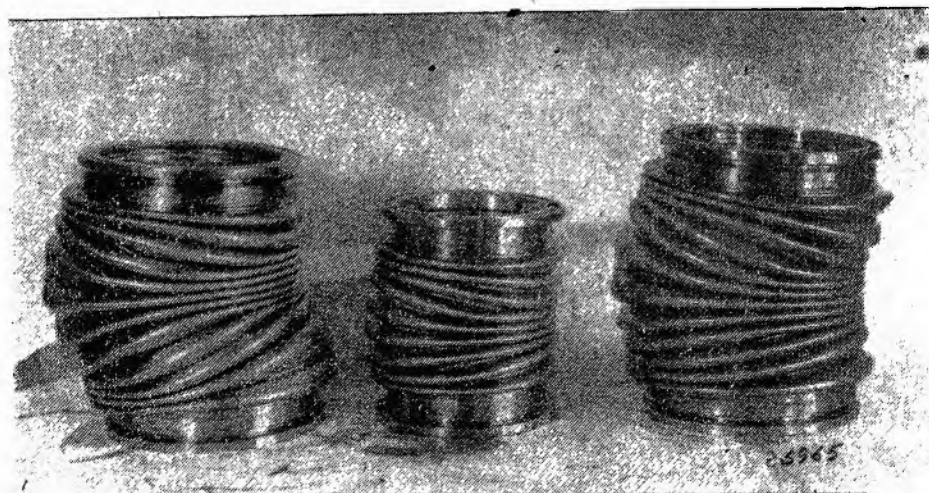


Н. С. КОНДРАШОВ

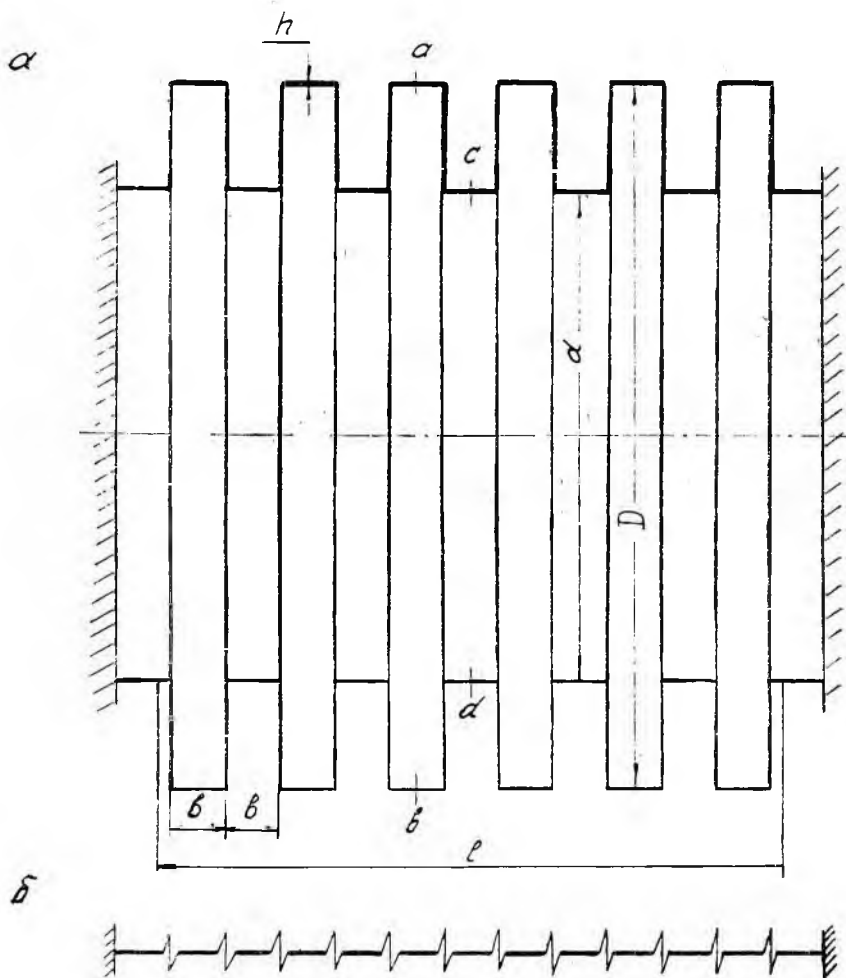
БОКОВАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ И ИЗГИБ СИЛЬФОНОВ ОТ ВОЗДЕЙСТВИЯ ВНУТРЕННЕГО ПОТОКА

Обычно сильфоны рассчитываются на прочность от осесимметричного действия внутреннего давления и от заданных монтажных и эксплуатационных перемещений точек крепления [1]. При этом не учитывается влияние внутреннего давления на искривление оси. Однако практика применения сильфонов показывает, что оно является наиболее опасным, так как ось сильфона, искривленная вследствие относительного перемещения точек крепления, дополнительно искривляется от действия внутреннего давления. При



Фиг. 1.

давлении меньше разрушающего эта добавка иногда значительно превосходит начальное искривление и ограничивает работоспособность сильфона (фиг. 1). Внутреннее давление может искривить и прямолинейную ось, при этом искривление произойдет при некотором критическом давлении — потеря боковой устойчивости.



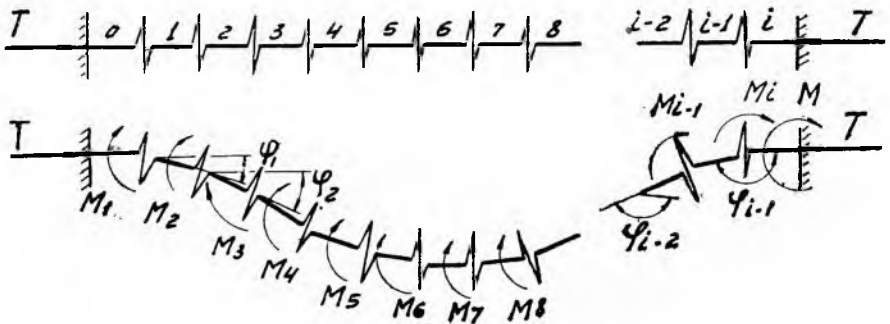
Фиг. 2.

Физический смысл рассматриваемого явления ясен из следующего. Сильфон, закрытый с торцов, но не имеющий осевых ограничений, под действием внутреннего давления удлинится. Если поставить ограничители, что равносильно заделке, (фиг. 2), то при действии давления с их стороны на сильфон будет действовать

осевая сила. При начальном искривлении осевая реакция создает в каждом сечении изгибающие моменты, пропорциональные произведению осевой реакции на прогиб. Эти моменты вызовут дополнительное искривление оси.

Потеря устойчивости произойдет в случае, если при любом малом отклонении оси от прямолинейной формы работа моментов от осевой реакции будет больше работы моментов упругих сил.

В литературе рассмотрены только вопросы потери боковой устойчивости гладкого трубопровода [2, 3, 4]. Однако для реальных металлических трубопроводов это явление не имело практического смысла, так как величины критических давлений намного превосходят разрушающие значения. В сильфонах из-за их большой



Фиг. 3.

гибкости критическое давление значительно меньше разрушающего. Здесь особое значение имеет учет добавочного искривления оси от внутреннего давления при ее начальном искривлении.

В настоящей статье выводятся формулы для критического значения внутреннего давления и для прогиба от внутреннего давления при начальном искривлении оси.

В дальнейшем применим геометрическую идеализацию сильфона, которая используется при расчетах на прочность [1]. Реальный сильфон заменяется более простым по конфигурации, состоящим из круговых цилиндров и кольцевых пластин (фиг. 2). Кроме того, будем считать цилиндрические участки сильфонов абсолютно жесткими на изгиб и всю изгибную податливость сосредоточенной в кольцевых элементах (фиг. 2б).

1. Предварительно рассмотрим более простую задачу — потерю устойчивости сильфона от действия продольной силы (фиг. 3).

Избавляясь от статической неопределенности, заменим действие правой заделки моментом M . Изгибающие моменты в каждом из податливых кольцевых элементов:

его, получим уравнение $(i-1)$ -ой степени относительно T . Критическая сила будет равна наименьшему корню этого уравнения

$$T_{кр} = k \frac{\gamma}{b}. \quad (4)$$

Коэффициент k зависит от числа гофров n и легко определяется при $n \leq 4$. При большем числе гофров решение определителя затруднительно. Поэтому при $n > 4$ целесообразно воспользоваться приближенным методом, суть которого состоит в следующем. Возьмем формулу Эйлера для критической силы прямого гладкого стержня, заделанного с двух сторон:

$$T_{\text{э}} = 4\pi^2 \frac{EI}{l^2}. \quad (5)$$

Если в этой формуле заменить изгибную податливость стержня $\left(\frac{l}{EI}\right)$ суммой податливостей всех кольцевых пластин сильфона $\left(\frac{2n}{\gamma}\right)$, а длину стержня l — эквивалентной длиной, приближенно равной $(2n + 0,5)b$, то получим достаточно точную формулу для определения критической силы

$$T = \frac{2\pi^2}{n(2n + 0,5)} \frac{\gamma}{b}. \quad (6)$$

Таблица 1

n	k	$k_{\text{э}}$	$\frac{k_{\text{э}} - k}{k} \cdot 100\%$
2	2	2,13	9,5
3	1	1,011	1,0
4	0,585	0,582	-0,512

В таблице 1 приводятся для сравнения точные коэффициенты k и коэффициенты, вычисленные по формуле:

$$k_{\text{э}} = \frac{2\pi^2}{n(2n + 0,5)}. \quad (6a)$$

Из таблицы видно, что с увеличением числа гофров погрешность формулы (6) уменьшается и уже при $n = 4$ она меньше 1%. Поэтому при $n \geq 4$ сильфон можно рассматривать как гладкий трубопровод с приведенными параметрами упругости и длины.

2. Рассмотрим потерю устойчивости сильфона от действия внутреннего давления p .

Если ось сильфона не искривлена, то наружные участки гофров будут растягиваться, внутренние — сжиматься в осевом и растягиваться в окружном направлениях. Кольцевые пластины гофров под действием давления изгибаются и растягиваются в своей плоскости радиальными силами. При этом все деформации сильфона будут симметричными относительно оси.

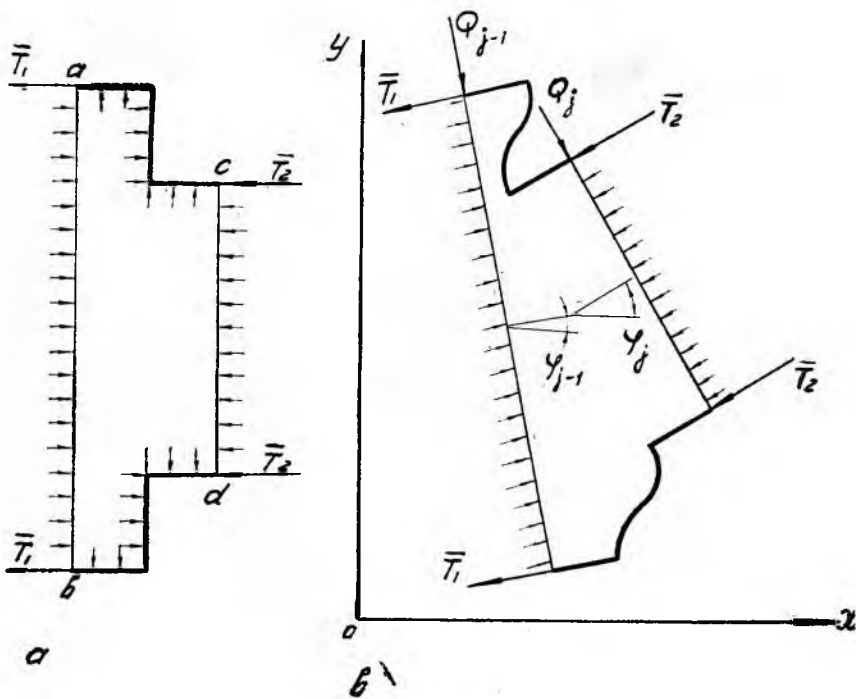
Вырежем из сальфона элемент a, b, c, d с $j^{\text{м}}$ кольцевым элементом внутри (фиг. 4а). Действие отброшенных частей заменим силами \bar{T}_1, \bar{T}_2 и давлением p . Для того, чтобы найти неизвестные силы \bar{T}_1, \bar{T}_2 , напишем условие равновесия сил, действующих на элемент a, b, c, d в осевом направлении:

$$T_1 + T_2 + \frac{\pi d^2}{4} p - \frac{\pi D^2}{4} p = 0, \quad (7)$$

и уравнение продольных деформаций цилиндрических участков:

$$\frac{T_1}{D} = \frac{T_2}{d}. \quad (8)$$

В последних уравнениях $T_1 = \pi D \bar{T}_1, T_2 = \pi d \bar{T}_2$.



Фиг. 4.

Из уравнений (7) и (8) можно найти значения T_1, T_2 . В возмущенном состоянии ось сальфона искривится, при этом, в поперечных сечениях возникнут перерезывающие силы и изгибающие моменты (фиг. 4б). Из условия равенства нулю суммы проекций на ось y всех сил, действующих на элемент a, b, c, d в искривленном состоянии, получим приращение поперечной силы при переходе слева через $j^{\text{ю}}$ кольцевую пластину:

$$\Delta Q_j = Q_j - Q_{j-1} = \frac{\pi}{4} d D p (\varphi_{j-1} - \varphi_j). \quad (9)$$

Составляя выражения типа (1) изгибающих моментов через внешние силы и подставляя в них выражения через внутренние усилия (2), получим систему уравнений, аналогичную (3), в которой вместо T_b будет $\frac{\pi}{4} dDbp$. Решая эту систему указанным выше способом, получим формулу для критического давления:

$$p_{кр} = \frac{4}{\pi} \cdot k \frac{\gamma}{dDb}. \quad (10)$$

Здесь коэффициент k имеет то же значение, что и в формуле (4). При $n \geq 4$ для определения k можно пользоваться формулой (6а). После подстановки (6а) в (10) получим окончательную формулу для критического внутреннего давления сильфона:

$$p_{кр} = \frac{8\pi}{n(2n + 0,5)} \cdot \frac{\gamma}{dDb} \quad (11)$$

Полученный результат свидетельствует о том, что воздействие внутреннего давления на сильфон эквивалентно действию сжимающей силы:

$$T = \frac{\pi}{4} dDp.$$

Если внутри сильфона протекает жидкость плотностью ρ со скоростью v , то, кроме давления, потере устойчивости будет содействовать скоростной напор $\frac{\pi}{4} \rho v^2 d^2$. Критическое давление с учетом скоростного напора вычисляется по формуле:

$$p_{кр} = \frac{8\pi}{n(2n + 0,5)} \cdot \frac{\gamma}{bdD} - \frac{d}{D} \rho v^2. \quad (12)$$

3. Определим прогиб сильфона при действии внутреннего давления и начальном искривлении оси. В предыдущих двух пунктах было показано, что, если сильфон имеет число гофров $n \geq 4$, то его можно рассматривать как гладкий трубопровод с приведенными параметрами упругости и нагрузок.

Дифференциальное уравнение продольного изгиба трубопровода, находящегося под давлением, можно записать в виде:

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + T \frac{d^2 y}{dx^2} = 0, \quad (13)$$

где y — прогиб оси;

x — координата длины;

EI — жесткость сечения трубопровода;

T — осевая сила от внутреннего давления.

Уравнение (13) имеет решение:

$$y = c_1 + c_2 x + c_3 \sin mx + c_4 \cos mx, \quad (14)$$

Здесь $m = \sqrt{\frac{T}{EI}}$, c_1, c_2, c_3, c_4 — постоянные интегрирования, которые определяются из граничных условий.

Помещая начало координат в одной из заделок и задавая противоположной заделке линейное Δ и угловое δ перемещения, запишем граничные условия:

$$\begin{aligned} x = 0; y = 0, \quad x = l; y = \Delta, \\ \frac{dy}{dx} = 0; \quad \frac{dy}{dx} = \delta. \end{aligned} \quad (15)$$

Угловое перемещение δ положительно, если оно сопровождается прогибом оси, противоположным прогибу от Δ .

Подставляя в (15) значения y и x , получим систему уравнений для определения постоянных интегрирования, после подстановки которых в (14) получим уравнение для прогиба оси трубопровода:

$$y = \frac{(1 - \cos mx) \left[(1 - \cos ml) + \frac{\delta}{m} (\sin ml - ml) \right] - (\sin mx - mx) \left[\frac{\delta}{m} (1 - \cos ml) - \Delta \sin ml \right]}{(2 - 2 \cos ml - ml \sin ml)}. \quad (16)$$

Изгибающий момент в каждом сечении определится из известной зависимости:

$$M(x) = EI \frac{d^2 y}{dx^2}. \quad (17)$$

Для сильфонов

$$\begin{aligned} EI \frac{\gamma}{2n} = (2n + 0,5) b; \quad T = \frac{\pi}{4} (Ddp + d^2 \rho v^2); \\ m = \sqrt{\frac{\pi n (Ddp + d^2 \rho v^2)}{2\gamma (2n + 0,5) b}} \end{aligned} \quad (18)$$

Подставляя (18) в (16) и (17), получим формулы для определения прогибов оси сильфона и изгибающего момента. Знание изгибающих моментов необходимо, чтобы определить изгибные напряжения в пластинчатых элементах сильфонов. Формулы для напряжений в кольцевых пластинах от действия моментов приведены в работе [1].

Полученные формулы (11), (12), (16), (17) справедливы в пределах упругих деформаций. Однако при пластических деформациях для критического давления можно наметить две грубые границы, внутри которых находится действительное критическое давление: нижняя граница — давление, соответствующее пределу упругости, верхняя граница — критическое давление, определенное по формулам (11), (12).

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Д. Пономарев и др. Расчеты на прочность в машиностроении, часть II, Машгиз, 1958.
2. И. И. Гольденблат. Некоторые новые проблемы динамики сооружений. Изд. АН СССР, ОТИ, № 6, 1950.
3. В. И. Феодосьев. О колебаниях и устойчивости трубы при протекании через нее жидкости. Инженерный сборник, АН СССР, ОТИ, институт механики, 1951.
4. Heinrich G. «Schwingungen durchströmter Röhre», Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, Band 36, 11/12, 1956.