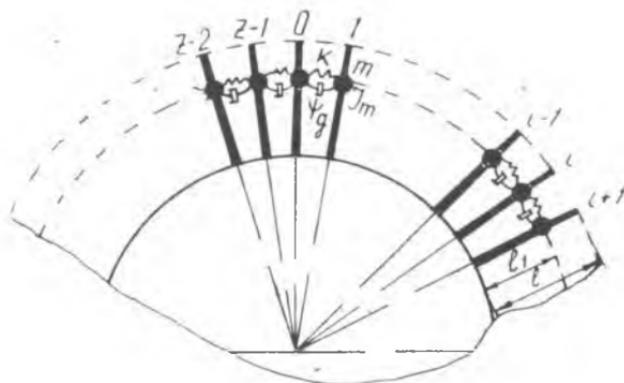


В. П. ИВАНОВ, В. А. ФРОЛОВ

К ВОПРОСУ О РАСЧЕТЕ НА КОЛЕБАНИЯ ЛОПАТОЧНОГО ВЕНЦА С ДЕМПИРУЮЩИМИ ЭЛЕМЕНТАМИ МЕЖДУ ЛОПАТКАМИ

В настоящей работе излагается метод расчета лопаточного венца с демпфирующими элементами между лопатками.

Рассматривается система, состоящая из z незакрученных лопаток переменного сечения, защемленных в жестком диске (фиг. 1).



Фиг. 1.

Центры тяжести и жесткости сечений расположены на оси, совпадающей с радиусом диска. Предполагаем, что колебания лопаток происходят только в направлении минимальной жесткости сечений. На расстоянии l_1 от заделки расположены полки массой m и моментом инерции I_m . Между полками соседних лопаток установлены демпфирующие элементы с жесткостью k и коэффициентом рассеяния ψ_d .

Предполагаем, что система обладает циклической симметрией, т. е. лопатки строго идентичны по массовым и жесткостным характеристикам и расставлены по ободу диска равномерно. Демпфирующие элементы одинаковы по своим жесткостным и демпфирующим свойствам и расположены на одном радиусе. Для такой упругой системы необходимо определить формы и частоты колебаний при заданных жесткостных характеристиках демпфирующих элементов и оптимальную жесткость демпфирующего элемента в зависимости от форм колебаний системы.

Определение форм и частот колебаний лопаточного венца с упругими элементами

Решение этой задачи производится на основе общих свойств систем с циклической симметрией, а именно: распределение отклонений сходственных точек по сходственным направлениям при свободных колебаниях системы на той или иной форме подчиняется гармоническому закону, т. е.

$$y_i = y_0 \cos \alpha i, \quad (1)$$

где y_i — отклонение i лопатки;
 y_0 — отклонение 0 лопатки;

$$\alpha = \frac{2\pi}{z} \cdot \lambda,$$

где z — число лопаток в системе;
 λ — число волн возможных деформаций;
 i — номер лопатки.

Тогда решение системы сводится к решению на колебания системы, состоящей из одиночной лопатки с упругими элементами, расположенными между полкой лопатки и жесткой стенкой (фиг. 2а).

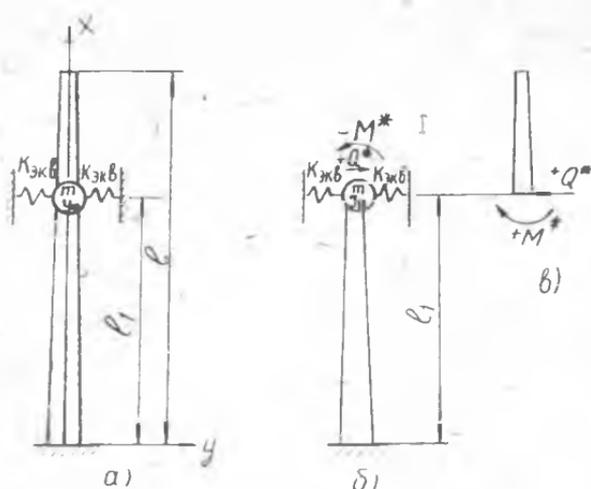
В этой системе лопатка имеет те же параметры, что и в основной, а жесткость демпфера K заменяется на эквивалентную жесткость, равную

$$k_{\text{эКВ}} = 2k(1 - \cos \alpha).$$

Решение для такой системы находится на двух участках: на первом — от заделки до $x_1 = l_1$ (фиг. 2б), включая массу полки и упругий элемент, и на втором — от l_1 до l (фиг. 2в).

Отдельно на каждом участке производится последовательное интегрирование уравнения свободных колебаний балки

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[EI(x) \frac{d^2 y}{dx^2} \right] = p^2 \frac{\gamma}{R} F(x) y(x). \quad (2)$$



Фиг. 2.

Граничные условия для первого участка:
 при $x_1 = 0$ углы поворота и отклонения равны нулю;
 при $x_2 = l_1$

$$Q_{(l_1)} = Q_{(l_1)}^* + 2k_{\text{эжв}} y_{(l_1)} + I m p^2 y_{(l_1)}$$

$$M_{(l_1)} = M_{(l_1)}^* + I m p^2 \varphi_{(l_1)},$$

где $Q_{(l_1)}$ — перерезывающая сила в сечении при $x_1 = l_1$;

$$Q_{(l_1)}^* = p^2 \frac{\gamma}{g} \int_0^{l_1} F_{(x_2)} y_{(x_2)} dx_2 \quad \text{— перерезывающая сила от воздействия II участка в сечении } x_1 = l_1,$$

$$m p^2 y_{(l_1)} \quad \text{— перерезывающая сила от воздействия массы полки в сечении } x_1 = l_1;$$

$$M_{(l_1)} \quad \text{— изгибающий момент в сечении } x_1 = l_1;$$

$$M_{(l_1)}^* = p^2 \frac{\gamma}{g} \int_0^{l_1} \int_0^{l_1} F_{(x_2)} y_{(x_2)} dx_2 \quad \text{— изгибающий момент в сечении } x_1 = l_1$$

от воздействия масс II участка;

$$I m p^2 \varphi_{(l_1)} \quad \text{— изгибающий момент в сечении } x_1 = l_1 \text{ от воздействия массы полки}$$

Граничные условия для второго участка
 при $x_2 = l_1$ — угол поворота равен $\varphi_{(l_1)}$; отклонение — $y_{(l_1)}$;
 при $x_2 = l$ — перерезывающая сила и изгибающий момент равны нулю.

В результате интегрирования выражения (2) приходим к интегральным уравнениям для определения формы колебаний на каждом участке

$$y_{(x_1)} = p^2 K y_{(x_1)}, \quad (3)$$

$$y_{(x_2)} = p^2 K y_{(x_2)}. \quad (4)$$

$Ky_{(x_1)}$ и $Ky_{(x_2)}$ — интегральные операторы для I и II участков лопатки

$$\begin{aligned}
 Ky_{(x_1)} = & \frac{\gamma}{g} \int_0^{x_1} \int_0^{x_1} \frac{1}{EI_{(x_1)}} \int_{l_1}^{x_1} \int_{l_1}^{x_1} F_{(x_1)} y_{(x_1)} dx_1^4 + my_{(l_1)} \int_0^{x_1} \int_0^{x_1} \frac{x_1 - l_1}{EI_{(x_1)}} dx_1^2 + \\
 & + I_m \varphi_{(l_1)} \int_0^{x_1} \int_0^{x_1} \frac{dx_1^2}{EI_{(x_1)}} - \frac{\gamma}{g} \int_l^{l_1} \int_l^{x_2} F_{(x_2)} y_{(x_2)} dx_2^2 \int_0^{x_1} \int_0^{x_1} \frac{dx_1^2}{EI_{(x_1)}} + \\
 & + \frac{\gamma}{g} \int_l^{l_1} F_{(x_2)} y_{(x_2)} dx_2 \int_0^{x_1} \int_0^{x_1} \frac{x_1 - l_1}{EI_{(x_1)}} dx_1^2 + 2k_{\text{э.кв.}} \frac{A}{N} \int_0^{x_1} \int_0^{x_1} \frac{x_1 - l_1}{EI_{(x_1)}} dx_1^2.
 \end{aligned}$$

$$Ky_{(x_2)} = \frac{\gamma}{g} \int_{l_1}^{x_2} \int_{l_1}^{x_2} \frac{1}{EI_{(x_1)}} \int_l^{x_2} \int_l^{x_2} F_{(x_2)} y_{(x_2)} dx_2^4 + \left(B + \frac{A}{N} L \right) (x_1 - l_1) + \frac{A}{N}$$

Величины A , B , N , L определяются выражениями:

$$\begin{aligned}
 A = & \frac{\gamma}{g} \int_0^{l_1} \int_0^{x_1} \frac{1}{EI_{x_1}} \int_{l_1}^{x_1} \int_{l_1}^{x_1} F_{(x_1)} y_{(x_1)} dx_1^4 + \frac{\gamma}{g} \int_l^{l_1} F_{(x_2)} y_{(x_2)} dx_2 \int_0^{l_1} \int_0^{x_1} \frac{x_1 - l_1}{EI_{(x_1)}} dx_1^2 + \\
 & + my_{(l_1)} \int_0^{l_1} \int_0^{x_1} \frac{x_1 - l_1}{EI_{(x_1)}} dx_1 + I_m \varphi_{(l_1)} \int_0^{l_1} \int_0^{x_1} \frac{dx_1^2}{EI_{(x_1)}} - \\
 & - \frac{\gamma}{g} \int_l^{l_1} \int_l^{x_2} F_{(x_2)} y_{(x_2)} dx_2 \int_0^{l_1} \int_0^{x_1} \frac{dx_1^2}{EI_{(x_1)}}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B = & \frac{\gamma}{g} \int_0^{l_1} \frac{1}{EI_{(x_1)}} \int_{l_1}^{x_1} \int_{l_1}^{x_1} F_{(x_1)} y_{(x_1)} dx_1^3 - \frac{\gamma}{g} \int_l^{l_1} \int_l^{x_2} F_{(x_2)} y_{(x_2)} dx_2^2 \int_0^{l_1} \frac{1}{EI_{(x_1)}} dx_1 + \\
 & + \frac{\gamma}{g} \int_l^{l_1} F_{(x_2)} y_{(x_2)} dx_2 \int_0^{l_1} \frac{x_1 - l_1}{EI_{(x_1)}} dx_1 + my_{(l_1)} \int_0^{l_1} \frac{x_1 - l_1}{EI_{(x_1)}} dx_1 + \\
 & + I_m \varphi_{(l_1)} \int_0^{l_1} \frac{dx_1}{EI_{(x_1)}}.
 \end{aligned}$$

$$N = 1 - 2k_{\text{э.кв.}} \int_0^{l_1} \int_0^{x_1} \frac{x_1 - l_1}{EI_{(x_1)}} dx_1^2.$$

$$L = 2k_{\text{э.кв.}} \int_0^{l_1} \frac{dx_1}{EI_{(x_1)}}.$$

Таким образом, выражениями (3) и (4) определяются отклонения сечений лопатки на каждом участке в зависимости от эквивалентной жесткости демпфирующих элементов. Из этих же уравнений определяется частота p для данной формы колебаний.

Определение коэффициента рассеяния системы

Предполагаем, что введение рассеяния энергии в систему не изменяет формы колебаний этой системы, что рассеяние энергии колебаний происходит только в демпфирующих элементах. Другие виды рассеяния энергий отсутствуют.

Тогда коэффициент рассеяния системы выразится в виде

$$\psi_c = \frac{\psi_d}{1 + \frac{P_c^d}{P_c^e}},$$

$P_c^e = \sum_0^{i=z-1} P_i^e$ — потенциальная энергия деформации лопаток при колебании упругой системы по данной форме;
 $-P_i^e$ — потенциальная энергия деформации i — лопатки при колебаниях упругой системы;

$P_c^d = \sum_0^{i=z-1} P_i^d$ — потенциальная энергия деформации демпфирующих элементов при колебаниях системы по той же форме;
 P_i^d — потенциальная энергии деформации i — демпфирующего элемента при колебании системы.

Потенциальная энергия системы лопаток, с учетом выражения (1), определится

$$P_c^e = P_0 \sum_0^{i=z-1} \cos^2 \alpha i,$$

где $P_0 = \frac{1}{2} \int_0^l EI_{(x)} \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right) dx$ — есть потенциальная энергия деформации 0 лопатки.

Очевидно, что

$$\sum_0^{i=z-1} \cos^2 \alpha i = \frac{z}{2},$$

тогда

$$P_c^e = P_0 \frac{z}{2}.$$

Потенциальная энергия демпфирующих элементов при колебаниях системы

$$P_c^d = ky_{0(t)} (1 - \cos \alpha) \cdot \frac{z}{2},$$

где

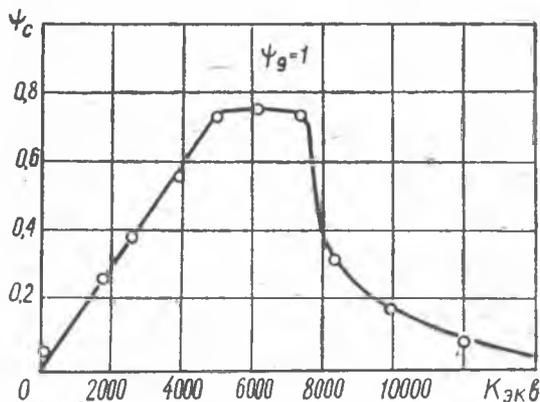
- k — жесткость демпфера;
- $y_{0(t)}$ — отклонение 0 лопатки в месте постановки демпфирующего элемента;
- z — число лопаток.

Окончательно выражения для определения коэффициента рассеяния системы при ее колебаниях имеют вид:

$$\psi_c = \frac{\psi_d}{1 + \frac{2\pi f_0}{k_{\text{эKB}} \cdot y_0^2(t_1)}}$$

Зависимость коэффициента рассеяния системы от эквивалентной жесткости представлена на фиг. 3.

Если известно число волн деформаций λ (или номер гармоники возбуждающей силы), то для получения максимального рассе-



Фиг. 3.

яния системы на данной форме колебаний необходимая жесткость демпфера определяется по формуле

$$k = \frac{k_{\text{эKB}}^{\psi_{\text{max}}}}{2(1 - \cos \alpha)}$$

В действительности может оказаться, что найденная таким образом жесткость демпфера не будет соответствовать той жесткости, при которой обеспечивается максимальное рассеяние в самом демпфере. В этом случае необходимо иметь характеристики рассеяния демпфера в зависимости от его жесткости. Тогда можно найти ту жесткость, которая будет оптимальной, чтобы обеспечить наиболее возможное затухание колебаний в системе как за счет жесткости, так и за счет высокого коэффициента рассеяния демпфера.