

А. И. ГЛЕЙЗЕР

## МЕТОД РАСЧЕТА РОТОРНЫХ ВИБРАЦИЙ АВИАЦИОННЫХ ГТД

Уровень роторных вибраций часто оказывается решающим фактором, определяющим надежность ряда важнейших элементов авиационного двигателя, самолета, а также уровень шума в пассажирской кабине. Превышение этого уровня выше некоторой заданной нормы может существенно задержать процесс доводки двигателя вплоть до коренной переделки его кинематической схемы.

Поэтому в двигателе предусматриваются специальные устройства, снижающие роторные вибрации; чаще всего — упругодемпфирующие опоры.

Составление метода расчета роторных вибраций и вызвано необходимостью правильного подбора параметров, подобных опор (их жесткости и демпфирования) при заданных норме вибраций и уровне возбуждающих сил на роторе.

Ниже приводятся расчетные формулы для определения амплитудно-частотных характеристик двигателя применительно к демпфирующим опорам, линейным в отношении силы упругости, и с демпфирующей силой

$$P_d = T + \mu cy, \quad (1)$$

где  $T$  — постоянная составляющая демпфирующей силы;

$c, y$  — жесткость опоры и ее деформация;

$\mu$  — некоторый приведенный коэффициент трения.

Расчет вынужденных колебаний даже простейшей одномассовой системы с демпфированием согласно (1) сопряжен со значительными трудностями. Однако вывод формул упрощается и становится наглядней, если учесть некоторые особенности сил, действующих на вращающийся вал, по сравнению с силами, действующими на балку, совершающую плоские вынужденные колебания [1].

Эти особенности вызваны тем, что силы, действующие на вращающийся ротор, не изменяются во времени ни по величине, ни по своему направлению относительно ротора (здесь принимается во внимание наиболее характерный для авиационных ГТД случай,

когда вес ротора существенно меньше сил от его неуравновешенности, и ротор движется в режиме прямой синхронной процессии).

Рассмотрим вначале одномассовый ротор (рис. 1) на двух одинаковых упруго-демпферных опорах в системе координат  $x-y$ , связанной с ротором, причем ось  $y$  совпадает с направлением смещения опоры.

Как следует из рис. 1, к системе приложены сила  $P_{\text{ц}}$ , определяемая уравнением (1), и центробежная сила  $P_{\text{ц}}$ , приложенная в центре тяжести диска

$$P_{\text{ц}} = m\omega^2(\vec{r} + \vec{\varepsilon}). \quad (2)$$

Действие этой силы эквивалентно действию такой же силы, приложенной в точке  $A$  (точке крепления диска к валу), и момента  $M = P_{\text{ц}} \cdot h$ , причем последний уравновешивается внешним крутящим моментом.

Условия равновесия системы:

$$\left. \begin{aligned} y_m &= m\omega^2(y_m + \varepsilon \cos \varphi)(\alpha_{11} + \delta_1) \\ x_m &= m\omega^2(x_m + \varepsilon \sin \varphi)\alpha_{11} \\ T + \mu c_1 y_1 &= m\omega^2(x_m + \varepsilon \sin \varphi) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $\alpha_{11}$  — податливость ротора на жестких опорах в точке закрепления диска;

$\delta_1$  — податливость опор;

$y_1 = m\omega^2(y_m + \varepsilon \cos \varphi)\delta_1$  — смещение опоры.

Решение уравнений (3) приводит к таким результатам:

$$x_m = \frac{\varepsilon}{\alpha - 1} \frac{k \left(1 - \alpha \frac{\omega^2}{p^2}\right)^2 + \mu \sqrt{\left[\mu^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{p^2}\right)^2 + \left(1 - \alpha \frac{\omega^2}{p^2}\right)^2\right] (\alpha - 1)^2 \frac{\omega^4}{p^4}}{\left(1 - \alpha \frac{\omega^2}{p^2}\right)^2 + \mu^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{p^2}\right)^2} - \frac{k^2 \left(1 - \alpha \frac{\omega^2}{p^2}\right)^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{p^2}\right)^2}{\left(1 - \alpha \frac{\omega^2}{p^2}\right)^2 + \mu^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{p^2}\right)^2} \quad (4)$$

$$y_m = \frac{\alpha \cdot \alpha}{\alpha - 1} \frac{-\mu k \left(1 - \frac{\omega^2}{p^2}\right)^2 + \sqrt{(\alpha - 1)^2 \frac{\omega^4}{p^4} \left[\left(1 - \alpha \frac{\omega^2}{p^2}\right)^2 + \mu^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{p^2}\right)^2\right] - \left(1 - \alpha \frac{\omega^2}{p^2}\right)^2 + \mu^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{p^2}\right)^2}{\frac{k^2 \left(1 - \alpha \frac{\omega^2}{p^2}\right)^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{p^2}\right)^2}{\left(1 - \alpha \frac{\omega^2}{p^2}\right)^2 + \mu^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{p^2}\right)^2}} \dots \quad (5)$$

$$r = \sqrt{x_m^2 + y_m^2}, \quad (6)$$

где  $k = \frac{T}{c_{1-8}}$ ;  $\alpha = 1 + \frac{\delta_1}{\alpha_{11}}$ ;  $p^2 = \frac{1}{m\alpha_{11}}$ .

Чтобы проанализировать полученные результаты, рассмотрим сначала два частных случая.

А) Постоянная составляющая демпфирующей силы равна нулю, т. е.  $k = 0$ ;  $\mu \neq 0$ .

Тогда

$$r = \varepsilon \frac{\omega^2}{p^2} \frac{\sqrt{\alpha^2 + \mu^2}}{\sqrt{\left(1 - \alpha \frac{\omega^2}{p^2}\right)^2 + \mu^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{p^2}\right)^2}}. \quad (7)$$

Исследуя (7) на экстремум, найдем значения резонансных оборотов  $\omega_{рез}$ , смещения диска и оптимальное значение коэффициента приведенного трения  $\mu_{опт}$ :

$$\left. \begin{aligned} \omega_{рез} &= p \sqrt{\frac{1 + \mu^2}{\alpha + \mu^2}} \\ r_{рез} &= \varepsilon \frac{\sqrt{(1 + \mu^2)(\alpha^2 + \mu^2)}}{\mu(\alpha - 1)} \\ \mu_{опт} &= \sqrt{\alpha} > 1 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Из (7) следует, что демпфер тем эффективней, чем выше  $\alpha$  (т. е. чем жестче ротор и податливей опоры) и  $\mu$ , так как в реальных демпферах эта величина существенно меньше единицы.

Б) Коэффициент приведенного трения равен нулю ( $\mu = 0$ ), т. е. демпфирование осуществляется только за счет постоянной составляющей силы трения.

Из (5) следует, что наличие постоянной составляющей демпфирующей силы не устраняет опасности неограниченного роста деформаций системы на резонансных оборотах. Из уравнений (4) — (6) для комбинированного трения видим, что здесь постоянная составляющая сил трения оказывается весьма полезной, так как способствует дополнительному снижению прогибов системы в условиях резонанса.

Это следует также и из результатов численного анализа, приведенных на рис. 2.

Соображения, положенные в основу расчета одномассового ротора (рис. 1), полностью справедливы и для сложных систем с непрерывно распределенными параметрами типа связанной системы ротор — корпус авиационных ГТД. Исследуя условия равновесия такого ротора в связанной с ним системе координат, необходимо учитывать следующее.

1. Изменение угла  $\varphi$  ( $z$ ) между выбранным направлением оси  $y$  и направлением возбуждающей силы на заданном режиме работы остается неизменным для всех сечений ротора, т. е.  $\varphi(z) =$

$\varphi = \text{const.}$  (в противном случае наблюдалось бы скручивание участков вала между отдельными сечениями, здесь же рассматривается вал абсолютно жесткий на кручение).

2. Закон изменения возбуждающих сил по длине ротора считается заданным и в общем случае может быть произвольным как по величинам возбуждающих сил, так и по их направлению.

3. Упругая линия ротора или статора (рис. 3) представляет собой пространственную кривую, проекции которой на плоскости  $Y-Z$  и  $X-Z$  могут быть получены с помощью известных методов расчета вынужденных колебаний, в частности, методом разложения форм вынужденных колебаний по формам собственным [2].

Предполагается, также, что ротор движется в режиме прямой синхронной прецессии, упругие, инерционные диссипативные свойства системы симметричны относительно оси вращения.

Если принять, что  $C_{y_k}$ ,  $C_{x_k}$  — коэффициенты разложения проекций возбуждающей нагрузки в ряд по собственным формам колебаний;

$$p_k = \omega_k^2 (\omega_k^2 - \omega^2);$$

$$\omega_k, y_k(z, \zeta)$$

— частота и форма собственных колебаний ротора и статора в системе;

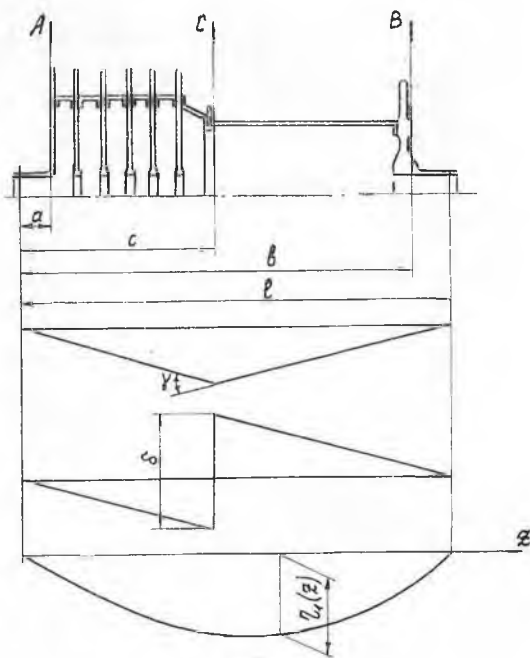


Рис. 2.

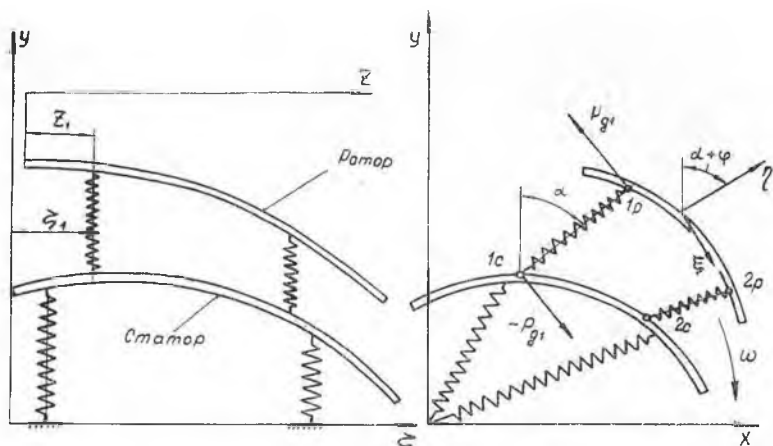


Рис. 3.

$z, \xi$  — текущие координаты ротора и статора, соответственно (ось  $\xi$  направлена по оси  $z$ );

$y_{ст}(z, \xi), x_{ст}(z, \xi)$  — проекции кривых квазистатического прогиба от возбуждающей нагрузки, то на основании формул, приведенных в [2], получим следующие выражения для проекций динамического прогиба:

$$\left. \begin{aligned} y(z, \xi) &= y_{ст}(z, \xi) + \omega^2 \sum_{k=1}^n \frac{C_{y_k}}{P_k} y_k(z, \xi) \\ x(z, \xi) &= x_{ст}(z, \xi) + \omega^2 \sum_{k=1}^i \frac{C_{x_k}}{F_k} y_k(z, \xi) \end{aligned} \right\}, \quad (9)$$

где  $n$  — число членов в разложении, которое выбирается из условия

$$\omega_{n-1} < \omega < \omega_n.$$

Если возбуждающие силы заданы двумя проекциями на плоскостях  $\xi$  и  $\eta$ , вращающихся синхронно с ротором, то на основании схемы рис. 3 имеем:

$$\left. \begin{aligned} C_{y_k} &= C_{\eta k} \cos(\alpha + \varphi) - C_{\xi k} \sin(\alpha + \varphi) + \frac{P_k}{M_k} \sin \alpha |y_k(z_1) - y_k(\xi_1)| \\ C_{x_k} &= C_{\eta k} \sin(\alpha + \varphi) + C_{\xi k} \cos(\alpha + \varphi) - \frac{P_k}{M_k} \cos \alpha |y_k(z_1) - y_k(\xi_1)| \end{aligned} \right\}, \quad (10)$$

где  $C_{\eta k}, C_{\xi k}$  — коэффициенты разложения проекций возбуждающих сил дисбаланса ротора на плоскостях  $\eta$  и  $\xi$ , соответственно;

$$M_k = \int_{\eta}^{l_p} m(z) y_k^2(z) dz + \int_0^{l_k} m(\xi) y_k^2(\xi) d\xi;$$

$m(z), m(\zeta)$  — погонные массы ротора и корпуса;  
 $l_p, l_k$  — длины ротора и корпуса.

Считая ось  $Y$  параллельной деформации демпфирующей опоры, найдем

$$x(z_1) - x(\zeta_1) = 0. \quad (11)$$

Определяя отсюда значение угла  $\varphi$  и подставляя его в (9) и (10), получим формулы для определения проекций динамического прогиба системы с одной упруго-демпфирующей опорой. Здесь эти формулы приводятся только для частного случая, когда неуровненность сосредоточена в одной плоскости, например,  $\eta$ :

$$y(z) = Y(z) \frac{B - \mu c A^2 T}{Y_1 (\Pi^2 + \mu^2 c^2 A^2)}; \quad (12)$$

$$x(z, \zeta) = \frac{\Pi^2 T + \mu c B}{Y_1 (\Pi^2 + \mu^2 c^2 A^2)} \left\{ \Pi [x_{n1} y_n(z, \zeta) - y_{n1} x_n(z, \zeta)] + \right. \\
+ \omega^2 \sum_{k=1}^n C_{\eta k} \Omega_k [x_{k1} y_k(z, \zeta) - x_k(z, \zeta) y_{k1}] + \omega^2 \sum_{k=1}^n \frac{\Omega_k}{M_k} y_{k1} [y_{k1} y_n(z, \zeta) - \\
- y_k(z, \zeta) y_{n1}] + \omega^4 \sum_{i < j}^n \left[ \frac{C_{\eta i} y_{j1}}{M_j} - \frac{C_{\eta j} y_{i1}}{M_i} \right] \times \\
\left. \times [y_{j1} y_i(z, \zeta) - y_{i1} y_j(z, \zeta)] \prod_{\substack{k \neq i \\ k \neq j}}^{n-2} p_k \right\}, \quad (13)$$

где  $B = \sqrt{\mu^2 c^2 A^2 Y_1^2 + \Pi^2 Y_1^2 + \Pi^2 A^2 T^2};$

$$Y(z, \zeta) = \Pi y_n(z, \zeta) + \omega^2 \sum_{k=1}^n C_{\eta k} \Omega_k y_k(z, \zeta);$$

$$A(z, \zeta) = \Pi x_n(z, \zeta) + \omega^2 \sum_{k=1}^n \frac{\Omega_k}{M_k} y_{k1} y_k(z, \zeta);$$

$$Y_1 = Y_1(z_1) - Y_1(\zeta_1); \quad A = A(z_1) - A(\zeta_1);$$

$y_n(z, \zeta)$  — квазистатический прогиб, определяемый неуровненностью ротора;

$$y_{n1} = y_n(z_1) - y_n(\zeta_1);$$

$x_n(z, \zeta)$  — прогиб под действием системы единичных сил  $\vec{Q}_0 = 1$  и  $-\vec{Q}_0$ , приложенных в точках  $1p$  и  $1c$ , соответственно;

$$\Pi = \prod_{k=1}^n p_k; \quad \Omega_k = \prod_{i \neq k}^{n-1} p_i; \quad y_{k1} = y_k(z_1) - y_k(\zeta_1); \quad x_{n1} = x_n(z_1) - x_n(\zeta_1)$$

Для системы с двумя или более упруго-демпфирующими опорами вывод расчетных формул значительно осложняется тем обстоятельством, что демпфирующие силы оказываются неизвестными не только по модулям, но и по направлениям. В этом случае решение в замкнутом виде может быть получено только в случае линейного демпфирования, пропорционального либо виброскорости, либо деформации опоры. Если же демпфирование задано уравнением (1), то целесообразней использовать приближенное решение.

Выполненные расчеты показали, что на резонансных и около-резонансных режимах форма кривых динамического прогиба приближается к плоской даже при сравнительно больших демпфирующих силах, составляющих  $20 \div 30\%$  от сил упругости в опорах. Это позволяет считать линии деформации опор параллельными и на основании этого свести решение задачи к расчету системы с одной упруго-демпфирующей опорой.

## ВЫВОДЫ

В статье изложен метод расчета амплитудно-частотных характеристик связанной системы, содержащей двухопорный ротор и статор. Расчетные формулы выводятся из рассмотрения условий равновесия в связанных с ротором координатах с учетом возбуждающих сил и сил демпфирования в опорах.

Предполагается, что в опоры включаются специальные демпфирующие устройства, линейные относительно силы упругости, и с демпфированием, обусловленным постоянной силой трения и силой трения, пропорциональной деформации опоры.

На примере одномассового ротора показано, что эффективность демпфирующих опор возрастает с уменьшением их жесткости и с повышением жесткости ротора и что постоянная составляющая силы трения способствует дополнительному снижению вибраций только при условии наличия составляющей, пропорциональной деформации опоры.

## ЛИТЕРАТУРА

1. П. В. Григорьев. Нелинейные колебания элементов машин и сооружений. Машгиз, 1961.
2. А. Ф. Гуров. Расчеты на прочность и колебания в ракетных двигателях. «Машиностроение», 1966.