

перименты показали, что в лабораторных условиях отклонения характеристики управления от линейной в случаях настроек анализатора на измерение первых пяти гармоник роторной вибрации не превышали 3 гц, в случаях гармоник вентиляторной вибрации — 20 гц. Изменения частоты за счет дрейфа в цепях постоянного тока канала управления не превышали 5 гц.

Анализ результатов эксперимента показал, что можно получить минимальную полосу пропускания канала измерения в случае гармоник роторной вибрации порядка 25 гц, в случае гармоник вентиляторной вибрации — порядка 65 гц. Данные полосы удовлетворяют требованиям разделимости соседних спектральных составляющих, и, следовательно, обеспечивают необходимую глубину диагноза. Теоретические проработки показывают, что при необходимости полосы пропускания могут быть сужены до 5 гц в случае измерения гармоник роторной вибрации и до 15 гц в случае измерения гармоник вентиляторной вибрации.

Таким образом, можно сделать вывод, что построение следящего спектрального анализатора по предложенному принципу возможно. При этом система по узкополосности сравнима с лучшими известными системами, но значительно шире их по своим возможностям.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Акустический анализатор для выявления повреждений во вращающихся частях высокоскоростных двигателей. Патент США № 3400578.
2. Бояринцев В. И., Власов П. П. Оценка эффективности применения следящего спектрального анализа в задачах вибрационной диагностики. Статья в настоящем сборнике.
3. Виницкий А. С. Модулированные фильтры и следящий прием ЧМ сигналов М., «Сов. радио», 1969.
4. Харкевич А. А. Спектры и анализ. Государственное издательство технико-теоретической литературы, М., 1953.

**И. И. Волков, В. В. Мотов, С. А. Прохоров**

#### МЕТОДЫ И АППАРАТУРА ДЛЯ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛЕЙ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ ПО МИНИМУМУ КВАДРАТИЧЕСКОЙ ПОГРЕШНОСТИ

В последнее время все большее внимание уделяется вопросам разработки методов и аппаратуры для аппроксимации корреляционных функций стационарных случайных процессов  $K_x(\tau)$  функциями заданного вида  $f(\tau, \alpha_0, \dots, \alpha_n)$  с неизвестными параметрами  $\alpha_0, \dots, \alpha_n$  [1—3].

В большинстве работ, посвященных различным методам решения указанной задачи, не используются точностные критерии [2, 3]. В тех же работах, где делается попытка вести аппроксимацию по тому или иному критерию точности, оценка парамет-

ров модели осуществляется методом последовательных приближений [3], в результате чего существенно удлиняется время анализа.

Рассмотрим два основных способа построения аппаратуры для аппроксимации корреляционных функций  $K_x(\tau)$  функцией вида  $f(\tau, \alpha_0, \dots, \alpha_n)$  по минимуму квадратической погрешности

$$\Delta = \int_0^{\infty} [K_x(\tau) - f(\tau, \alpha_0, \dots, \alpha_n)]^2 d\tau = \min. \quad (1)$$

При первом способе, который можно назвать экстремальным, осуществляется определение квадратической погрешности  $\Delta$  или другой величины, линейно с ней связанной, например,

$$\Delta_1 = \Delta - \int_0^{\infty} K_x^2(\tau) d\tau = \int_0^{\infty} f^2(\tau, \alpha_0, \dots, \alpha_n) d\tau - 2 \int_0^{\infty} K_x(\tau) f(\tau, \alpha_0, \dots, \alpha_n) d\tau, \quad (2)$$

которая подается на блок поиска экстремума. В качестве оценок параметров модели принимаются те значения, при которых наблюдается минимум величины  $\Delta$  или  $\Delta_1$ . Более простая аппаратная реализация имеет место при поиске минимума величины  $\Delta_1$ , которую представим в виде

$$\Delta_1 = \psi(\alpha_0, \dots, \alpha_n) - M \left[ \dot{x}(t) \int_0^{\infty} h_f(\tau, \alpha_0, \dots, \alpha_n) \dot{x}(t-\tau) d\tau, \right. \\ \left. \begin{aligned} \text{где } h_f(\tau, \alpha_0, \dots, \alpha_n) &= 2f(\tau, \alpha_0, \dots, \alpha_n) \\ \psi(\alpha_0, \dots, \alpha_n) &= \int_0^{\infty} f^2(\tau, \alpha_0, \dots, \alpha_n) d\tau \end{aligned} \right] \quad (3)$$

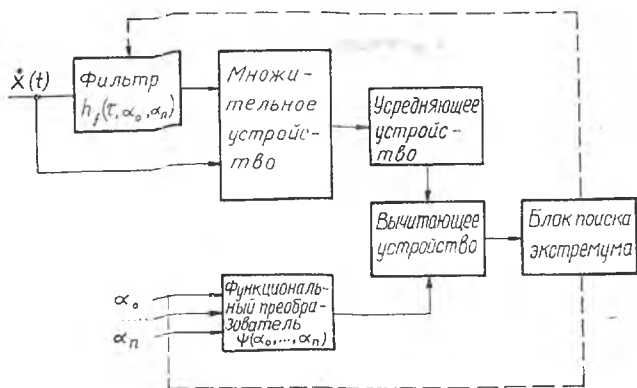


Рис. 1. Блок-схема экстремального метода

Из соотношения (3) непосредственно вытекает аппаратная реализация определения экстремума  $\Delta_i$  и неизвестных параметров  $\alpha_0, \dots, \alpha_n$  (рис. 1).

Основными недостатками данного способа являются плохая сходимость и большая длительность процесса получения оценок параметров модели. В этом отношении выгодно отличается нулевой способ, при котором контролируется не значение экстремума, а условие его существования. Этим условиям соответствует система уравнений  $\frac{\partial \Delta}{\partial \alpha_i} = 0$  ( $i=0, \dots, n$ ), которая с учетом формулы (1) примет вид

$$\int_0^{\infty} [K_x(\tau) - f(\tau, \alpha_0, \dots, \alpha_n)] \frac{\partial f(\tau, \alpha_0, \dots, \alpha_n)}{\partial \alpha_i} d\tau = 0 \quad (4)$$

$$(i = 0, \dots, n)$$

Введя обозначения

$$\left. \begin{aligned} \varphi_i(\alpha_0, \dots, \alpha_n) &= \int_0^{\infty} f(\tau, \alpha_0, \dots, \alpha_n) \frac{\partial f(\tau, \alpha_0, \dots, \alpha_n)}{\partial \alpha_i} d\tau; \\ h_i(\tau, \alpha_0, \dots, \alpha_n) &= \frac{1}{\varphi_i(\alpha_0, \dots, \alpha_n)} \frac{\partial f(\tau, \alpha_0, \dots, \alpha_n)}{\partial \alpha_i} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

и учитывая, что  $k_x(\tau) = M[\dot{X}(t)x(t-\tau)]$ , систему уравнений (4) запишем следующим образом:

$$M[x(t) \int_0^{\infty} \dot{x}(t-\tau) h_i(\tau, \alpha_0, \dots, \alpha_n) d\tau] - 1 = 0. \quad (6)$$

$$(i = 0, \dots, n)$$

Аппаратура, предназначенная для решения этой системы (6), состоит из  $(n+1)$  каналов. Блок-схема  $i$ -го канала показана на рис. 2.

Таким образом, задача создания устройств для аппроксимации корреляционных функций по минимуму квадратической погрешности сводится к синтезу фильтров и функциональных преобразователей с регулируемыми параметрами, импульсные характеристики и функции преобразования которых целиком и полностью определяются видом модели (см. таблицу). Следует отметить, что погрешность аппроксимации зависит от вида модели. При достаточной априорной информации о свойствах пре-

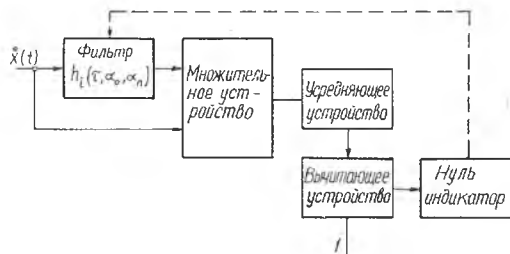


Рис. 2. Блок-схема нулевого метода

| $f(\tau; \alpha_0, \dots, \alpha_n)$   | $h_f(\tau; \alpha_0, \dots, \alpha_n)$  | $\Psi(\alpha_0, \dots, \alpha_n)$   | $h_f(\tau; \alpha_0, \dots, \alpha_n)$  |
|--|---|---|---|
| $e^{-\alpha \tau }$  | $2e^{-\alpha\tau}$  | $1/2\alpha$   | $4\alpha^2\tau e^{-\alpha\tau}$   |
| $e^{-\alpha \tau (1+\alpha \tau )}$  | $2e^{-\alpha\tau}(1+\alpha\tau)$  | $5/4\alpha$   | $1,6\alpha^3\tau^2 e^{-\alpha\tau}$   |
| $e^{-\alpha \tau (1-\alpha \tau )}$  | $2e^{-\alpha\tau}(1-\alpha\tau)$  | $1/4\alpha$   | $16\alpha^2\tau e^{-\alpha\tau} - 8\alpha^3\tau^2 e^{-\alpha\tau}$  |
| $e^{-\alpha \tau } \cos \alpha_1 \tau$   | $2e^{-\alpha\tau} \cos \alpha_1 \tau$   | $\frac{2\alpha_0^2 + \alpha_1^2}{4\alpha_0(\alpha_0^2 + \alpha_1^2)}$                             | $h_0 = \frac{8\alpha_0^2(\alpha_0^2 + \alpha_1^2)^2}{2\alpha_0^4 + \alpha_0^2\alpha_1^2 + \alpha_1^4} \times$<br>$\times \tau e^{-\alpha_0\tau} \cos \alpha_1 \tau;$<br>$h_1 = \frac{4(\alpha_0^2 + \alpha_1^2)^2}{\alpha_0\alpha_1} \tau e^{-\alpha_0\tau} \sin \alpha_1 \tau$   |
| $e^{-\alpha_0 \tau } \left( \cos \alpha_1 \tau + \frac{\alpha_0}{\alpha_1} \sin \alpha_1  \tau  \right)$ | $2e^{-\alpha_0\tau} \left( \cos \alpha_1 \tau + \frac{\alpha_0}{\alpha_1} \sin \alpha_1 \tau \right)$ | $\frac{5\alpha_0^2 + \alpha_1^2}{4\alpha_0(\alpha_0^2 + \alpha_1^2)}$                             | $h_0 = \frac{8\alpha_0^2(\alpha_0^2 + \alpha_1^2)^2}{5\alpha_0^4 - 2\alpha_0^2\alpha_1^2 + \alpha_1^4} \left[ \tau e^{-\alpha_0\tau} \times \right.$<br>$\times (\cos \alpha_1 \tau + \frac{\alpha_0}{\alpha_1} \sin \alpha_1 \tau) - \frac{1}{\alpha_1} e^{-\alpha_0\tau} \sin \alpha_1 \tau \left. \right];$<br>$h_1 = \frac{(\alpha_0^2 + \alpha_1^2)^2}{\alpha_0\alpha_1} e^{-\alpha_0\tau} \left[ \frac{\alpha_1\tau}{\alpha_1} \cos \alpha_1 \tau - \right.$<br>$\left. - \left( \tau + \frac{\alpha_0}{\alpha_1} \right) \sin \alpha_1 \tau \right]$ |
| $e^{-\alpha_0 \tau } \left( \cos \alpha_1 \tau - \frac{\alpha_0}{\alpha_1} \sin \alpha_1  \tau  \right)$ | $2e^{-\alpha_0\tau} \left( \cos \alpha_1 \tau - \frac{\alpha_0}{\alpha_1} \sin \alpha_1 \tau \right)$ | $2e^{-\alpha_0} \left( \cos \alpha_1 \tau - \frac{\alpha_0}{\alpha_1} \sin \alpha_1 \tau \right)$ | $h_0 = 8\alpha_0^2 e^{-\alpha_0\tau} \left[ \tau (\cos \alpha_1 \tau + \right.$<br>$\left. + \frac{\alpha_0}{\alpha_1} \sin \alpha_1 \tau) + \frac{1}{\alpha_1} \sin \alpha_1 \tau \right];$<br>$h_1 = e^{-\alpha_0\tau} \left[ \tau \sin \alpha_1 \tau - \frac{\alpha_0}{\alpha_1} \sin \alpha_1 \tau + \right.$<br>$\left. + \frac{\alpha_0}{\alpha_1} \tau \cos \alpha_1 \tau \right]$   |

цесса целесообразно выбирать конкретный вид модели, желательно с меньшим числом параметров. В противном случае модель следует представить в виде ряда по тем или иным ортогональным функциям

$$f(\tau, \alpha_0, \dots, \alpha_n) = v(\tau, \beta) \sum_{k=0}^n a_k \Theta_k(\tau, \beta). \quad (7)$$

При этом

$$\int_0^{\infty} v^2(\tau\beta) \Theta_k(\tau, \beta) \Theta_n(\tau, \beta) d\tau = \begin{cases} 0, & k \neq n \\ \|\Theta_k(\tau, \beta)\|^2, & k = n \end{cases}$$

В этом случае условиями минимума квадратической погрешности будут:

$$a_k = \frac{1}{\|\Theta_k(\tau, \beta)\|^2} \int_0^{\infty} K_x(\tau) \nu(\tau, \beta) \Theta_k(\tau, \beta) d\tau, \quad (8)$$

$$\sum_{k=0}^n a_k^2 \|\Theta_k(\tau, \beta)\|^2 - \int_0^{\infty} \nu(\tau, \beta) \sum_{k=0}^n a_k \Theta_k(\tau, \beta) \frac{\partial f(\tau, a_0, \dots, a_n)}{\partial \beta} d\tau = 0, \quad (9)$$

где  $\beta$  — параметр весовой функции.

Однако при построении аппаратуры для аппроксимации корреляционных функций ортогональными функциями  $a_k$  определяется по формуле (8), а уравнение (9) не принимается во внимание, что приводит к увеличению погрешности. Для уменьшения погрешности методом проб или последовательных приближений определяют величину параметра  $\beta$  [3], что существенно удлиняет время анализа.

Исследования, проведенные авторами, показали, что в широко-распространенном случае аппроксимации корреляционных функций функциями Лагерра  $\nu(\tau, \beta) \Theta_k(\tau, \beta) = L_k(\tau, \beta) = \sum_{s=0}^k \frac{k!}{(k-s)!} \times$

$$\times \frac{(-\beta\tau)^s}{(s!)^2} e^{-\frac{\tau\beta}{2}}$$

уравнение (9) примет вид

$$a_{n+1} = \frac{1}{\beta} \int_0^{\infty} K_x(\tau) L_{n+1}(\tau, \beta) d\tau = 0. \quad (10)$$

Отсюда следует, что для обеспечения минимума квадратической погрешности необходимо в аппаратуре предусмотреть дополнительный блок оценки  $(n+1)$  коэффициента и нуль-индикатор.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Романенко А. Ф., Сергеев Г. А. Вопросы прикладного анализа случайных процессов, М., «Советское радио», 1968.
2. Jampard D. I. A new method of determining Correlation functions of stationary time Series, Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, vol 102, partc march 1955, London, № 1.
3. Горбачевич Е. Д. Корреляторы с аппроксимацией. М., «Энергия», 1971.