УДК 621.396.97

Дронов Д.Ю., Коптев А.А., Гусев В.А.

ЗАДАЧА СИНТЕЗА ВИРТУАЛЬНОЙ СЕТИ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНОГО ПРЕДПРИЯТИЯ

Одной из центральных задач в условиях модернизации машиностроительного комплекса России является задача построения мощных информационных магистралей и организации на их базе виртуальных частных сетей, способных выступить как средство объединения множества источников производственной информации подразделений предприятия комплекса по производству сложных изделий с помощью магистральной сети, которая должна обеспечить безопасность, доступность, предсказуемую пропускную способность, независимость в выборе адресов. Конфиденциальность достигается с помощью шифрования. С точки зрения заказчика виртуальная частная сеть должна представлять единую логическую сеть предприятия, независимую от расположения компьютеров и непосредственных соединений.

Объектом нашего исследования будет частная сеть, рассматриваемая в рамках такого формализма, который будет использоваться в качестве концептуальной основы для синтеза этой сети.

С общих позиций любая сеть состоит из образующих, т. е. некоторых стандартных устройств. В каждом конкретном случае они выбираются из их стандартного набора, которые представляют виртуальные частные сети.

Таким образом, непроизводные компоненты – стандартные схемные модули, используемые для построения виртуальной частной сети предприятия, назовем образующими сети (ОС)

Множество всех ОС S состоит из непересекающихся классов $S^\alpha, S^\alpha \subset S$, где α – общий индекс, индекс класса ОС:

$$S = \bigcup_\alpha S^\alpha, S^\alpha \text{ – непересекающиеся классы.} \quad (1)$$

ОС – это некоторые стандартные устройства, обладающие определёнными свойствами. Как правило, важнейшими из них являются свойства двух типов

К первому типу свойств отнесем признаки. ОС ставится в соответствие признак $p = p(S)$. Одной из составляющих признака служит индекс класса ОС, а другие составляющие представляют собой более специфическую информацию.

Второй тип свойств связан с входами и выходами ОС для возможных соединений между ОС.

Каждому подобному (потенциально возможному) соединению соответствует показатель связи, обозначаемый обычно символом β с соответствующим нижним индексом.

Кроме того, введём показатель, характеризующий максимально возможное число соединений ОС, величина которого равна

$$\beta_{\sum} = \beta_i^{in} + \beta_i^{out}. \qquad (2)$$

Множество связей всякой ОС S, соответствующим образом перенумерованное, образует структуру связей ОС. Структура связей не определяет значения показателей, поставленных в соответствие отдельным связям.

В дополнение к свойствам образующих необходим также идентификатор или имя для того, чтобы иметь возможность различать используемые образующие.

Чтобы дать интуитивное представление о свойствах ОС, введём графический формализм (рисунок 1).

Это графическое представление не следует рассматривать как образующую, окружённую своими связями, – связи являются частью собственно ОС.

Для нашего случая ОС определена применительно к некоторой среде X. Опорное пространство X может быть практически любым.

Рис. 1. Графическое представление образующей сети

Рассмотрим с общих позиций наиболее часто встречающиеся ОС, которые состоят из отображений опорного пространства X в сопоставленное пространство Y. В этом случае будем говорить об образующих-соответствиях или образующих-функциях. В качестве более общего многомерного аналога ОС введём понятие универсальной ОС.

Всякая ОС для рассматриваемого случая есть оператор с ν (переменными) входами $x_1, x_2, ..., x_\nu$ и μ (переменными) выходами $y_1, y_2, ..., y_\mu$. Область значений всякого x_i есть некоторое пространство X_i, область значений всякого y_i – некоторое пространство Y_i. В частности, существуют операторы назначения, не имеющие входов (однако обычно обладающие некоторыми признаками). Преобразования подобия воздействуют только на операторы назначения, оставляя все остальные ОС без изменения. В результате реализации этих преобразований признаки оператора назначения обычно изменяются.

Отметим возможность использования этого аналога ОС для случая, когда X_i и Y_i определены как множества случайных переменных.

Для синтеза виртуальной частной сети проектировщик вырабатывает последовательность ОС, обеспечивающую однозначно определённый результат. Простейшим случаем (для конечного или счётного S) является полное перечисление, при котором порядок определяется или произвольно, или на основе некоторого признака. В результате будет получено само S.

Каждый первичный элемент из S может воспринимать входные сигналы, находиться в определённом состоянии в зависимости от них.

Входные сигналы имеют вид вектора $\boldsymbol{X}=\left(x_0, x_1, ..., x_{x_0}\right)$. Компонент x_0 – дискретный параметр, остальные компоненты x_i, $i \geq 1$ – вещественные числа. Состояние ОС в момент времени, предшествующий моменту поступления сигнала $\boldsymbol{X}$, описывается вектором $\boldsymbol{Z}$ с компонентами $\left(z_0, z_1, ..., z_{z_0}\right)$, где z_0 – дискретный параметр.

При поступлении сигнала X на вход системы реализуется случайный вектор $\xi = (\xi_1, \xi_2, ...)$ с размерностью и распределением, которые полностью определяются компонентами z_0 и x_0. Далее формируется вектор $\boldsymbol{K}$ в виде:

$$K = K(z_1, z_2, ...;\ x_1, x_2, ...;\ \xi_1, \xi_2, ...). \tag{3}$$

Затем составляется конечное число линейных форм L_i от компонент вектора (возможно, со свободными членами). Вид этих линейных форм полностью определяется компонентами z_0 и x_0:

$$v_i = \begin{cases} 1,\ если\ L_i > 0, \\ 0,\ если\ L_i \leq 0. \end{cases} \tag{4}$$

Новое значение z' внутреннего состояния ОС после воздействия входного сигнала определяется следующим образом:

$$z' = \left(z'_0, z'_1, ..., z'_{|z_0|}\right).$$

где z'_0 выбирается по случайному закону, зависящему лишь от $z_0, x_0, v_1, v_2, \ldots$, а $z_i^{'}, i \geq 1$ определяются как линейные комбинации компонент вектора К с коэффициентами, полностью определенными значениями z_0, x_0, v_1, v_2.

Теперь рассмотрим поведение выхода ОС. В узловой момент времени, т. е. в момент, когда какая-либо из непрерывных координат вектора $z(t)$ обращается в нуль, на выход посылается сигнал вида:

$$Y = \left(y_0, y_1, y_2, \ldots, y_{|y_0|}\right), \tag{5}$$

где y_0 – дискретный параметр; $y_1, \ldots, y_{|y_0|}$ – вещественные числа.

Параметры $y_i(i = 0, 1, 2 \ldots |y_0|)$ формируются следующим образом. Пусть $Z = \left(z_0, z_1, \ldots, z_{|z_0|}\right)$ – состояние ОС в момент, предшествующий обращению некоторой переменной в нуль. Тогда y_0 выбирается из некоторого конечного или счётного множества по случайному закону, полностью определяемому заданием z_0. После выбора y_0 параметры $y_i(i \geq 1)$ определяются как линейные комбинации с коэффициентами, зависящими от y_0 и, возможно, z_0.

Располагая ОС описанного вида, можно формально построить виртуальную частную сеть, понимая её как совокупность ОС, связанных таким образом, что выходы одних соединены с входами других.

В основе такого построения лежит комбинаторная теория синтеза, которая предусматривает структурное объединение стандартных устройств – ОС – в конфигурации для реализации определённых функций. При этом конфигурация определяется составом и структурой [1].

Остановимся более подробно на синтезе конфигураций, удовлетворяющих определённой регулярной функции.

Для того, чтобы выделить класс регулярных или допустимых конфигураций, можно воспользоваться двумя способами. Можно начать с множества всех конфигураций и выделить те, которые удовлетворяют набору заданных ограничений. Это есть определение через ограничения. Можно начать с пустого множества и последовательно добавлять новые конфигурации, используя некоторое правило порождения. Это есть порождающее определение.

Через R будем обозначать систему правил или ограничений (или тех и других), определяющую, какие конфигурации следует считать регулярными. Множество регулярных конфигураций, получаемых с помощью множества R, будем обозначать через $b(R)$ или через $b_n(R_n)$, где n – число образующих (если оно определено). Множество $b(R)$ характеризует регулярность создаваемой сети.

При этом структура конфигурации представляет собой множество σ соединений, существующих между всеми или некоторыми связями образующих, входящих в её состав. Если перенумеровать связи как β_{ij}, то множество σ можно задать списком вхождений вида

$$(\beta, \beta') = ((i, j), (i', j'))$$

или двумерной матрицей – тензором соединения порядка (β_i, β_j), в которой единицы и нули указывают наличие или отсутствие соединения в определённых парах связей.

Будем рассматривать не все возможные множества соединений σ, но лишь определённый класс, например, векторную структуру, древовидную структуру и т. п. Множество всех допустимых множеств соединений σ обозначим через Σ и будем называть его типом соединения конфигураций в рассматриваемом множестве регулярных конфигураций $b(R)$, определяющих состав и структуру сети в целом.

Поскольку каждая конфигурация выполняет свою функцию, то множество регулярных конфигураций, получаемых через систему правил или ограничений, будет отражать функцию синтезируемой, в рассматриваемом случае виртуальной частной сети, как большой системы. При этом функция виртуальной частной сети реализуется регулярными конфигурациями заданной мощности *n*, в которой можно выделить подконфигурации для решения специфической задачи (например, коммутации), которые удобно рассматривать в качестве неделимых элементов, т. е. образующих с заданными фиксированными внутренними связями, называемых макрообразующими и используемых в описании сети более высокого уровня.

Определим формально функцию такой системы, которая на этом этапе рассмотрения представляется многомерным аналогом ОС, введённым выше, представляющим систему в целом. Рассматриваемой ОС принадлежит множество S устройств сети, одно из которых изображено на рисунке 2

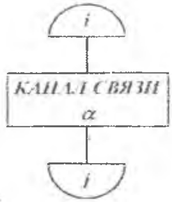

Рис 2. Канал связи образующей системы

Признаком образующей S является X – вектор входного сигнала. Интерпретация такого типа соединения состоит в том, что переход из состояния в состояние происходит во времени t.

Обозначим через X(t) вход, через Y(t) выход системы, определив каждый из этих процессов как 0, если в момент t на вход (выход) не поступает никаких сигналов, и как x(y), если в момент t на вход (выход) поступает соответствующий сигнал.

При этом будем считать допустимым в заданном интервале времени любой входной (выходной) процесс, который характеризуется поступлением конечного числа сигналов.

На основе введённых понятий и определений перейдём к задаче синтеза виртуальной сети как сложной системы.

Задача синтеза частной виртуальной сети может быть сформулирована следующим образом. Пусть имеется k типов непосредственных компонентов, из которых можно строить сеть передачи информации. Если сеть состоит из n_1 устройств первого типа, n_2 устройств второго, ..., n_k агрегатов k-го типа, то её можно характеризовать вектором $n = (n_1, n_2, \ldots, n_k)$. В рамках такого подхода к построению сети определённого назначения могут быть синтезированы различные схемы реализации.

Задаваясь множеством N допустимых векторов $\boldsymbol{n}$, строим только те системы, которые характеризуются векторами $\boldsymbol{n} \in N$. Пусть далее в функциональном пространстве точек вида $\{L_x(Y)\}$ задано множество K точек этого пространства.

Точкой этого пространства является «вектор» $\{L_x(Y)\}$, где x – «номер координаты». Например, если рассматривается лишь конечное число входов X_1, X_2, …, X_r, то этот вектор будет иметь вид $\{L_{x_1}(Y), L_{x_2}(Y), \ldots, L_{x_r}(Y)\}$. Функция $\{L_x(Y)\}$ обозначает совокупность всех конечномерных распределений $Y = Y(t)$ при фиксированном $X = X(t)$.

Для того чтобы сформулировать задачу оптимального синтеза, необходимо ввести во множество N операцию упорядочения: из двух различных векторов n_1, n_2 или n_1

«предпочтительнее» n_2 или наоборот. Это свойство можно выразить введением (различными способами) функции предпочтительности $W(n)$ Тогда задача оптимального синтеза состоит в выборе такой системы, для которой удовлетворяется соотношение $\{L_x(Y)\} \in K$ и при этом $W(n)$ минимизируется.

Перейдём к точному формализму построения реальной виртуальной частной сети в рамках теории синтеза образов [1, 2, 3].

Задав образующие, будем настаивать на введении определённых правил, ограничивающих способы их соединения между собой. Эти правила приводят к типичным регулярностям образов и представляют их комбинаторную структуру. Получаемые в результате регулярные конфигурации являются абстрактными конструкциями, не обязательно наблюдаемыми во всех деталях. В какой степени регулярные конфигурации могут быть идентифицированы наблюдателем, зависит от системы наблюдения. Результаты наблюдения, соответствующие некоторому множеству регулярных конфигураций, с общих позиций, представляют собой класс эквивалентности I на множестве правильных конфигураций $b(R)$ в смысле правила идентификации R, т. е. формальное описание объекта проектирования или формальный объект (ФО). Такое описание соответствует наблюдениям в идеальных условиях. Оно может быть точным настолько, насколько хорошо исследователь или «заказчик» знают свой объект. Следовательно, речь идёт о потенциально достижимом описании объекта.

Синтезированный ФО, не учитывающий поведение в реальных условиях, будет иметь ограниченные приложения.

Рассмотрим алгоритм решения задачи синтеза виртуальной частной сети для передачи информации подразделениям предприятия.

При синтезе виртуальной сети следует различать энергетическую и информационную сторону вопроса. Первая связана с наличием исполнительных устройств, способных выполнить какие-либо операции, вторая – с целесообразностью того или иного вида распределения операций между этими устройствами. Первая задача состоит в выборе такого набора устройств при условии оптимального управления потоками, при котором система полностью справлялась с обслуживанием. Это положение математически можно выразить в виде условия существования эргодического распределения соответствующего кусочно-линейного марковского процесса.

В широком классе случаев данная задача решается при помощи расчёта по средним характеристикам.

Существуют методы, по которым можно убедиться в том, что система с заданным составом приборов может справиться с определённым потоком требований. Эти методы основаны, главным образом, на рассмотрении случайных блужданий в многомерном пространстве. Такой подход базируется на условии наличия функциональной схемы такой системы.

В данной работе рассматривается формирование как состава, так и структуры. Исходным для формирования регулярных конфигураций является множество ОС. Применяя систему правил и ограничений в соответствии с введённым выше алгоритмом, получаем конфигурацию c для реализации конкретной функции.

Если для конфигурации c заданы:

$$\text{состав } (c) \text{ и структура } (c) = \sigma, \tag{6}$$

то её регулярность определяется взаимным соответствием соединённых связей. Последнее определяется отношением согласования или отношением связи р, зависящим от двух соответствующих связей и записываемым как $\beta\rho\beta'$.

Часть связей конфигурации $c \in b(R)$ участвует в соединениях, предусмотренных структурой σ; эти связи являются внутренними связями конфигурации. Остальные связи конфигурации являются её внешними связями. Множество внешних связей и соответствующих показателей связи обозначим через ext(c).

Регулярные конфигурации будут представляться графически с помощью схемы конфигурации, на которой показаны все ОС и их связи, как внутренние, так и внешние.

Суммарный показатель соединений конфигурации c называется, как и в случае образующих, числом внешних связей, которое слагается из входного и выходного показателя связи.

Рассмотрим пример формирования сети. Пусть имеются две конфигурации c_1, $c_2 \in b(R)$ и множества $B(c_1)$ и $B(c_2)$, образованные внешними связями конфигураций c_1 и c_2, соответственно. Пусть σ_{12} представляет собой список соединений связей, принадлежащих множеству $B(c_1)$, со связями, принадлежащими множеству $B(c_2)$, при условии, что устанавливаются только попарные соединения и, следовательно, групповые соединения отсутствуют. В таком случае объединённую конфигурацию можно представить как $c_1\sigma_{12}c_2$, причём

$$\text{состав } (c_1\sigma_{12}c_2) = \text{ состав } (c_1) \cup \text{состав } c_2, \tag{7}$$

$$\text{структура } (c_1\sigma_{12}c_2) = \text{ структура } (c_1) \cup \text{структура } c_2 \cup \sigma_{12}. \tag{8}$$

Отсюда следует, что $c_1\sigma_{12}c_2 \in b(R)$ в том и только том случае, если

$$\text{структура}\, c_1\sigma_{12}c_2 \in \sum, \tag{9}$$

$\beta\rho\beta'$ выполняется для всех новых связей, соединенных в соответствии с σ_{12}.

Вместо списка σ_{12} будем использовать тензор соединений, представляемый множеством сингулярных двумерных матриц [4]. В таком случае вместо σ_{12} или соответствующей ей 2 – матрицы можно использовать для построения типа соединений системы символ «+».

Распространив понятие показателя возможного числа соединений (2), введённых на множестве ОС, на множество регулярных конфигураций $b(R)$, получим соотношение, как для входных, так и для выходных связей.

Суммарный показатель соединений конфигурации c называется, как и в случае образующих, показателем, характеризующим максимальное число внешних связей. Оно слагается из входного и выходного показателя связи конфигурации.

Сделаем несколько простых заключений относительно свойств $b(R)$ нашего пространства конфигурации.

Если для двух регулярных конфигураций c_1 и c_2 справедливы условия

$$\left.\begin{aligned} \text{состав}\ (c_1) &\subseteq \text{состав}\ (c_2), \\ \text{структура}\ (c_1) &\subseteq \text{структура}(c_2), \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

(напомним, что структура (c) есть множество), то можно записать: $(c_1) \subseteq (c_2)$. В этом случае будем говорить, что конфигурация c_1 является подконфигурацией конфигурации c_2. Это вводит в $b(R)$ частичный порядок. Эта операция всегда приводит к увеличению информации или, что точнее, никогда не приводит к её потере.

Рассмотрим две конфигурации c_1 и c_2, принадлежащих b и имеющих одну и ту же Σ – структуру и одинаковую структуру внешних связей, хотя и не обязательно в $b(R)$.

Объединим конфигурации c_1 и c_2 одним и тем же способом с некоторой конфигурацией c так, чтобы полученный в результате тип соединения принадлежал Σ. Если в результате обе полученные конфигурации принадлежат $b(R)$ либо обе не принадлежат этому множеству и это справедливо для любой конфигурации c, то будем говорить, что конфигурация c_1 конгруэнтна конфигурации c_2. Это приводит к отношению эквивалентности, так что W разбивается на непересекающиеся классы конгруэнтности. Если в качестве *c* используется пустая конфигурация, то из конгруэнтности конфигураций c_1 и c_2 следует их одновременная регулярность либо нерегулярность.

При определении конгруэнтности конфигураций c_1 и c_2, во-первых, очевидно, что, если одна из них принадлежит $b(R)$, а другая – нет, то эти конфигурации неконгруэнтны. Кроме того, если обе конфигурации нерегулярны, так что одно или несколько соединений нарушают отношение согласования р в каждой конфигурации, то объединённые конфигурации автоматически должны быть также нерегулярными. Следовательно, необходимо рассматривать только случай регулярности обеих конфигураций.

Для формального построения схем виртуальной частной сети из конфигураций, синтезированных из множества ОС – универсальных операторов, введённых выше

Регулярные конфигурации виртуальной частной сети будем представлять с помощью схем конфигураций, реализуемых с помощью множества соединений *G*, которые образуют частичный порядок, удовлетворяющий соответствующим стандартным аксиомам.

В качестве универсальной процедуры рассмотрим построение сети из универсальных операторов, введённых выше.

Пусть образующая – универсальные операторы ОС; входная мощность равна *ν*, если образующая имеет *ν* видов.

Соответствующими показателями связей являются области определения $X_1, X_2, \ldots, X_\mu$, взятые в соответствующем порядке. Аналогичным образом число выходов равно μ, если имеется μ выходов; показатели выходных связей равны соответственно $Y_1, Y_2, \ldots, Y_\mu$. Соединение σ является допустимым, если образующие его ориентированные стрелки частично упорядочены. В качестве отношения связи ρ выбирается включение, следовательно, $\beta \rho \beta'$, если $\beta \subseteq \beta'$.

Введем некоторые понятия, и определения, с помощью которых сформулируем задачи синтеза сложной системы. Эти понятия распространены на новый класс объектов, известных как конфигурации.

Сравнение конфигураций для синтеза виртуальной частной сети из них формализуем посредством введённого выше правила идентификации, которое для двух различных конфигураций C и C' из $b(R)$ записываем следующим образом:

$$C \equiv C' (\operatorname{mod} R) \text{ или } CRC',$$

если C и C' идентифицируются при помощи этого правила, указывающего, каким образом исследователь может различать допустимые для решения конкретных задач конфигурации.

Для того, чтобы некоторые отношения были правилом идентификации, должно выполняться следующее.

Отношение R между конфигурациями из $b(R)$ называется правилом идентификации, если:

1) R является отношением эквивалентности.
2) если cRc', c и c' имеют одни и те же внешние и внутренние показатели связей;
3) если cRc', то $(sc)R(sc')$ для любого другого $s \in S$;
4) если $c = c_1 \sigma c_2$ и $c = c'_1 \sigma c'_2$ регулярны и $c_1 Rc'_1$, $c_2 Rc'_2$, то имеем cRc'.

Множество всех ФО и их идентификацию обозначим следующим образом:

$$\Gamma = b(R)/R = \left\langle S, \rho, \sum, \rho \right\rangle / R. \qquad (11)$$

Класс эквивалентности I, содержащий данную конфигурацию c, будем обозначать через $I(c)$.

На множестве Γ задана алгебраическая структура. В работе [5] доказаны следующие положения.

На Γ могут быть однозначно заданы преобразования подобия и однозначно определены комбинации $I_1 \sigma I_2$ для изображений I_1, I_2, если связи в σ соответствуют их внешним связям. Тогда:

1) $s(I_1 \sigma I_2) = (sI_1)\sigma(sI_2)$, если внешние связи реализуются посредством σ;
2) если $(I_1 \sigma_1 I_2)\sigma_2 I_3$ и $I_1 \sigma'_1 (I_2 \sigma'_2 I_3)$ – регулярные комбинации, то они определяют один и тот же ФО при условии, что $\sigma_1 \cup \sigma_2 = \sigma'_1 \cup \sigma'_2$.

Для данного $b(R)$ различные правила идентификации приведут к различным алгебрам ДлФО. Если R_1 и R_2 – два таких правила и R_1 точнее, чем R_2, в том смысле, что R_1 - ФО всегда содержатся в R_2 - ФО, но не всегда наоборот, то это пишем: $R_1 < R_2$. В частности, иногда важно, что правило может различать конфигурации лишь с одной образующей. Для примера рассмотрим моноатомный тип связи [] и произвольную пару образующей S_1 и S_2. Обе конфигурации $\{S_1\}$ и $\{S_2\}$ регулярны, и будем говорить, что R разделяет образующие, если из $\{S_1\} \equiv \{S_2\} (\mathrm{mod}\, R)$ следует $S_1 \equiv S_2$

При синтезе виртуальных частных сетей как сложных систем используются многие типы правил идентификации.

В частности, такие правила как:

1) Тривиальное правило задаётся при помощи равенства между конфигурациями, а именно, cRc' тогда и только тогда, когда $c = c'$. В этом случае имеем $\Gamma = b(R)$.

2) Другое правило R появляется тогда, когда все регулярные конфигурации имеют нулевое значение для входов и выходов и полагаем cRc' тогда и только тогда, когда состав (c) равен составу (c'): идентификация по составу.

3) Более интересное правило получается для комбинированных образующих-соответствий. Это правило таково, что функция однозначно определена на подмножестве опорного пространства. Две конфигурации идентифицируются, если они представляют одну и ту же функцию и имеют одни и те же внешние связи: идентификация по функции. Часто будет встречаться случай, когда изображение представляет некоторую функцию на опорном пространстве. Когда имеется две или большее число алгебр изображений, определённых на одном и том же $b(R)$, может оказаться важным выяснить, существуют ли простые отображения одной из них в другую.

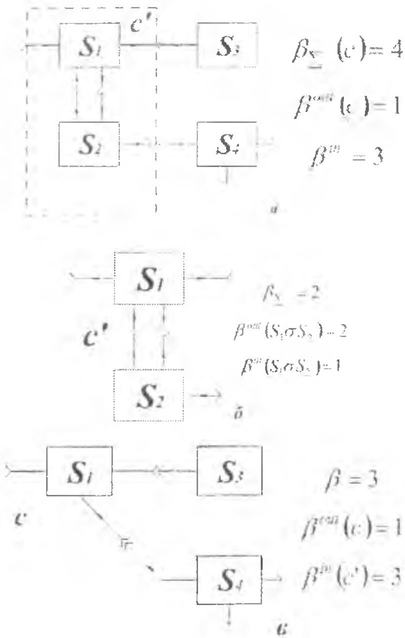

Рис. 3

Остановимся более подробно на очень важной задаче представления ФО для синтеза сложных систем из сложных модулей (моноатом) в качестве ОС.

Рассмотрим модель ФО с моноатомным типом соединения. Тогда для любых двух образующих S_1 и S_2 соответствующие конфигурации $c_1 = \{S_1\}$ и $c_2 = \{S_2\}$ регулярны. Тогда существует ОС S, такая, что $S \equiv (c_1 \sigma c_2)(\operatorname{mod} R)$. Если, кроме того, R разделяет ОС, то g определена однозначно и можно записать:

$$S = S_1 \sigma S_2 . \qquad (12)$$

Таким способом пары ОС могут стягиваться в одну ОС, и процедуру можно повторять. В качестве следствия имеем следующее.

Рассмотрим конфигурацию $c \in I$, включающие в себя две ОС S_1 и S_2. Если S_1 и S_2 соединены в конфигурацию посредством σ и $S_1 \sigma S_2 = S$, то c является R-эквивалентом конфигурации c', полученной из c заменой конфигурации $S_1\ \sigma\ S_2$ и S.

Для иллюстрации этой операции рассмотрим рисунок 3, где подконфигурации c' конфигурации c обозначена внутри пунктирной линии на рисунке 3а и отдельно на рисунке 3б она является R-эквивалентом $\{S\}$. Заменяя $S_1\ \sigma\ S_2$ на $\{S\}$, получаем конфигурацию показанную на рисунке 3в.

Полученные выше результаты синтеза сложных систем и, в частности, виртуальных частных сетей, не учитывают их поведения в реальных условиях. Следовательно, необходимо обеспечить реалистичность с тем, чтобы можно было оперировать реальными образами систем. Другими словами, следует рассмотреть процесс преобразования «чистых» образов в реальные с помощью некоторого механизма деформации D.

Деформации вносят более серьезные изменения по сравнению с преобразованиями подобия. Этот механизм может включать случайные элементы, и в таком случае D должен определять используемые вероятностные меры. Конкретная деформация обозначается через d, $d \in D$, и можно использовать запись $I^D = dI$.

Для того, чтобы включить эту часть в единый метод, необходимо ввести деформацию, связанную с преобразованиями подобия, т. е. определить, каким образом множество образующих S преобразуется деформациями D, какова комбинаторная структура деформированного изображения.

Сформулируем несколько общих принципов, которые могут оказаться полезными при построении модели деформаций.

Во-первых, следует попытаться разложить D, которое может быть довольно сложным пространством, на простые факторы $D = D_1 \times D_2 \times \ldots$. Произведение может быть конечным, счётным или несчётным. Иногда такое разбиение задаётся непосредственно, как, например, в случае, когда деформации сводятся к топологическому преобразованию опорного пространства, за которым следует деформация маски. Некоторую пользу можно извлечь также из того способа, при помощи которого алгебры изображений построены из элементарных объектов. Если рассматриваются изображения, конфигурации которых включают n образующих и все они идентифицируемы, то можно воспользоваться представлением

$$I^D = dI = (d_1 s_1, d_2 s_2, \ldots, d_n s_n), \quad (13)$$

рассчитывая на то, что свойства факторов d_v окажутся достаточно удобными. Этот метод будет работать, однако, только в том случае, когда образующие однозначно определяются изображением. Вместо этого можно воспользоваться соответствующим разбиением в применении к каноническим конфигурациям, образующие которых определены в рассматриваемой алгебре изображений. После разделения D на достаточно простые факторы необходимо решить, какую вероятностную меру (ВМ) следует ввести на D. При этом существенным моментом является выбор такого способа факторизации деформаций, при котором отдельные факторы d оказываются не зависимыми друг от друга. Невозможно полностью задать ВМ, не располагая эмпирической информацией, и для того, чтобы получить оценки с удовлетворительной точностью, аксиоматическая модель должна быть в достаточной степени структурирована. Это критический момент для определения ВМ, и требуется такое понимание механизма деформации, которое исключит неадекватное представление данных при последующем анализе. Если удалось провести разбиение таким образом, что факторы в вероятностном смысле независимы, остаётся ещё решить задачу определения на них безусловных распределений.

Для того, чтобы сузить выбор безусловных распределений, рассмотрим роль преобразований подобия. Если, как и выше, D выбрано удачно, то можно рассчитывать, что P будет обладать соответствующей инвариантностью. Итак, если I и I' – подобные идеальные изображения и $I' = pI$, то в первую очередь следует выяснить, не обладают ли dI и $dI' = dpI$ одним и тем же распределением вероятностей. Можно также использовать другой подход: использовать модель, постулирующую равенство распределений вероятностей pdI и dpI. Этот путь приводит к ковариантности по вероятности.

Таким образом, задав образующие (n – типов) и введя определённые правила, ограничивающие способы их соединения между собой, получаем регулярные образы (множества конфигураций), которые представляют комбинаторную структуру виртуальной сети машиностроительного предприятия – некоторую абстрактную конструкцию. Полученная конструкция соответствует результатам синтеза при идеальных условиях, т. е. в условиях, не учитывающих влияние ограничений, свойственных используемой аппаратуре и несовершенной модели. Процесс преобразования таких конструкций в реальные базируется на введении некоторого механизма деформации.

Библиографический список

1. Гренандер У. Лекции по теории образов. Т1. Синтез образов. – М.:Мир, 1979.
2. Гренандер У. Лекции по теории образов. Т2. Анализ образов. – М.:Мир, 1981.
3. Гренандер У. Лекции по теории образов. Т3. Регулярные структуры . – М.:Мир, 1982.
4. Крон Г. Тензорный анализ сетей. –М.:Советское радио, 1978.
5. Александров Е.А.Основы теории эвристических решений.– М.: Советское радио, 1975.