

Поэтому данное расхождение может быть объяснено как погрешность определения величины зазора  $h_0$ , которая для указанного диапазона зазоров составляла 6 - 10%, так и несоответствием принятых при расчете ТГСУ допущений [1] (ламинарный режим течения, неучет шероховатости рабочих поверхностей и т.д.) процессам, происходящим в щели.

Таким образом, полученные экспериментальные результаты дают основание рассматривать теоретические исследования [1] в качестве основы для создания методики проектирования торцовых газостатических уплотнений, а также их более совершенных математических моделей.

## Л и т е р а т у р а

1. Белоусов А.И., Зрелов В.А., Фалалеев С.В. Влияние конусности уплотнительных поверхностей на характеристики торцового газостатического уплотнения. - В кн.: Исследование гидростатических опор и уплотнений двигателей летательных аппаратов. Харьков, 1982, вып. I, с. 131-136.

2. Белоусов А.И., Зрелов В.А. Статические характеристики торцового гидростатического уплотнения: Лабораторная работа по УИРС. - Куйбышев: КуАИ, 1978. - 12 с.

3. Белоусов А.И., Зрелов В.А., Чегодаев Д.Е. Анализ статических характеристик торцового гидростатического уплотнения. - В кн.: Исследование и проектирование гидростатических опор и уплотнений быстроходных машин. Харьков, 1977, вып. 4, с. 101-110.

УДК 539.3:534.1

О.Ф.Борискин, О.В.Репецкий

### ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ РАСЧЕТА КОЛЕБАНИЙ ЛОПАТОК КОМПРЕССОРОВ С АНТИВИБРАЦИОННЫМИ ПОЛКАМИ

В связи с развитием вычислительной техники широкое применение при расчете вибрации лопаток и рабочих колес получил метод конечных элементов (МКЭ). Основное достоинство МКЭ заключается в использовании вариационных принципов механики, позволяющих заменить интегрирование системы уравнений в частных производных решением системы алгеб-

рамческих уравнений. Кроме того, МКЭ дает возможность достаточно хорошо описывать геометрию конструкции и учитывать разнообразие статические и динамические граничные условия, особенности механических свойств материала.

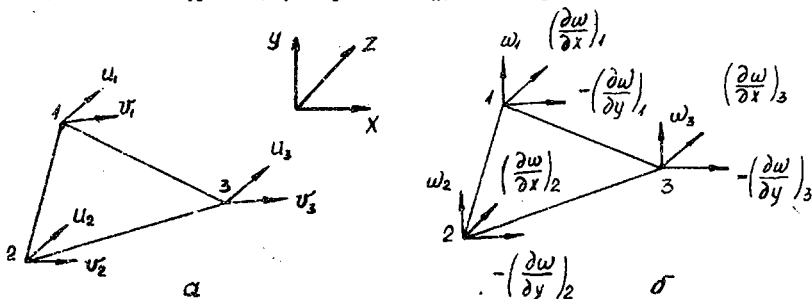
Для реализации метода конечных элементов на кафедре "Эксплуатация летательных аппаратов и двигателей" Иркутского политехнического института разработана автоматизированная система расчета колебаний (АСРК) [1].

В настоящей работе даны основные зависимости для треугольного конечного элемента и результаты исследований собственных частот колебаний рабочих лопаток компрессоров низкого давления (КНД), рассмотренных в виде оболочек переменной толщины. При решении задачи о колебаниях в трехмерной постановке использовался плоский треугольный элемент с изгибно-мембранной жесткостью. Узловыми степенями свободы в нем являются три линейные перемещения  $u$ ,  $v$ ,  $w$  и два угла поворота  $\varphi_x$ ,  $\varphi_y$ . Для согласования конечных элементов, расположенных под углом, например в месте стыка пера лопатки и поляка, каждый узел дополняется степенью свободы  $\varphi_z$  - поворотом вокруг нормали к плоскости конечного элемента. Так как этим степеням свободы соответствует нулевая жесткость, то для плоских участков конечноэлементной сетки они должны быть стеснены. Таким образом, треугольный конечный элемент оболочки имеет по шесть степеней свободы в узлах

$$\{\delta\}_i = \{u, v, w, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z\}^T, \quad (1)$$

что позволяет осуществлять переход от местной системы координат к общей и наоборот, упрощает алгоритм стыковки элементов между собой и с другими видами элементов.

Для изгиба (рис. I, а) выражение функции прогиба может быть за-



Р и с. I. Треугольный конечный элемент оболочки для изгиба и плоской задачи: а - изгиб; б - плосконапряженное состояние

писано в виде аппроксимирующего полинома девятой степени

$$\begin{aligned} \omega = & \alpha_1 L_1 + \alpha_2 L_2 + \alpha_3 L_3 + \alpha_4 (L_1 L_2^2 + P_L) + \\ & + \alpha_5 (L_2 L_3^2 + P_L) + \alpha_6 (L_3 L_1^2 + P_L) + \\ & + \alpha_7 (L_1^2 L_2 + P_L) + \alpha_8 (L_2^2 L_3 + P_L) + \\ & + \alpha_9 (L_3^2 L_1 + P_L), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $L_1, L_2, L_3$  - треугольные координаты, связанные с декартовыми следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} x &= L_1 x_1 + L_2 x_2 + L_3 x_3; \\ y &= L_1 y_1 + L_2 y_2 + L_3 y_3; \\ 1 &= L_1 + L_2 + L_3; \\ P_L &= \frac{1}{2} L_1 L_2 L_3. \end{aligned} \quad (3)$$

Условными перемещениями являются

$$\left\{ \delta \right\}_i = \begin{Bmatrix} \omega \\ -\frac{\partial \omega}{\partial y} \\ \frac{\partial \omega}{\partial x} \end{Bmatrix} \text{ при } i = 1, 2, 3. \quad (4)$$

Подставив (2) в (4), можно определить коэффициенты  $\alpha_i$  и функции формы

$$\omega = [N_1 \ N_2 \ N_3] \left\{ \delta \right\}^e, \quad (5)$$

где  $[N]_1$  - матрица размерности  $(1 \times 3)$ .

Тогда

$$[N]_1^T = \begin{cases} L_1 + L_1^2 L_2 + L_1^2 L_3 - L_1 L_2^2 - L_1 L_3^2; \\ \beta_3 (L_1^2 L_2 + P_L) - \beta_2 (L_3 L_1^2 + P_L); \\ \gamma_3 (L_1^2 L_2 + P_L) - \gamma_2 (L_3 L_1^2 + P_L), \end{cases} \quad (6)$$

где  $\beta_1 = y_2 - y_3$ ;  $\gamma_1 = x_3 - x_2$ .

Матрица дифференцирования перемещений имеет вид

$$[B]_1 = [B_1 \ B_2 \ B_3], \quad (7)$$

где

$$[B_1]_i = \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2}{\partial x^2} [N_1] \\ -\frac{\partial^2}{\partial y^2} [N_1] \\ 2\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} [N_1] \end{bmatrix}, \quad (8)$$

а матрица упругости -

$$[D]_1 = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu}{2} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где  $E$  - модуль Юнга;  $\mu$  - коэффициент Пуассона.

Для плосконапряженного состояния (рис. I, б) аппроксимируем линейные перемещения в виде

$$\begin{aligned} u &= L_1 u_1 + L_2 u_2 + L_3 u_3; \\ v &= L_1 v_1 + L_2 v_2 + L_3 v_3. \end{aligned} \quad (10)$$

При определении матрицы дифференцирования перемещений используется выражение (7), в котором

$$[B_1]_2 = \begin{bmatrix} \frac{\partial L_1}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial L_1}{\partial y} \\ \frac{\partial L_1}{\partial y} & \frac{\partial L_1}{\partial x} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Матрица упругости имеет вид

$$[D]_2 = \frac{Eh}{1-\mu^2} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu}{2} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Изменение толщины в пределах элемента задается линейно:

$$h = L_1 h_1 + L_2 h_2 + L_3 h_3 . \quad (13)$$

Для расчета матриц жесткости и масс элемента в случае изгиба и плоской задачи можно записать [2]:

$$\begin{aligned} [K]_u &= \int_V [B]_1^T [D]_1 [B]_1 dv ; \\ [M]_u &= \int_V \rho [N]_1^T [N]_1 dv ; \\ [K]_p &= \int_V [B]_2^T [D]_2 [B]_2 dv ; \\ [M]_p &= \int_V \rho [N]_2^T [N]_2 dv . \end{aligned} \quad (14)$$

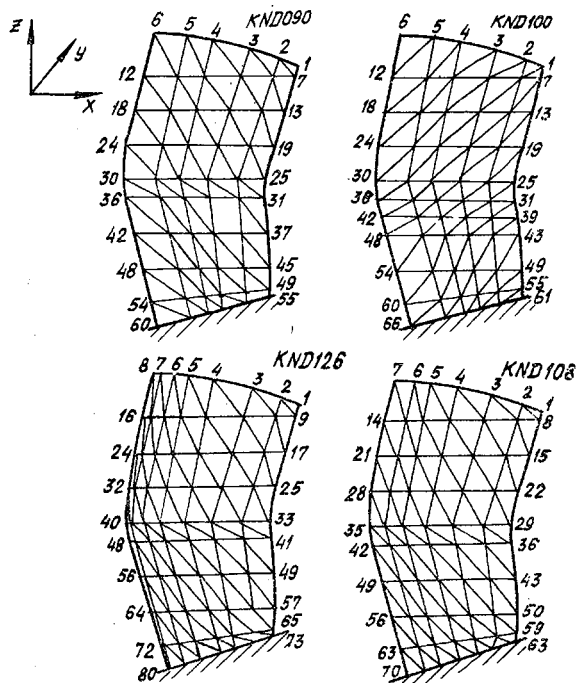
Результирующие матрицы жесткости и масс треугольного изгибно-мембранного элемента получаются объединением соответствующих матриц изгиба и плосконапряженного состояния.

С помощью полученных зависимостей решена задача о собственных частотах колебаний рабочей лопатки первой ступени КНД авиационного газотурбинного двигателя (ГТД). Материал лопатки ВТ8, длина 0.447 м, хорда в корневом сечении 0.18 м, в периферийном - 0.247 м, угол закрутки периферийного сечения относительно корневого 45°. Общий вид лопатки, показанный на рис. 2, свидетельствует о необходимости использования теории оболочек при анализе динамических характеристик таких элементов турбомашин.

Для анализа сходимости собственных чисел были рассмотрены идеализации лопатки в виде 90, 100, 108, и 126 конечных элементов (см. рис. 2). Число неизвестных составило соответственно 360, 396, 420 и 480 без учета стесненных степеней свободы в месте жесткой заделки. В табл. I приведены первые пять собственных частот колебаний лопатки при различных конечноэлементных аппроксимациях в сравнении с экспериментом.

Результаты расчетов свидетельствуют о достаточной сходимости собственных частот при увеличении числа элементов. Экспериментальные и расчетные формы колебаний согласуются удовлетворительно. Использование плоского треугольного элемента позволило с точностью от 2 до 9% вычислить собственные числа и соответствующие им формы колебаний рабочей лопатки КНД, срединная поверхность которой терпит излом.

Для анализа влияния полки на частоты и формы колебаний была решена задача о колебаниях закрученной лопатки вентилятора (рис. 3).

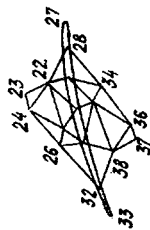
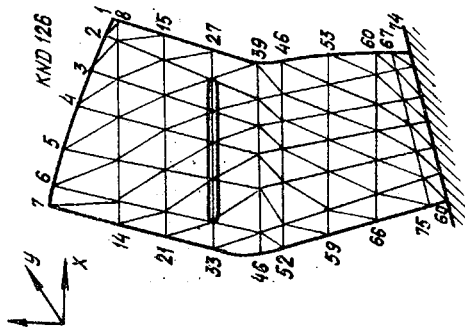


Р и с. 2. Конечноеэлементные аппроксимации лопатки компрессора низкого давления

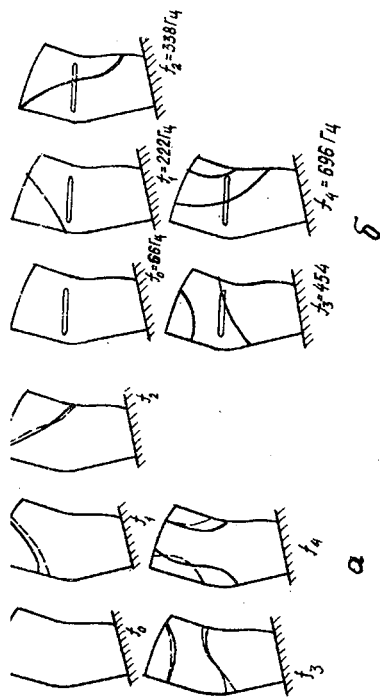
Т а б л и ц а I

Сопоставление теоретических и экспериментальных результатов определения собственных частот (Гц) лопатки первой ступени КНД при различных степенях идеализации

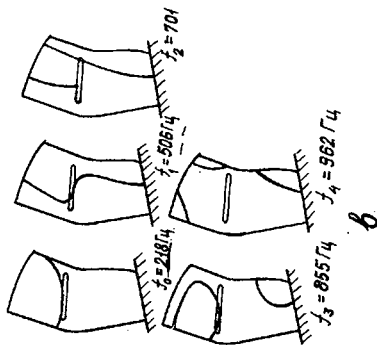
Частоты колебаний	Ш и ф р				Эксперимент
	KND 90	KND 100	KND 108	KND 126	
	Число элементов				
	90	100	108	126	
	Число неизвестных				
	360	396	420	480	
$f_0$	86	84	86	86	90
$f_1$	236	243	238	241	263
$f_2$	363	367	358	359	345
$f_3$	536	557	537	561	540
$f_4$	749	789	760	772	800



Р и с. 3. Конечноеlementная модель вентиляторной лопатки



а



б

Р и с. 4. Формы колебаний лопаток компрессоров низкого давления: а - лопатка компрессора низкого давления; б - вентиляторная лопатка при консольном закреплении; в - вентиляторная лопатка при двухопорном закреплении; --- - эксперимент; — — — расчет

Материал лопатки ВТ8, длина 0.447, хорда в корневом сечении 0.18 м, в периферийном - 0.247 м, высота полки 0.296 м, угол закрутки хорд  $45^{\circ}$ . Конечноеэлементная аппроксимация представлена системой 126 треугольных элементов (см.рис.3). Число неизвестных без учета стесненных степеней свободы в месте жесткой заделки и на полке составляет 480. Так как полка образует плоский участок конечноеэлементной сетки то для узловых точек, расположенных на ней, степени свободы  $\varphi_z$  должны быть подавлены. Результаты расчетов приведены в табл. 2. Формы колебаний вентиляторной лопатки (рис.4) получились практически идентичны формам колебаний лопатки без полки. Собственные числа лопатки с полкой, как и ожидалось, оказались несколько ниже, чем для сплошной лопатки, что можно объяснить наличием дополнительной массы - антивибрационной полки. Наблюдаемое снижение частот колебаний лопатки с полкой достаточно монотонное. Это свидетельствует о достоверности решения и подтверждает возможность расчета систем типа "лопатка - полка", срединная поверхность которых терпит излом, треугольными плоскими конечными элементами.

Т а б л и ц а 2

Результаты расчета собственных частот (Гц) колебаний свободной и пакетированной лопатки с полкой КНД

Частоты колебаний	Консольное закрепление	Двухопорное закрепление
$f_0$	66	219
$f_1$	222	506
$f_2$	338	701
$f_3$	454	855
$f_4$	696	962

Для определения частот колебаний лопатки в пакете использовано предположение о шарнирном креплении полок в местах стыка [3]. Граничные условия представлены следующим образом: жесткая заделка в зоне корневого сечения, подавлены степени свободы  $\varphi_z$  в узлах на полке, по линии контакта полок стеснены линейные перемещения. Такой вариант граничных условий позволяет в первом приближении оценить собственные частоты и распределение динамических напряжений. Решение для динами-



ческих напряжений имеет особый практический интерес в связи с наблюдавшимися в эксплуатации трещинами в районе антивибрационной полки. Шарнирное соединение пакета повышает собственные частоты отдельно стоящих лопаток. В табл. 2 приведены значения первых пяти частот собственных колебаний для пакетированной лопатки с антивибрационной полкой. На рис. 4 показаны формы колебаний вентиляторной лопатки с двухопорным закреплением.

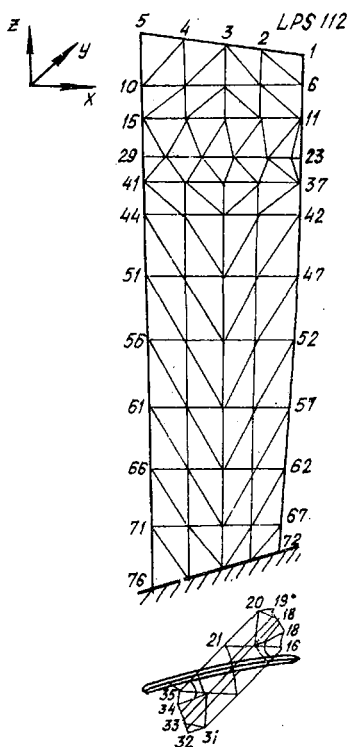
Исследование колебаний рабочей лопатки с полкой компрессора низкого давления позволило распространить алгоритмы и методику расчета на лопатки другого класса. В качестве объекта исследования была рассмотрена рабочая лопатка с полкой КНД (рис. 5). Характеристики материала лопатки:  $E = 1,11 \cdot 10^5$  МПа;  $\mu = 0,3$ ;  $\rho = 4,54 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Длина лопатки 0,261 м, хорда в корневом сечении 0,06 м, в периферийном - 0,082 м, высота полки 0,203 м, угол закрутки хорд 40°.

Конечноэлементная модель лопатки содержит 112 треугольных элементов. Число неизвестных - 456 без учета стесненных степеней свободы в зоне жесткой заделки. Результаты расчета первых четырех собственных частот колебаний лопатки с полкой в сравнении с экспериментом приведены в табл. 3.

Т а б л и ц а 3

Сопоставление теоретического и экспериментального определения собственных частот ( $\Gamma$ ) колебаний лопатки с полкой КНД.

Формы колебаний	ИИ	2И	1К	3И
Расчет	67	277	469	667
Эксперимент	67	272		690



Р и с. 5. Конечноэлементная идеализация лопатки с полкой компрессора низкого давления

Расхождение значений численного и точного методов не превышает 4%. При расчете этой лопатки была определена собственная частота, соответствующая первой крутильной форме колебаний, получить которую с помощью эксперимента не удалось.

Вычислительная программа по расчету собственных спектров лопаток ГТД в режиме АСРК разработана на языке ФОРТРАН-4. Время расчета одной формы колебаний для лопаток средней идеализации составляет не более 20 минут для вычислительной машины ЕС-1033 с соответствующим сервисным обеспечением при объеме оперативной памяти 256К.

Минимальное количество неизвестных в конечноэлементной сетке составляет 300-400 для расчета лопаток без бандажа и 400-500 для расчета лопаток, бандажированных полками.

Результаты исследований собственных частот колебаний реальных лопаток свидетельствуют о целесообразности использования метода конечных элементов для задач данного класса.

#### Л и т е р а т у р а

1. Борискин О.Ф., Губанов В.И. в Эффективность разработки автоматизированных систем расчета динамики и прочности конструкций методом конечных элементов. - В кн.: Оценка эффективности новой техники. Тезисы докл. Всесоюзного науч.-техн. совещания. Иркутск, 1981, с.28-31
2. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. - М.: Мир, 1975. - 541с.
3. Хронин Д.В. Колебания в двигателях летательных аппаратов. - М.: Машиностроение, 1980. - 296с.

УДК 621.791.4;539.378

К.Н.Боришанский

#### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ БАНДАЖИРОВАННЫХ ЛОПАТОК

В стационарном и транспортном турбостроении значительное распространение получили бандажированные лопатки, обладающие значительными преимуществами как с точки зрения вибрационной надежности, так и экономичности. В то же время в бандажированных лопатках появился весьма