

УДК 621.833—501.7

А. А. Авраменко

МЕТОД ПОИСКА ДИАГНОСТИЧЕСКИХ ПРИЗНАКОВ СОСТОЯНИЯ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Зубчатые передачи современных технических систем являются одними из наиболее ответственных и напряженных узлов. Все возрастающие требования к безопасности, безотказности и долговечности изделий могут быть выполнены только при наличии эффективных методов и средств оценки состояния системы в целом и отдельных ее узлов. Поэтому так актуальны сейчас вопросы разработки методов технической диагностики. Для зубчатых передач одним из наиболее перспективных направлений является вибрационная диагностика.

В настоящее время известен ряд работ по исследованию методов вибрационной диагностики зубчатых передач, большинство из которых посвящено экспериментальному поиску диагностических признаков различных дефектов. Поиск признаков экспериментальным путем требовал достаточно большого объема (по несколько десятков) как исправных, так и дефектных зубчатых передач.

Для сокращения количества необходимых экспериментов можно использовать математическое моделирование вибрации в зубчатом зацеплении, позволяющее связать изменения в состоянии зубчатых колес, точнее изменения в кинематической погрешности, с изменениями в вибрации.

Известные в настоящее время работы по моделированию вибрации для целей диагностики имеют ряд ограничений, которые существенно затрудняют их применение. Так, в работе [1] сведения о связи возникающих погрешностей и изменений в вибрации даны в общем виде, что затрудняет оценку чувствитель-

ности отдельных признаков. В работе [2] оцениваются изменения в вибрационном сигнале только при одном виде погрешности — постоянной ошибке шага зацепления, который не отражает действительных изменений профилей зубчатых колес. В работе [3] приведены результаты исследования влияния погрешностей шага, определенным образом изменяющихся от зуба к зубу, но не учитывается изменение жесткости при пересопряжении зубьев.

В настоящей работе рассмотрены вопросы моделирования вибрации зубчатых передач для оценки чувствительности диагностических признаков различных дефектов.

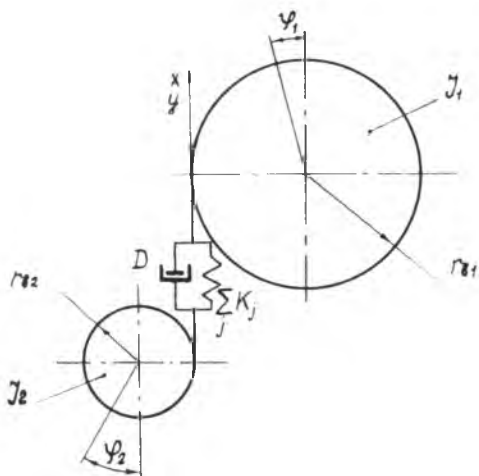


Рис. 1. Динамическая модель ступени зубчатой передачи

Вопросам математического моделирования динамических и вибрационных процессов в зубчатых передачах посвящен ряд работ советских и зарубежных авторов [4]—[6]. Анализ этих работ показывает, что динамические процессы достаточно точно могут быть описаны при рассмотрении модели (рис. 1), источниками колебаний в которой являются переменная жесткость зацепления и кинематическая ошибка. При этом допускается, что:

- 1) во время движения не происходит разрыва контакта между зубьями;
- 2) жесткость опор много выше жесткости зацепления;
- 3) колебания происходят только в плоскости, перпендикулярной осям зубчатых колес.

В этом случае взаимные колебания зубчатых колес описываются следующим дифференциальным уравнением:

$$M\ddot{y} + D\dot{y} + \sum_j K_j(x) y = F + \sum_j K_j(x) f_j(x),$$

где $y = y_1(x) - y_2(x)$ — относительное перемещение приведенных масс зубчатых колес вдоль линии зацепления;

$M = \frac{I_1 I_2}{I_1 r_{b2}^2 + I_2 r_{b1}^2}$ — приведенная масса зубчатой передачи;

I_1, I_2 — моменты инерции зубчатых колес;

r_{b1}, r_{b2} — радиусы основных окружностей;

D — коэффициент силы трения;

$K_j x$ — жесткость j -й пары зубьев;

$\hat{j}_j(x)$ — кинематическая ошибка j -й пары зубьев без нагрузки;

F — номинальная передаваемая нагрузка, приведена к линии зацепления.

Суммирование проводится по всем парам зубьев, находящимся в контакте. Независимая переменная соответствует определенному угловому положению зубчатых колес:

$$x = r_{b1} \varphi_1 = r_{b2} \varphi_2.$$

Введем следующие обозначения:

$K_0 = \frac{1}{x_T} \int_0^{x_T} \sum_j K_j(x) dx$ — средняя за период пересопряжения жесткость зацепления;

$K(x) = \sum_j K_j(x) - K_0$ — переменная составляющая жесткости;

$e(x) = \frac{\sum_j K_j(x) \hat{j}_j(x)}{\sum_j K_j(x)}$ — кинематическая ошибка при номиналь-

ной нагрузке.

Тогда получим

$$M\ddot{y} + D\dot{y} + K_0 y = F + [K_0 + K(x)]e(x) - K(x)y. \quad (1)$$

При установившемся вращении отклонения углов поворота колес от номинальных, вызванные колебаниями, являются малыми, поэтому можно принять

$$x = r_b \omega t, \quad (2)$$

где ω — номинальная угловая скорость вращения рассматриваемого зубчатого колеса; t — текущее время.

С учетом выражения (2) в дальнейшем в качестве независимой переменной используется не координата x , характеризующая угловое положение зубчатых колес, а время t .

Решение уравнения (1) удобнее проводить в безразмерном виде:

$$\ddot{Y} + \lambda \dot{Y} + Y = 1 + [1 + L(\tau)]E(\tau) - L(\tau)Y, \quad (3)$$

где $Y = y/y_0 = y K_0/F$ — относительное перемещение;

$\lambda = D/V \sqrt{K_0 M}$ — относительный коэффициент силы сопротивления;

$L(\tau) = K(t)/K_0$ — переменная составляющая относительной жесткости;

$E(\tau) = e(t)/y_0$ — относительная кинематическая погрешность;

$\tau = t \sqrt{\frac{K_0}{M}}$ — относительное время.

Наличие периодического коэффициента у переменной Y в правой части уравнения (3) не позволяет получить его решение в аналитическом виде.

Из теории дифференциальных уравнений известно, что решение уравнения такого вида можно получить методом простых итераций [7]. В этом случае для получения i -го приближения функции $Y(\tau)$ в правую часть подставляется $(i-1)$ -е приближение этой функции и решается полученное линейное дифференциальное уравнение. В качестве нулевого приближения можно использовать любую функцию, удовлетворяющую начальным условиям исходного уравнения, в данном случае любую функцию с периодом, равным периоду изменения кинематической погрешности. Зададим Y_0 равное 0 на всем периоде.

Для выполнения начальных условий в каждом из следующих приближений решение можно проводить, используя подход, основанный на теории аппроксимации. Он заключается в разложении неизвестной функции $y(t)$ в ряд по некоторой системе известных базисных функций, в данном случае периодических. Если в качестве базисных функций использовать гармонические функции, то алгоритм решения будет выглядеть следующим образом:

$$S_i^Y(\omega) = H(\omega) S^p[S_{i-1}^Y(\omega), \omega], \quad (4)$$

где $S_i^Y(\omega)$ и $S^p[S_{i-1}^Y(\omega), \omega]$ — преобразования Фурье от i -го приближения искомой функции $Y(\tau)$ и от правой части уравнения (3), в которую подставлено $(i-1)$ -е приближение $Y(\tau)$; $H(\omega)$ — частотная характеристика системы с одной степенью свободы, описываемой левой частью уравнения (3).

В этом случае нулевое приближение имеет вид $S_0^Y = 0$.

После преобразований получаем

$$S_i^Y(\omega) = H(\omega) \left[\delta(\omega) + S^E(\omega) + \int_{-\infty}^{\infty} S^L(g) S^E(\omega - g) dg - \int_{-\infty}^{\infty} S^L(g) S_{i-1}^Y[(\omega) - g] dg \right], \quad (5)$$

где $\delta(\omega)$ — дельта-функция;

$S^E(\omega)$ и $S^L(\omega)$ — преобразования Фурье от приведенных кинематической погрешности и переменной составляющей жесткости зацепления.

Для периодических решений преобразование Фурье представляет собой ряд, состоящий из дельта-функций

$$S(\omega) = \sum_{-\infty}^{\infty} S_m \delta\left(\omega - \frac{2\pi}{T}m\right), \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

где S_m — комплексные амплитуды ряда Фурье.

Тогда из выражений (4) и (5) для каждой комплексной амплитуды взаимного смещения имеем

$$S_{n,i}^Y = H\left(\frac{2\pi}{T}n\right) \left(S_n^Q + \sum_k S_{Nk}^L S_{n-Nk}^E + S_n^E \sum_{m=-\infty}^{\infty} S_{Nm}^L S_{n-Nm, i-1}^Y \right), \quad (6)$$

$$S_n^Q = \begin{cases} 1, & n = 0; \\ 0, & n \neq 0; \end{cases}$$

N — наименьшее общее кратное чисел зубьев сцепленных колес; T — период изменения жесткости зацепления.

Используя выражение (6), исследуем частотный состав вибрации для точных податливых колес и зубчатого зацепления с гармонической кинематической погрешностью.

В первом случае получаем

$$S_{n,i}^Y = H\left(\frac{2\pi}{T}n\right) \left(S_n^Q - \sum_{m=-\infty}^{\infty} S_{Nm}^L S_{n-Nm, i-1}^Y \right).$$

В частности для $i = 3$

$$S_{n,3}^Y = \begin{cases} 0, & n \neq Nm; \\ H(0) H\left(\frac{2\pi}{T}n\right) \sum_{k=-\infty}^{\infty} H\left[\frac{2\pi}{T}(n - Nk)\right] S_{Nk}^L S_{n-Nk}^C, & n = Nm, \end{cases} \quad (7)$$

$$S_m^C = \begin{cases} 1, & m = 0; \\ S_m^L, & m \neq 0. \end{cases}$$

Для того же l в случае гармонической кинематической погрешности с частотой $\omega = 2\pi l/T$ имеем

$$S_{n,3}^Y = \begin{cases} H(0) H\left(\frac{2\pi}{T}n\right) \sum_{k=-\infty}^{\infty} H\left[\frac{2\pi}{T}(n-Nk)\right] S_{Nk}^L S_{n-Nk}^C, & n = Nm; \\ H\left(\frac{2\pi}{T}n\right) \left\{ S_{n-l}^C S_{l-l}^E - \sum_{i=-\infty}^{\infty} S_{Ni}^L H\left[\frac{2\pi}{T}(n-Ni)\right] \times \right. \\ \left. \times [S_{n-Ni-l}^L S_{l-l}^E - \sum_{k=-\infty}^{\infty} H\left[\frac{2\pi}{T}(n-Ni-Nk)\right] S_{Nk}^L S_{n-Ni-Nk-l}^C S_{\pm l}^E] \right\}, & n = Nm \pm l; \\ 0, & \text{для остальных } n. \end{cases} \quad (8)$$

Следующие приближения не дают изменений в частотном составе, а только уточняют величины комплексных амплитуд. Сравнение выражений (7) и (8) показывает, что наличие в кинематической погрешности составляющих с частотами, отличными от зубцовой и кратных ей, приводит к появлению ряда комбинационных составляющих с частотами

$$\omega_k = \frac{2\pi}{NT} (kN \pm ml), \quad k, m = 1, 2, \dots \quad (9)$$

но не влияет на уровни вибрации на зубцовых частотах. Следовательно, при диагностировании дефектов, которые приводят к таким видам кинематической погрешности, в качестве признаков состояния следует использовать уровни вибрации не на зубцовых, а на комбинационных частотах.

Принимая во внимание эту особенность частотного состава вибрации, для моделирования кинематическую погрешность удобнее представлять в виде двух составляющих. Первая из них — средняя компонента — отражает общие отклонения профилей зубьев от точной эвольвенты и определяется следующим образом:

$$e_m(x) = \sum_{j=0}^{N-1} \hat{j}_j(x).$$

Вторая — переменная компонента — описывает отклонения профилей зубьев от среднего

$$e_v(x) = \hat{j}_j(x) - e_m(x).$$

Полученные компоненты являются периодическими, с периодом, равным времени пересопряжения одной пары зубьев T , и периодом, равным времени между сопряжением одних и тех же зубьев NT . Из определения этих компонент следует, что средняя

$e_m(x)$ содержит гармонические составляющие с зубцовой частотой $2\pi/T$ и кратными ей, а переменная $e_v(x)$ — с частотой $2\pi/NT$ и кратными ей, за исключением зубцовых.

Следовательно, изменения средней компоненты кинематической погрешности будут приводить к изменению уровней только зубцовых гармоник, а переменной — к изменению уровня прочих составляющих.

Полученный алгоритм расчета колебаний зубчатых колес может быть использован для выбора возможных диагностических признаков дефектов. Предварительно оценить чувствительность различных признаков можно следующим образом:

1. Выявляются основные закономерности изменения кинематической погрешности при появлении дефектов.

2. Составляется динамическая модель рассматриваемой ступени зубчатого зацепления, проводятся расчеты колебаний зубчатого зацепления без погрешностей и с 4—5 градациями кинематической погрешности при одинаковом спектральном составе.

3. Выделяются наиболее информативные спектральные составляющие, у которых:

а) наибольшее относительное изменение уровня;

б) наибольшее изменение абсолютного уровня;

в) наибольшая скорость изменения уровня при опасных величинах кинематической погрешности.

Для таких сложных механических систем, какими являются зубчатые передачи, учесть все особенности колебаний при расчетах чрезвычайно сложно, поэтому для окончательного выбора признаков необходима их экспериментальная проверка.

Полученный алгоритм расчета спектра вибрации был использован для поиска возможных признаков при имитации выкрашивания. На рис. 2 и 3 приведены форма повреждения и спектр кинематической погрешности. Сравнение расчетных спектров колебаний исправной и дефектной ступени (рис. 4 и 5) показывает, что уровни зубцовых гармоник изменились незначительно, в то время как появился целый ряд составляющих с комбинационными частотами (9).

Следовательно, в качестве диагностических признаков выкрашивания более целесообразно использовать уровни вибрации не зубцовых гармониках, а на комбинационных.

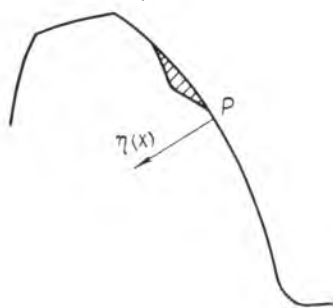


Рис. 2. Расчетная форма повреждения зуба

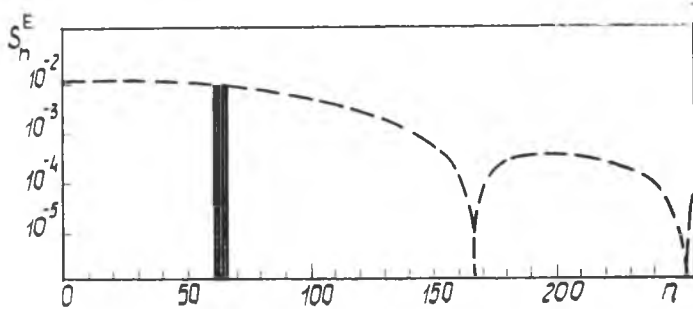


Рис. 3. Спектр кинематической погрешности при локальном дефекте

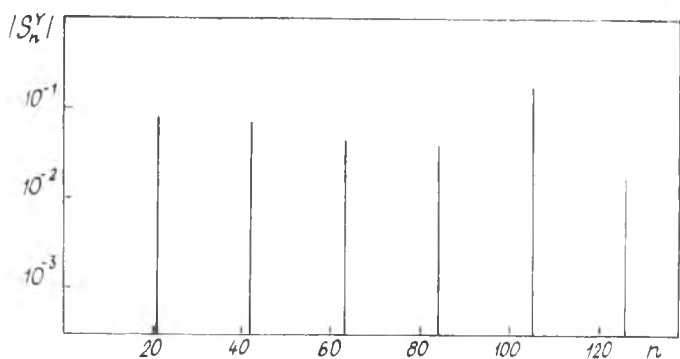


Рис. 4. Спектр вибрации исправной зубчатой передачи

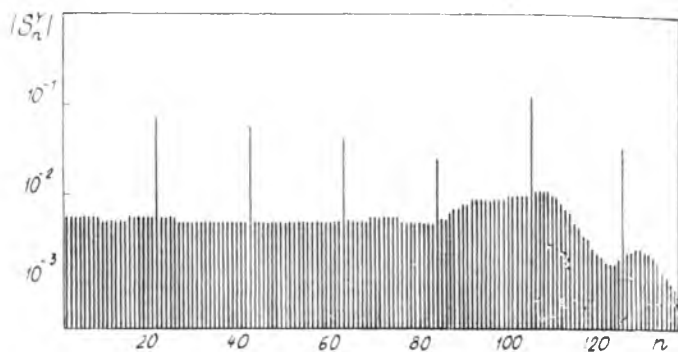


Рис. 5. Спектр вибрации зубчатой передачи с локальным дефектом

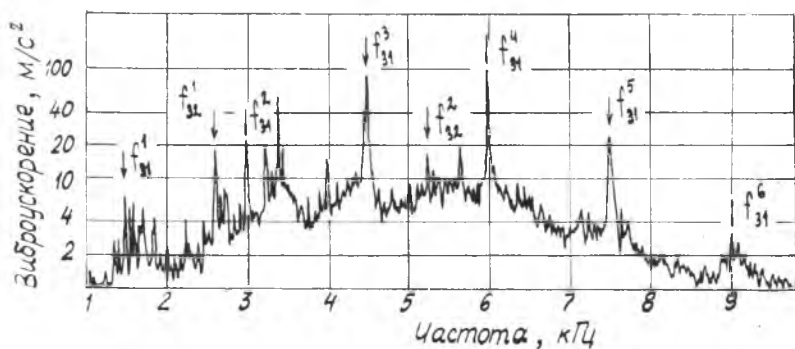


Рис. 6. Спектрограмма вибрации корпуса неисправной зубчатой передачи

Для проверки информативности полученных признаков выкрашивания рабочих поверхностей зубьев проведено экспериментальное исследование вибрации корпуса редуктора при имитации выкрашивания. Форма повреждения при этом соответствовала расчетной модели повреждения (см. рис. 2), использованной для теоретического исследования. Для этого на рабочей поверхности одного из зубьев ведущей шестерни на головке зуба нанеслась поперечная канавка по всей длине зуба шириной 2 мм с различной глубиной.

При нанесении дефекта уровни зубцовых гармоник дефектной ступени $f_{31}^k = k \cdot 21 f_p$ почти не изменяются, в то же время в спектре вибрации появляется или возрастает ряд новых составляющих с комбинационными частотами (рис. 6, 7).

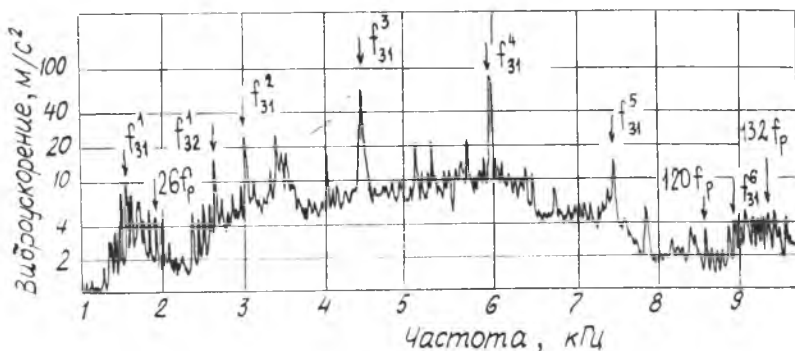


Рис. 7. Спектрограмма вибрации корпуса зубчатой передачи при имитации выкрашивания

Наибольшее изменение уровня наблюдалось для гармоник

$$\begin{aligned}f_{k1} &= (21 + 5) f_p = 26 f_p; \\f_{k2} &= (6 \times 21 - 6) f_p = 120 f_p; \\f_{k3} &= (6 \times 21 + 6) f_p = 132 f_p\end{aligned}$$

и составляло 9—12 дБ при глубине дефекта 0,2 мм.

Это подтверждает, что наиболее чувствительными к появлению локального дефекта на рабочей поверхности зуба являются комбинационные гармоники.

ЛИТЕРАТУРА

1. Балицкий Ф. Я., Генкин М. Д., Кобринский А. А. и др. О математическом моделировании колебаний прямозубых колес в связи с задачей их акустической диагностики. — В кн.: Акустическая динамика машин и конструкций. — М.: Наука, 1973, с. 101—112.
2. Голов Ф. В. Математическая модель зубчатой передачи для целей вибрационной диагностики. — В сб.: Физические методы исследования шумообразования и акустическая диагностика в машиностроении. — Куйбышев, КППИ, 1978, с. 33—34.
3. Ремерс. Спектры возбуждения в зубчатой передаче для произвольных шаговых погрешностей, нагрузок и расчетных коэффициентов перекрытия. Конструирование и технология машиностроения. Пер. с англ., 1978, т. 100, № 4, с. 65—74.
4. Айрапетов Э. Л., Апархов В. И., Генкин М. Д. и др. Возбуждение колебаний в зубчатых передачах. — В сб.: Динамические процессы в механизмах с зубчатыми передачами. — М.: Наука, 1974, с. 3—18.
5. William D. Mark. Analysis of the vibratory excitation of gear systems: Basic theory. — J. Acoust. Soc. Am., 1978, v. 63, № 5, p. 1409—1430.
6. Тераучи, Мори. Сравнение результатов теоретических и экспериментальных исследований температуры на поверхности зубьев прямозубой цилиндрической зубчатой передачи. Конструирование и технология машиностроения. — Пер. с англ., 1974, т. 96, № 3, с. 323—334.

УДК 62.567:621.66

А. В. Артюхов, Л. И. Брудков

ОСОБЕННОСТИ ЧАСТОТНЫХ ИСПЫТАНИЙ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ НАСОСОВ

Практика работы с гидравлическими системами авиационной техники показывает, что существуют задачи, для решения которых необходимо знание характеристик насосов как источников колебаний. К таким задачам относятся, например, аналитиче-