

Н. С. КОНДРАШОВ, В. И. СУСЛИКОВ

## ЭФФЕКТ ДЕМПФИРОВАНИЯ РЕАКТИВНОЙ СТРУИ

При поперечных колебаниях консольного стержня, по которому протекает поток жидкости или газа, происходит взаимодействие между колеблющимся стержнем и потоком, вследствие чего возникает ряд дополнительных эффектов. Во-первых, реактивная следящая сила, сжимающая рассматриваемую систему, может привести к асимптотической (колебательная) потере устойчивости стержня. Во-вторых, колеблющийся стержень сообщает вытекающему потоку поперечную составляющую скорости и, таким образом, осуществляется вынос из системы колебательной энергии — демпфирование.

Наиболее полно задачу об устойчивости консольного стержня, нагруженного следящей сжимающей силой, рассмотрел В. В. Болотин. Он совместно с другими исследователями [1] вычислил значение критической сжимающей силы, которое значительно превосходит величину эйлеровой критической силы. Задачей о демпфировании колебаний консольного стержня потоком при его движении по стержню занимался А. П. Коврезский [2], который точным методом интегрирования довел задачу до числовых значений, однако им не был учтен диссипативный член в граничных условиях на свободном конце стержня.

В статье решается задача о поперечных колебаниях консольного стержня, по которому протекает поток массы, с учетом диссипативного члена на конце стержня.

Пусть  $y(x, t)$  прогиб в любой точке  $x$  стержня,  $l$ ,  $F$ ,  $EI$  его длина, площадь поперечного сечения и изгибная жесткость,  $P$ ,  $\rho$ ,  $v$  — давление, плотность и скорость потока в стержне,  $m_{ст}$ ,  $m_n$  — погонная масса стержня и потока,  $t$  — время.

Уравнение малых изгибных колебаний стержня с учетом протекающего по нему потока имеет вид [2]

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \alpha \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \beta \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0. \quad (1)$$

Коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$ , характеризующие величину сжимающей силы и демпфирования потока,

$$\alpha = \frac{l^2}{EI} (PF + \rho F v^2); \quad \beta = 2 \frac{l}{\sqrt{mEI}} \rho F v; \quad m = m_{ст} + m_n.$$

Решение уравнения (1) ищут в виде  $y(x, t) = y_0 t^{\lambda} x + \rho t$ , (2)

где  $y_0, \rho, \lambda$  — комплексные параметры.

После подстановки зависимости (2) в (1) получим характеристическое уравнение

$$\lambda^4 + \lambda \alpha^2 + \rho \beta \lambda + \rho^2 = 0. \quad (3)$$

Представим параметр  $\rho$  в виде суммы  $\rho = -\delta + i\omega$ , где  $\omega$  характеризует частоту процесса,  $\delta$  — его затухание или неустойчивость. Частотный коэффициент  $\omega$  связан с круговой частотой  $\Omega$  колебания стержня известным соотношением

$$\Omega = \frac{\omega}{I^2} \sqrt{\frac{EI}{m}},$$

а коэффициент затухания  $\delta$  выражается через логарифмический коэффициент затухания  $\Delta$

$$\delta = \frac{\Delta \omega}{2\pi}.$$

Характеристическое уравнение (4) имеет четыре корня, поэтому решение уравнения (2) можно представить в виде

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^4 c_n e^{\lambda_n x + \rho t}. \quad (4)$$

Произвольные постоянные  $C_n$  находятся из граничных условий:

$$\text{при } x = 0 \quad y = 0; \quad \frac{\partial y}{\partial x} = 0;$$

$$\text{при } x = l \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = 0; \quad \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} = \frac{1}{2} \beta \frac{\partial y}{\partial t} + \mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}. \quad (5)$$

Последнее условие выражает равенство перерезывающих сил на свободном конце стержня поперечным силам от потока и силам инерции от сосредоточенной массы  $M$ .

Эти две силы А. П. Ковревский в своей работе [2] учитывал.

Если подставить решение (4) в условия (5), то получим систему 4 уравнений относительно  $C_n$ . Определитель этой системы

$$D(p) = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 \\ \lambda_1^2 e^{\lambda_1} & \lambda_2^2 e^{\lambda_2} \\ e^{\lambda_1} (\lambda_1^3 - \frac{\beta}{2} p - \mu p^2) & e^{\lambda_2} (\lambda_2^3 - \frac{\beta}{2} p - \mu p^2) \\ 1 & 1 \\ \lambda_3 & \lambda_4 \\ \lambda_3^2 e^{\lambda_3} & \lambda_4^2 e^{\lambda_4} \\ e^{\lambda_3} (\lambda_3^3 - \frac{\beta}{2} p - \mu p^2) & e^{\lambda_4} (\lambda_4^3 - \frac{\beta}{2} p - \mu p^2) \end{vmatrix}.$$

С учетом характеристического уравнения (3) определитель представляет собой нелинейную функцию аргумента  $p$ . Приравнивая определитель к нулю и разделяя это равенство на вещественную и мнимую части, получим

$$\operatorname{Re} \{ D(\delta, \omega) \} = 0; \quad \operatorname{Im} \{ D(\delta, \omega) \} = 0, \quad (6)$$

из которых находятся  $\delta$  и  $\omega$ .

В результате решения системы (6) на ЭВМ получены зависимости изменения коэффициента  $\omega$  и коэффициента затухания  $\delta$  от коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$  (рис. 1).

Из рис. 1 видно, что с увеличением коэффициента демпфирования  $\beta$  частотный коэффициент  $\omega$  уменьшается и при некоторой величине  $\beta = \beta_{кр}$  движение стержня становится апериодическим. Увеличение коэффициента снимающей силы  $\alpha$  увеличивает  $\omega$  и  $\beta_{кр}$ . При любом  $\alpha$  с ростом  $\beta$  коэффициент  $\delta$  растет, вплоть до достижения  $\beta = \beta_{кр}$ , после чего начинает резко падать. Таким образом, для каждого значения сжимающей силы существует значение  $\beta_{кр}$ , при котором изменяется характер движения стержня. Зависимость  $\beta_{кр} = f(\alpha)$  близка к линейной. На рис. 1 также приведены зависимости  $\omega = f(\beta)$ ,  $\delta = f(\beta)$  при выполнении соотношения  $\alpha = \gamma\beta^2$  при  $\gamma = 1$ , характерного для случая течения несжимаемой жидкости. Здесь  $\gamma = m/4\rho$ . Получено  $\beta_{кр} = 2$ . В эксперименте по продувке трубок водой с изменением  $\gamma$  от 0,845 до 1,345 в работе [3] получено  $\beta_{кр} = 1,3-1,7$ .

Представляет интерес исследование влияния демпфирования на величину критического значения сжимающей силы  $\alpha_{кр}$ , при превышении которой стержень теряет устойчивость.

На рис. 2 приведены кривые  $\omega = f(\alpha)$ , полученные при решении уравнения (1). Кривая при  $\beta = 0$  совпадает с кривой, полученной в работе [1], при этом, как известно,  $\alpha_{кр} = 20$ . Наличие демпфирования снижает частоту первого тона колебаний стержня и при достижении  $\alpha = 20$  стержень не теряет устойчивость.

Рассмотрим поведение стержня при наличии на его конце сосредоточенной массы. Результаты расчетов, проведенные для этого случая при постоянном  $\alpha = 1$ , представлены на рис. 3. На рис. 3 видно, что увеличение  $\mu = M/ml$  уменьшает частотный коэффициент стержня и влияние потока на характер колебаний стержня. Коэффициент затухания  $\delta$  у стержня с массой на конце также ниже по сравнению с  $\delta$  для свободного стержня и уменьшается с увеличением  $\mu$ .

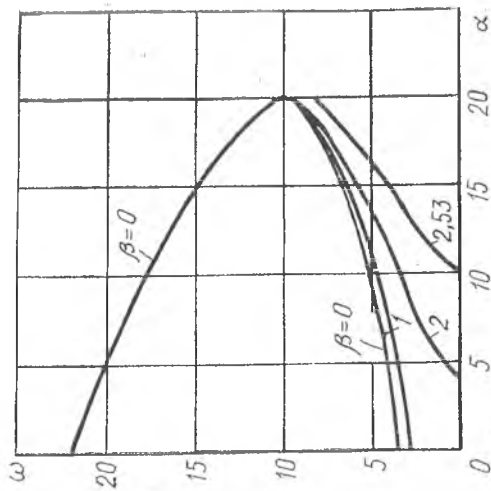


Рис. 2. Зависимость коэффициента  $\omega$  от коэффициента  $\alpha$  при различных значениях  $\beta$

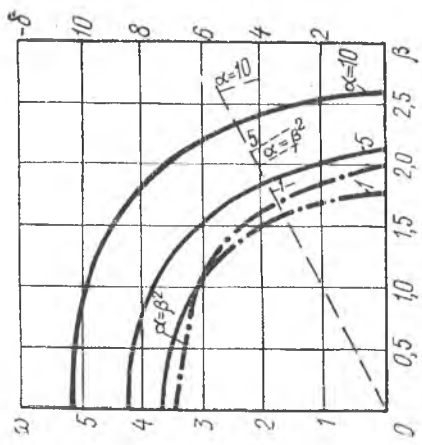


Рис. 1. Зависимость коэффициентов  $\omega$  и  $\delta$  от коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$ :  
 — частотный коэффициент  $\omega$ ;  
 — коэффициент затухания  $\delta$

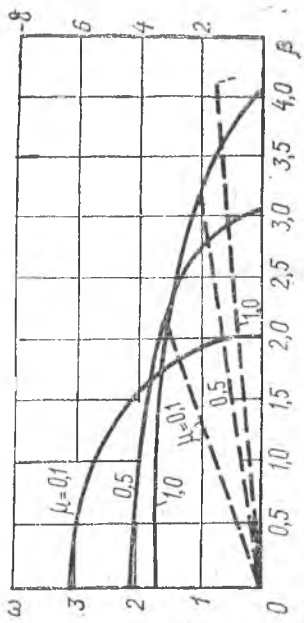


Рис. 3. Зависимость коэффициентов  $\delta$  и  $\omega$  от коэффициентов  $\beta$  при различных соотношениях масс на конде-  
стержня:

$\alpha = 1$ : — частотный коэффициент  $\omega$ ; — — — ча-  
стотный коэффициент  $\delta$

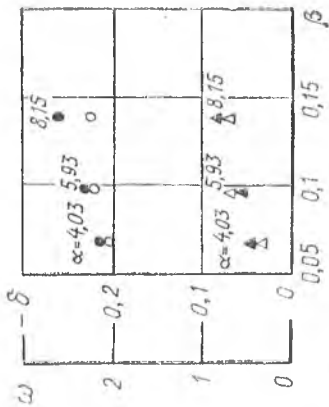


Рис. 4. Результаты экспериментов:  
стальная труба  $\varnothing 27 \times 1$  мм;  $l =$   
 $= 1800$  мм;  $\mu = 0,795$ ; частотный коэф-  
фициент  $\omega$ :  $\bullet$  — расчетная и  $\circ$  —  
экспериментальная точки; коэффициент  
затухания  $\delta$ :  $\blacktriangle$  — расчетная и  
 $\triangle$  — экспериментальная точки

В заключение отметим, что выводы настоящей работы проверялись экспериментально при продувке воздухом вертикальных консольных труб с массой на конце. Колебания труб вызывались разрывом поперечной связи, обеспечивающей предварительное отклонение трубы. Полученные результаты приведены на рис. 4. Как следует из рис. 4, экспериментальные точки удовлетворительно совпадают с результатом расчета.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Болотин В. В.* Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. М., Физматгиз, 1961.
2. *Ковревский А. П.* Свободные колебания консольной балки, несущей поток массы. — В сб.: «Динамика и прочность машин». Харьков, ХГУ, 1965, вып. 2.
3. *Ковревский А. П.* Экспериментальное и теоретическое исследование свободных колебаний труб, содержащих протекающую жидкость. «Изв. высш. учеб. заведений. Энергетика», 1964, № 4.

УДК 621.438 (088.8)

*В. К. ЛОБАНОВ, А. Б. ХРУСТАЛЕВ*

## ОЦЕНКА ДЕМПФИРУЮЩИХ СВОЙСТВ ОДНОГО ТИПА УПРУГИХ ОПОР ГТД

На рис. 1 приводится вариант конструктивного исполнения опоры [1] с двумя упругими кольцами Аллисона, в осевой зазор между которыми подается масло. В настоящее время опоры такого типа включены в конструкцию ряда ГТД.

Рассмотрим работу демпфера с одним упругим кольцом при малых круговых колебаниях подшипника с амплитудой  $a$  и частотой  $\omega$ . Введем систему координат  $\xi O \eta$ , вращающуюся с угловой скоростью  $\omega$  относительно неподвижной системы координат  $хоу$ . Ось  $\xi$  проходит через центр корпуса опоры  $O$  и центр подшипника  $O_1$  (рис. 2). Между угловыми координатами неподвижных точек в системах  $\xi O \eta$  и  $хоу$  (соответственно,  $\varphi$  и  $\psi$ ) имеет место соотношение

$$\varphi = \psi - \omega t. \quad (1)$$