

В. Я. Свербилов, В. П. Шорин, Ю. С. Анисимкин

ОБЕСПЕЧЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМ РЕГУЛИРОВАНИЯ ДАВЛЕНИЯ ГАЗА КОРРЕКЦИЕЙ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТРУБОПРОВОДНЫХ ЦЕПЕЙ

Известно существенное влияние характеристик присоединенных трубопроводных цепей на устойчивость гидравлических и газовых систем управления [1], [2]. Особенно сильно оно проявляется при использовании регуляторов со слабодемпфированными механическими звеньями.

На основе анализа устойчивости системы с регулятором произвольной структуры в работе [3] показано, что максимально широкая область устойчивости в пространстве параметров регулятора достигается в том случае, когда входные импедансы присоединенных к регулятору трубопроводных цепей имеют активный характер. Требуемый характер входных импедансов предложено обеспечивать введением в трубопроводы специальных гасителей колебаний.

Результаты, полученные в работе [3], имеют качественный характер. На их основе возможна оценка применимости различных схем гасителей для расширения границ устойчивости систем. Однако для проектирования гасителя они недостаточны. При расчете параметров гасителя необходимы конкретные данные о допустимой области изменения входных импедансов присоединенной трубопроводной цепи. Эти данные могут быть получены только в результате анализа системы с регулятором известной структуры. В статье решается задача определения допустимой области изменения входных импедансов присоединенной цепи на примере систем регулирования давления газа с регуляторами прямого действия.

При составлении расчетной модели регулятора (рис. 1) используется традиционная схематизация динамических процессов (напр., [4], [5], [6] и др.), исходящая из следующих допущений: корпус регулятора жестко закреплен; газодинамические силы, действующие со стороны потока на клапан, а также силы сухого трения пренебрежимо малы; упругая характеристика чувствительного элемента и пружины—линейная; процесс течения в полости чувствительного элемента—изотермический; перепад давления на регулирующем органе—сверхкритический; неуравновешенность клапана по входному давлению отсутствует.

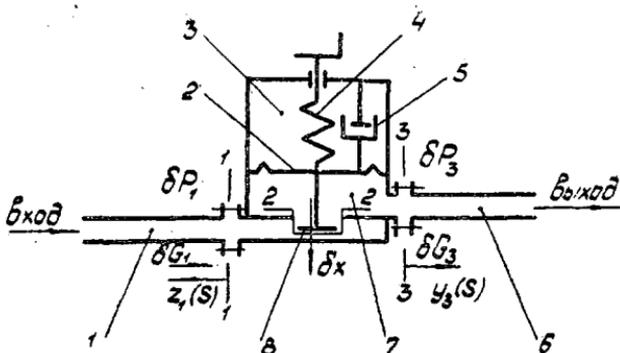


Рис. 1. Расчетная схема газового регулятора давления: 1 — входная магистраль; 2 — чувствительный элемент; 3 — атмосферная полость чувствительного элемента; 4 — пружина; 5 — демпфер; 6 — выходная магистраль; 7 — полость регулируемого давления; 8 — клапан

В рамках принятых допущений система уравнений динамики регулятора, включенного в цепи питания и нагрузки, имеет вид

$$G_1 = G_2; \quad (1)$$

$$G_2 = \mu \pi d_c x p_{10} \sqrt{\frac{k}{RT_0}} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}}; \quad (2)$$

$$\frac{dp_2}{dt} = \frac{RT_0}{V} \left[G_2 - G_3 + \frac{p_{20}}{RT_0} (F - f) \frac{dx}{dt} \right]; \quad (3)$$

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} + D \frac{dx}{dt} + Ix + (F - f) p_2 - F p_H + f p_1 - P = 0; \quad (4)$$

$$G_3 = G_3(p_2); \quad (5)$$

$$G_1 = G_1(p_1); \quad (6)$$

где p , T , G — абсолютные давление и температура, массовый расход газа; V — объем полости чувствительного элемента, ограниченный сечениями 2—2 и 3—3; x — высота подъема клапана; F , f , d_c — эффективная площадь чувствительного элемента, площадь и диаметр седла клапана; R , k — газовая постоянная и показатель адиабаты газа; μ — коэффициент расхода; M , D , I — масса подвижных элементов, коэффициент вязкого трения, суммарная жесткость упругих элементов; P — усилие предварительной затяжки пружины при $x = 0$;

индексы 1, 2, 3 соответствуют сечениям регулятора, индекс 0 — установившемуся режиму работы, индекс H — внешним условиям.

В отличие от работ [4], [5], [6] нами в исходную систему уравнений введены динамические характеристики линий питания (6) и нагрузки (5) как акустических двухполюсников, а также уравнение баланса массового расхода на входном участке регулятора, которое в случае уравновешенного клапана имеет вид (1).

Линеаризуя уравнения (1) — (6) в окрестности точки установившегося режима с координатами p_{10} , p_{20} , x_0 , G_0 , и переходя к относительным вариациям параметров $\bar{p} = (p - p_0)/p_0$, $\bar{G} = (G - G_0)/G_0$, $\bar{x} = (x - x_0)/x_0$, получим в изображениях по Лапласу:

$$\left. \begin{aligned} \bar{G}_1 &= \bar{G}_2; \\ \bar{G}_2 &= \bar{x} + \bar{p}_1; \\ \bar{\tau}_V \bar{s} \bar{p}_2 &= \bar{G}_2 - \bar{G}_3 + \bar{\tau}_{\Delta V} \bar{s} \bar{x}; \\ (\bar{s} + \bar{\tau}_1 \bar{s} + 1) \bar{x} &= -H_F \bar{p}_2; \\ \bar{G}_3 &= \bar{Y}_3(\bar{s}) \bar{p}_2; \\ \bar{p}_1 &= -\bar{Z}_1(\bar{s}) \bar{G}_1, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\text{где } \bar{\tau}_V = \frac{V \rho_{20}}{G_0} \omega_0; \quad \bar{\tau}_1 = \frac{D}{I} \omega_0; \quad \bar{\tau}_{\Delta V} = \frac{(F-f) x_0 \rho_{20}}{G_0} \omega_0; \quad H_F = \frac{(F-f) p_{20}}{I x_0};$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{I}{M}}; \quad \bar{Y}_3(\bar{s}) = Y_3(s) \frac{p_{20}}{G_0}; \quad \bar{Z}_1(\bar{s}) = Z_1(s) \frac{G_0}{p_{10}}; \quad \bar{s} = \frac{s}{\omega_0};$$

ρ — плотность газа; s — оператор Лапласа; $Y_3(s)$ — входная со стороны регулятора проводимость нагрузки; $Z_1(s)$ — входное со стороны регулятора сопротивление цепи питания.

Соответствующее системе (7) характеристическое уравнение имеет вид

$$\begin{aligned} &[\bar{\tau}_V \bar{s} + \bar{Y}_3(\bar{s})][\bar{Z}_1(\bar{s}) + 1](\bar{s}^2 + \bar{\tau}_1 \bar{s} + 1) + \\ &+ H_F \bar{\tau}_{\Delta V} \bar{s} [\bar{Z}_1(\bar{s}) + 1] + H_F = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Предполагая, что введение гасителей колебаний в цепи питания и нагрузки обеспечивает активный характер входных импедансов, условие устойчивости на основании критерия Гурвица запишем в виде неравенства:

$$\bar{\tau}_v \bar{Y}_3 \bar{\tau}_d^2 + (\bar{\tau}_v^2 + H_F \bar{\tau}_v \bar{\tau}_{\Delta v} + \bar{Y}_3^2) \bar{\tau}_d + \bar{Y}_3 H_F \bar{\tau}_{\Delta v} - \frac{H_F \bar{\tau}_v}{\bar{Z}_1 + 1} > 0. \quad (9)$$

При нулевом демпфировании механического звена ($\bar{\tau}_d = 0$) условие устойчивости (9) принимает вид

$$(\bar{Z}_1 + 1) \bar{Y}_3 > \frac{\bar{\tau}_v}{\bar{\tau}_{\Delta v}}. \quad (10)$$

Из последнего неравенства следует, что при активном характере входных сопротивлений цепей повышению устойчивости при заданных параметрах регулятора способствует увеличение входной проводимости нагрузки и входного со стороны регулятора сопротивления системы питания.

В случае невыполнения условия (10) требуется введение демпфирования $\bar{\tau}_d > 0$, определяемого из неравенства (9) следующим образом.

Разложив многочлен в левой части неравенства (9) на множители, получим:

$$(\bar{\tau}_d - \bar{\tau}_{d1})(\bar{\tau}_d - \bar{\tau}_{d2}) > 0, \quad (11)$$

где $\bar{\tau}_{d1,2}$ — корни многочлена, равные

$$\bar{\tau}_{d1,2} = \frac{1}{2} \left[\pm \sqrt{\left(\frac{\bar{\tau}_v}{\bar{Y}_3} + \frac{\bar{Y}_3}{\bar{\tau}_v} + H_F \frac{\bar{\tau}_{\Delta v}}{\bar{Y}_3} \right)^2 + 4 H_F \left(\frac{1}{\bar{Y}_3 (\bar{Z}_1 + 1)} - \frac{\bar{\tau}_{\Delta v}}{\bar{\tau}_v} \right)} - \left(\frac{\bar{\tau}_v}{\bar{Y}_3} + \frac{\bar{Y}_3}{\bar{\tau}_v} + H_F \frac{\bar{\tau}_{\Delta v}}{\bar{Y}_3} \right) \right]. \quad (12)$$

Если $\bar{\tau}_{d1} < \bar{\tau}_{d2}$, то для выполнения условия устойчивости (11) необходимо, чтобы значение $\bar{\tau}_d$ находилось вне интервала $[\bar{\tau}_{d1}, \bar{\tau}_{d2}]$:

$$\bar{\tau}_d < \bar{\tau}_{d1}, \quad \bar{\tau}_d > \bar{\tau}_{d2}.$$

Из анализа зависимости (12) следует, что при выполнении неравенства (10) оба значения $\bar{\tau}_{d1,2} < 0$. Следовательно, условие устойчивости (11) допускает не только нулевое, но и даже отрицательное демпфирование. При невыполнении неравенства (10) для достижения устойчивости требуется положительное демпфирование

$$\bar{\tau}_d > \bar{\tau}_{d2} = [\bar{\tau}_d]. \quad (13)$$

Наибольшее для данного регулятора значение коэффициента демпфирования $[\tau_x]_{\max}$ требуется при наименьшем значении произведения $[\bar{Y}_3 (Z_1 + 1)]_{\min}$, которое достигается при $Z_1 = 0$, $\bar{Y}_3 = 1$ (14)

Граничным условиям (14) соответствует установка большой емкости на входе в регулятор и сверхзвуковой режим истечения на выходе (нулевая проводимость по отношению к объемному расходу).

Указанные граничные условия (14) являются наихудшими в смысле обеспечения устойчивости вариантами присоединенных систем в случае чисто активных сопротивлений. Поскольку при введении гасителя колебаний не всегда возможно (а в ряде случаев и нецелесообразно) достижение активного характера входных импедансов присоединенных цепей, определим для наихудшего варианта включения регулятора ($Z_1 = 0$) допустимую область изменения входного импеданса нагрузки, знание которой необходимо для проектирования гасителя.

Переходя в частотную область с помощью подстановки $\bar{s} = j\bar{\omega}$, из уравнения (8) при $\bar{\tau}_x = 0$ и $Z_1(\bar{s}) = 0$ после разделения действительной и мнимой частей получим:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Re} \bar{Y}_3 (1 - \bar{\omega}^2) + H_F &= 0; \\ \operatorname{Im} \bar{Y}_3 (1 - \bar{\omega}^2) + \bar{\omega} [\bar{\tau}_v (1 - \bar{\omega}^2) + H_F \bar{\tau}_{\Delta v}] &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

где $\operatorname{Re} \bar{Y}_3 + j \operatorname{Im} \bar{Y}_3 = \bar{Y}_3(j\bar{\omega})$.

Произведем D — разбиение плоскости $\bar{Y}_3(j\bar{\omega})$ годографа входной комплексной проводимости нагрузки. Если ось $\operatorname{Re} \bar{Y}_3$ совпадает с осью абсцисс, то определитель системы (15) $\Delta = (1 - \bar{\omega}^2)^2 > 0$. В этом случае штриховка кривой D — разбиения наносится слева при возрастании $\bar{\omega}$.

Разрешая (15) относительно $\operatorname{Re} \bar{Y}_3$, $\operatorname{Im} \bar{Y}_3$, получим:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Re} \bar{Y}_3 &= \frac{H_F}{\bar{\omega}^2 - 1}; \\ \operatorname{Im} \bar{Y}_3 &= \bar{\omega} (\bar{\tau}_{\Delta v} \operatorname{Re} \bar{Y}_3 - \bar{\tau}_v). \end{aligned} \right\}$$

При $\bar{\omega} = 1$ имеем одну особую прямую

$$\operatorname{Im} \bar{Y}_3 = \bar{\tau}_{\Delta v} \operatorname{Re} \bar{Y}_3 - \bar{\tau}_v, \quad (16)$$

которая не является границей D — разбиения, так как определитель системы (15) не меняет знак при $\bar{\omega} = 1$.

На рис. 2 приведена кривая D -разбиения плоскости $\bar{Y}_z(j\omega)$ при следующих значениях параметров серийного регулятора: $G_0 = 10^{-3} \text{ кг}\cdot\text{с}^{-1}$; $p_{20} = 0,35 \text{ МПа}$; $T_0 = 293^\circ\text{К}$; $p_{10} = 0,7 \text{ МПа}$; $x_0 = 4 \cdot 10^{-5} \text{ м}$; $I = 79 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}^{-1}$; $M = 0,126 \text{ кг}$; $F = 12,25 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$; $f = 0,38 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$; $V = 20 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$.

Областью устойчивости является заштрихованная область (рис. 2), границы которой при $\omega \rightarrow \pm 1$ асимптотически приближаются к прямым (16).

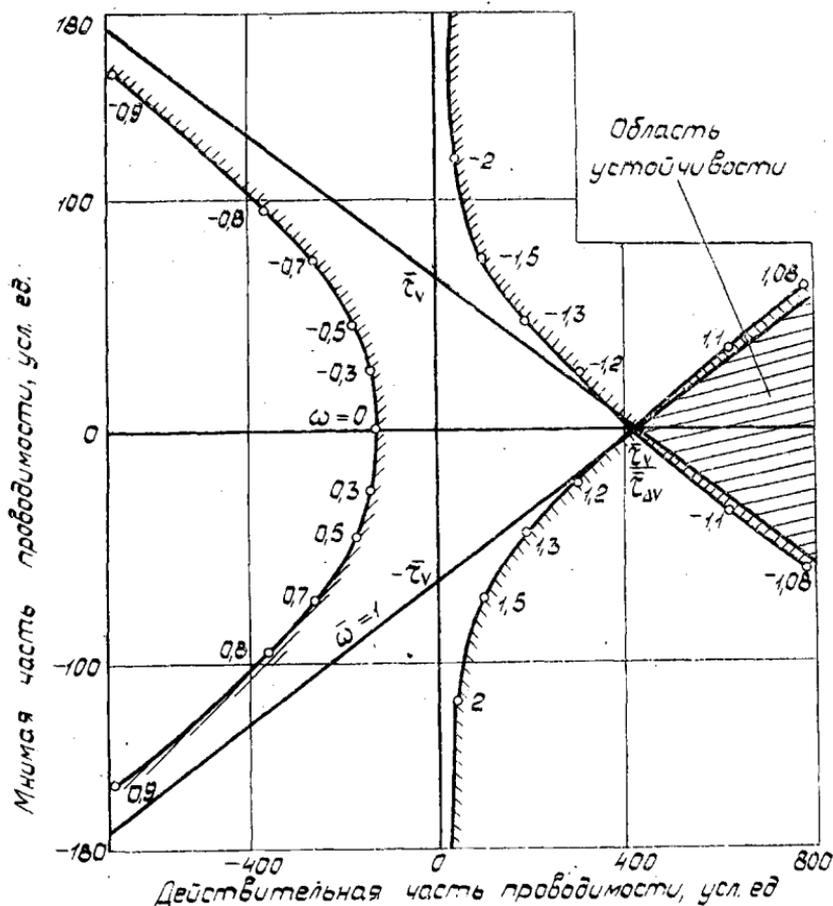


Рис. 2. Область устойчивости регулятора в плоскости годографа входной проводимости нагрузки при нулевом демпфировании в регуляторе: $\tau_d = 0$; $\tau_v = 65,4$ ($V = 20 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$); $\tau_{\Delta v} = 0,1548$; $H_F = 131,5$

Рассматривая прямые (16) как ориентировочные границы устойчивости, условие устойчивости можно записать в виде

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Re} \bar{Y}_3 &> \frac{1}{\tau_{\Delta v}}; \\ |\operatorname{Im} \bar{Y}_3| &< \tau_{\Delta v} \operatorname{Re} \bar{Y}_3 - \tau_{\Delta v}, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

или, переходя к абсолютным параметрам —

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Re} Y_3 &> [\operatorname{Re} Y_3]; \\ |\operatorname{Im} Y_3| &< \omega_0 C_0 \left(\frac{\operatorname{Re} Y_3}{[\operatorname{Re} Y_3]} - 1 \right), \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

где $C_0 = \frac{V}{RT}$; $[\operatorname{Re} Y_3] = \mu l d_c \sqrt{\frac{k}{RT_0}} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \frac{V}{F-j} \frac{P_{10}}{P_{20}}$.

Таким образом, неравенства (17) и (18) определяют области допустимого расположения частотной характеристики $Y_3(j\omega)$ нагрузки, с которой возможна устойчивая работа регулятора давления газа в случае нулевого демпфирования. Зная эту область, можно при известных характеристиках трубопроводной системы рассчитать параметры гасителя колебаний, обеспечивающего устойчивую работу системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гликман Б. Ф. Автоматическое регулирование жидкостных ракетных двигателей. — М.: Машиностроение, 1974.
2. Теория автоматического управления ракетными двигателями/Шевяков А. А., Калнин В. М., Науменкова Н. В., Дятлов В. Г. Под ред. Шевякова А. А. — М.: Машиностроение, 1978.
3. Шорин В. П. Устранение колебаний в авиационных трубопроводах. — М.: Машиностроение, 1980.
4. Дейкун В. К. Динамическая устойчивость одноступенчатых газовых редукторов. — Тр. ВНИИАвтогенмаш, 1967, вып. 14.
5. Маливанов М. В. Об упрощении динамической модели пневматического пружинного редуктора давления. — В кн.: Пневматические приводы и системы управления. — М.: Наука, 1971.
6. Моль Р. Гидропневмоавтоматика. — М.: Машиностроение, 1975.