

В. П. ШОРИН

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОТВЕТВЛЕННОГО РЕЗОНАТОРА В КАЧЕСТВЕ ГАСИТЕЛЯ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ДАВЛЕНИЯ В ГИДРАВЛИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ И ДВИГАТЕЛЕЙ

Условные обозначения:

 l_p — длина горла резонатора, F_p — площадь поперечного сечения горла резонатора, V_p — объем резонатора, v_1 — объемная скорость в горле резонатора, A_1 — амплитуда объемной скорости в горле резонатора, ξ — суммарный коэффициент гидравлических потерь в горле резонатора, p_1 — давление в магистрали, p_2 — давление в объеме резонатора, ρ — плотность жидкости, c — скорость звука в жидкости, ω — круговая частота, A — амплитуда объемной скорости эквивалентного источника колебаний. $z_c = Re z_c + i Im z_c$ — импеданс резонатора, $y_{ист} = Re y_{ист} + i Im y_{ист}$ — акустическая проводимость эквивалентного источника колебаний, $y_n = Re y_n + i Im y_n$ — акустическая проводимость пассивной части системы.

В статье рассматривается методика расчета ответвленного резонатора при применении его в качестве гасителя пульсаций давления. Основной задачей расчета ответвленного резонатора является выбор его размеров для обеспечения заданной степени сглаживания пульсаций.

На фиг. 1 показана принципиальная схема резонатора, установленного в магистрали гидравлической системы в сечении х-х. Эффективность его работы будем оценивать коэффициентом вноси-

мого затухания [1]. Для нашего случая формула для коэффициента вносимого затухания примет вид:

$$k_{\text{вн}} = \left| 1 + \frac{1}{z_c (y_{\text{ист}} + y_{\text{н}})} \right|. \quad (1)$$

Импеданс резонатора может быть определен из следующих условий:

а) для горла резонатора

$$\frac{\rho \cdot l_p}{F_p} \frac{dv_1}{dt} + \xi \frac{\rho v_1^2}{2F_p^2} = p_1 - p_2, \quad (2)$$

б) для объема резонатора

$$\frac{V_p}{\rho c^2} \frac{dp_2}{dt} = v_1. \quad (3)$$

Решая совместно уравнения (2) и (3) в случае гармонического закона для давления p_1 , можно определить закон изменения объемной скорости в горле резонатора. Как показано в работе [2], для квадратичного закона трения пренебрежение гармониками выше первой дает погрешность менее 1%.

Исходя из вышесказанного для уравнения (2) применим гармоническую линеаризацию:

$$\frac{\rho \cdot l_p}{F_p} \frac{dv_1}{dt} + k(A_1) v_1 = p_1 - p_2. \quad (4)$$

Коэффициент гармонической линеаризации для квадратичного закона трения согласно [3] определяется формулой:

$$k(A_1) = \frac{4\xi\rho}{3\pi F_p^2} A_1.$$

Решая совместно уравнения (3) и (4) для случая установившихся вынужденных колебаний, будем иметь выражение для импеданса резонатора в виде:

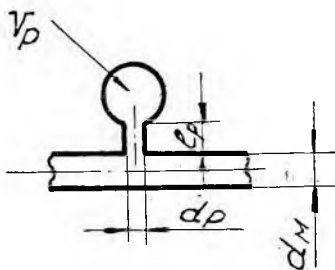
$$z_c = \frac{4\xi\rho}{3\pi F_p^2} A_1 + i \left(\frac{\rho l_p}{F_p} \omega - \frac{\rho c^2}{\omega V_p} \right). \quad (5)$$

Умножая и деля первое слагаемое правой части выражения на A , получим:

$$z_c = \phi \operatorname{Re} z_{c_1} + i I_m z_{c_1}. \quad (6)$$

Здесь $\phi = \frac{A_1}{A}$ — отношение амплитуд объемных скоростей в горле резонатора и эквивалентного источника переменного расхода.

$\operatorname{Re} z_{c_1} = \frac{4\xi\rho}{3\pi F_p^2} A$ (6') — действительная часть импеданса, подсчитанная



Фиг. 1.

по амплитуде объемной скорости эквивалентного источника переменного расхода.

$$I_m z_{c_1} = \left(\frac{\rho l}{F_p} \omega - \frac{\rho c^2}{\omega V} \right) - \text{мнимая часть импеданса.}$$

Используя формулу (6), выражение для коэффициента вносимого затухания запишем в виде:

$$K_{\text{вн}} = \left| 1 + \frac{1}{(y_{\text{ист}} + y_n) \psi \operatorname{Re} z_{c_1} + I_m z_{c_1}} \right|. \quad (7)$$

Для того, чтобы определить величину вносимого затухания при известных геометрии резонатора, характеристиках системы, в которую он устанавливается, и амплитуде объемной скорости эквивалентного источника расхода, необходимо знать отношение амплитуд объемных скоростей в горле резонатора и эквивалентного источника, т. е. величину ψ .

Величину ψ определяем исходя из принципа гармонического баланса:

$$\psi \cdot e^{i\psi_{c_1}} = \frac{1}{1 + [\operatorname{Re}(y_n + y_{\text{ист}}) + iM(y_n + y_{\text{ист}})] \cdot [\psi \operatorname{Re} z_{c_1} + iI_m z_{c_1}]}. \quad (8)$$

Производя разделение действительной и мнимой части равенства (8) получим систему из двух уравнений для определения ψ и τ_{c_1} — угла сдвига фаз между объемной скоростью в горле резонатора и объемной скоростью эквивалентного источника колебаний:

$$\psi [1 - \operatorname{Im}(y_n + y_{\text{ист}}) \cdot \operatorname{Im} z_{c_1} + \psi \operatorname{Re} z_{c_1} \cdot \operatorname{Re}(y_n + y_{\text{ист}})] = \cos \tau_{c_1}, \quad (9)$$

$$\psi [\operatorname{Im}(y_n + y_{\text{ист}}) \cdot \psi \cdot \operatorname{Re} z_{c_1} + \operatorname{Re}(y_n + y_{\text{ист}}) \operatorname{Im} z_{c_1}] = -\sin \tau_{c_1}.$$

Решая полученную систему уравнений относительно ψ , будем иметь:

$$\begin{aligned} & [M_{c_1} - M_y \psi \cos \tau_{c_1} + \cos \tau_y]^2 + \\ & + [M_{c_1} \cdot M_y \cdot \sin \tau_{c_1} - \sin \tau_y]^2 = \frac{1}{\psi^2}. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь

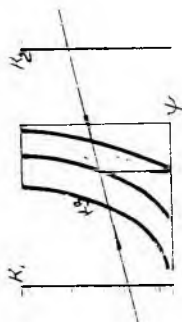
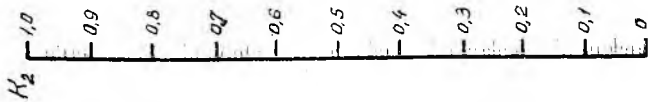
$$M_{c_1} = \sqrt{\operatorname{Re} z_{c_1}^2 + \operatorname{Im} z_{c_1}^2}; \quad \operatorname{tg} \tau_{c_1} = \frac{\operatorname{Im} z_{c_1}}{\operatorname{Re} z_{c_1}};$$

$$M_y = \sqrt{\operatorname{Re}(y_n + y_{\text{ист}})^2 + \operatorname{Im}(y_n + y_{\text{ист}})^2}; \quad \operatorname{tg} \tau_y = \frac{\operatorname{Im}(y_n + y_{\text{ист}})}{\operatorname{Re}(y_n + y_{\text{ист}})}.$$

Выражение (10) является уравнением четвертой степени и может быть решено в явном виде. Однако полученное решение очень громоздко, поэтому для упрощения вычислений величины ψ по формуле (10) составлена номограмма (фиг. 2).

С использованием формулы (10) формула (7) для определения вносимого затухания будет иметь вид:

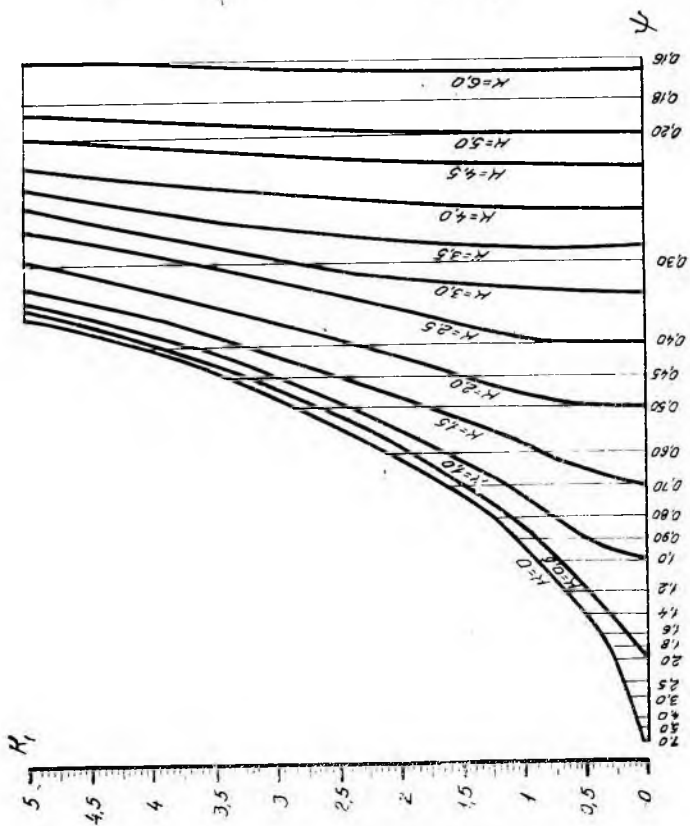
$$K_{\text{вн}} = \frac{1}{M_{c_1} M_y \psi \sqrt{\psi^2 \cos^2 \tau_{c_1} + \sin^2 \tau_{c_1}}}. \quad (11)$$



$$K_1 = M_0, M_y \cos \psi_0,$$

$$K_2 = \cos^2 \psi_0$$

$$K_3 = M_0, M_y \sin \psi_0 + S \sin \psi_0 y$$



Фиг. 2.

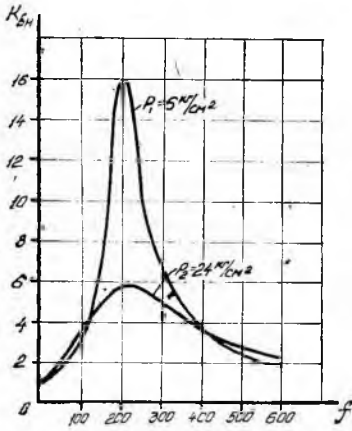
Можно показать, что максимум вносимого затухания на заданной частоте будет в том случае, если резонатор имеет собственную частоту, расположенную очень близко к заданной. Поэтому резонатор необходимо рассчитывать из условий совпадения собственной и заданной частот. Для этого случая формула (11) записывается в виде:

$$K_{вн} = \frac{1}{M_{с1} M_y \psi^2} \quad (12)$$

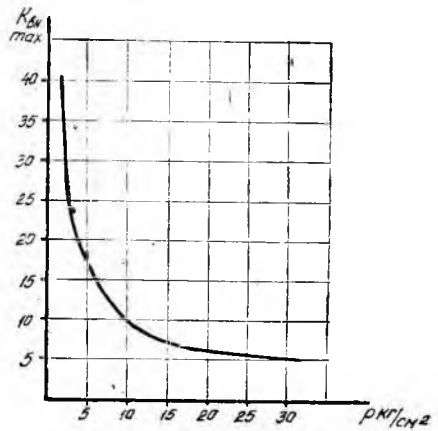
Причем $M_{с1} = \text{Re}z_{с1}$.

Уравнение (10) для совпадения собственной частоты с заданной примет вид:

$$[M_{с1} M_y \psi + \cos \varphi_y]^2 + \sin^2 \varphi_y = \frac{1}{\psi^2}. \quad (13)$$



Фиг. 3.



Фиг. 4.

Решая совместно (12) и (13) относительно $M_{с1}$, $M_y \psi$, получим:

$$K_{вн} = \frac{1}{\psi \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{\psi^2} - \sin^2 \varphi_y} - \cos \varphi_y \right)}. \quad (14)$$

Задаваясь необходимой величиной вносимого затухания, при известных характеристиках системы, в которую устанавливается резонатор, из формулы (14) можно определить требуемую величину ψ для обеспечения заданной степени гашения.

Из формулы (12) определяется значение действительной части сопротивления резонатора и далее из (6¹) необходимая геометрия горла, ибо в ν_1 автомодельной области $\xi = \xi \left(F_p, \frac{l_p}{d_p} \right)$ известная функция, определенная расчетным или экспериментальным путем. При известной геометрии горла объем резонатора

определяется из известной формулы для собственной частоты резонатора:

$$f = \frac{c^1}{2\pi} \sqrt{\frac{F_p}{V_p l_p}}. \quad (15)$$

В качестве примера на фиг. 3 приведены кривые затухания, вносимого ответвленным резонатором в магистраль бесконечной длины диаметром 12 мм при установке резонатора непосредственно за источником переменного расхода, в зависимости от частоты и амплитуды колебаний давления в магистрали до установки резонатора.

Исходные данные для расчета приняты следующие: $l_p = 37$ мм, $d_p = 5$ мм, $v_p = 0,5$ л, рабочая среда — масло АМГ-10, удельный вес $\nu = 850$ кг/м³, $C = 1300$ м/сек. На фиг. 4 приведена кривая зависимости максимального вносимого затухания в зависимости от начальной амплитуды колебаний давления в системе.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. П. Шорин. К вопросу о гашении вынужденных колебаний давления в гидравлических системах летательных аппаратов и двигателей. Труды КуАИ. Вып. XXX, 1967.
2. Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. Физматгиз, 1963.
3. Е. П. Попов, И. П. Пальтов. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем. Физматгиз, 1960.