l} l_0 \sin \varphi] + \\ & + M_1 [2(\dot{\theta} + \dot{v}) (\dot{l} l_0 \cos \varphi - l_0 l \sin \varphi \cdot \dot{\varphi}) - l_0 l \sin \varphi \cdot (\dot{\varphi})^2 + 2l_0 \dot{l} \cos \varphi \cdot \dot{\varphi} + 2l \dot{l} \dot{\varphi}] + \\ & + \frac{3\mu}{R^3} \left[\frac{1}{2} (B-A) \sin 2\theta + M_1 (l_0 \cos \theta + l \cos(\theta + \varphi)) (l_0 \sin \theta + l \sin(\theta + \varphi)) \right] = Q_\theta; \\ & l \ddot{\varphi} + 2\dot{l} \dot{\varphi} + (\ddot{\theta} + \ddot{v}) (l + l_0 \cos \varphi) + 2(\dot{\theta} + \dot{v}) \dot{l} + (\dot{\theta} + \dot{v})^2 l_0 \sin \varphi + \\ & + \frac{\mu}{R^3} [3(l_0 \cos \theta + l \cos(\theta + \varphi)) \sin(\theta + \varphi) - l_0 \sin \varphi] = \frac{Q_\varphi}{M_1 l}; \\ & \ddot{l} + (\ddot{\theta} + \ddot{v}) l_0 \sin \varphi - (\dot{\theta} + \dot{v})^2 (l + l_0 \cos \varphi) - l \dot{\varphi}^2 - 2(\dot{\theta} + \dot{v}) \dot{l} \dot{\varphi} - \\ & - \frac{\mu}{R^3} [3(l_0 \cos \theta + l \cos(\theta + \varphi)) \cos(\theta + \varphi) - (l + l_0 \cos \varphi)] + \\ & + \varepsilon \omega^2 (l - L) - 2\varepsilon \zeta \omega l + \frac{T_y}{M_1} = \frac{Q_l}{M_1}. \end{aligned} \quad (6)$$

В последнем уравнении системы (6) для переменной l слагаемое $\varepsilon \omega^2 (l - L)$ характеризует натяжение троса после его полного развертывания, отнесенное к M_1 . При развертывании троса значение величин ε и T_y зависит от выбранного закона раскрутки. После

как трос полностью развернут, $T_y = 0$. Полученная система была использована для имитационного моделирования начального участка развертывания орбитальной тросовой системы

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Reb S., Tethred satellite systems.- Technische Universitat Munchen.- 1991.
2. Маркеев А.П., Теоретическая механика. - М.: Наука, 1990.
УДК 531.5: 521.2

Кониов В.В. Жудюров Л.В.

ВЫБОР ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩЕЙ ТРАЕКТОРИИ ВХОДА КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В СРЕДНЮЮ СФЕРУ ДЕЙСТВИЯ ЛУНЫ

При исследовании пертурбационных маневров около Луны в работе [1] получен один важный результат, заключающийся в том, что наибольшее приращение гелиоцентрической скорости космический аппарат (КА) может получить, если при входе в среднюю сферу действия (ССД) Луны в земной системе координат он будет иметь скорость, равную по величине орбитальной скорости Луны относительно Земли, а плоскость орбиты будет наклонена к плоскости орбиты Луны не менее чем на 24° . Чтобы обеспечить такие условия в работе [2] предлагается применить непосредственно перед входом в ССД комбинацию координатного и скоростного импульсов скорости. При этом координатно-скоростное маневрирование осуществляется в плоскости "фиктивной" Луны, составляющей с плоскостью орбиты Луны указанное выше наклонение. Задача выбора наиболее экономичной траектории входа в ССД может быть сведена к исследованию эффективности различных методов определения составляющих потребной скорости. Ниже рассмотрены два метода решения этой задачи.

Первый из них основан на методе дифференциальных коррекций и состоит в следующем. Движение КА на участке маневрирования рассматривается в подвижной системе координат с началом в центре фиктивной Луны (рис. 1) и, в отличие от [2], с учетом нелинейности дифференциальных уравнений относительного движения, которые после приведения к безразмерному виду и частичного упрощения на основе близости КА к началу координат и малой эллиптичности опорной орбиты (орбиты фиктивной Луны) сводятся к системе [3]: