

2. П а н о в к о Я.Г. Внутреннее трение при колебаниях упругих систем. - М.: Гос.изд-во физико-математической литературы, 1960. - 196 с.

3. М а т в е е в В.В. Демпфирование колебаний деформированных тел. - Киев: Наукова думка, 1985. - 264 с.

4. П и с а р е н к о Г.С. Обобщенная нелинейная модель учета рассеяния энергии при колебаниях. - Киев: Наукова думка, 1985. - 237 с.

5. И в а н о в В.Л. Колебания рабочих колес турбомашин. - М.: Машиностроение, 1983. - 224 с.

УДК 620.178.362

В.К.С е м е н ы ч е в

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ КРИВОЙ ВЫНОСЛИВОСТИ ЧЕРЕЗ ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

При построении кривой выносливости образца или конструкции в координатах "напряжение  $\sigma_a$  - число циклов до разрушения  $N_p$ " одной из основных проблем остается ускорение прочностных испытаний и сокращение числа разрушаемых образцов (конструкций) /1, 2/.

В последнее время появилось довольно много работ, авторы которых связывают состояние механической системы (МС) с измеряемыми физико-механическими параметрами - деформацией, резонансной частотой, декрементом колебаний или добротностью, коэффициентом вариации динамического сигнала от конструкции или его отгибающей, шириной петли механического гистерезиса, сдвигом фазы между напряжением и деформацией и т.п. /1-4/. Эти параметры обладают большой чувствительностью к поврежденному состоянию МС, а величина долговечности, определяемая на их основе, имеет меньший разброс, чем та же самая величина, рассчитанная на основе усредненного разрушающего числа циклов  $N_p$ . К тому же обычно критическая величина физико-механических параметров, в отличие от числа циклов, не зависит от истории нагружения, которая влияет только на скорость накопления повреждений /1, 3, 5/. При этом именно динамические измерения, в силу близости условий нагружения и измерений, в отличие, например, от метода статической петли гистерезиса позволяют рассчитывать на

сопоставимость результатов с характеристиками, имеющими место непосредственно в процессе испытаний на усталость.

Сформулируем и оценим возможное решение данной задачи, используя для количественных расчетов результаты работы /3/ по характеру изменения меры неупругости образцов из сталей 45 и 15 КП, за которую принята ширина  $\Delta \epsilon$  динамической петли гистерезиса, соответствующая стадии стабилизации состояния материала, и первичный экспериментальный материал по динамике  $\Delta \epsilon$  для 96 образцов.

Запишем уравнение наклонной ветви кривой выносливости в виде

$$\lg N_p = D - B \sigma_a. \quad (1)$$

где  $B, D$  - параметры наклонной ветви.

При том же напряжении  $\sigma_a$  зависимость между шириной петли гистерезиса на стадии стабилизации и числом циклов до разрушения представим, как это предложено сделать в работе /3/, в форме

$$\lg N_p = M - L \lg \Delta \epsilon, \quad (2)$$

где  $M, L$  - параметры наклонной ветви кривой выносливости в логарифмических координатах  $\lg N_p, \lg \Delta \epsilon$ .

Определим уравнения (1) и (2) при некоторых двух различных значениях напряжения  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , больших предполагаемого предела выносливости  $\sigma_{-1}$ , и при напряжении  $\sigma_{-1}$ . После преобразований системы шести уравнений выразим из нее искомые параметры кривой выносливости:

$$\sigma_1 = \frac{\lg \Delta \epsilon_1 \sigma_2 - \lg \Delta \epsilon_2 \sigma_1 - \lg \Delta \epsilon_0 (\sigma_2 - \sigma_1)}{\lg \Delta \epsilon_1 - \lg \Delta \epsilon_2}, \quad (3)$$

$$B = \frac{L (\lg \Delta \epsilon_1 - \lg \Delta \epsilon_2)}{\sigma_1 - \sigma_2}, \quad (4)$$

где  $\lg \Delta \epsilon_i$  - значение логарифма меры неупругости на стадии стабилизации при напряжении  $\sigma_i$  ( $i = 1, 2$ );

$\lg \Delta \epsilon_0$  - значение логарифма той же меры неупругости при напряжении  $\sigma_{-1}$ , которая может быть принята постоянной для каждого конкретного вида стали и сплава при различных видах нагружения /1, 3/.

Использование формул (3) и (4) при прочностных испытаниях партий МС, имеющих объемы  $n_1$  и  $n_2$ , приведет к необходимости определения средних значений  $\lg \Delta \ell_i$  измеряемой физико-механической характеристики  $\Delta \ell$  на каждом из уровней напряжения  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , а также коэффициента линейной регрессии (2)  $\bar{L}$  между логарифмами  $\Delta \ell$  и числом циклов до разрушения  $N_p$  в партиях при указанных напряжениях.

Заметим, что существенно упрощающим фактором при проведении прочностных испытаний по определению только коэффициента  $B$  может оказаться отсутствие в соотношении (4) постоянной  $\Delta \ell_0$ .

Обработка по известной методике [1, 2] экспериментальных данных по сталям 45 и 15 КП подтвердила с доверительной вероятностью  $A = 99\%$  гипотезу о равенстве угловых коэффициентов линейной регрессии при двух и более значениях  $\sigma_a$  для каждой стали. Таким образом, при расчете  $\bar{L}$  можно объединять выборки  $\{\lg \Delta \ell, \lg N_p\}$ , получаемые при различных значениях напряжения.

В силу того что высока коррелированность  $\lg \Delta \ell$  и  $\lg N_p$  (диапазон зарегистрированного значения коэффициента корреляции  $r = -0,7507 \dots -0,9033$ ), а коэффициент вариации  $\lg \Delta \ell_i$  мал (в 2,6...15,7 раз меньше коэффициента вариации соответствующего числа циклов до разрушения  $N_p$  в известном подходе), следует ожидать высокой точности оценки углового коэффициента  $B$  кривой выносливости по формуле (4).

Количественное подтверждение этого дадим в предположении, что  $B$  одновременно рассчитывают по двум усредненным долговечностям  $\bar{N}_{p1}(\sigma_a = \sigma_1)$  и  $\bar{N}_{p2}(\sigma_a = \sigma_2)$  в соответствии с известной методикой [1, 2] и по соотношению (4).

Относительные погрешности измерения коэффициента  $B$   $\sigma_1'$  и  $\sigma_2'$  соответственно известным и предлагаемым подходами определим как отношение длин доверительных интервалов при доверительных вероятностях  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  и среднеквадратических отклонениях, соответствующих косвенным измерениям, к самим значениям  $B$  [5]:

$$\sigma_1' = \frac{S_{Np1} t_{\beta 1}}{(\bar{N}_{p1} - \bar{N}_{p2})} \sqrt{\frac{2}{n_1}}; \quad (5)$$

$$\sigma_1' = t_{\beta 2} \sqrt{\frac{S_{\lg \Delta \ell}^2 S_{Np} \lg \Delta \ell}{S_{\lg \Delta \ell}^2 (2n_1 - 1)L^2} + \frac{2S_{\lg \Delta \ell_1}^2}{(\lg \Delta \ell_1 - \lg \Delta \ell_2)^2 n_1}}; \quad (6)$$

где  $S_{\sigma_{\Delta \sigma}^2}^2 \lg \Delta \sigma$  - дисперсия предсказания  $N_p$  при заданном  $\lg \Delta \sigma$  и напряжении  $\sigma_a$ ;

$t_{\beta_i}$  - аргумент, соответствующий значению функции распределения Гаусса (или Стюдента для малых выборок) при доверительной вероятности  $\beta_i$ ;

$n_i$  - число испытываемых МС на каждом уровне напряжения, принимаемое для простоты одинаковым, как и выборочные дисперсии  $S_{\sigma_{\Delta \sigma_i}^2}, S_{N_{p_i}^2}$  для обоих уравнений.

Через отношение  $\sigma_1'$  и  $\sigma_1$  можно определить выигрыш в точности. Проведя попарное сравнение для двух из пяти установленных в экспериментах уровней напряжения и назначив любые, но равные доверительные вероятности, получили для сталей 45 и 15 КП это отношение в диапазоне 1,26...1,54.

Из соотношений (5) и (6) можно выразить число испытываемых МС на каждом уровне напряжения функцией относительной погрешности, доверительной вероятности и статических характеристик. При одинаковых точностных свойствах измерений выигрыш в уменьшении числа испытываемых МС на двух уровнях напряжения по предлагаемому подходу оказался на нашем экспериментальном материале от 3,22 до 4,78.

Для иллюстрации проведен расчет точности измерения  $B$  по формуле (4) при доверительной вероятности  $\beta = 50\%$  в функции числа испытываемых МС на одном уровне нагружения. Так, для стали 45 при  $\sigma_1 = 275$  МПа,  $\sigma_2 = 295$  МПа, считая  $\lg \Delta \sigma_i, S_{\sigma_{\Delta \sigma_i}^2}, S_{N_{p_i}^2} \lg N_p$  статистиками генеральной совокупности и  $\bar{Z} = 0,4389$ , получим при  $n_1 = 3$   $\sigma_1' = 36\%$ , при  $n_1 = 5$   $\sigma_1' = 27\%$ , при  $n_1 = 10$   $\sigma_1' = 8\%$ .

Из выражения (5) для  $\sigma_1'$  с учетом соотношения  $S_{\sigma_{\Delta \sigma}^2}^2 \lg N_p = S_{\sigma_{\Delta \sigma}^2}^2 (1 - z^2) \frac{2n_1 - 1}{2n_1 - 2}$  /5/ следует, что точность измерения коэффициента  $B$  может быть улучшена увеличением разности  $(\lg \Delta \sigma_1 - \lg \Delta \sigma_2)$ , которое достигается большим различием устанавливаемых  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , повышением точности измерения  $\lg \Delta \sigma$  и ростом  $n_1$ . Установление максимального различия напряжений ограничено, с одной стороны, материалом и возможностью нагружающих устройств, а с другой - самим используемым методом измерения меры неупругости. Так, в области малых и больших значений напряжения материала существенно ухудшается точность измерения ширины динамической петли гистерезиса, ме-

няется ее форма и нарушаются тем самым энергетические соотношения, положенные в основу подхода /1, 3/. Чувствительность предлагаемого подхода или минимально допустимая разность  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  обусловлена статистически значимым различием  $\lg \Delta \ell_1$  и  $\lg \Delta \ell_2$ . Как показала проверка гипотезы о равенстве средних значений при расхождении  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  на 3...4% с доверительной вероятностью 99%, на нашем статистическом материале различие уже наблюдалось.

Заметим, что в соотношение (3) входят лишь усредненные динамические параметры стадии стабилизации  $\lg \Delta \ell_i$ , достижение которой составляет по продолжительности обычно 5...10% от числа циклов до разрушения /1, 3/. Тогда при решении специализированной задачи определения только предела выносливости  $\sigma_{-1}$  при знании  $\lg \Delta \ell_0$  можно ограничиться числом циклов нагружения, на порядок меньшим разрушающего, и проводить 100%-ный контроль изделий.

Рассчитанные для подтверждения соотношения (3) пределы выносливости  $\sigma_{-1}$  отличаются от результатов расчетов для тех же самых образцов, приведенных в работе /3/, не более чем на  $\pm(2...3)\%$ . Отличие состоит в том, что нет необходимости осуществлять программное нагружение МС, доводя ее до разрушения, строить зависимость  $\Delta \ell$  на стадии стабилизации в функции амплитуды нагружения и проводить последующие графоаналитические исследования.

Предложенное определение  $\sigma_{-1}$  дает выигрыш в точности (в сокращении числа испытываемых МС) за счет отмеченной выше меньшей вариации  $\lg \Delta \ell_i$ . Определим количественно относительную погрешность  $\sigma_2$  косвенного измерения  $\sigma_{-1}$  по формуле (3), предполагая равенство статистических характеристик и объемов выборок при различных напряжениях и точное знание  $\lg \Delta \ell_0$ :

$$\sigma_2 = \frac{2t_{\beta} S_{\lg \Delta \ell_1}}{\sqrt{n_1} (\lg \Delta \ell_1 - \lg \Delta \ell_2)} \quad (7)$$

Для условий рассмотренного выше примера при  $\beta = 0,50\%$  будем иметь: при  $n_1 = 3$   $\sigma_2 = 22,9\%$ ; при  $n_1 = 5$   $\sigma_2 = 10,1\%$ ; при  $n_1 = 10$   $\sigma_2 = 5,1\%$ . Точность оценки  $\sigma_{-1}$  по формуле (3) может регулироваться, как видно из соотношения (7), выбором  $n_1$ ,  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , а также точностью первичных измерений  $\Delta \ell_i$ . Погрешности измерений более сложной реализации подхода, связанной с измерением  $\Delta \ell$  и описанной в работе /3/, могут быть оценены примерно той же величиной,

а при известном использовании усредненных долговечностей, в силу значительной вариации  $N_{pi}$ , - почти на порядок больше /1-3/.

Итак, сформулирован подход к оценке параметров кривой выносливости, альтернативный известному по точности, быстродействию и количеству испытываемых МС; определены его основные характеристики и условия реализации; даны результаты проверки. Пользуясь известными соотношениями связи  $\Delta \sigma$  со сдвигом фазы между напряжением и деформацией, добротностью и особенно декрементом колебания МС /1/, комбинируя и совершенствуя методы измерения этих характеристик /6/, можно увеличить измеряемый диапазон разности мер неупругости, уменьшить саму дисперсию их измерений, сделав подход еще более эффективным.

### Библиографический список

1. Т р о щ е н к о В.Т. Усталость и неупругость металлов. - Киев: Наукова думка, 1971. - 267 с.
2. Вибрационные испытания на усталость. Методические материалы. - М.: НИИТ, 1975. - 56 с.
3. Т р о щ е н к о В.Т., М и т ч е н к о Е.И. Прогнозирование долговечности при программном циклическом нагружении с учетом рассеяния свойств //Проблемы прочности. - 1984. - № 10. - С. 3-8.
4. М а г е р о в А.И. Оценка ресурса лопаток газовых турбин на основе анализа неупругости материалов: Автореф. дис... канд. техн. наук. - Рига, 1985. - 25 с.
5. З а к с Л. Статистическое оценивание. - М.: Статистика, 1976. - 538 с.
6. М а к л а к о в В.Н., С е м е н ы ч е в В.К. К расчету прочности при циклическом нагружении с учетом рассеяния свойств // Тез. докл. II Всесоюз. конф. "Современные проблемы строительной механики и прочности летательных аппаратов". - Куйбышев, 1986. - С. 102-103.