КУЙБЫШЕВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
ТРУДЫ, ВЫПУСК XIX. 1965 г.
Вибрационная прочность и надежность авиационных двигателей

В. П. ИВАНОВ, В. Н. БУЗИЦКИЙ

К ОЦЕНКЕ РЕЗОНАНСНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПАКЕТЕ ЛОПАТОК СО СВОБОДНОЙ ПРОВОЛОЧНОЙ СВЯЗЬЮ

Последнее время для борьбы с опасными колебаниями лопаток в лопаточных машинах авиационных газотурбинных двигателей применяется хорошо известное в паротурбостроении объединение лопаток в пакеты проволочными связями.

Снижение напряжений за счет пакетности на определенных режимах (при жесткой связи проволоки с лопатками) является следствием возможности только совместных колебаний лопаток в одной фазе. Это эквивалентно снижению уровня возбуждающих сил. Эффект демпфирования в такой схеме отсутствует.

Ряд выполненных конструкций имеет свободную посадку проволоки. В связи с этим высказывались предположения о возможности относительных смещений между проволокой и лопатками и, следовательно, о возможности демпфирования колебаний за счет трения в сочленениях [3].

Целью настоящей работы является приближенная оценка возможности демпфирования колебаний за счет трения в местах контакта проволоки с лопатками при изгибных колебаниях последних.

Рассмотрим колебания единичной лопатки относительно неподвижной проволоки, прижатой к ней с усилием N и расположенной под углом β к плоскости колебаний ее (фиг. 1). При этом будем полагать,что наличие сосредоточенной силы трения не вызовет существенного отличия формы колебаний от случая, когда проволока отсутствует, а наличие сухого трения не искажает гармонического закона колебаний.

На установившемся резонансе наблюдается следующий баланс энергий:

$$\Delta W_1 = \Delta W_2 + \Delta W_3, \tag{1}$$

где ΔW_1, ΔW_2, ΔW_3 — соответственно, работа сил возбуждения, внутреннего трения и трения лопатки о проволоку за один цикл колебаний.

Определяя интенсивность возбуждающих сил как

$$q(\xi, t) = q_0(\xi)\cos\omega t, \tag{2}$$

где $\xi = \frac{x}{l}$ — относительная координата;

$q_0(\xi)$ — амплитудное значение интенсивности возбуждающей силы;

ω — частота возбуждения (резонансная частота),

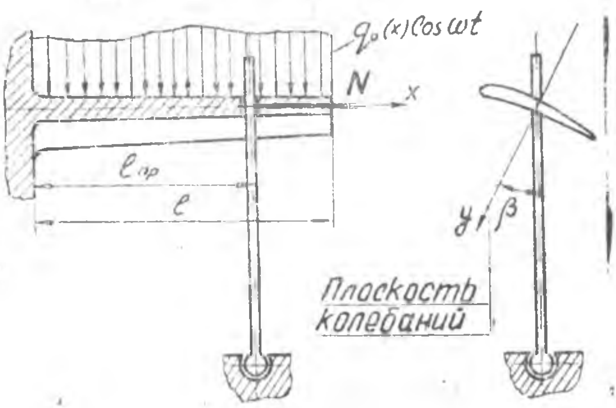
и полагая, что при резонансе лопатка сохраняет гармонические колебания, то есть

$$y(\xi, t) = Y(\xi)\sin\omega t, \tag{3}$$

где $Y(\xi)$ — кривая амплитудных прогибов, характеризующая форму колебаний;

найдем работу сил возбуждения за один цикл:

$$\Delta W_1 = \pi Y(1)\, l \int\limits_0^1 q_0(\xi)\, \overline{Y}(\xi)\, d\xi. \tag{4}$$



Фиг. 1. Схема одиночной лопатки с неподвижной проволокой.

Здесь $Y(1)$ — амплитуда прогиба при $\xi = 1$;

$\overline{Y}(\xi) = \frac{Y(\xi)}{Y(1)}$ — функция распределения прогибов по длине лопатки.

Далее, определяя интенсивность сил внутреннего трения как

$$\nu(\xi, t) = 2h\frac{\gamma}{g}\, F(\xi)\, \frac{\partial y(\xi, t)}{\partial t}, \tag{5}$$

где h — коэффициент внутреннего трения;

$F(\xi)$ — площадь поперечного сечения лопатки;

γ — весовая плотность материала лопатки,

найдем работу сил внутреннего трения за один цикл:

$$\Delta W_2 = \frac{\gamma}{g} lY^2(1)\,\omega^2\delta \int_0^1 F(\xi)\overline{Y}^2(\xi)\,d\xi, \qquad (6)$$

где $\delta = \frac{2\pi h}{\omega}$ — осредненное значение декремента затухания, зависящее от материала, напряженного состояния и уровня напряжений в лопатке.

Полагая, что жесткость проволоки в направлении, нормальном к ее оси, незначительна, работу сил трения о проволоку за один цикл определим из выражения

$$\Delta W_3 = 4Y(1)\,\overline{Y}(\xi_{\text{пр}})\,\mu_{\text{тр}} N \cos\beta,$$

где $\xi_{\text{пр}} = \frac{l_{\text{пр}}}{l}$ — относительная координата расположения проволоки;

N — нормальная сила, прижимающая проволоку к лопатке;

$\mu_{\text{тр}}$ — коэффициент сухого трения;

β — угол между осью проволоки и плоскостью колебаний.

Составив баланс работ, найдем амплитуду прогиба на конце лопатки при установившемся резонансе:

$$Y(1) = \frac{\pi}{\frac{\gamma}{g}\,\omega^2\delta}\;\frac{\int_0^1 q_0(\xi)\overline{Y}(\xi)\,d\xi}{\int_0^1 F(\xi)\overline{Y}^2(\xi)\,d\xi}\left[1 - \frac{4\,\overline{Y}(\xi_{\text{пр}})\,\mu_{\text{тр}} N\cos\beta}{\pi l\int_0^1 q_0(\xi)\,\overline{Y}(\xi)\,d\xi}\right]. \qquad (8)$$

Определяя величину изгибающего момента, действующего в сечениях лопатки, из

$$M(\xi) = \frac{\gamma}{g} l^2 Y(1)\,\omega^2 \int_0^{\xi} d\xi_1 \int_0^{\xi_1} F(\xi_2)\,\overline{Y}(\xi_2)\,d\xi_2,$$

найдем напряжения в лопатке:

$$\sigma(\xi) = \frac{\pi l^2}{\delta W(\xi)}\;\frac{\int_0^1 q_0(\xi)\,\overline{Y}(\xi)\,d\xi}{\int_0^1 F(\xi)\,\overline{Y}^2(\xi)\,d\xi}\;\Theta\int_1^{\xi} d\xi_1 \int_1^{\xi_1} F(\xi_2)\,\overline{Y}(\xi_2)\,d\xi_2, \qquad (9)$$

где $W(\xi)$ — момент сопротивления изгибу сечений лопатки в плоскости минимальной жесткости;

$$\Theta = \left[1 - \frac{4 \, \overline{Y}(\xi_{\text{пр}}) \, \mu_{\text{тр}} N \cos \beta}{\pi l \int\limits_0^1 q_0(\xi) \, \overline{Y}(\xi) \, d\xi} \right]$$ — коэффициент снижения напряжений в лопатке за счет сил трения о проволоку.

Очевидно, что эффект демпфирования колебаний в сочленении будет иметь место только при выполнении условия:

$$\frac{l \int\limits_0^1 q_0(\xi) \, \overline{Y}(\xi) \, d\xi}{\overline{Y}(\xi_{\text{пр}})} > \frac{4}{\pi} \mu_{\text{тр}} N \cos \beta \tag{10}$$

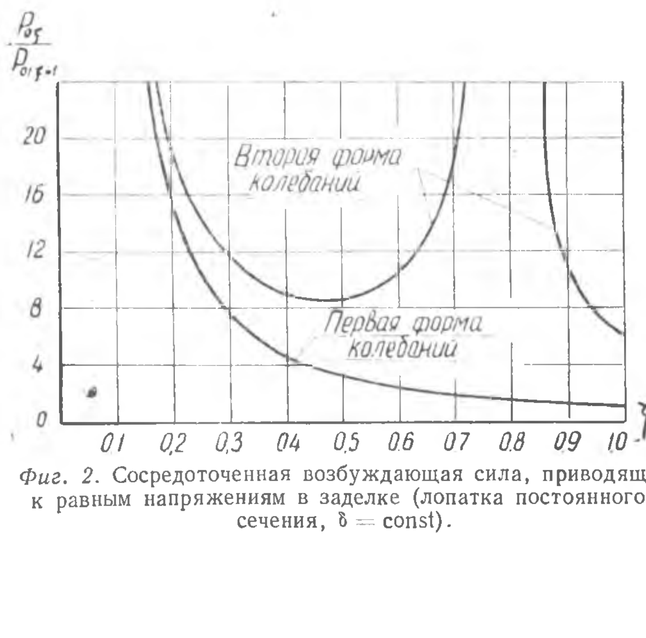
или

$$P_{0\xi_{\text{пр}}} > \frac{4}{\pi} \mu_{\text{тр}} N \cos \beta, \tag{10a}$$

где $P_{0\xi_{\text{пр}}} = \dfrac{l \int\limits_0^1 q_0(\xi) \, \overline{Y}(\xi) \, d\xi}{\overline{Y}(\xi_{\text{пр}})}$ — амплитудное значение эквивалентной сосредоточенной возбуждающей силы, приведенной к месту действия силы трения.

Если же условие (10) не выполняется, то напряжения в лопатке при данной частоте возбуждения, соответствующей одной из собственных частот свободной лопатки, будут равны нулю, так как система принимает новую динамическую характеристику.

Возможность смещений, как видно из (10), зависит от коэффициента трения пары «проволока—лопатка», нормальной нагрузки, интенсивности возбуждения и места расположения трущейся пары по высоте лопатки.



Фиг. 2. Сосредоточенная возбуждающая сила, приводящая к равным напряжениям в заделке (лопатка постоянного сечения, $\delta = \text{const}$).

Анализируя условия (10) и (10а), можно видеть, что вероятность смещений будет тем большей, чем ближе расположена проволока к узлам колебаний, так как при данной интенсивности возбуждения эквивалентная сосредоточенная возбуждающая сила, вызывающая равные амплитуды напряжений свободной лопатки в заделке (при $\delta=\text{const}$), при приближении к узлам будет увеличиваться. Зависимость величины эквивалентной сосредоточенной возбуждающей силы от ξ для первых двух форм представлена на фиг. 2, где по оси ординат отложена величина эквивалентной сосредоточенной возбуждающей силы, отнесенной к эквивалентной силе на конце лопатки при первой форме колебаний. Из фиг. 2 видно, что при более высоких формах колебаний вероятность смещений больше.

Переходя к пакету лопаток, будем считать, что с одной из лопаток пакета проволока связана жестко, а через другие пропущена свободно.

К каждой из лопаток пакета приложена возбуждающая сила одной и той же амплитуды:

$$P_i = P_0 \cos\left[\omega t + (i-1)\frac{2\pi}{z}k\right], \quad (11)$$

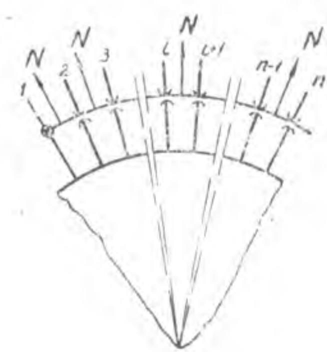
где P_i — возбуждающая сила, действующая на i-тую лопатку;

P_0 — амплитуда возбуждающей силы;

ω — круговая частота возбуждения;

z — число лопаток в колесе;

k — порядок гармоники возбуждения.



Фиг 3. Схема пакета лопаток со свободной проволочной связью

Предполагая, что приложение силы сухого трения не влияет на форму колебаний при резонансе, найдем:

$$y_i = Y(\xi)\sin\left[\omega t + (i-1)\frac{2\pi}{z}k\right]. \quad (12)$$

Энергия, вводимая в n лопаток пакета на резонансе, будет:

$$\Delta W_1 = n\pi Y(1)\, l \int_0^1 q_0(\xi)\,\overline{Y}(\xi)\, d\xi. \quad (13)$$

Энергия, вводимая в n лопаток пакета на резонансе, будет: определяется из выражения:

$$\Delta W_2 = n\,\frac{\gamma}{g}\,\omega^2 l Y^2(1)\,\delta \int_0^1 F(\xi)\,\overline{Y}^2(\xi)\, d\xi. \quad (14)$$

Рассеяние энергии за счет сухого трения в местах контакта можно найти из равенства

$$\Delta W_3 = 4\mu_{тр} N [Y_1^*(\xi_{пр}) + Y_2^*(\xi_{пр}) + \ldots + Y_i^*(\xi_{пр}) + \ldots + Y_n^*(\xi_{пр})], \quad (15)$$

где $Y_i^*(\xi_{пр})$ — амплитуда смещений проволоки относительно i-той лопатки.

Предполагая равенство амплитуд лопаток, определим смещение проволоки относительно лопаток, имея в виду, что в стыке проволоки с первой лопаткой смещений не будет:

$$y_1 - y_i = Y(\xi_{пр}) \left\{ \sin \omega t - \sin\left[\omega t + (i-1)\frac{2\pi}{z} k\right]\right\} \cos\beta$$

или

$$y_1 - y_i = -2Y(\xi_{пр}) \cos\beta \sin\left[(i-1)\frac{\pi}{z} k\right] \cos\left[\omega t + (i-1)\frac{\pi}{z} k\right].$$

Тогда амплитуда смещений будет:

$$Y_i^* = 2Y(1) \cos\beta\, \overline{Y}(\xi_{пр}) \sin (i-1)\frac{\pi}{z} k. \quad (16)$$

Имея в виду (15) и (16), найдем рассеяние энергии за счет сухого трения:

$$\Delta W_3 = 8\mu_{тр} N Y(1)\, \overline{Y}(\xi_{пр}) \cos\beta \sum_{i=1}^{n} \sin (i-1)\frac{\pi}{z} k, \quad (17)$$

где n — число лопаток в пакете.

Составляя баланс энергий, найдем напряжения в лопатках:

$$\sigma(\xi) = \frac{\pi l^2}{\delta W(\xi)} \frac{\int_0^1 q_0(\xi)\overline{Y}(\xi) d\xi}{\int_0^1 F(\xi)\overline{Y}^2(\xi) d\xi} \Theta_n \int_1^{\xi} d\xi_1 \int_1^{\xi_1} F(\xi_2) Y(\xi_2) d\xi_2, \quad (18)$$

где

$$\Theta_n = \left[1 - \frac{8\sum_{i=1}^{n} \sin (i-1)\frac{\pi}{z} k}{n} \frac{\overline{Y}(\xi_{пр})\, \mu_{тр} N \cos\beta}{\pi l \int_0^1 q_0(\xi)\overline{Y}(\xi) d\xi}\right] -$$

коэффициент снижения напряжений.

Для того, чтобы происходило демпфирование колебаний за счет сухого трения, необходима возможность смещений. Возможность смещений, как и ранее, можно оценить, сопоставляя силу трения с силой, вызывающей смещение. Оценим силу, вызывающую смещение лопатки пакета относительно проволоки.

Предполагая отсутствие смещений, определим усилие, возникающее при колебаниях пакета в i-той связи (располагающейся правее i-той лопатки). Для этого каждую лопатку пакета представим как систему с одной степенью свободы. Тогда можно записать:

$$i m\ddot{y} + i 2h\dot{y} + i c y + R_i = P_1^i,$$

$$(n-i)\, m\ddot{y} + (n-i)\, 2h\dot{y} + (n-i)\, c y - R_i = P_{i+1}^n, \qquad (19)$$

где m, h, c — соответственно масса, коэффициент внутреннего трения и жесткость системы с одной степенью свободы, эквивалентной одной лопатке пакета;

R_i — усилие, возникающее в i-той связи;

P_1^i — внешнее возбуждающее усилие, действующее на часть пакета из i лопаток:

P_{i+1}^n — внешнее возбуждающее усилие, действующее на оставшуюся часть пакета из $n-i$ лопаток.

Полагая, что лопатки строго идентичны и имея в виду равенство амплитуд и частот лопаток в пакете, найдем усилие R_i:

$$R_i = P_1^i - \frac{i}{n} P_1^n, \qquad (20)$$

где $P_1^n = P_1^i + P_{i+1}^n$ — возбуждающее усилие, действующее на весь пакет.

Выражение (20) можно представить в следующем виде:

$$R_i = P_0 \xi_{\text{пр}} \frac{\sin \frac{ik\pi}{z}}{\sin \frac{k\pi}{z}} \cos\left[\omega t + \frac{i-1}{z}\pi k\right] -$$

$$- P_0 \xi_{\text{пр}} \frac{i}{n} \frac{\sin \frac{nk\pi}{z}}{\sin \frac{k\pi}{z}} \cos\left[\omega t + \frac{n-1}{z}\pi k\right], \qquad (21)$$

где $P_0 \xi_{\text{пр}}$ — амплитуда возбуждающего усилия, действующего на одну лопатку.

Усилие, вызывающее сдвиг i-той лопатки относительно проволоки, будет равно разности усилий, возникающих в i-той и (i—1-ой) связях:

$$\Delta R_i = R_i - R_{i-1}$$

или

$$\Delta R_i = P_0 \xi_{\text{пр}} \left\{\cos\left[\omega t + \frac{2(i-1)}{z}\pi k\right] - \nu \cos\left[\omega t + \frac{n-1}{z}\pi k\right]\right\}, \qquad (22)$$

где $\nu = \dfrac{\sin \frac{nk\pi}{z}}{n \sin \frac{k\pi}{z}}$ — пакетный множитель.

Окончательно получим:

$$\Delta R_i = \Delta R_{oi} \sin(\omega t + \varphi), \qquad (23)$$

где $\Delta R_{oi} = P_{0\xi_{пр}} \sqrt{1+\nu^2-2\nu\cos\left(\frac{2i-n-1}{z}\pi k\right)}$ — амплитуда усилия, вызывающего сдвиг;

$$\varphi = \operatorname{arc\,tg} \frac{\cos\frac{2(i-1)}{z}\pi k - \nu\cos\frac{n-1}{z}\pi k}{\sin\frac{2(i-1)}{z}\pi k - \nu\sin\frac{n-1}{z}\pi k} —$$

— фаза силы, вызывающей сдвиг.

Таким образом, для того, чтобы был возможен сдвиг i-той лопатки относительно проволоки, необходимо выдержать условие:

$$\Delta R_{oi} > \frac{4}{\pi}\mu_{тр} N\cos\beta \tag{24}$$

или

$$P_{0\xi_{пр}} \sqrt{1+\nu^2-2\nu\cos\left(\frac{2i-n-1}{z}\pi k\right)} > \frac{4}{\pi}\mu_{тр} N\cos\beta, \tag{24а}$$

где $P_{0\xi_{пр}}$ — как и прежде, эквивалентная сосредоточенная возбуждающая сила, приведенная к месту установки проволоки.

При данной интенсивности возбуждения величина усилия, вызывающего сдвиг, для разных лопаток пакета будет, как видно из (24 а), разной. Помимо величины возбуждающей силы, она будет зависеть от гармоники возбуждения, числа лопаток в диске, а также от номера лопатки. Поэтому, оценивая возможность сдвига, проверку нужно производить для каждой из лопаток пакета.

Связывание лопаток в пакеты при невозможности их смещений относительно проволоки позволяет существенно снизить резонансные напряжения, но для того, чтобы достичь должного эффекта, необходимо произвести настройку пакета на данную гармонику возбуждения. В идеально настроенном пакете резонансные напряжения будут равны нулю, ибо нулю будет равна суммарная возбуждающая сила. Если же в таком пакете будут происходить смещения лопаток относительно проволоки, то в них будут проявляться резонансные напряжения определенного уровня. В связи с этим возможность смещений лопаток в настроенном пакете — явление нежелательное.

При переходе на другую гармонику возбуждения напряжения в лопатках пакета могут существенно увеличиваться, ибо настройка пакета не будет соответствовать новой гармонике возбуждения. В этом случае возможность смещений может сыграть положительную роль, если уровень напряжений при смещении будет ниже уровня напряжений при колебании пакета как единого целого.

Отношение напряжения при наличии трения в сочленениях проволоки с лопатками к напряжениям в лопатках при колебаниях пакета как единого целого может быть найдено из равенства

$$\frac{\sigma_{тр}}{\sigma_{пак}} = \frac{\delta_2 \, n\Theta \sin \frac{k\pi}{z}}{\delta_1 \sin \frac{nk\pi}{z}}, \tag{25}$$

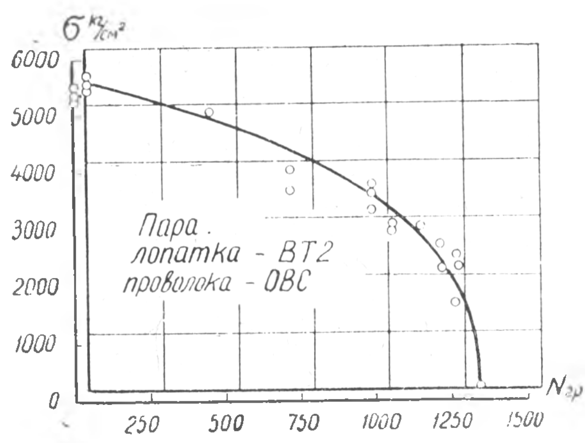
где δ_1 — декремент колебаний свободной лопатки с амплитудой, равной амплитуде при наличии трения между проволокой и лопатками;

δ_2 — декремент колебаний свободной лопатки, соответствующий амплитуде колебаний лопаток пакета.

Если это отношение больше единицы, то возможность смещений нежелательна; если же оно меньше единицы, то наличие смещений будет приводить к понижению напряжений.

Для того, чтобы произвести расчетную оценку уровня резонансных напряжений, необходимо знать нормальную силу и коэффициент трения. Величина нормальной силы определяется величиной центробежной силы участка проволоки, заключенного между лопатками. Оценка коэффициента трения может быть произведена экспериментально.

Эксперименты, проведенные на одиночной лопатке, показывают, что коэффициент трения может быть выбран в пределах 0,25—0,35 (проволока ОВС, лопатка—ВТ-2,Х17Н2).



Фиг. 4. Изменение напряжений в лопатке в зависимости от нормального усилия в трущейся паре при постоянном уровне возбуждения.

На фиг. 4 дана зависимость амплитуды напряжений в корневой части одиночной лопатки от величины нормальной силы при постоянном уровне возбуждения. Эта зависимость построена по формуле (9) для основного тона изгибных колебаний. При построении была принята во внимание переменность декремента колебаний, учитывающая трение в заделке и материале лопатки. На этой фигуре нанесены также экспериментальные точки.

Из фиг. 4 видно, что расчет, несмотря на сделанные допущения, дает достаточно удовлетворительные результаты для одиночной лопатки. В связи с этим приведенные выше соотношения для пакета лопаток, очевидно, могут быть использованы при ориентировочной оценке напряжений в пакете, поскольку принципиально этот случай не отличается от случая с одиночной лопаткой. Но при этом следует иметь в виду, что отклонения в расположении отверстий по высоте лопаток, а также некоторый разброс собственных частот лопаток пакета будут приводить к отклонению от принятой расчетной схемы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *А. В. Левин,* Рабочие лопатки и диски паровых турбин, Госэнергоиздат, 1953.
2. *Г. Г. Бутырский* и *Р. И. Вейцман,* О характере работы демпферной проволоки при тангенциальных колебаниях пакетов рабочих лопаток турбин, «Энергомашиностроение», № 8, Машгиз, 1956.
3. *А. Д. Коваленко,* Исследование демпфирования пакетов лопаток паровых турбин, Сборник докладов по динамической прочности деталей машин, АН СССР, 1946.