

## ЛИТЕРАТУРА

1. Захарова Т. П., Пименова Г. П., Красникова Л. Н. Остаточная долговечность неохлаждаемых лопаток турбины большого ресурса. — Тр. ЦИАМ, 1981, вып. 11. Проблемы прочности и динамики в авиадвигателестроении.
2. Кузнецов Н. Д., Цейтлин В. И. Эквивалентные испытания газотурбинных двигателей. — М.: Машиностроение, 1976.

УДК 539.3

Г. Г. Карташов, В. А. Юдин

### ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ И НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ СОЗДАНИЯ КОМПОЗИТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИИ ГТД

Развитие авиационной техники, улучшение весовых, технических характеристик ГТД, снижение стоимости и повышение надежности неразрывно связано с достижениями в области материаловедения и, в частности, с созданием новых конструкционных материалов — композитных материалов (КМ). Представляя собою сочетание двух или нескольких химически различных материалов, композиты обладают высокой удельной прочностью и жесткостью, а также другими специальными полезными свойствами.

Однако, применение композитов в конструкции ГТД связано с проблемами, которые можно разделить на три группы:

- проблемы, связанные с характером и условиями работы элементов конструкции ГТД и вызванные предъявляемыми к конструкции требованиями;
- проблемы, обусловленные спецификой свойств и особенностями структуры композитных материалов;
- проблемы организационного характера.

Наиболее целесообразно изготовление из КМ элементов конструкции ГТД типа пластин, замкнутых и незамкнутых оболочек постоянной и переменной жесткости. К таким элементам относятся направляющие и рабочие лопатки компрессоров, трактовые оболочки, кожухи, капоты, панели шумоглушения, решетки реверса тяги и т. д. [1], [2]. Проблемы, относящиеся к первой группе, связаны с обеспечением при эксплуатационных условиях и длительном ресурсе прочности элементов как при статическом, так и при динамическом нагружении в широком диапазоне частот (до  $10 \div 15$  кГц), а неко-

торых элементов и при ударном нагружении, в том числе и молнией. Здесь важным является назначение конструкции (силовые элементы, теплоизоляция, шумоглушение и т. д.). Причем применение КМ может быть эффективным как при разделении выполняющих функций (целевое применение), так и при сочетании (комплексное применение). Проблемы вызваны также конструктивными особенностями элементов (сложная геометрия, наличие ребер, фланцев, отверстий, шпангоутов, узлов крепления и т. п.). Учитывая высокие свойства КМ в направлении армирования, следует отметить, что наиболее целесообразными являются элементы и узлы крепления типа ферм и рам.

Ряд проблем обусловлен спецификой свойств КМ: анизотропией физико-механических свойств; относительно низкой жесткостью и прочностью при межслойном сдвиге и поперечном отрыве, низкой эрозионной стойкостью.

В этой связи, для успешного применения КМ, наряду с преодолением трудностей организационного характера, связанных с недоверием к новым материалам, с созданием специальных производственных участков, оснащенных необходимым оборудованием, с подготовкой соответствующих квалифицированных специалистов, с расширением производства исходных компонентов и др., требуется комплексное решение многих достаточно сложных научно-технических задач, основными из которых являются:

- обоснованный выбор материала и структуры его армирования;
- разработка методов и проведение стандартных и специальных испытаний материала и конструкций;
- разработка конструкции, отвечающей функциональным требованиям;
- создание технологии изготовления;
- разработка методов и осуществление неразрушающего контроля качества готовой продукции;
- проведение контроля за состоянием и назначение профилактических мероприятий в ходе эксплуатации;
- разработка методов расчета конструкций с учетом специфики свойств и строения материала, а также условий эксплуатации.

Значительные трудности, возникающие на всех этапах создания работоспособных конструкций из КМ, обусловлены многообразием материалов и обилием параметров и факторов, которые необходимо учитывать. Так при выборе материала-

ла следует учитывать [2] технологические факторы (производственный процесс, обрабатываемость материала, требования к механической обработке, сборке и инструменту), физико-механические и другие специальные свойства и их стабильность (статические и усталостные свойства при различных видах нагружения, критерии прочности, параметры жесткости, демпфирующую способность, термостойкость, коэффициенты теплопроводности и температурного расширения, ударную вязкость, эрозионную стойкость и стойкость к концентраторам напряжений, режим работы и условия эксплуатации (температуру, влажность, вакуум, радиацию, удар молний, воздействие морских солей и т. д.), специфику свойств КМ и ряд других важнейших факторов (международные, государственные, коммерческие, экономические аспекты).

Преодоление этих трудностей в значительной степени связано с проведением на основе уточненных теорий оптимизации структуры. Кроме того, не всегда является обоснованным расширение номенклатуры близких по свойствам материалов. Вместе с тем от материаловедов, химиков, технологов требуются усилия, направленные на создание новых, с более высокими и стабильными свойствами, материалов. Следует также отметить, что для имеющихся КМ нет некоторых данных о свойствах, что в значительной степени связано с отсутствием методов их определения.

Для определения физико-механических свойств слоя, как известно, существуют два возможных подхода: микро- и макроструктурный. Первый основан на определении эффективных свойств КМ через свойства и относительное содержание компонент, в зависимости от характера расположения армирующих элементов. Данный подход позволяет определять весь комплекс некоторых характеристик, например, упругости с погрешностью  $10 \div 20\%$  и служит основой для прогнозирования свойств. Однако требуется развитие этого подхода для расчета ряда других характеристик, например, усталостной прочности [3]. Для повышения точности необходимо совершенствовать расчетную модель, учитывая анизотропию свойств армирующих элементов, наличие дефектов в структуре, эффектов на границе раздела наполнителя и связующего и т. д.

Макроскопический подход заключается в экспериментальном определении свойств однонаправленного слоя. При этом следует учитывать, что наличие полимерного связующего приводит к зависимости свойств от температуры, скорости, уровня и времени нагружения. Необходимость определения для

анизотропных материалов большего числа физико-механических постоянных требует разработки новых методов. При этом, учитывая геометрию конструкции, условия ее нагружения и специфику свойств КМ, особое внимание должно быть уделено выбору формы и размеров образцов, способа крепления, вида нагружения и способа обработки экспериментальных данных. Экспериментальные методы интегрально учитывают анизотропию наполнителя, дефекты структуры и т. д. Однако в настоящее время они не позволяют определять все необходимые характеристики. Слабо развиты, например, методы определения динамических модулей межслойного сдвига, упругих постоянных в направлении толщины конструкции, усталостной прочности при межслойном сдвиге и др. В этой связи может быть рекомендован расчетно-экспериментальный метод, являющийся сочетанием двух основных подходов. Сущность его состоит в том, что по экспериментально определенным модулям упругости  $E_1$  и  $E_2$ , коэффициенту Пуассона  $\nu_{12}$  и модулю упругости при сдвиге  $G_{12}$  на основе микроструктурного подхода определяются откорректированные коэффициенты армирования  $\mu_i^*$  и свойства модифицированного наполнителя  $E_a^*, G_a^*, \nu_a^*$ , а затем рассчитываются остальные постоянные  $E_3, G_{i3}, \nu_{i3}$  ( $i = 1, 2$ ).

Эффективные характеристики материала слоистой структуры армирования определяют либо расчетом по известным характеристикам слоев, либо экспериментально. Здесь следует отметить, что при создании методов испытаний важное значение имеет теоретическое обоснование. Проведенное на базе теорий, учитывающих специфику свойств и особенности строения материала, оно позволяет правильно трактовать результаты эксперимента, существенно уменьшает объем работ по выбору геометрии и размеров образцов и способствует созданию новых методов испытаний. Например, при усталостных испытаниях [4], в зависимости от структуры армирования, максимальные напряжения и разрушение могут возникать во внутренних слоях [7]. Поэтому необходимо знать распределение деформаций (напряжений) по толщине образца. А это возможно только расчетным путем.

Важнейшим этапом создания элементов конструкции из КМ является проектирование, которое вследствие анизотропии материала становится более сложным и должно базироваться на новых принципах конструирования. Прежде всего необходимо стремиться к изготовлению заодно нескольких деталей. Это исключает узлы соединений, Элементы констрок-

ции должны быть плавными, что обеспечивает бездефектную переработку наполнителя [5]. При проектировании узлов крепления следует увеличивать поверхность передачи нагрузки, ввиду малой контактной прочности материала. Однако это увеличение, а также обеспечение требуемой жесткости конструкции порою требуют увеличения ее толщины, что повышает опасность разрушения от поперечного сдвига (расслоения) и поперечного отрыва. Уменьшить эту опасность можно путем поперечного армирования, а также стягивания пакета болтами, штифтами, работающими на разрыв и срез. Этому способствует наличие меньшей склонности КМ к концентраторам напряжений, что также позволяет изготавливать конструкции сложной геометрии.

При конструировании элементов из КМ (узлы крепления, сочленения, антиэрозионное покрытие) важным является вопрос совместимости материалов (различные композиты, металл). Здесь необходимо учитывать упругие свойства, коэффициенты температурного расширения и другие параметры.

Следует особо отметить, что проектирование конструкции неразрывно связано с конструированием материала, с выбором структуры армирования, исключающей возникновение вследствие связанности дополнительных напряжений в элементах и обеспечивающей необходимую их прочность, жесткость и демпфирующую способность. Последнее, как метод борьбы с вибрационными поломками, наряду с частотной отстройкой, является важным для композитных конструкций ГТД, обладающих в диапазоне возбуждения плотным спектром резонансов.

Успехи применения композитов в авиадвигателестроении неразрывно связаны с успехами в области технологии изготовления из них элементов и конструкций. Возникающие здесь проблемы тесным образом переплетаются с проблемами проектирования конструкции, выбора структуры материала и режимов формования (прессования). При этом технология должна обеспечивать получение качественной внутренней структуры (отсутствие остаточных внутренних напряжений, трещин, коробления при термообработке, получения заданного направления равномерного армирования) и поверхности (отсутствие волнистости и т. п.). Одной из главных проблем является обеспечение стабильности технологии. Причем для существенно анизотропных материалов технология должна быть более стабильной. Многие из этих проблем в значительной степени могут быть решены путем оптимизации структуры

материала и режимов прессования, а также механизацией и автоматизацией технологического процесса с применением аналитических методов построения раскроя слоев.

В ходе изготовления и эксплуатации элементов из КМ возникает необходимость в контроле их качества с целью отбраковки и назначения ремонтно-профилактических мероприятий по восстановлению работоспособности конструкции. Здесь могут использоваться различные методы контроля, в том числе контроль собственных частот и форм колебаний элементов. Результаты исследования собственного спектра частот и форм колебаний позволяют интегрально оценивать стабильность технологий, рациональность структуры материала, уровень жесткости конструкции, остаточный ресурс.

Таким образом, анализ проблем, возникающих при создании конструкций из КМ, показал, что обилие структур армирования и вариантов конструктивно-технологического исполнения приводит к увеличению объема работ. Причем выбрать рациональную конструкцию, основываясь только на экспериментальных исследованиях, практически невозможно и нецелесообразно. Не принижая роль эксперимента (она значительна), трудно переоценить значение расчетно-теоретических работ при создании конструкций из КМ. Здесь без оптимизации невозможно полностью реализовать преимущества КМ, сведя к минимуму нежелательные его качества. Причем теоретический аппарат исследования тонкостенных элементов конструкции ГТД должен базироваться на расчетной модели, которая должна учитывать следующее:

- элементы конструкции ГТД могут иметь сложную геометрию, обладать переменной толщиной, иметь всевозможные вырезы, ребра и т. д.;

- структура материала — слоистая, причем количество слоев может меняться в широких пределах;

- слои работают совместно, без отрыва и проскальзывания;

- материал отдельных слоев, существенно различающийся по физико-механическим свойствам, является однородным анизотропным и в линейной постановке подчиняется общему закону Гука;

- КМ обладают относительно низкой жесткостью и прочностью на межслойный сдвиг, а существенно анизотропные — и на поперечный отрыв.

Наиболее полно учитывает эти факторы прикладная теория колебаний слоистых анизотропных оболочек переменной

жесткости [6]. Эта теория показала высокую эффективность при исследовании вибрационных характеристик и напряженно-деформированного состояния пластин и гладких оболочек из КМ [7]. При создании и исследовании конструкций из КМ, кроме расчетной модели, необходимо иметь еще и возможность получения на ее основе количественных результатов, т. е. инженерную методику. Мощным и эффективным средством решения конструкторских задач и получения числовых результатов является метод конечных элементов (МКЭ), позволяющий исследовать конструкции сложной геометрии. Взамен классическому подходу, при котором упрощения вносятся на стадии решения системы дифференциальных уравнений, в МКЭ вводится ряд допущений на этапе формулировки расчетной модели. Это позволяет избежать дальнейших трудностей и упрощений и сводит проблему к решению системы алгебраических уравнений взамен системы дифференциальных.

Упомянутая здесь теория [6] используется для разработки конечного элемента, учитывающего неоднородность поперечного сдвига и эффекты от обжатия элемента.

Ранее рядом исследователей [8], [9] были предложены конечные элементы оболочек, учитывающие поперечный сдвиг. Однако энергия поперечного сдвига для этих элементов имеет порядок толщины оболочки  $h$ , тогда как «изгибная» энергия—  $h^3$ . В результате этого получается элемент большей жесткости и сходимость при сгущении сети элементов оказывается медленной. Кроме того, при уменьшении толщины оболочки решение не сходится к решению, полученному на основе теории тонких оболочек. В этой связи приходится применять искусственные приемы, например, понижение порядка интегрирования членов, учитывающих поперечный сдвиг, накладывать ограничения на относительную толщину элемента. По нашему мнению эти трудности можно преодолеть путем учета неоднородности деформаций поперечного сдвига в рамках принятой теории.

Для расчета оболочек вращения или их частей предлагается четырехугольный конечный элемент двойной кривизны. Он является полностью совместным, обладает произвольной гео-

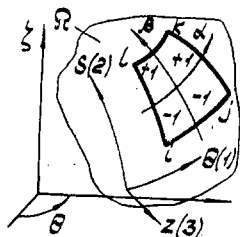


Рис. 1. Геометрия четырехугольного конечного элемента двойной кривизны и система его координат

метрий и имеет 48 степеней свободы, по 12 в каждом узле. При этом в качестве аппроксимации геометрии поверхности элемента используется аппроксимация [10]. Геометрия элемента и системы координат представлены на рис. 1, где  $s$  (2) и  $\Theta$  (1) — меридиональная и окружная гауссовы координаты поверхности отсчета оболочки;  $\alpha, \beta$  — косоугольная система координат, соответствующая геометрии элемента;  $\Theta, r, \xi$  — декартовая система координат.

Осесимметричная поверхность отсчета для элемента задается в виде  $r = r(\alpha, \beta)$ ;  $\Theta = \Theta(\alpha, \beta)$ ;  $\xi = \xi(\alpha, \beta)$ , (1) где функция  $\Theta(\alpha, \beta)$  в результате преобразования координат равна

$$\Theta(\alpha, \beta) = \Theta_i(1 - \alpha)(1 - \beta)/4 + \Theta_j(1 + \alpha)(1 - \beta)/4 + \Theta_k(1 + \alpha)(1 + \beta)/4 + \Theta_l(1 - \alpha)(1 + \beta)/4, \quad (\Theta \leftrightarrow S) \quad (2)$$

а  $r(\alpha, \beta)$  и  $\xi(\alpha, \beta)$  вычисляются приближенно на основе бикубического полинома

$$\begin{aligned} r(\alpha, \beta) = & h_1(\alpha)h_1(\beta)r^i + h_2(\alpha)h_1(\beta)r^j + h_2(\alpha)h_2(\beta)r^k + \\ & + h_1(\alpha)h_2(\beta)r^l + h_3(\alpha)h_1(\beta)r_{,\alpha}^i + h_4(\alpha)h_1(\beta)r_{,\alpha}^j + \\ & + h_4(\alpha)h_2(\beta)r_{,\alpha}^k + h_3(\alpha)h_2(\beta)r_{,\alpha}^l + h_1(\alpha)h_3(\beta)r_{,\beta}^i + \\ & + h_2(\alpha)h_3(\beta)r_{,\beta}^j + h_2(\alpha)h_4(\beta)r_{,\beta}^k + h_1(\alpha)h_3(\beta)r_{,\beta}^l + \\ & + h_3(\alpha)h_3(\beta)r_{,\alpha\beta}^i + h_4(\alpha)h_3(\beta)r_{,\alpha\beta}^j + h_4(\alpha)h_4(\beta)r_{,\alpha\beta}^k + \\ & + h_3(\alpha)h_4(\beta)r_{,\alpha\beta}^l; \quad (r \leftrightarrow \xi) \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $h_i$  ( $i = 1, 4$ ) — интерполяционные функции Эрмита второго порядка; запятая перед индексом обозначает частное дифференцирование по соответствующей координате; верхний индекс обозначает номер узла. Линейные перемещения координатной поверхности элемента аппроксимируются полиномом [11]

$$u_\mu = a_1 + a_2\alpha + a_3\beta + a_4\alpha^2 + a_5\alpha\beta + a_6\beta^2 + a_7\alpha^3 + a_8\alpha^2\beta + a_9\alpha\beta^2 + a_{10}\beta^3 + a_{11}\alpha^3\beta + a_{12}\alpha\beta^3; \quad (\mu = 1, 3), \quad (4)$$

а углы поворота «нормали»  $\gamma_\mu$  и функция поперечных нормальных деформаций  $\gamma_3$  аппроксимируются билинейно

$$\gamma_\mu = \gamma_i(1 - \alpha)(1 - \beta)/4 + \gamma_j(1 + \alpha)(1 - \beta)/4 + \gamma_k(1 + \alpha)(1 + \beta)/4 + \gamma_l(1 - \alpha)(1 + \beta)/4; \quad (\mu = 1, 3). \quad (5)$$

В качестве узловых перемещений используются три линей-



ных смещения  $u_\mu$  и значения их производных  $\frac{1}{r} \frac{\partial u_\mu}{\partial \theta}$  и  $\frac{\partial u_\mu}{\partial S}$ , а также функции  $\gamma_\mu$ .

Введем следующие обозначения:  
шестимерный вектор перемещений

$$\{S\} = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ \gamma_1 \ \gamma_2 \ \gamma_3]^T; \quad (6)$$

двадцатиодномерный вектор деформаций срединной поверхности

$$\{e\} = [\epsilon_1 \epsilon_2 \gamma_3 \omega_1 \omega_2 \kappa_1 \kappa_2 \ q_1 q_2 \ \eta_1 \eta_2 \tau_1 \tau_2 \nu_1 \nu_2 \epsilon_{13}^0 \ \epsilon_{23}^0 \ \gamma_1 \ \gamma_2 \ \Theta_1 \ \Theta_2]^T; \quad (7)$$

двадцатиодномерный вектор интегральных характеристик напряженного состояния

$$\{N\} = [N_1 N_2 N_3 S_{12} S_{21} M_{11} M_{22} M_{12} M_{21} M_{13} M_{23} H_{11} H_{22} H_{12} H_{21} Q_1 Q_2 P_{11} P_{22} P_{13} P_{23}]^T; \quad (8)$$

шестимерные векторы внешней нагрузки, приложенной к наружным поверхностям оболочки  $\Omega^\pm$  и действующей вдоль контура  $L_1$  с нормалью  $n$

$$\{P\} = [P_1 P_2 P_3 m_1 m_2 m_3]^T; \quad \{N^*\} = [N_{n_1}^* N_{n_2}^* Q_n^* M_{n_1}^* M_{n_2}^* P_{n_3}^*]^T. \quad (9)$$

Здесь нормальные и сдвигающие тангенциальные усилия  $N_i$ ,  $S_{ij}$ , поперечные усилия  $Q_i$ , изгибающие и крутящие моменты (полимоменты)  $M_{ii}$ ,  $H_{ii}$ , нормальное поперечное усилие  $N_3$ , силовые факторы, вызванные обжатием оболочки и нелинейным изменением перемещений по толщине, а также компоненты векторов внешней нагрузки определяются по формулам [6].

Тогда вектор перемещений, деформаций и интегральных характеристик напряженного состояния можно представить в виде

$$\{S\} = [L] \{\delta\}^e; \quad \{e\} = [d] \{S\}; \quad \{N\} = [D] \{e\} \quad (10)$$

$$\text{или } \{e\} = [B] \{\delta\}^e, \quad (11)$$

где  $[B] = [d][L]$ ;  $[L]$  — матрица аппроксимирующих функций;  $\{\delta\}^e$  — вектор узловых перемещений элемента;  $[D]$  —  $6 \times 21$ -мерная и  $[d]$  —  $21 \times 6$ -мерная операторные матрицы.

Функционал энергии элемента  $W^e$  задается выражением

$$W^e = \iint_{\Omega^e} \left[ \frac{1}{2} \{e\}^T \{N\} - \{S\}^T (\{P\} + \{R\}) \right] A_1 A_2 d a_1 d a_2 - \\ - \int_{L_1} \{S\}^T \{N^*\} dl_1, \quad (12)$$

Где первый член — потенциальная энергия деформации; второй — работа внешних сил и сил инерции; контурный интеграл представляет работу сил, приложенных на границе оболочки;  $\{R\} = - \int_{-h}^h \rho \{S\} dz$  — вектор сил инерции;  $\rho$  — плотность материала.

Функционал с учетом (10), (11) можно записать в виде

$$W^e = \frac{1}{2} \{\delta\}^{eT} [k]^e \{\delta\}^e - \{\delta\}^{eT} \{F\}^e. \quad (13)$$

Здесь  $[k]^e = \iint [B]^T [D] [B] A_1 A_2 d\alpha_1 d\alpha_2$   
 — матрица жесткости элемента;

$$\{F\}^e = \iint_{\Omega^e} [L]^T (\{P\} - \int_{-h}^h \rho [L] \{\delta\}^e dz) A_1 A_2 d\alpha_1 d\alpha_2 - \int_{L_1} [L]^T \{N^*\} dl_1$$

— вектор нагрузки на элемент.

Суммируя по элементам, получим функционал энергии для проблемы в целом:

$$W = \frac{1}{2} \{\delta\}^T [K] \{\delta\}^T - \{\delta\}^T \{F\}. \quad (14)$$

Минимизируя функционал на множестве узловых перемещений, которые не включают перемещений, заданных граничными условиями, получим:

$$\frac{\partial W}{\partial \{\delta\}} = [K] \{\delta\} - \{F\} = 0. \quad (15)$$

Выражение (15) представляет собой общее уравнение МКЭ, которое можно свести либо к статической, либо к динамической задачам. Если внешние нагрузки  $\{P\}$  или  $\{N\}^*$  зависят от времени, то получаем задачи о вынужденных колебаниях и динамическом нагружении. При  $\{R\} = 0$  приходим к проблеме статического нагружения. Полагая внешние нагрузки  $\{P\}$  и  $\{N^*\}$  равными нулю, приходим к проблеме собственных значений.

Реализация МКЭ на основе предложенного конечного элемента может быть использована при создании композитных элементов конструкции ГТД.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов Н. Д., Веселов С. И., Степаненко Н. Д. Применение композиционных материалов в конструкции ГТД. — Проблемы прочности, 1974, № 2.
2. Композиционные материалы. В 8-ми т./Пер. с англ. Под ред. Л. Браутмана и Р. Крока. — М.: Машиностроение, 1978, т. 3. Применение композиционных материалов в технике./Под ред. Б. Нотона.
3. Милейко С. Т., Анищенков В. М. Особенности усталостного разрушения волокнистых композитов с металлической матрицей. — Механика композитных материалов, 1980, № 3.
4. Материалы полимерные композиционные. Метод испытания на усталость при высокочастотных изгибных колебаниях, возбуждаемых модулированной струей сжатого воздуха. ОСТ1 90214-75, 1/1-1977, МАП.
5. Степаненко Н. Д., Карташов Г. Г. Экспериментальное изучение спектров собственных частот и форм колебаний лопаток компрессоров из композиционных материалов и особенности их конструирования. — В кн.: Тез. докл. V Всесоюзная конференция по компрессоростроению. Повышение эффективности и совершенствование компрессорных машин и установок. — М., 1978.
6. Кузнецов Н. Д., Карташов Г. Г. Прикладная теория колебаний анизотропных слоистых оболочек переменной жесткости. — Прикладная механика, 1980, т. 16, № 11.
7. Карташов Г. Г., Кузнецов Н. Д. Собственные колебания пластин и пезамкнутых оболочек из композиционных материалов. — Труды XII Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин, т. 2, Ереван, 1980.
8. Key S. W., Beisinger Z. E. The Analysis of Thin Shells with Transverse Shear Strains by Finite Elements Method. 2nd Conf on Matrix Methods in Struct Mech., Air Force Inst of Techn., Oct. 1968.
9. Ahmad S., Irons B. M., Zienkiewicz O. C. Analysis of Thick and Thin Shell Structures by Curved Finite Elements. «Int. J. Num. Meth. Eng». vol. 2 419—451, 1970.
10. Кей С. В., Бейсинджер З. Е. Расчет тонких оболочек на основе метода конечных элементов. — В сб.: Расчет упругих конструкций с использованием ЭВМ, т. 1. — Л.: Судостроение, 1974.
11. Melosh R. J. Basis for Derivation of Matrices for the Direct Stiffness Method. AIAA Journal, 1963, vol. 1, p. 1631.

УДК 629.7.015.4

И. Ф. Образцов

### ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ СОВРЕМЕННОГО КОМПЛЕКСНОГО ПОДХОДА К ПРОБЛЕМЕ ПРОЧНОСТИ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Конструкции летательных аппаратов чрезвычайно сложны по конфигурации и неоднородны по структуре. В них имеются многочисленные ребра жесткости, всевозможные вырезы, уз-