

который эффективен на частоте, определяющей повышенный уровень шума.

Выполненные расчеты по реальным динамическим характеристикам двигателя и фюзеляжа показывают, что в случае высокой динамической податливости системы эксплуатационно приемлемые жесткости амортизаторов не обеспечивают необходимой эффективности снижения шума. С другой стороны, высокая динамическая податливость конструкции указывает на возможность эффективного применения упругоинерционной виброзащиты в системе подвески.

Спектральный анализ шума в салоне самолета показывает, что повышенный уровень шума обычно определяется узким диапазоном частот, что также указывает на возможность применения настроенных гасителей колебаний.

Выбор конкретной системы виброзащиты определяет соотношение динамических характеристик двигателя и объекта.

Следовательно, знание динамических характеристик двигателя в узлах крепления и в ответных узлах подвески на объекте открывает путь целенаправленного воздействия на акустические характеристики подвески.

Л и т е р а т у р а

1. Авиационная акустика. Под ред. А. Г. Мунина и В. Е. Квитки. М., «Машиностроение», 1973, 448 с.
2. Попков В. И. Виброакустическая диагностика и снижение виброактивности судовых механизмов. Л., «Судостроение», 1974, 224 с.
3. Harris C., *Crede Ch.*, Shock and Vibration Handbook, v. 1, № 4., 1961.
4. Вибрация энергетических машин. Справочное пособие. Под ред. Н. В. Григорьева. Л., «Машиностроение», 1974, 464 с.

УДК 621.317.757

В. И. Бояринцев

ОСОБЕННОСТИ МЕТОДИКИ ВЗАИМНОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА ВИБРАЦИИ ПРИ ДИАГНОСТИКЕ ГТД

Глубокое понимание физики колебательных явлений в ГТД является основной предпосылкой эффективности вибрационной доводки и диагностики двигателей. Информация о

взаимосвязи вибрации конструктивных элементов двигателя способствует изучению причин возбуждения колебаний и позволяет оценить его свойства как колебательной системы. На этой основе может быть решен ряд важных диагностических задач: определение чувствительности датчика, установленного в контрольной точке, к вибрации диагностируемого узла; оценка влияния динамических сил, действующих в опорах роторов, на общую вибрацию двигателя; измерение параметров прецессии вала в подшипниках и др.

Одним из методов исследования связи колебательных процессов в различных точках динамической системы является метод взаимных спектров, достаточно хорошо разработанный для анализа детерминированных и нормальных случайных процессов с гладкими спектрами [1], [2], [3]. Спектры же вибрации современных ГТД состоят из широкополосной сплошной части (вибрационного шума) и дискретных составляющих, связанных с работой вращающихся узлов. В связи с наличием вибрационного шума результат измерения взаимного спектра дискретных составляющих вибрации зависит от ширины полосы используемых фильтров.

В работе исследуются ошибки фильтрового метода взаимного спектрального анализа дискретных составляющих вибрации, возникающие из-за влияния вибрационных шумов, и на этой основе даются рекомендации по выбору полос пропускания фильтров.

Известно, что взаимный спектр двух процессов $x_1(t)$ и $x_2(t)$ на частоте ω_0 есть комплексная величина

$$G_{12}(\omega_0) = C_{12}(\omega_0) + jQ_{12}(\omega_0),$$

где $C_{12}(\omega_0)$ — действительная часть, $Q_{12}(\omega_0)$ — мнимая часть взаимного спектра.

Используется также показательная форма представления:

$$G_{12}(\omega_0) = |G_{12}(\omega_0)| e^{j\psi(\omega_0)},$$

где $|G_{12}(\omega)|$ — модуль, $\psi(\omega_0)$ — аргумент (фаза) взаимного спектра.

Модуль и аргумент связаны с действительной и мнимой частями взаимного спектра соотношениями

$$|G_{12}(\omega_0)| = \sqrt{C_{12}^2(\omega_0) + Q_{12}^2(\omega_0)}; \quad (1)$$

$$\psi(\omega_0) = \arctg [Q_{12}(\omega_0)/C_{12}(\omega_0)]. \quad (2)$$

Оценки действительной и мнимой частей при фильтровом методе анализа представляют собой случайные величины:

$$C_{12}^* (\omega_0) = \frac{1}{T} \int_0^T x_1(t) x_2(t) dt; \quad (3)$$

$$Q_{12}^* (\omega_0) = \frac{1}{T} \int_0^T x_1(t) \bar{x}_2(t) dt. \quad (4)$$

Здесь $x_1(t)$ и $x_2(t)$ — реализации вибропроцессов на выходах анализирующих фильтров; $\hat{x}_2(t)$ — процесс, комплексно-сопряженный процессу $x_2(t)$, получаемый путем сдвига фаз всех спектральных составляющих процесса $x_2(t)$ на угол $\pi/2$:

$$\bar{x}_2(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x_2(\tau)}{t - \tau} d\tau. \quad (5)$$

Фильтры считаем идентичными, имеющими коэффициенты передач на резонансных частотах равные единице. Кроме того, полагаем, что резонансные частоты фильтров совпадают с частотами анализируемых дискретных составляющих спектров вибрации.

Процессы $x_1(t)$ и $x_2(t)$ представим моделью «синусоида плюс шум»:

$$x_1(t) = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi) + n_1(t); \quad (6)$$

$$x_2(t) = A_2 \cos \omega_0 t + n_2(t), \quad (7)$$

где A_1 и A_2 — амплитуды дискретных составляющих, $n_1(t)$ и $n_2(t)$ — реализации вибрационных шумов.

Вибрационные шумы $n_1(t)$ и $n_2(t)$ считаем стационарными случайными процессами с нулевыми средними значениями и равномерными в пределах полос пропускания фильтров спектральными плотностями N_1 и N_2 .

Используя соотношение (5), можно получить

$$\bar{x}_2(t) = A_2 \sin \omega_0 t + \bar{n}_2(t).$$

Процесс $\bar{n}_2(t)$, так же как и $n_2(t)$, имеет нормальный закон распределения и нулевое среднее значение [4].

Найдем математическое ожидание оценок модуля и фазы взаимного спектра процессов $x_1(t)$ и $x_2(t)$. Для этого подставим уравнения (6) и (7) в (3), (4) и, учитывая статистическую независимость дискретных составляющих и шумов, после некоторых преобразований получим:

$$M [C_{12}^* (\omega_0)] = \frac{A_1 A_2}{2} \cos \varphi + r \sigma_1 \sigma_2; \quad (8)$$

$$M\{Q_{12}^*(\omega_0)\} = -\frac{A_1 A_2}{2} \sin \varphi + r \sigma_1 \sigma_2. \quad (9)$$

Здесь M — символ математического ожидания, r — коэффициент корреляции виброшумов, σ_1 и σ_2 — среднеквадратичные значения фильтрованных вибрационных шумов. Согласно [4]

$$\sigma_1 = \sqrt{N_1 \Delta \omega}; \quad \sigma_2 = \sqrt{N^2 \Delta \omega},$$

где $\Delta \omega$ — эффективные полосы пропускания фильтров.

Вводя отношения «синус/шум» $a_1 = \frac{A_1}{\sigma_1 \sqrt{2}}$ и $a_2 = \frac{A_2}{\sigma_2 \sqrt{2}}$, получаем

$$M\{C_{12}^*(\omega_0)\} = \frac{A_1 A_2}{2} \cos \varphi + r \frac{A_1 A_2}{2a};$$

$$M\{Q_{12}^*(\omega_0)\} = -\frac{A_1 A_2}{2} \sin \varphi + r \frac{A_1 A_2}{2a},$$

где обозначено $a = a_1 a_2$.

Величины $\frac{A_1 A_2}{2} \cos \varphi$ и $-\frac{A_1 A_2}{2} \sin \varphi$ представляют собой соответственно действительную и мнимую части взаимного спектра гармонической вибрации $A_1 (\cos \omega_0 t + \varphi)$ и $A_2 \cos \omega_0 t$, поэтому из уравнений (8) и (9) следует, что оценки действительной и мнимой частей взаимного спектра являются смещенными. Смещение обусловлено корреляцией вибрационных шумов и отсутствует лишь при $r = 0$. При $r \neq 0$ величина ошибки смещения зависит от произведения отношений «синус/шум» компонент в полосах фильтров.

Соответственно смещенными оказываются оценки модуля и фазы взаимного спектра:

$$|G_{12}^*(\omega_0)| = \frac{A_1 A_2}{2} \sqrt{1 + \frac{2r}{a} (\cos \varphi - \sin \varphi) + 2 \left(\frac{r}{a}\right)^2}; \quad (10)$$

$$\psi^*(\omega_0) = \arctg \left(\frac{-\sin \varphi + r/a}{\cos \varphi + r/a} \right). \quad (11)$$

Уравнения (10) и (11) показывают, что для практической оценки возникающих при взаимном спектральном анализе погрешностей необходимо измерить r , a_1 и a_2 в полосах фильтров. Измерение коэффициента корреляции вибрационных шумов в присутствии гармонических колебаний весьма сложно, поэтому ограничимся оценками максимальных погрешностей.

Максимум подкоренного выражения в уравнении (10)

имеет место при $\cos \varphi = -\sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}$. В этом случае

$$|G_{12}^*(\omega_0)|_{\max} = \frac{A_1 A_2}{2} \left(1 + \frac{r \sqrt{2}}{a}\right).$$

Максимальная относительная ошибка определения модуля взаимного спектра

$$\delta = \frac{\|G_{\Gamma}(\omega_0) - |G_{12}^*(\omega_0)|_{\max}|}{|G_{\Gamma}(\omega_0)|} = \frac{r \sqrt{2}}{a}, \quad (12)$$

где $G_{\Gamma}(\omega_0) = \frac{A_1 A_2}{2}$ — модуль взаимного спектра гармонической вибрации.

Зависимость δ от произведения $a = a_1 a_2$ при различных r приведена на рис. 1. На рис. 2 показаны зависимости разности фаз

$$\Delta \varphi(\omega_0) = \psi^*(\omega_0) - \varphi \quad (13)$$

от a при $r = 1$.

Приведенные графики наглядно свидетельствуют о существенном влиянии вибрационных шумов на результаты взаимного спектрального анализа вибрации. Для точного измерения характеристик взаимного спектра необходимо использование анализаторов с высокой разрешающей способностью по частоте, т. к. отношения «синус/шум» зависят от полос пропускания фильтров.

Предлагается следующий порядок выбора разрешающей способности взаимного спектрального анализатора. Из уравнений (12) и (13) определяется минимальное значение $a = a_{\min}$, обеспечивающее требуемые величины ошибок δ и $\Delta \varphi$ при $r = 1$. Затем экспериментально подбираются такие полосы пропускания фильтров, при которых произведение отношений «синус/шум» компонент будет не меньше a_{\min} . Метод измерения отношений «синус/шум» вибрационных компонент изложен в [5].

Вместе с тем необходимо учитывать, что возможности сужения полос пропускания фильтров ограничены флуктуациями оборотов двигателя. Относительная величина этих флуктуаций составляет от $\pm 0,4$ до $\pm 1\%$.

Л и т е р а т у р а

1. Новиков А. К. Корреляционные измерения в корабельной акустике. Л., «Судостроение», 1971, с. 239.
2. Г. Дженкинс, Д. Ваттс. Спектральный анализ и его приложения. М., «Мир», 1972, вып. 2, с. 288.

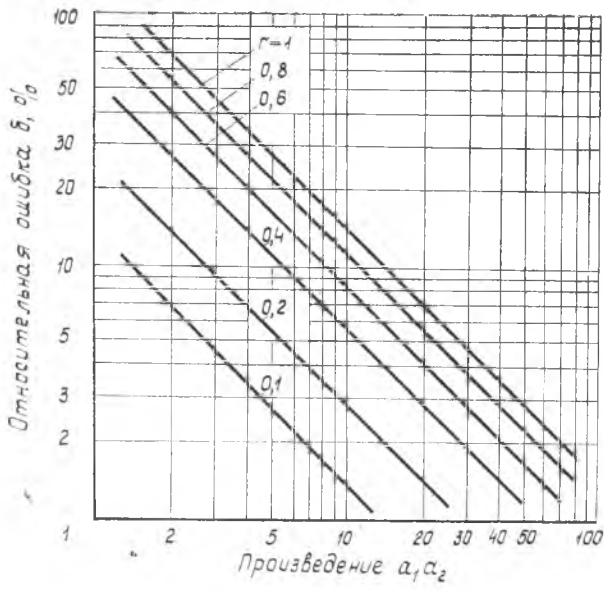


Рис. 1. Влияние вибрационного шума на ошибку определения модуля взаимного спектра

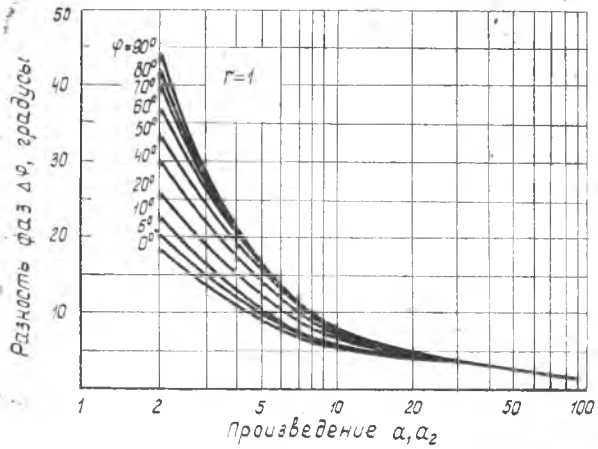


Рис. 2. Влияние вибрационного шума на величину фазовой ошибки

3. Дж. Бендат, А. Пирсол. Измерение и анализ случайных процессов. М., «Мир», 1974, с. 464.
4. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М., «Советское радио», кн. 1, 1966, с. 728.
5. Бояринцев В. И. Об оценке адекватности моделей вибрации. — В сб.: Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов. КуАИ, вып. 5, 1978, с. 96—102.

УДК 621.833—752:681.3 001.24

Ф. В. Голов

ЦИФРОВОЙ СЛЕДЯЩИЙ АНАЛИЗ ВИБРОНАГРУЖЕННОСТИ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Работа зубчатых передач сопровождается колебаниями, которые приводят к дополнительным нагрузкам на зубья и вызывают вибрацию и шум. Колебательные процессы возникают вследствие геометрических погрешностей и циклических изменений жесткости для прямозубых зубчатых колес. Поэтому эти процессы можно принять периодическими, где время между началом зацепления соседних пар зубьев и составляет период [1]. Тогда такая периодическая функция раскладывается в ряд Фурье, по частотам:

$$\omega_k = K \omega_0 Z,$$

где ω_0 — частота вращения зубчатого колеса; Z — число зубьев колеса; K — кратность ($K = 1, 2$).

Уровень дополнительных динамических нагрузок можно оценивать по вибрационному процессу, а именно, по амплитудам гармоник с частотами ω_k , значения которых получают с помощью фильтрации.

Так как частота вращения ω_0 не является постоянной, то фильтрация должна проводиться подстройкой под частоту вращения, что достигается применением следящего анализа. Следящий анализ может быть реализован на ЭВМ. Одним из возможных алгоритмов является [2]

$$x(t_0) = \frac{1}{L} \left| \int_0^{t_0} y(t) \exp \{ i \omega t + \tau \omega (t - t_0) \} dt \right|, \quad (1)$$

где L — нормирующая постоянная; τ — постоянная, определя-